

毛管压力曲线的孔隙结构控制机制: 微流体实验与缩放模型

张书婧, 胡 冉, 王冠雄, 兰 天, 杨志兵, 陈益峰

IMPACT OF PORE STRUCTURE ON CAPILLARY PRESSURE CURVE: MICROFLUIDIC EXPERIMENTS AND SCALING MODEL

Zhang Shujing, Hu Ran, Wang Guanxiong, Lan Tian, Yang Zhibing, and Chen Yifeng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-25-111>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

土壤水分布的孔隙尺度格子玻尔兹曼模拟研究

PORE-SCALE LATTICE BOLTZMANN MODELING OF SOIL WATER DISTRIBUTION

力学学报. 2021, 53(2): 568-579

致密砂岩孔隙尺度下气水界面动态演化可视化实验研究

VISUALIZATION STUDY ON THE EVOLUTION OF GAS-WATER INTERFACE AT PORE-SCALE IN TIGHT SANDSTONE ROCKS

力学学报. 2024, 56(3): 862-873

页岩有机质纳米孔隙气体吸附与流动规律研究

STUDY ON GAS ADSORPTION AND TRANSPORT BEHAVIOR IN SHALE ORGANIC NANOPORE

力学学报. 2021, 53(8): 2179-2192

基于核磁共振孔隙划分的致密油藏自发渗吸原油可动性研究

STUDY ON MOVABILITY OF SPONTANEOUS IMBIBITION OIL RECOVERY FROM TIGHT RESERVOIRS BASED ON NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE PORE CLASSIFICATION METHOD

力学学报. 2023, 55(3): 643-655

考虑热流固耦合作用的多孔介质孔隙尺度两相流动模拟

PORE-SCALE SIMULATION OF MULTIPHASE FLOW CONSIDERING THERMO-HYDRO-MECHANICAL COUPLING EFFECT IN POROUS MEDIA

力学学报. 2021, 53(8): 2225-2234

湿润性对孔隙介质两相渗流驱替效率的影响

EFFECTS OF WETTABILITY ON DISPLACEMENT EFFICIENCY OF TWO-PHASE FLOW IN POROUS MEDIA

力学学报. 2021, 53(4): 1008-1017



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

毛管压力曲线的孔隙结构控制机制：微流体实验与缩放模型¹⁾

张书婧 胡冉²⁾ 王冠雄 兰天 杨志兵 陈益峰

(武汉大学水资源工程与调度全国重点实验室, 武汉 430072)

(武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室, 武汉 430072)

摘要 孔隙介质多相渗流运动是地下水与环境领域的核心问题, 其关键本构关系——毛管压力曲线受孔隙结构及润湿性等多重因素耦合控制. 传统模型 (如 van Genuchten 模型) 虽应用广泛, 但其参数与岩土介质特性的关联机制尚不明确, 现有基于 Young-Laplace 方程的尺度缩放方法在处理中等润湿条件 (接触角接近 90°) 时存在理论缺陷和预测精度不足的问题. 文章通过自主研发的微流体可视化实验平台开展气-油两相渗流实验测定毛管压力曲线, 结合 5 种孔隙率 (0.1~0.5) 和 5 种粒径变异度组合的 500 组孔隙网络数值模拟系统研究孔隙结构参数对毛管压力曲线的影响机制, 结果表明孔隙率增大使毛细压力降低且残余饱和度减小, 低孔隙率条件下粒径变异度对残余饱和度影响显著; 通过统计分析建立了 van Genuchten 模型参数与孔隙率及粒径变异度的定量回归方程, 提出基于孔隙尺度上毛细压力阈值的缩放模型, 克服了传统 Leverett J -function 在中等润湿条件下的局限性. 研究成果通过实验和模拟的联合验证, 构建了考虑孔隙结构参数的毛管压力曲线预测方法, 为多相渗流本构建模及地下工程渗流分析提供了理论支撑, 对二氧化碳地质封存、地下水污染修复等重大工程应用具有重要的科学价值和实践指导意义.

关键词 孔隙结构, 毛管压力曲线, 微流体实验, 孔隙网络数值模拟, 缩放模型

中图分类号: O357.3

文献标识码: A

DOI: [10.6052/0459-1879-25-111](https://doi.org/10.6052/0459-1879-25-111)

CSTR: [32045.14.0459-1879-25-111](https://cstr.cn/32045.14.0459-1879-25-111)

IMPACT OF PORE STRUCTURE ON CAPILLARY PRESSURE CURVE: MICROFLUIDIC EXPERIMENTS AND SCALING MODEL¹⁾

Zhang Shujing Hu Ran²⁾ Wang Guanxiong Lan Tian Yang Zhibing Chen Yifeng

(State Key Laboratory of Water Resources Engineering and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of the Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract Multiphase flow in porous media represents a fundamental problem in groundwater and environmental studies, with capillary pressure curves serving as the critical constitutive relationship governed by the coupled effects of pore structure, wettability, and multiple other factors. Although traditional models such as the van Genuchten model are

2025-03-13 收稿, 2025-06-30 录用, 2025-07-09 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (52379107, 52494972 和 52309141).

2) 通讯作者: 胡冉, 教授, 主要研究方向为多孔裂隙介质多相渗流细观机理、宏观规律及过程控制. E-mail: whuran@whu.edu.cn

引用格式: 张书婧, 胡冉, 王冠雄, 兰天, 杨志兵, 陈益峰. 毛管压力曲线的孔隙结构控制机制: 微流体实验与缩放模型. 力学学报, 2025, 57(8): 1996-2009

Zhang Shujing, Hu Ran, Wang Guanxiong, Lan Tian, Yang Zhibing, Chen Yifeng. Impact of pore structure on capillary pressure curve: microfluidic experiments and scaling model. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(8): 1996-2009

widely applied, the correlation mechanisms between their parameters and geomaterial properties remain unclear. Existing scaling methods based on the Young-Laplace equation exhibit theoretical deficiencies and insufficient predictive accuracy when dealing with intermediate wetting conditions (contact angles approaching 90°). This study employed a self-developed microfluidic visualization experimental platform to conduct gas-oil two-phase flow experiments for capillary pressure curve determination, coupled with 500 sets of pore network numerical simulations involving five porosity levels (0.1 ~ 0.5) and five particle size variability combinations to systematically investigate the influence mechanisms of pore structural parameters on capillary pressure curves. Results demonstrate that increasing porosity reduces capillary pressure and decreases residual saturation, while particle size variability significantly affects residual saturation under low porosity conditions. Through statistical analysis, quantitative regression equations relating van Genuchten model parameters to porosity and particle size variability were established, and a scaling model based on pore-scale capillary pressure thresholds was proposed, which successfully overcame the limitations of the traditional Leverett J -function under intermediate wetting conditions. The research outcomes, validated through combined experimental and simulation approaches, established a predictive methodology for capillary pressure curves that incorporates pore structural parameters, providing theoretical support for multiphase flow constitutive modeling and subsurface engineering seepage analysis. This work holds significant scientific value and practical guidance for major engineering applications including CO_2 geological sequestration and groundwater contamination remediation.

Key words pore structure, capillary pressure curve, microfluidic experiment, pore-network simulation, scaling model

引言

岩土多孔介质中的水-气、油-气或水- CO_2 等多相渗流是降雨诱发滑坡^[1-3]、地下水污染修复、强化油气开采和二氧化碳地质封存^[4]等领域涉及的关键问题之一。多孔介质毛管压力曲线(也称土水特征曲线)是描述多相渗流过程的关键本构关系,是预测非饱和渗透率和介质抗剪强度的基础^[5-7]。一般认为,毛管压力曲线受到孔隙结构特征^[8](孔径分布特性、孔隙连通性等)、流体接触角^[9-11]以及流动条件(流速^[12-13]和薄膜流^[14-16]等)的影响。

长期以来,经典毛管压力曲线,如 van Genuchten (VG) 模型^[17]、Brooks 模型^[18]、Gardner 模型^[19]和 Fredlund & Xing 模型^[20]得到了广泛应用。为了凸显模型参数的物理内涵,研究人员通过总结大量实验数据,基于统计学方法构建孔隙介质物理特性与经典模型参数的关联。Vereecken 等^[21]选取了从沙土到重黏土的 40 种土壤,对实验测得的毛管压力曲线用 VG 四参数经验方程进行拟合,基于主成分因子分析方法评估了粒径分布、干容重和碳含量等简单的土壤特性对 VG 模型拟合参数的影响。Rawls 等^[22]和 Cosby 等^[23]则通过回归分析给出了 Brooks 模型的拟合参数受土体成分(砂、粉土和黏土含量百分比)的影响。

本质上,孔隙结构是影响毛管压力曲线的关键

因素之一。为此,研究人员采用粒径分布或孔隙结构相关参数预测毛管压力曲线。在理论方面,研究人员从孔隙介质物理性质出发,推导了一系列半经验模型。Arya 等^[24]提出了一种根据土壤的粒径分布、容重和颗粒密度参数预测含水量的模型。该模型首先将粒径分布转化为孔径分布,然后将逐渐增大的孔隙半径对应的累积孔隙体积除以样本体积,得出体积分含水量,并利用毛细管方程将孔隙半径转换为等效土壤水压力。Zhuang 等^[25]利用非相似介质概念从土壤粒径分布和容重推导出毛管压力曲线模型,并对 11 种土壤地质类别的实验结果进行了对比,表明该模型适用于除砂土以外所有质地的土壤。

本研究基于自主研发的多孔介质微流体可视化实验平台,通过气-油(油为湿润相)多相渗流可视化实验,测定了毛管压力曲线。通过实验结果验证了自主开发的孔隙网络数值模拟的可靠性。在此基础上,基于大量两相渗流数值模拟结果,探究了孔隙率和粒径变异度对毛管压力曲线的影响规律,构建了经典毛管压力曲线模型参数与孔隙率和粒径变异度的回归关系。最后,提出基于孔隙尺度毛细压力阈值的缩放模型,得到了实验和数值模拟的验证。

1 微流体可视化实验及流程

传统的毛管压力曲线测定,往往依赖于黑箱实

验,无法实时动态观测孔隙介质内多相渗流的运动过程,难以深刻理解细观流动特征及其对宏观规律的影响机制.为此,本文采用基于光学透射成像的可视化方法^[26-29],研究孔隙结构对毛管压力曲线的影响机制.

