

基于有限元压缩方法的复合材料RVE创建

田文龙, 齐乐华, 晁许江

AN EFFICIENT FE COMPRESSION METHOD FOR GENERATING THE RVES OF COMPOSITES

Tian Wenlong, Qi Lehua, and Chao Xujiang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-23-061>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于Neumann级数的区间有限元方法

AN INTERVAL FINITE ELEMENT METHOD BASED ON THE NEUMANN SERIES EXPANSION

力学学报. 2020, 52(5): 1431-1442

可压缩两相流固耦合模型的不连续Galerkin有限元方法

DISCONTINUOUS GALERKIN FEM METHOD FOR THE COUPLING OF COMPRESSIBLE TWO-PHASE FLOW AND POROMECHANICS

力学学报. 2021, 53(8): 2235-2245

基于特征分裂有限元准隐格式的共轭传热整体耦合数值模拟方法

A MONOLITHIC METHOD FOR SIMULATING CONJUGATE HEAT TRANSFER VIA QUASI-IMPLICIT SCHEME OF CHARACTERISTIC-BASED SPLIT FINITE ELEMENT

力学学报. 2021, 53(4): 986-997

基于能量等效原理的应变局部化分析: II.有限元解法

ANALYSIS OF STRAIN LOCALIZATION BY ENERGY EQUIVALENCE: II. FINITE ELEMENT SOLUTION

力学学报. 2017, 49(4): 880-893

饱和土——隧道动力响应的2.5维有限元——边界元耦合模型

A 2.5-D COUPLED FE-BE MODEL FOR THE DYNAMIC INTERACTION BETWEEN TUNNEL AND SATURATED SOIL

力学学报. 2017, 49(1): 126-136

应变局部化分析的嵌入强间断多尺度有限元法

EMBEDDED STRONG DISCONTINUITY MODEL BASED MULTISCALE FINITE ELEMENT METHOD FOR STRAIN LOCALIZATION ANALYSIS

力学学报. 2017, 49(3): 649-658



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

基于有限元压缩方法的复合材料 RVE 创建¹⁾田文龙^{*,†,2)} 齐乐华^{*} 晁许江^{*}^{*}(西北工业大学机电学院, 西安 710072)[†](西北工业大学深圳研究院, 广东深圳 518057)

摘要 文章提出一种有限元压缩方法, 可以简单、高效地创建具有较高增强体体积分数的复合材料代表性体胞单元 (RVE), 其具体步骤如下: (1) 基于随机顺序吸附 (RSA) 法生成具有较低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; (2) 在周期性边界条件约束下, 采用有限元方法压缩前述创建的低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 得到有限元网格格式、具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; (3) 通过后处理提取得到的高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE 中所有增强体的位置 (和取向), 进而创建 CAD 格式的复合材料周期性 RVE. 采用提出的有限元压缩方法, 成功创建了体积分达 50.0% 的球形增强体复合材料的周期性 RVE. 采用最近邻距离的概率分布函数、最近邻取向角的累积概率分布函数、Ripley's-K 函数和对关联函数对创建的复合材料周期性 RVE 中球形增强体分布规律进行了统计分析, 发现创建的复合材料周期性 RVE 中球形增强体空间随机分布. 基于创建的复合材料周期性 RVE 和有限元均质法预测了不同类型的球形增强体复合材料的弹性性能, 并与实验测试和双夹杂模型预测的结果进行了对比, 验证了创建的复合材料周期性 RVE 及提出的有限元压缩方法的有效性.

关键词 代表性体胞单元, 有限元压缩方法, 球形增强体复合材料, 弹性性能, 有限元均质法

中图分类号: TG156 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-23-061

AN EFFICIENT FE COMPRESSION METHOD FOR GENERATING THE RVEs OF COMPOSITES¹⁾Tian Wenlong^{*,†,2)} Qi Lehua^{*} Chao Xujiang^{*}^{*}(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)[†](Research & Development Institute of Northwestern Polytechnical University in Shenzhen, Shenzhen 518057, Guangdong, China)

Abstract This work proposes an finite element (FE) compression method to establish periodic representative volume elements (RVEs) of composites with high inclusion volume fractions efficiently and simply. The main procedures of the proposed FE compression method are given as follows: (1) Generation of the RVEs of composites with periodic and sparse inclusions using the random sequential absorption (RSA) algorithm, (2) FE compression of the generated periodic and sparse RVEs in step-1 to obtain the RVEs of composites with periodic and packed inclusions (in the FE mesh format) under the constrain of a periodic boundary condition, and (3) postprocessing to obtain the centroids (and orientation) of

2023-02-27 收稿, 2023-04-18 录用, 2023-04-19 网络版发表.