1.1 可视化实验装置

本文采用图1所示的可视化实验平台,开展多孔介质多相渗流可视化实验研究.该平台主要包括微流体芯片、压力控制系统和数据采集系统.微流体芯片长14 mm、宽6 mm、厚0.04 mm.吸力控制系统采用搭载储液箱的升降平台,实现施加吸力水头从0.1~1000 mm范围内的精确可控.数据采集系统包括高清相机(Manta G-1236, AVT);微距变焦镜头(AF-S Micro NIKKOR 40 mm f/2.8G, Nikon),以最小物距工作时,分辨率可达到每像素8.5 μm .实验的温度条件通过室内空调和外部遮光布进行恒温(25 $^{\circ}\text{C}$)控制.管路连接以后,与外部空气隔开,不受流体蒸发和气压波动影响.

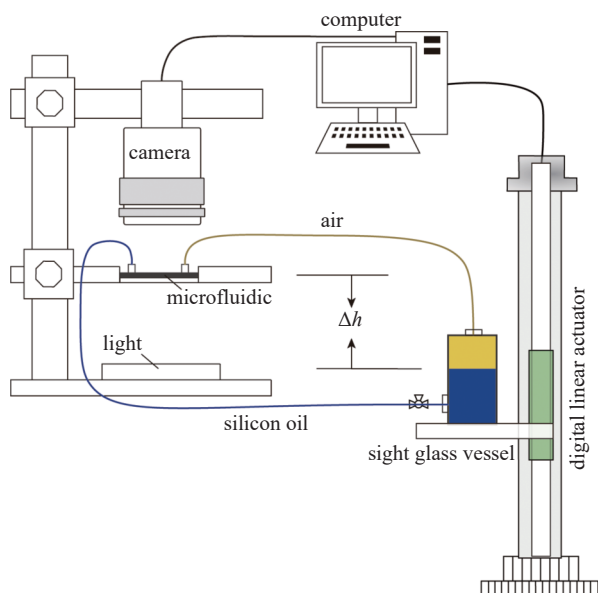


图1 实验装置图
Fig. 1 Experimental setup

1.2 微流体芯片制备

微流体芯片材质为光敏树脂(NOA81),能够在长时间内保持表面湿润性稳定,且不与常见流体反应,适合开展毛管压力曲线测定实验.微流体芯片的制备过程主要包括以下3步:制作光刻模具(图2(a)),在硅片上旋涂光刻胶,用带有孔隙图案的掩模板刻蚀出光刻模具;PMDS翻模(图2(b)),在光刻模具上

覆盖液体PDMS,经过加热使其固化得到PDMS模具;制成微流体芯片(图2(c)),在PDMS模具上涂一薄层NOA81,紫外固化后取下,贴在涂有固化的NOA81的载玻片上,得到微流体芯片成品.

如图3所示,微流体左侧为空气入口,右侧为硅油出口.构成微流体孔隙介质固体相骨架的是一系列圆柱体,任意3个相邻圆柱体的底面圆心连线都是边长为 a 的正三角形,圆柱体大小不同,平均半径为 $\bar{r}$,半径服从均匀分布 $r_i \sim U[(1-\lambda)\bar{r}, (1+\lambda)\bar{r}]$,其中 λ 称为孔隙介质的粒径变异度.这种颗粒排布方式能一定程度上反映土壤和岩石等真实孔隙结构,同时具有明确的几何特征参数(例如孔隙率和粒径变异度),能够准确控制这些参数以研究其对毛管压

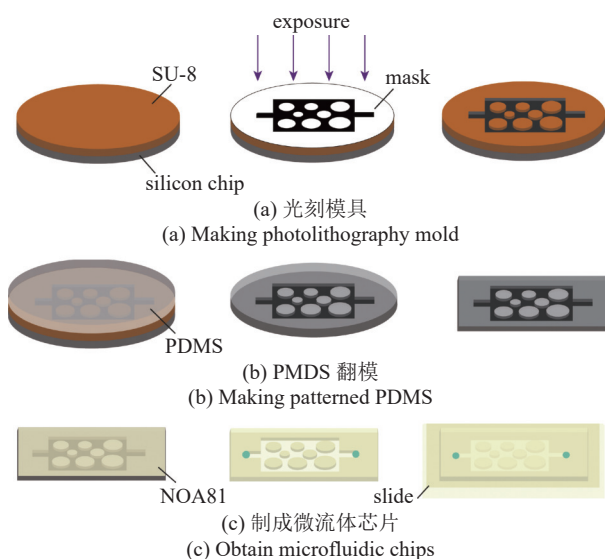


图2 微流体芯片制作步骤
Fig. 2 Procedure to fabricate the microfluidic chips

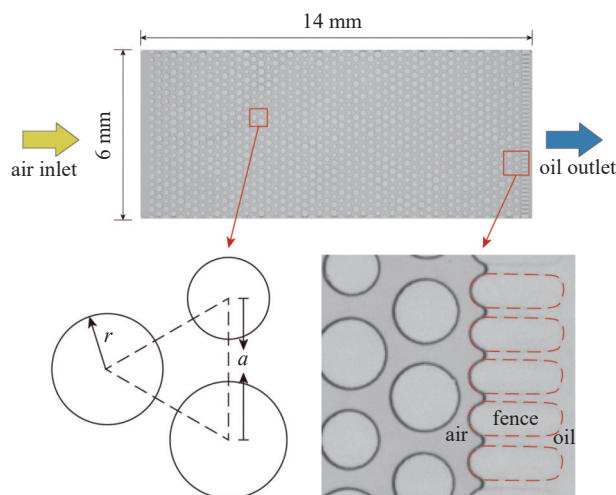


图3 微流体芯片设计
Fig. 3 Microfluidic pattern design

力曲线的影响. 圆柱颗粒在流动方向上有 50 列, 垂直于流动方向上有 20 排. 本实验共采用 4 种不同平均半径和粒径变异度的微流体图案.

需要指出的是, 在排水实验中, 为了实现毛管压力曲线更完整的测量, 就必须保证在施加较大的外部压差时, 作为入侵相的非湿润相不从出口突破. 因此在微流体出口端设置了一列间距为 20 μm 的条形格栅. 非湿润相在到达格栅后, 会在格栅间隔处形成稳定液面而不突破 (图 3), 直至压差达到最大毛管压力 P_{max} . 而 P_{max} 可以由 Young-Laplace 方程得到

$$P_{\text{max}} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \sigma \left(\frac{2 \cos \theta}{\varepsilon} + \frac{2 \cos \theta}{b} \right) \quad (1)$$

式中, R_1 为液面在微流体平面上的曲率半径, R_2 为垂直于微流体平面上的曲率半径, σ 为表面张力, θ 为被入侵相的静态接触角, ε 为条形格栅间距, b 为微流体厚度.

由上式可知, 格栅间距越小, 其液面能承受的毛管压力就越大, 使格栅间距小于孔隙介质的最小喉道宽度, 就可以实现全吸力范围的排水实验.

1.3 实验条件和实验流程

在本文实验中, 二甲基硅油和空气分别作为湿润相 (wetting phase) 和非湿润相 (non-wetting phase), 开展空气驱替硅油的排水实验. 表 1 为本实验的流体性质和实验条件. 其中硅油在试样材料上的接触角过小, 难以通过液滴法测量, 此处采用的是实验图像中拟合估测的值.

在实验开始之前, 采用注射泵以 1 $\mu\text{L/s}$ 的恒定流量从微流体芯片入口注入硅油, 直到芯片完全饱和, 多余的硅油从出口自由溢出. 在储液箱中装入一定量硅油, 调整升降台使液面与微流体芯片高度相同. 采用细软管连接储液箱下部接口与微流体芯片

硅油出口, 注意确保连接时管路中已充满硅油, 连接储液箱上部接口与微流体芯片空气入口.

在实验开始时, 以设定的频率采集图像. 测定毛管压力曲线需要等待流动系统达到平衡状态. 本实验每间隔 15 min 进行一次图像对比, 若检测到的饱和度变化量小于 0.000 2, 则判断该时刻已达到平衡, 记录此时的饱和度和储液箱位置, 并降低储液箱 1 mm, 重复这一过程直到毛细压力大于式 (1) 的 P_{max} , 空气从硅油出口突破, 实验结束.

1.4 图像后处理

图像处理流程如图 4 所示. 在实验开始前, 需要先拍摄试样充满空气时的照片, 剪裁多余边界后得到 P1, 由于空气与固体颗粒接触面透光率较低, 可以通过对 P1 阈值分割获得固体颗粒边界的二值图 P2 (示例中取灰度阈值为 128), 然后对 P2 进行颜色填充即可得到试样内孔隙空间的二值图 P3. P2 和 P3 包含固体颗粒和孔隙空间信息, 是两相流图像处理的基础, 每组实验需要进行一次采集和处理. 要得到两相分布特征、界面特征和饱和度等变量在驱替过程中的变化规律, 还需要处理实验过程中的所有图片. 示例中 P4 为实验过程中某一时刻采集的照

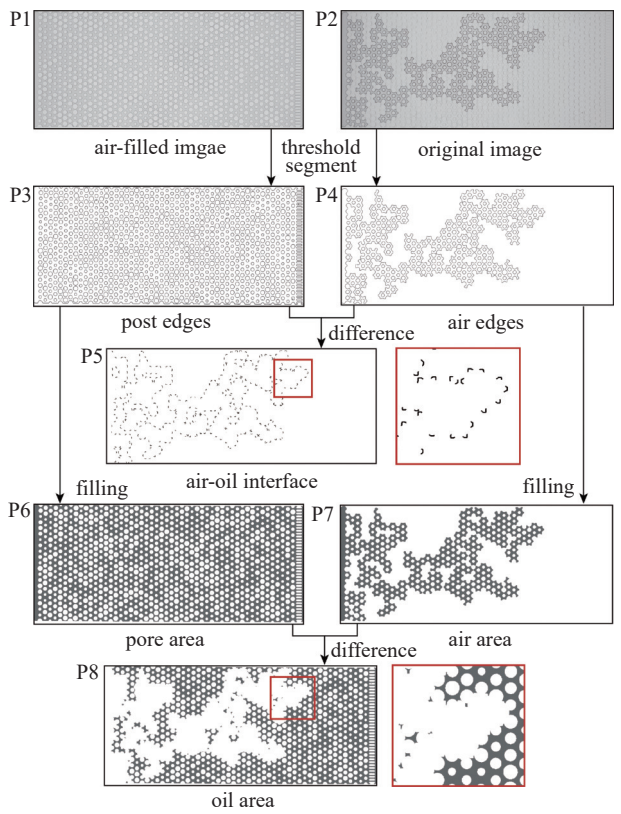


图 4 图像处理流程

Fig. 4 Image processing

表 1 流体性质和实验条件

Table 1 Fluid properties and experimental conditions

Parameter	Value
density of oil/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	960
viscosity of oil/($\text{mPa} \cdot \text{s}$)	50
temperature/($^{\circ}\text{C}$)	25
interfacial tension/($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	0.021
contact angle of air/($^{\circ}$)	175
capillary pressure/Pa	0.941 each step, from 0 to steady-state

片, 同样选取合适的灰度阈值进行分割, 获得灰度值最低的气相界面二值图 P5 (包括气相-油相界面和气相-固相界面), 然后对 P5 进行颜色填充, 即可得到空气相所占区域的二值图. P5 和 P6 包含实验中某一状态下气相的位置和轮廓信息, 从 P5 中去除 P2 所包含的像素, 得到气相-油相界面二值图 P7, 从 P3 中去除 P6 所包含的像素, 得到油相所占区域的二值图 P8. 在图像处理成果中, 流体-流体界面图 P7 用途为计算两相界面特征相关参数, 油相 (被驱替相, 湿润相) 分布图 P8 则可以用来计算湿润相饱和度和毛细捕获分布特征等参数.

2 孔隙网络模拟

鉴于微流体可视化实验持续时间长、实验成本高及数据点少等缺陷, 本节将讨论孔隙介质多相界面失稳模式, 并据此建立孔隙网络模型, 开发定压力调节的准静态孔隙网络数值模拟方法.

2.1 孔隙尺度两相界面失稳模式

孔隙介质多相渗流的流体不断驱替和移动的过程, 可视为大量孔隙之间的流体界面在静力学不平衡状态下运动的总和. Cieplak 等^[30-31]提出了 3 种孔隙尺度两相界面失稳模式, 分别称为突破事件 (burst)、接触事件 (touch) 和重叠事件 (overlap). 其中突破事件指液面两边的压力差达到临界毛细压力导致的失稳, 突破事件的曲率半径为^[32]

$$R_b = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} \quad (2)$$

接触事件指弯液面和相邻颗粒发生接触导致的失稳, 接触事件的曲率半径为

$$R_t = \frac{-b_2 + \sqrt{b_2^2 - 4a_2c_2}}{2a_2} \quad (3)$$

突破事件和接触事件发生顺序可以通过一个临界曲率半径来判定

$$R_c = \frac{a^2 + r_1^2 + r_2^2 - 2r_3^2}{4r_3 + 2(r_1 + r_2)\cos\theta} \quad (4)$$

如果 $R_b < R_c$, 则突破事件发生在弯液面接触到最近柱体边缘之前. 反之, 如果 $R_b > R_c$, 则接触事件在突破事件之前发生.

重叠事件为两个弯液面在推进过程中接触在了

一起导致的失稳, 可以通过以下方程来判断^[32]

$$\Phi \leq 2\alpha - \beta_1 - \beta_2 \quad (5a)$$

其曲率半径为

$$\Phi = 2\alpha - \beta_1 - \beta_2 \quad (5b)$$

计算曲率半径的参数如表 2 所示.

表 2 计算曲率半径的参数

Table 2 Parameters for curvature radius calculation

Modes	Coefficients
burst	$a_1 = 2 - \frac{2}{a^2}(r_1 - r_2)^2 \cos^2\theta$
	$b_1 = \frac{2}{a^2}(r_1 - r_2)^2(r_1 + r_2)\cos\theta - 2(r_1 + r_2)\cos\theta$
	$c_1 = r_1^2 + r_2^2 - \frac{a^2}{2} - \frac{1}{2a^2}(r_1^2 - r_2^2)^2$
touch	$a_2 = 4r_3^2 + 4\cos^2\theta(r_1^2 + r_2^2 - 4r_1r_2) + 4r_3\cos\theta(r_2 + r_1) - 3a^2$
	$b_2 = 2a^2(r_1\cos\theta + r_2\cos\theta - 2r_3) + 2r_1\cos\theta(r_2^2 + r_3^2 - 2r_1^2) + 2r_2\cos\theta(r_1^2 + r_3^2 - 2r_2^2) + 2r_3(2r_3^2 - r_1^2 - r_2^2)$
	$c_2 = a^2(a^2 - r_1^2 - r_2^2 - r_3^2) + \frac{1}{2}(r_1^2 - r_2^2)^2 + \frac{1}{2}(r_1^2 - r_3^2)^2 + \frac{1}{2}(r_2^2 - r_3^2)^2$
	$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{r_2 - R_0\cos\theta}{\sqrt{r_2^2 + R_0^2 - 2r_2R_0\cos\theta}}\right)$
	$\beta_1 = \cos^{-1}\left[\frac{a^2 + r_2^2 - r_1^2 + 2(r_1 - r_2)R_0\cos\theta}{2a\sqrt{r_2^2 + R_0^2 - 2r_2R_0\cos\theta}}\right]$
overlap	$\beta_2 = \cos^{-1}\left[\frac{a^2 + r_2^2 - r_4^2 + 2(r_4 - r_2)R_0\cos\theta}{2a\sqrt{r_2^2 + R_0^2 - 2r_2R_0\cos\theta}}\right]$

模拟时初始时刻除了和入口相邻的一列被非湿润相填充, 其余孔隙均被湿润相填充. 通过孔隙的填充状态来判断界面的位置, 通过 3 种界面失稳模式来判断界面的运动状态. 由于模拟的是准静态过程, 可以认为非湿润相压力等于入口压力, 湿润相压力等于出口压力. 当液面两端的压力差大于等于弯液面的临界毛细压力时, 就认为该液面发生了失稳, 与该液面相邻的孔隙被非湿润相填充.

使用公式 $P_t = \sigma\left(\frac{1}{R_{out}} + \frac{1}{R_{in}}\right)$ 计算流动界面上每个弯液面的阈值毛管压力, 其中 R_{out} 表示弯液面外曲率的临界半径, $R_{out} = \frac{h}{2\cos\theta_1}$, R_{in} 表示弯液面内曲率的临界半径, 通过分析 3 种界面失稳模式来确定.

2.2 孔隙网络模型的构建

孔隙网络模型^[27-28,33-34]将孔隙作为流体运动的

最基本单位, 相对于分子动力学模型和连续介质模型, 孔隙网络模型在数值模拟中涉及的非线性问题少, 达到相同的计算精度和速度只需要更少的储存空间和更低的算力, 适合开展大规模多任务计算. 孔隙网络模型的结构只与固体颗粒的排布方式、数量、位置和大小有关, 而与流体压力、湿润性和流动状态无关.

图 5 为本文的孔隙网络模型示意图, 孔隙网络模型包括 3 种基本单位: 颗粒、孔隙和喉道. 首先根据一定的算法生成颗粒相关信息, 包括颗粒编号 i 、颗粒圆心坐标 (包括 x_i, y_i)、颗粒半径 r_i . 颗粒编号从入口至出口, 自每列最下方依次递增. 生成颗粒信息后, 再根据几何拓扑结构将孔隙和喉道与相邻的颗粒建立联系, 然后还要将孔隙与相邻的喉道建立联系, 将喉道与相邻的孔隙建立联系, 最后, 还要标识出出入口及上下边界.