1) 国家自然科学基金(52231004, 52205415), 广东省基础与应用基础研究基金区域联合基金(2021A151110034)和陕西省自然科学基金(2022JQ-029) 资助项目.

2) 通讯作者: 田文龙, 副教授, 主要研究方向为复合材料细观力学. E-mail: tianwenlong_me@nwpu.edu.cn

引用格式: 田文龙, 齐乐华, 晁许江. 基于有限元压缩方法的复合材料 RVE 创建. 力学学报, 2023, 55(7): 1537-1547

Tian Wenlong, Qi Lehua, Chao Xujiang. An efficient FE compression method for generating the RVEs of composites. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(7): 1537-1547

all the inclusions in the compressed RVEs with periodic and packed inclusions and generate the periodic RVEs of composites in the CAD format. Based on the proposed FE compression method, the periodic RVEs of spherical inclusions composites with the inclusion volume fraction up to 50.0% are generated. The distribution of the spherical inclusions in the generated periodic RVEs of composites is analyzed using the probability distribution function of nearest neighbor distance, the cumulative probability distribution function of nearest neighbor orientation angle, the Ripleys- K function and the pair correlation function, and the results show that the distribution of the inclusions in the generated periodic RVEs of composites is completely spatial and random. The elastic properties of different types of composites are homogenized using the FE homogenization method based on the generated periodic RVEs, and are then compared with those of the double-inclusion model and available experimental tests. It is observed that the elastic properties of the studied composites obtained using the FE homogenization method based on the generated periodic RVEs, the experimental tests and the double-inclusion model agree well, and it thus concludes that the proposed FE compression method is capable of generating the RVEs of composites with high inclusion volume fractions.

Key words representative volume element, FE compression method, spherical inclusions composites, elastic properties, FE homogenization

引言

复合材料具有低密度、优异的力学性能(高比强度、高比刚度、低热膨胀系数和良好的耐磨性能等)及物理性能(优良的导电、导热和减振性能等),在航空、航天、国防和汽车等领域得到广泛的应用^[1-5],例如在著名的双发宽体远程客机空客 A350 和波音 Boeing 787 中使用的复合材料的体积和质量占比分别达 80.0% 和 50.0%。因此,准确表征复合材料的热-力学性能,建立其微观结构与热-力学性能的映射关系,具有重要的科学研究意义和工程应用价值,既可以为其工程应用提供理论指导,还有利于其微观结构优化及制备成形。

实验测试法具有设备昂贵复杂、测试周期较长和不能得到复合材料微观变形场等缺点^[6],而传统分析方法不能充分考虑复合材料复杂的微观结构^[7-8],因此数值方法常被用来预测复合材料的热-力学性能。数值方法既可以充分地考虑复合材料复杂的微观结构、准确地预测复合材料的热-力学性能,还能够提供复合材料各组分的微观变形信息。当采用数值方法预测复合材料热-力学性能时,首先需要创建能够准确表征复合材料微观结构的代表性体胞单元(RVE),而本文的侧重点就在于复合材料 RVE 的创建方法。

目前,复合材料 RVE 的创建方法主要包括以下 3 类:(1)增强体非接触类方法,包括随机顺序吸附(RSA)法^[9-10]和基于分子动力学(MD)的方法^[11-12]

等;(2)增强体相交移除类方法,主要是增强体迁移法^[13-14];(3)基于图像三维重构技术的方法^[15-16]。基于图像三维重构技术的方法通过采用 X 射线断层摄影技术和三维图像分析技术获取复合材料微观结构的层析图像,然后使用专业的软件重构出复合材料 RVE。该类方法创建的复合材料 RVE 与真实的复合材料微观结构非常接近,然而却需要昂贵、复杂的实验设备和专业的软件,且重构过程非常复杂,导致其应用范围较小。由于原理及执行算法的简单,RSA 法是前述提到的复合材料 RVE 创建方法中应用最广泛的方法。然而,该类方法生成的复合材料 RVE 中增强体体积分数存在特定的极限值(jamming limit)^[17],同时创建增强体数量较多的复合材料 RVE 时执行效率较低,且无法控制复合材料 RVE 中增强体的取向分布。基于 MD 法的复合材料 RVE 创建方法可以创建较高增强体体积分数的复合材料 RVE 及提高复合材料 RVE 创建效率。然而,该类方法的数值执行算法非常复杂,同时也无法控制复合材料 RVE 中增强体的取向分布。增强体迁移法能够创建具有高增强体体积分数的复合材料 RVE、提高复合材料 RVE 的创建效率及控制复合材料 RVE 中增强体的取向分布,然而目前文献中报道的该类方法只能创建复合材料非周期性 RVE,且创建增强体数量较多的复合材料 RVE 时执行效率也较低。