对于一个流动方向上有 m 列, 垂直于流动方向有 n 排的孔隙介质, 在建立孔隙网络模型的过程中, 生成的矩阵以及它们的含义如下.

(1) 颗粒矩阵: mn 行 3 列的矩阵 $[x_i, y_i, r_i]$, 行序号即为颗粒编号 N , 该矩阵包含颗粒编号、位置和大小信息.

(2) 孔隙矩阵: $2(n-1)(m-1)$ 行 3 列的矩阵 $[N_1, N_2, N_3]$, 行序号即为孔隙编号 P , 该矩阵将孔隙与形成孔隙的 3 个颗粒建立对应关系.

(3) 喉道矩阵: $(3n-2)(m-1)$ 行 2 列的矩阵 $[N_1, N_2]$, 行序号即为喉道编号 T , 该矩阵将喉道与形成喉道的两个颗粒建立对应关系.

(4) 孔隙相邻喉道矩阵: $2(n-1)(m-1)$ 行 3 列的矩阵 $[T_1, T_2, T_3]$, 行序号为孔隙编号, 该矩阵将孔隙与形成孔隙的 3 个喉道建立对应关系.

(5) 喉道相邻孔隙矩阵: $(3n-2)(m-1)$ 行 2 列的矩阵 $[P_1, P_2]$, 行序号为喉道编号, 该矩阵将喉道

与喉道两侧的孔隙建立对应关系.

在确定了孔隙网络的结构以后, 需要标识出边界上的颗粒、孔隙和喉道. 首先选出所有边界上的颗粒编号: 入口边界颗粒 $[1, 2, \dots, n]$, 出口边界颗粒 $[(m-1)n+1, (m-1)n+2, \dots, mn]$, 上边界颗粒 $[n, 2n, \dots, mn]$, 下边界颗粒 $[1, n+1, \dots, (m-1)n+1]$, 然后可以基于上述孔隙矩阵和喉道矩阵检索到边界上的孔隙和喉道, 从而设置边界条件. 入口采用恒压边界, 初始压力设为 0 Pa ; 当所有界面都达到稳定时, 按 0.941 Pa 的步长逐级递增, 以保持与实验加载方式一致. 出口压力固定为 0 Pa , 上下壁面设定为无滑移边界条件. 若湿润相被非湿润相完全包围, 其对应孔隙即视为发生毛细捕获并被置为不可流动区, 在后续计算中不再参与界面演化.

2.3 准静态定压力下孔网模拟流程

孔隙尺度上多相渗流过程的数值模拟的核心问题在于准确地跟踪流体-流体界面的位置, 并捕捉到界面的运动状态. 在孔隙网络模型中, 流体流动的基本单元为孔隙, 流体存在于孔隙中, 忽略一些特殊的流动形式, 可以将任意一个孔隙的填充状态简化为两种情况: 充满驱替相或充满被驱替相. 在孔隙网络模型中, 流体-流体界面移动的基本单元是喉道, 认为流体-流体界面总是处于喉道位置处, 因此任意一个喉道的状态可以分为 3 种: 喉道两侧分别为驱替相和被驱替相、喉道两侧均为驱替相、喉道两侧均为被驱替相. 基于上述孔隙网络模型的特性, 准静态定压力数值模拟的大致流程如图 6 所示, 主要有以下步骤.

(1) 设置物理参数: 需要输入的物理参数主要有颗粒圆心的间距 a 、颗粒的列数 m 与排数 n 、流体-流体表面张力 σ 、驱替相接触角 θ .

(2) 建立孔隙网络: 读取 (与实验相同的颗粒矩阵) 或生成随机的颗粒矩阵, 按照上一小节所述方法建立颗粒-孔隙-喉道之间的对应关系, 并标记出边界单元.

(3) 初始化两相流状态: 根据孔隙网络和输入的相关物理参数, 计算所有喉道发生突破事件的临界毛管压力, 取其中最大值作为压力工况序列的最大值, 取其中最小值的 0.1 倍作为压力工况序列的最小值. 然后将入口边界的孔隙赋值为充满驱替相, 其余孔隙赋值为充满被驱替相, 将驱替相压力设定为压力工况序列最小值.

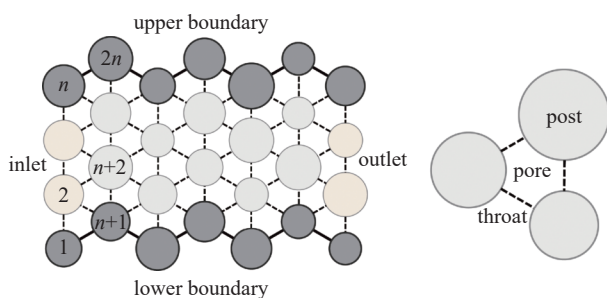


图 5 孔隙网络模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of pore network model

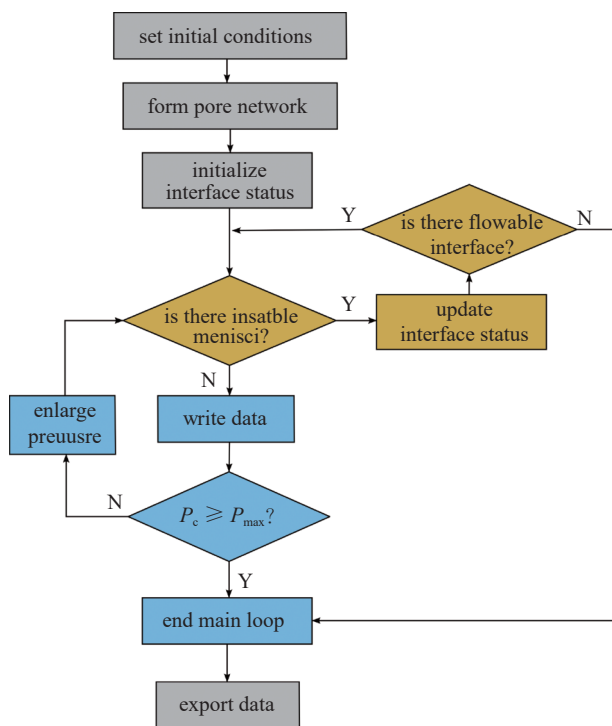


图 6 孔隙网络数值模拟流程图

Fig. 6 Pore-network simulation process

(4) 进入主循环, 主循环为压力步长循环嵌套同一压力下的界面演变循环。在一定的驱替相压力下, 判断是否有流体-流体界面失稳, 如果有, 则更新两相流状态到失稳发生后, 再判断更新后的两相流是否有可流动界面 (驱替前缘), 如果有可流动界面, 则进入新的两相流状态下的界面失稳判别流程, 如果没有可流动界面, 则表明驱替已全部完成, 提前退出主循环 (break loop)。当某一压力下的界面失稳判别结果为否时, 表明该压力下不能够发生新的驱替, 所以保存该压力下的计算数据, 并将压力增大一个压力步长, 回到界面失稳判别流程, 但如果压力已达到最大压力, 则结束主循环 (end loop)。

(5) 计算完成后输出数据: 数值模拟过程中会产生巨大的数据量, 一些关键矩阵经常需要覆盖写入数据, 因此必须将每个压力步下的孔隙填充状态、被驱替相饱和度等数据及时记录保存为写入但不覆盖的永久文件。

3 结果分析

3.1 可视化实验与数值模拟对比

为验证数值模拟的有效性, 模拟中采用了与实验相同的孔隙结构 (颗粒坐标、半径及芯片厚度) 和流体特性 (界面张力和非湿润相接触角)。图 7 给出

了 4 种孔隙结构 (不同孔隙率 ϕ 和粒径变异性 λ) 中两相流排水过程流体分布的实验与数值模拟对比结果。其中, 非湿润相 (入侵相) 从左向右流动, 驱替进程由渐变色阶呈现 (暗→亮表示时序演进)。灰色圆形代表固体颗粒, 孔隙中蓝色区域为残留的湿润相 (被驱替相)。

由图 7 可知, 数值模拟结果能够较好地重现驱替过程。进一步可知, 排水过程可分为 3 个特征阶段: 初始阶段, 当毛管压力低于最大孔径对应的临界值时, 空气仅在介质入口处聚集; 压力突破阶段, 随着毛管压力超过临界值, 空气优先通过最宽喉道进入孔隙网络, 此时驱替前缘随压力升高向介质内部扩展, 并在界面周围大孔隙形成连续入侵; 指进发展阶段, 由于喉道宽度的随机分布特性, 在介质中段形成典型指进结构——界面长度增加显著提高了喉道突破概率, 促使非湿润相通过狭窄通道快速抵达出口。

为了进一步量化数值模拟的可靠性, 本文基于 VG 模型分别对实验和数值模拟得到的毛管压力曲线进行拟合, 比较毛管压力曲线的差异。VG 模型可表达为

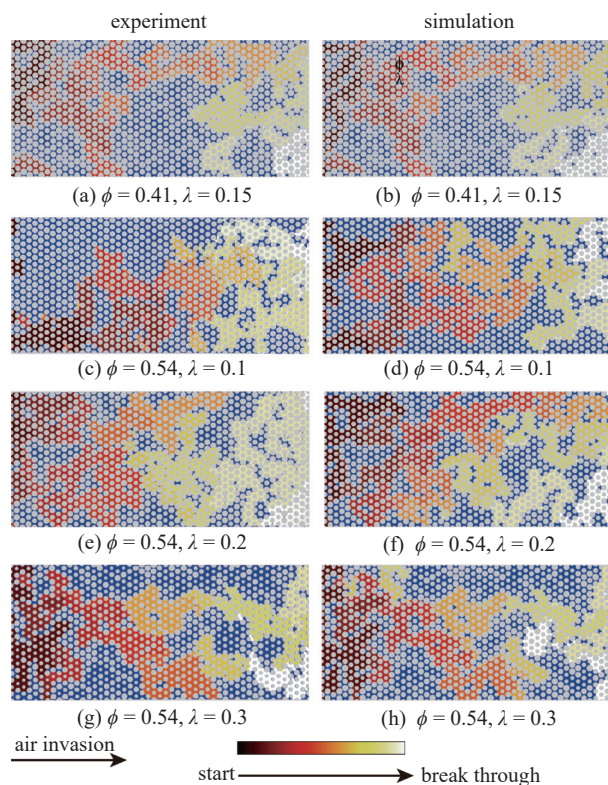


图 7 实验与数值模拟流动结构对比

Fig. 7 Comparison of flow structures (experiment and simulation)

$$S_w(P_c) = S_r + (1 - S_r) \left[\frac{1}{1 + (aP_c)^n} \right]^{1 - \frac{1}{n}} \quad (6)$$

式中, S_w 为湿润相饱和度, P_c 为毛管压力, S_r 为排水结束时湿润相的残余饱和度, S_r 在实验或数值模拟中均可直接得到, α 和 n 为拟合参数。

图 8 展示了 4 组排水实验的毛管压力-饱和度曲线及其数值模拟对比结果。模拟曲线整体走势和拐点位置与实验结果基本一致, 表明孔隙网络数值模型能够较为准确地捕捉排水过程的主控机理。然而, 模拟结果与实验依然存在微小偏差, 模拟得到的

残余饱和度与实测值平均偏差为 0.03 ± 0.02 。造成该差异的主要原因在于微流体芯片加工过程中不可避免的精度误差 ($\pm 1 \mu\text{m}$), 孔壁粗糙度以及动态接触角滞后等细观因素。这些非理想效应在孔网模型中并未考虑, 因而改变了局部孔喉的实际临界毛管压并改变了终态相分布。尽管如此, 本工作残余饱和度的误差仍优于已有报道的 0.22 ± 0.03 ^[35], 说明数值模拟能够准确预测两相流排水过程。基于图 7 和图 8 的实验-模拟对比可知, 总体而言, 本文发展的孔隙网络模拟方法能够较好地反映多相驱替过程以及相应的毛管压力曲线演化特征。

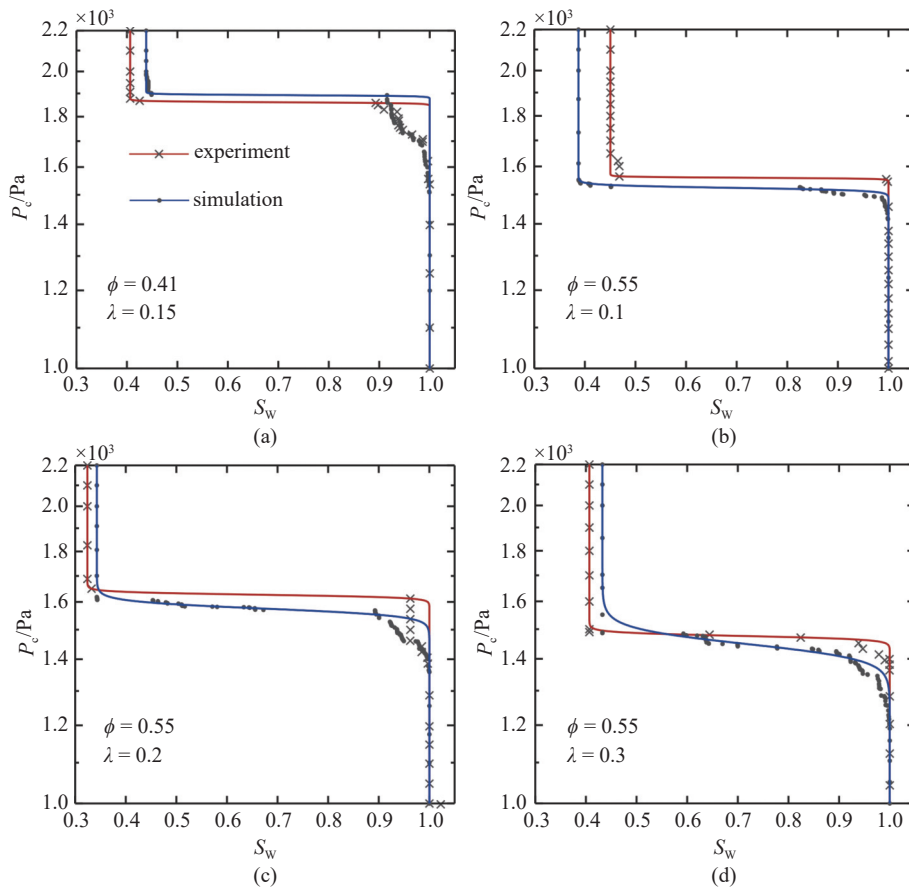


图 8 实验与数值模拟毛管压力曲线对比

Fig. 8 Comparison of SWCC (experiment and simulation)

3.2 孔隙结构对毛管压力曲线的影响

为了进一步探究孔隙结构对毛管压力曲线的影响规律, 采用数值模拟方法开展了大量多相驱替过程的模拟。针对图 3 所示的孔隙网络结构, 开展了 5 种孔隙率 (0.1 ~ 0.5), 每种孔隙率包括 5 种粒径变异度 ($0.2\lambda_{\max} \sim \lambda_{\max}$), 共 25 种参数取值。其中, 每种参数取值随机生成 20 个不同的孔隙结构网络, 总计

500 组数值模拟。

图 9 给出了 $\phi = 0.3$ 和 $\lambda = 0.6\lambda_{\max}$ 两种条件下毛管压力曲线的数值模拟结果。其中灰色线条代表每一个孔隙网络结构相对应的曲线。为表征不同孔隙结构参数影响的统计规律, 通过以下方法构建平均曲线: 针对同参数下所有算例, 在 $P_{\min} \sim P_{\max}$ 区间以 1 Pa 间隔设置插值点进行线性插值, 并将各点饱

和度取算术平均得到红色平均曲线。

研究显示, 孔隙率降低导致排水阶段的起始毛管压力显著上升, 且增幅速率呈非线性增长 (图 9)。这一现象源于孔隙结构的双重耦合效应: 由于毛管压力与喉道宽度近似成反比 ($P_c \propto 1/d$), 而喉道宽度

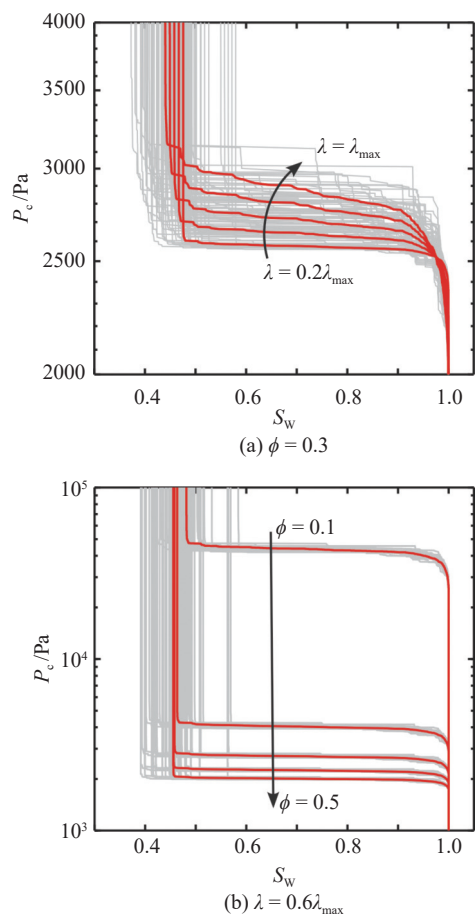


图 9 孔隙率和粒径变异度对毛管压力曲线的影响

Fig. 9 Effect of porosity and grain size variability on SWCC

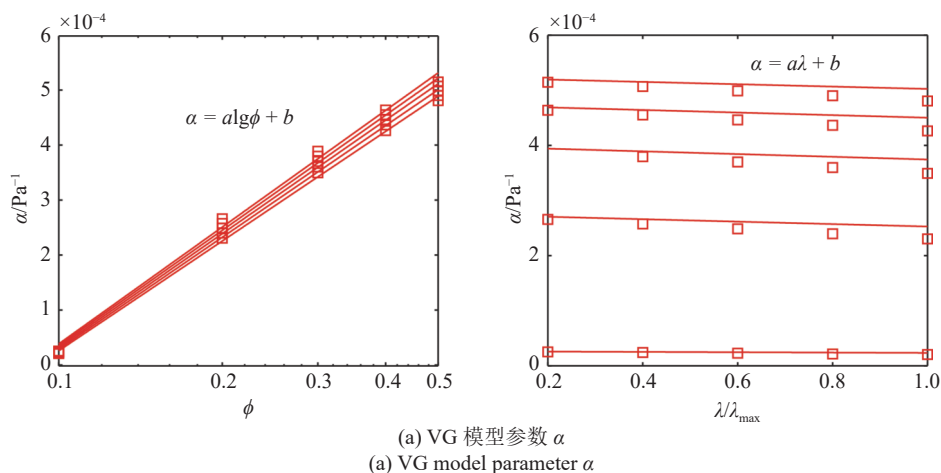


图 10 VG 模型参数与孔隙结构参数的回归关系

Fig. 10 Regression relationship between VG model parameters and pore structure parameters

随孔隙率降低而减小, 因此低孔隙率条件下毛管压力随孔隙率变化的增幅显著提高。

粒径变异度的影响规律如图 9(a) 所示: 当孔隙率恒定时, 粒径变异度增大会使毛管压力整体抬升, 同时饱和度变化速率逐渐减缓。机理分析表明, 粒径分布的非均匀化促使喉道宽度分布离散度增大: 一方面, 宽喉道数量增加使得低毛管压力区间的初始进气量提升; 另一方面, 喉道尺寸的多峰分布导致界面失稳压力呈现多峰分布特征, 故毛管压力曲线呈现阶梯状演化特征。残余阶段特性分析显示, 高变异度体系的残余饱和度降低约 8%~12%, 这归因于非均匀孔隙网络产生的流动路径分叉效应, 有效提升了驱替效率。

为了进一步量化孔隙结构对毛管压力曲线的影响 (图 9), 图 10 给出了模型参数随孔隙率 ϕ 和粒径变异度 λ 的变化特征。图 10 中, 每个散点表示同一孔隙结构或粒径变异度下的 20 组算例, 取均值后拟合得到的 VG 模型参数。由图可知, VG 模型参数 α 和 n , 以及残余饱和度 S_r , 与孔隙率 ϕ 和粒径变异度 λ 有较强的相关性。相应的回归方程及其系数如图 10 和附表 A1 及附表 A2 所示, 为毛管压力曲线的预测提供了初步预估依据。

3.3 毛管压力曲线的缩放模型

尽管 VG 模型能够有效表征毛细压力随饱和度的变化规律, 但其应用存在显著局限性。其根本原因在于 VG 模型参数通常需通过特定岩心样品的驱替实验测定, 而岩土介质的非均质性导致其润湿性和孔隙结构存在显著差异, 使得基于某一点采样得到

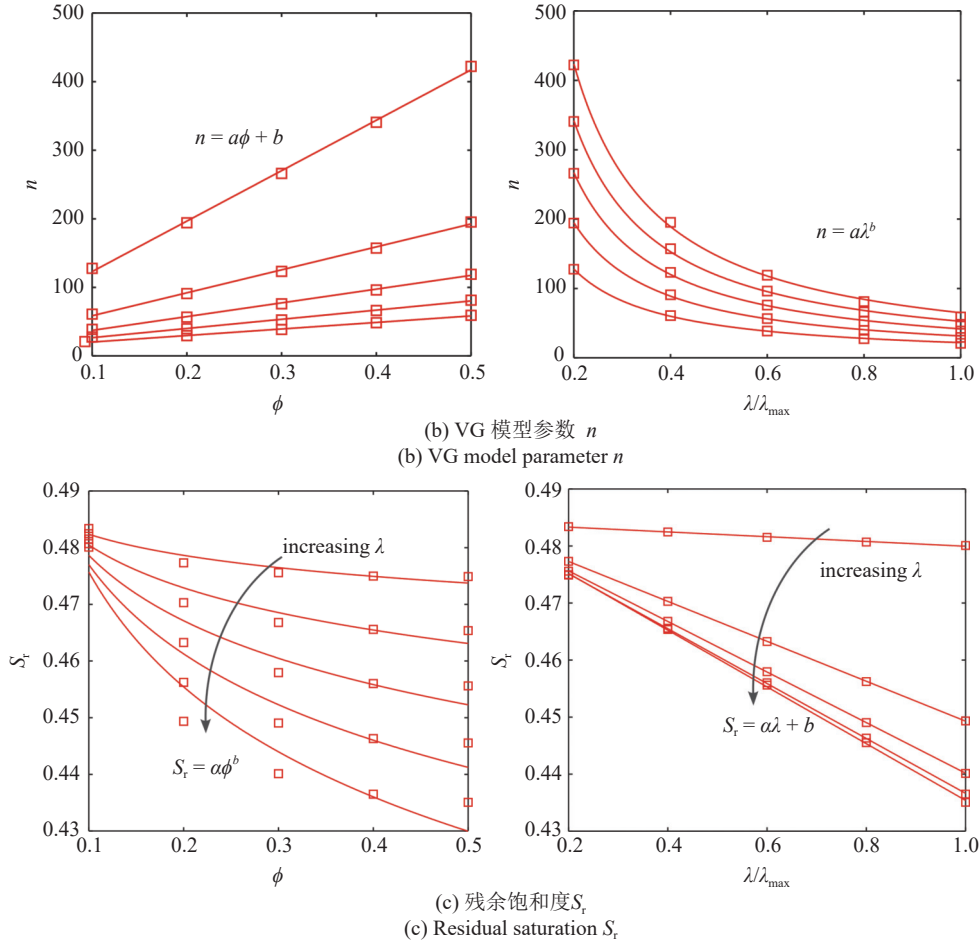


图 10 VG 模型参数与孔隙结构参数的回归关系 (续)

Fig. 10 Regression relationship between VG model parameters and pore structure parameters (continued)

实验结果难以直接外推至其他区域^[36]. 为此, 建立毛细压力曲线的缩放方法成为连接实验数据与现场应用的关键环节. Leverett^[37-38] 提出的 J 函数模型通过引入特征参数对毛细压力曲线进行无量纲化处理, 成功实现了不同储层条件下毛细压力-饱和度关系的尺度缩放, 被广泛应用于工程实践中

$$J(S_w) = \frac{P_c \sqrt{k/\phi}}{\sigma} \quad (7)$$

式中, S_w 为湿润相饱和度, k 为渗透率, ϕ 为孔隙率, σ 为界面张力, $\sqrt{k/\phi}$ 与多孔介质的平均孔径成正比^[39]. Leverett J -function 通常采用 $J(S_e)$ 代替 $J(S_w)$ 以实现相同的残余饱和度^[40-41], 其中 $S_e = (S_w - S_{wr}) / (S_{wi} - S_{wr})$ 为有效饱和度, S_{wi} 和 S_{wr} 分别为初始饱和度和残余饱和度.

由于不同的储层岩石通常具有不同的润湿性, Rose 等^[39] 基于毛细管中的 Young-Laplace 方程, 在 Leverett J -function 中引入了 $\cos\theta$ 项, 以考虑润湿性

的影响

$$J(S_e) = \frac{P_c}{\sigma} \frac{\sqrt{k/\phi}}{\cos\theta} \quad (8)$$

然而, 真实的多孔介质结构复杂, 毛细管模型难以准确表征储层岩石中的毛细压力, 特别是在接触角接近 90° 时, $\cos\theta$ 趋近于 0, 导致计算得到的 $J(S_e)$ 趋近于无穷大, 无法有效拟合毛管压力曲线^[36]. 需要更有效的方法来表征不同润湿性条件下的毛细压力.

为了克服上述困难, 本文采用了一种基于孔隙尺度毛细压力阈值的缩放模型. 基于 Young-Laplace 方程, 多孔介质中的毛细压力阈值可表示为

$$P_t = \sigma \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_{out}} \right) \quad (9)$$

式中, R_b 为发生突破事件 (burst) 时的临界曲率半径 (图 11(a)), 可以根据界面张力、接触角和颗粒半径计算得到^[33, 42-43], $R_{out} = h/2\cos\theta$ 为厚度方向的临界曲率半径 (图 11(b)), h 为微流体芯片厚度.

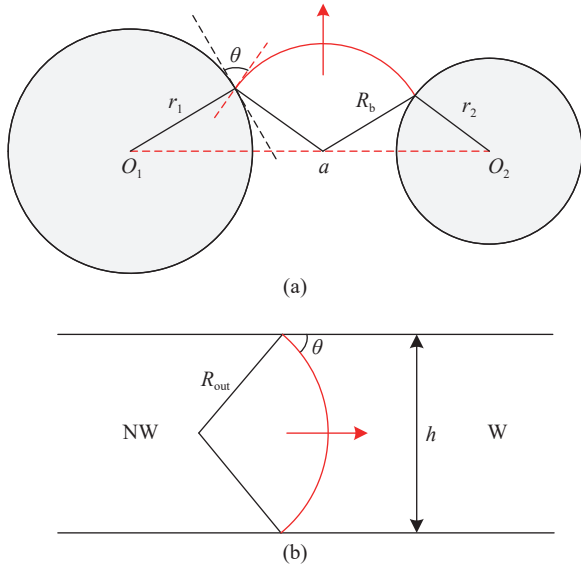


图 11 毛细压力阈值计算示意图

Fig. 11 Schematic diagram of capillary pressure threshold calculation

为简化模型, 采用中位数毛细压力阈值作为特征值, 此时颗粒半径满足 $r_1 = r_2 = r$, r 为中位数颗粒半径, 临界曲率半径可通过几何关系计算^[33], 即

$$R_b = \sqrt{a^2/4 - r^2 \sin^2 \theta - r \cos \theta} \quad (10)$$

其中, a 为颗粒圆心的距离. 将式 (10) 代入式 (9) 可得中位数毛细压力阈值

$$P_{\text{med}} = \sigma \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{4} - r^2 \sin^2 \theta - r \cos \theta}} + \frac{2 \cos \theta}{h} \right) \quad (11)$$

因此, 缩放模型可通过将毛细压力对中位数毛细压力阈值进行无量纲化得到

$$P_t(S_e) = \frac{P_c(S_e)}{P_{\text{med}}} = \frac{P_c(S_e)}{\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{4} - r^2 \sin^2 \theta - r \cos \theta}} + \frac{2 \cos \theta}{h} \right)^{-1} \quad (12)$$

为了验证缩放方法的有效性, 在湿润相接触角 $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ 和 80° 的条件下分别进行了 200 组数值模拟. 鉴于经典 Leverett J -function 及本文提出的毛管压力缩放模型在孔径呈双峰分布的强非均质介质中预测误差较大^[44], 本研究在数值验证中选取颗粒半径均匀分布的单峰孔隙结构, 以保证结果的可比性与有效性. 具体参数为孔隙率 $\phi = 0.2, 0.3, 0.4$ 和 0.5 , 粒径变异度为 $\lambda = 0.2\lambda_{\text{max}}, 0.4\lambda_{\text{max}}, 0.6\lambda_{\text{max}}, 0.8\lambda_{\text{max}}$

和 λ_{max} , 每种参数组合随机生成 10 个不同的孔隙结构.

模拟结果如图 12 所示. 其中, 图 12 (a) 为未缩放的毛细压力曲线, 图 12 (b) 为利用 Leverett J -function (式 (4)) 拟合的缩放曲线, 图 12 (c) 为基于毛细压力阈值缩放方法 (式 (8)) 得到的缩放曲线. 红色、蓝色和绿色线条分别对应接触角为 $30^\circ, 60^\circ$ 和 80° 的模拟结果.

当采用基于毛细压力阈值的尺度缩放方法时,

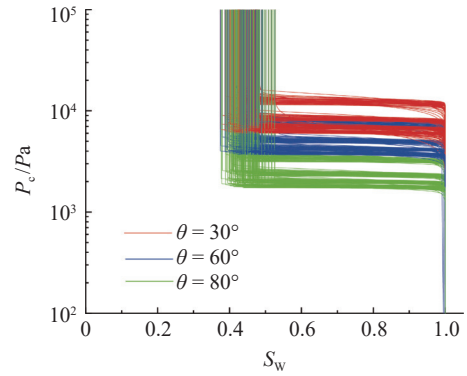
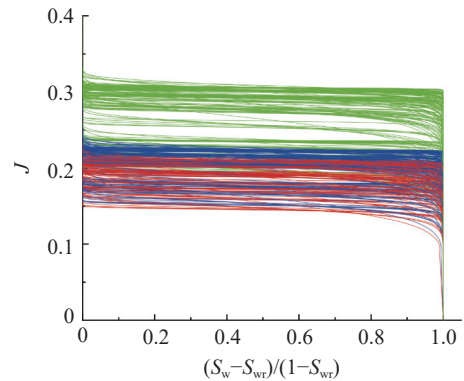
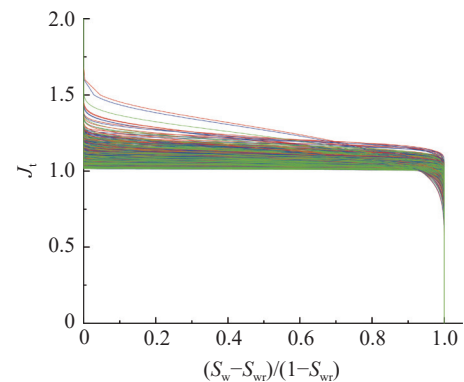
(a) 未缩放的毛管压力曲线
(a) Unscaled capillary pressure curves(b) Leverett J -function 缩放曲线
(b) Leverett J -function scaled curves(c) 基于毛细压力阈值的缩放曲线
(c) Scaled curves based on capillary pressure threshold

图 12 毛管压力曲线缩放效果验证

Fig. 12 Validation of the scaled SWCC

毛管压力曲线的毛细压力被缩放至较小的无量纲范围 (1.0 ~ 1.25). 而采用 Leverett J -function 进行缩放时, 对于 $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ 的毛管压力曲线, 缩放效果较好, 毛细压力被缩放至相对较小的区间 (0.15 ~ 0.23); 但当 $\theta = 80^\circ$ 时, 毛细压力的缩放范围增大至 0.23 ~ 0.33, 缩放误差显著增加.

根据理论分析, 当接触角接近 90° 时, Leverett J -function 的分母 (公式 (4)) 中的 $\cos\theta$ 项趋近于 0, 导致缩放值趋于无穷大, Leverett J -function 不再适用. 因此, 在接触角接近 90° 的情况下, 基于毛细压力阈值的尺度缩放方法相较于传统的 Leverett J -function 具有更好的缩放效果.

尽管本模型以二维圆形颗粒为例推导, 其思路与经典 Leverett J -function 一致: 均基于 Young-Laplace 方程, 通过选取能反映特征毛细压力的几何参数完成归一化. 因此, 对于非圆形骨架, 只要能够确定代表孔喉尺度的中位粒径, 即可按相同方式对毛管压力曲线进行缩放和预测. 进一步地, 若需将该模型推广至真实三维孔隙体系, 需要在三维空间内依据 Young-Laplace 方程重新计算中位数毛细压力阈值^[45], 并以三维等效孔喉尺度 (中位粒径) 替代二维粒径参数, 即可沿用本模型完成毛细压力阈值的确定与曲线归一化.

4 结论

本研究基于自主研发的多孔介质微流体可视化实验平台, 开展了气-油两相渗流的可视化实验, 并结合大量孔隙网络数值模拟, 系统研究了孔隙率和粒径变异度对毛管压力曲线的影响, 得到 VG 模型参数关于孔隙率和粒径变异度的回归关系. 通过引入基于孔隙尺度毛细压力阈值的尺度缩放模型, 提出了一种能够有效预测毛管压力曲线的方法. 本文得到主要结论如下.

(1) 阐明了孔隙结构参数对毛管压力曲线的影响规律. 通过 5 种孔隙率和 5 种粒径变异度组合的 500 组数值模拟, 发现孔隙率降低导致排水阶段的起始毛管压力显著上升, 且增幅速率呈非线性增长; 孔隙率恒定时, 粒径变异度增大使毛管压力整体抬升, 同时饱和度变化速率逐渐减缓; 在较低孔隙率条件下粒径变异度对残余饱和度影响显著.

(2) 建立了 VG 模型参数与孔隙结构参数的定量回归关系. 通过统计分析发现 VG 模型参数 α 、

n 以及残余饱和度 S_r 与孔隙率 ϕ 和粒径变异度 λ 有较强相关性, 构建了 VG 模型参数关于孔隙结构参数的回归方程, 为毛管压力曲线的预测提供了可靠的依据.

(3) 提出了基于毛细压力阈值的尺度缩放模型, 有效克服了传统 Leverett J -function 在接触角接近 90° 时预测精度不足的关键问题. 传统的 Leverett J -function 基于毛细管中的 Young-Laplace 方程, 无法反映真实岩体中润湿性对毛细力的影响, 导致在接触角接近 90° 时缩放结果不准确. 本文基于孔隙尺度的毛细压力阈值, 推导了新的尺度缩放模型. 在高接触角条件下, 所提出的方法相较于传统的 Leverett J -function 具有更准确的缩放效果, 为中等润湿条件下的毛管压力曲线预测提供了新的理论工具.

参 考 文 献

- Chen YF, Zeng J, Shi H, et al. Variation in hydraulic conductivity of fractured rocks at a dam foundation during operation. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2021, 13(2): 351-367
- 宋享桦, 谭勇, 陆烨等. 不同入渗边界条件下简单均质砂土边坡失稳模型试验和数值模拟研究. *岩石力学与工程学报*, 2024, 43(5): 1204-1218 (Song Xianghua, Tan Yong, Lu Ye, et al. Experimental and numerical studies on the instability of simple homogeneous sandy slopes under different infiltration scenarios. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2024, 43(5): 1204-1218 (in Chinese))
- 张座雄, 刘兴荣, 王之君等. 降雨冲刷下黄土堆填边坡土水参数变化规律. *农业工程学报*, 2023, 39(23): 75-84 (Zhang Zuoxiong, Liu Xingrong, Wang Zhijun, et al. Change characteristics of soil and water parameters of loess landfill slopes during rainfall scouring. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2023, 39(23): 75-84 (in Chinese))
- Lan T, Hu R. Prediction of displacement patterns in porous media using the probability of pore-scale filling events. *Capillarity*, 2024, 11(1): 22-30
- 胡冉, 陈益峰, 周创兵. 考虑变形效应的非饱和土相对渗透系数模型. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(6): 1279-1287 (Hu Ran, Chen Yifeng, Zhou Chuangbing. A relative hydraulic conductivity model for unsaturated deformable soils. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(6): 1279-1287 (in Chinese))
- Hu R, Hong JM, Chen YF, et al. Hydraulic hysteresis effects on the coupled flow-deformation processes in unsaturated soils: Numerical formulation and slope stability analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 54: 221-245
- 胡冉, 钟翰贤, 陈益峰. 变开度岩体裂隙多相渗流实验与有效渗透率模型. *力学学报*, 2023, 55(2): 543-553 (Hu Ran, Zhong Hanxian, Chen Yifeng. Experiments and effective permeability model for multiphase flow in rock fractures with variable apertures. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(2): 543-553 (in Chinese))
- Liang J, Pål Østebø A, Zhou JP, et al. Applications of mercury intru-

- sion capillary pressure for pore structures: A review. *Capillarity*, 2020, 3(4): 62-74
- 9 Ma SX, Mason G, Morrow NR. Effect of contact angle on drainage and imbibition in regular polygonal tubes. *Colloids and Surfaces a-Physicochemical and Engineering Aspects*, 1996, 117(3): 273-291
 - 10 Tokunaga TK, Wan JM, Jung JW, et al. Capillary pressure and saturation relations for supercritical CO₂ and brine in sand: High-pressure $P_c(S_w)$ controller/meter measurements and capillary scaling predictions. *Water Resources Research*, 2013, 49(8): 4566-4579
 - 11 魏鹤举, 胡冉, 廖震等. 湿润性对孔隙介质两相渗流驱替效率的影响. *力学学报*, 2021, 53(4): 1008-1017 (Wei G, Hu R, Liao Z, et al. Effects of wettability on displacement efficiency of two-phase flow in porous media. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(4): 1008-1017 (in Chinese))
 - 12 Hassanizadeh SM, Celia MA, Dahle HK. Dynamic effect in the capillary pressure-saturation relationship and its impacts on unsaturated flow. *Vadose Zone Journal*, 2002, 1(1): 38-57
 - 13 Weitz DA, Stokes JP, Ball RC, et al. Dynamic capillary-pressure in porous-media - origin of the viscous-fingering length scale. *Physical Review Letters*, 1987, 59(26): 2967-2970
 - 14 Golmohammadi S, Ding Y, Kuechler M, et al. Impact of wettability and gravity on fluid displacement and trapping in representative 2d micromodels of porous media (2D sand analogs). *Water Resources Research*, 2021, 57(10): e2021WR029908
 - 15 Moura M, Flekkoy EG, Maloy KJ, et al. Connectivity enhancement due to film flow in porous media. *Physical Review Fluids*, 2019, 4(9): 094012
 - 16 Or D, Tuller M. Liquid retention and interfacial area in variably saturated porous media: Upscaling from single-pore to sample-scale model. *Water Resources Research*, 1999, 35(12): 3591-3605
 - 17 Van Genuchten MT. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, 44(5): 892-889
 - 18 Brooks, RH. Hydraulic Properties of Porous Media. Colorado State University, 1965
 - 19 Gardner W. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, 1958, 85(4): 228-232
 - 20 Fredlund DG, Xing AQ. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(4): 521-532
 - 21 Vereecken H, Maes J, Feyen J, et al. Estimating the soil-moisture retention characteristic from texture, bulk-density, and carbon content. *Soil Science*, 1989, 148(6): 389-403
 - 22 Rawls W, Brakensiek D. Estimation of Soil Water Retention and Hydraulic Properties. *Unsaturated Flow in Hydrologic Modeling: Theory and Practice*. Springer, 1989: 275-300
 - 23 Cosby BJ, Hornberger GM, Clapp RB, et al. A statistical exploration of the relationships of soil-moisture characteristics to the physical-properties of soils. *Water Resources Research*, 1984, 20(6): 682-690
 - 24 Arya LM, Paris JF. A physicoempirical model to predict the soil-moisture characteristic from particle-size distribution and bulk-density data. *Soil Science Society of America Journal*, 1981, 45(6): 1023-1030
 - 25 Zhuang J, Jin Y, Miyazaki T. Estimating water retention characteristic from soil particle-size distribution using a non-similar media concept. *Soil Science*, 2001, 166(5): 308-321
 - 26 Moura M, Fiorentino EA, Maloy KJ, et al. Impact of sample geometry on the measurement of pressure-saturation curves: Experiments and simulations. *Water Resources Research*, 2015, 51(11): 8900-8926
 - 27 Primkulov BK, Pahlavan AA, Fu XJ, et al. Signatures of fluid-fluid displacement in porous media: Wettability, patterns and pressures. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 875: R4
 - 28 Primkulov BK, Talman S, Khaleghi K, et al. Quasistatic fluid-fluid displacement in porous media: Invasion-percolation through a wetting transition. *Physical Review Fluids*, 2018, 3(10): 104001
 - 29 Shokri J, Godinez-Brizuela OE, Erfani H, et al. Impact of displacement direction relative to heterogeneity on averaged capillary pressure-saturation curves. *Water Resources Research*, 2022, 58(2): e2021WR030748
 - 30 Cieplak M, Robbins MO. Dynamical transition in quasistatic fluid invasion in porous-media. *Physical Review Letters*, 1988, 60(20): 2042-2045
 - 31 Cieplak M, Robbins MO. Influence of contact-angle on quasi-static fluid invasion of porous-media. *Physical Review B*, 1990, 41(16): 11508-11521
 - 32 Lan T, Hu R, Guo W, et al. Direct prediction of fluid-fluid displacement efficiency in ordered porous media using the pore structure. *Water Resources Research*, 2022, 58(7): e2021WR031875
 - 33 Holtzman R, Segre E. Wettability stabilizes fluid invasion into porous media via nonlocal, cooperative pore filling. *Physical Review Letters*, 2015, 115(16): 164501
 - 34 Knudsen HA, Aker E, Hansen A. Bulk flow regimes and fractional flow in 2d porous media by numerical simulations. *Transport in Porous Media*, 2002, 47(1): 99-121
 - 35 Lan T, Hu R, Wang GX, et al. Impact of corner - bridge flow on capillary pressure curve: Insights from microfluidic experiments and pore - network modeling. *Water Resources Research*, 2024, 60(12): WR037690
 - 36 Morrow NR. Capillary pressure correlations for uniformly wetted porous media. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 1976, 15(4): 49-69
 - 37 Leverett MC. Capillary behavior in porous solids. *Transactions of the AIME*, 1941, 142(1): 152-169
 - 38 Leverett MC. Dimensional-model studies of oil-field behavior. *Transactions of the AIME*, 1942, 146(1): 175-193
 - 39 Rose W, Bruce WA. Evaluation of capillary character in petroleum reservoir rock. *Journal of Petroleum Technology*, 1949, 1(5): 127-142
 - 40 Parker JC, Lenhard RJ, Kuppusamy T. A parametric model for constitutive properties governing multiphase flow in porous media. *Water Resources Research*, 1987, 23(4): 618-624
 - 41 Demond AH, Roberts PV. Effect of interfacial forces on two-phase capillary pressure-saturation relationships. *Water Resources Research*, 1991, 27(3): 423-437
 - 42 Hu R, Lan T, Wei GJ, et al. Phase diagram of quasi-static immiscible displacement in disordered porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 875: 448-475
 - 43 Lan T, Hu R, Yang Z, et al. A pore filling-based model to predict quasi-static displacement patterns in porous media with pore size gradient. *Frontiers in Physics*, 2022, 10: 993398
 - 44 Blunt MJ. *Multiphase Flow in Permeable Media: A Pore-scale Perspective*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017
 - 45 Singh K. The role of local instabilities in fluid invasion into permeable media. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 444

附录 A

附表 A1 回归方程系数及误差 (关于 λ)

Table A1 Coefficients and error of regression equations (according to λ)

		a/Pa^{-1}	$RSQR$	n	$RSQR$	S_t	$RSQR$
$\lambda (\phi = 0.1)$	a	6.00×10^{-4}	0.994	736	0.998	0.470	0.904
	b	2.66×10^{-4}		49.6		-1.12×10^{-2}	
$\lambda (\phi = 0.2)$	a	4.43×10^{-3}	0.995	335	0.998	0.456	0.908
	b	2.75×10^{-3}		25.2		-2.29×10^{-2}	
$\lambda (\phi = 0.3)$	a	4.93×10^{-3}	0.997	201	0.998	0.441	0.914
	b	3.99×10^{-3}		17.3		-3.52×10^{-2}	
$\lambda (\phi = 0.4)$	a	4.68×10^{-3}	0.998	134	0.998	0.427	0.921
	b	4.74×10^{-3}		13.3		-4.84×10^{-2}	
$\lambda (\phi = 0.5)$	a	4.25×10^{-3}	0.999	95	0.998	0.412	0.930
	b	5.24×10^{-3}		10.7		-6.28×10^{-2}	

附表 A2 回归方程系数及误差 (关于 ϕ)

Table A2 Coefficients and error of regression equations (according to ϕ)

		a/Pa^{-1}	$RSQR$	n	$RSQR$	S_t	$RSQR$
$\lambda (\phi = 0.1)$	a	3.06×10^{-6}	0.999	22.0	0.999	-4.18×10^{-3}	0.994
	b	7.44×10^{-5}		-1.09		0.484	
$\lambda (\phi = 0.2)$	a	3.02×10^{-6}	0.999	31.6	0.999	-3.50×10^{-2}	0.999
	b	7.31×10^{-5}		-1.13		0.484	
$\lambda (\phi = 0.3)$	a	2.98×10^{-6}	0.999	41.8	0.999	-4.43×10^{-2}	0.999
	b	7.18×10^{-5}		-1.15		0.485	
$\lambda (\phi = 0.4)$	a	2.93×10^{-6}	0.998	52.8	0.999	-4.81×10^{-2}	0.999
	b	7.04×10^{-5}		-1.16		0.485	
$\lambda (\phi = 0.5)$	a	2.88×10^{-6}	0.998	65.1	0.999	-4.97×10^{-2}	0.999
	b	6.89×10^{-5}		-1.16		0.485	