近年来,相关学者提出了一种新型增强体非接触类复合材料 RVE 创建方法,即有限元压缩方法^[18-19]。

首先创建具有较低增强体体积分数的复合材料 RVE, 然后采用有限元方法对其进行压缩, 获取具有较高增强体体积分数的复合材料 RVE. 有限元压缩方法简单、高效, 并且具有创建较高增强体体积分数复合材料 RVE 的能力. Islam 等^[18] 将 RSA 算法和有限元压缩方法相结合, 创建了体积分数高达 50.0% 和大长径比的随机纤维增强复合材料的 RVE(其他 RVE 创建方法很难达到). 为创建平面纤维增强复合材料的 RVE, Zhang 等^[19] 结合虚拟填装算法和有限元压缩方法, 创建了纤维体积分数高达 45.0% 复合材料的 RVE, 且在纤维动态压缩过程中基本不改变其取向分布. 然而, 有限元压缩方法目前还无法创建复合材料周期性 RVE.

为创建具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 本文提出一种改进型有限元压缩方法, 该方法主要包括 3 个步骤: (1) 利用 RSA 算法生成具有较低体积分数的复合材料周期性 RVE; (2) 基于周期性边界条件和有限元压缩方法得到有限元网格格式、具有较高体积分数的复合材料周期性 RVE; (3) 后处理有限元模拟结果以得到复合材料周期性 RVE 中所有增强体的位置及取向, 进而创建 CAD 格式、具有较高体积分数的复合材料周期性 RVE. 采用提出的改进型有限元压缩方法成功创建了球形增强体复合材料的周期性 RVE, 其中增强体体积分数可达 50%; 然后, 利用第 1, 2 和 3 阶最近邻距离的概率分布函数^[20] 和最近邻取向角的累积概率分布函数^[17]、Ripley's-K 函数 $K(r)$ ^[17] 和对关联函数 $G(r)$ ^[21] 来表征创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的分布; 最后, 基于创建的复合材料周期性 RVE 和有限元均质法预测复合材料的弹性性能, 并与实验测试和双夹杂模型^[22] 预测的结果进行对比, 验证提出的改进型有限元压缩方法的有效性.

1 复合材料 RVE 创建方法

本文提出一种用于创建具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE 的有限元压缩方法, 该方法的示意图如图 1 所示, 主要包括 3 个步骤: (1) 采用改进的 RSA 算法创建具有较低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; (2) 在周期性边界条件的约束下, 采用有限元方法压缩第 1 步创建的较低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 以得到有限元网

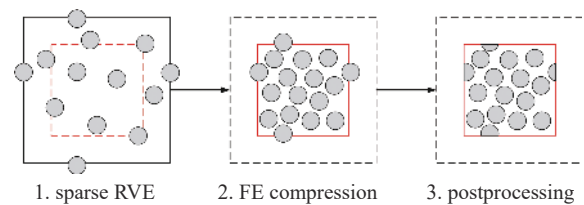


图 1 基于有限元压缩方法的复合材料周期性 RVE 创建过程示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the generation process of periodic RVE of composites using the FE compression method

格格式、具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; (3) 对第 2 步的有限元模拟结果进行后处理, 得到复合材料周期性 RVE 中所有增强体的位置及取向, 然后创建 CAD 格式、具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE.

本文后续将以球形增强体复合材料 RVE 为研究对象, 详细介绍提出的有限元压缩方法的基本原理.

1.1 复合材料稀疏 RVE 创建方法

由于 RSA 算法具有原理简单和执行效率高(当 RVE 中增强体体积分数较低时)的优点, 本文采用改进 RSA 算法创建具有较低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 其主要步骤如下:

(1) 创建尺寸为 $[-1.5L, 1.5L] \times [-1.5L, 1.5L] \times [-1.5L, 1.5L]$ (L 表示最后得到的复合材料周期性 RVE 的边长) 的基体(注意: RVE 的中心点为全局坐标系 xyz 的原点 o);

(2) 在基体范围内随机(位置随机)生成一个球形增强体 E_c ;

(3) 检查增强体 E_c 是否超出基体的边界, 若超出, 则在基体的对应位置创建其周期性镜像 E_p ; 否则, 进行下一步操作;

(4) 检查增强体 E_c 及其周期性镜像 E_p 与基体中已存在的增强体 E_i 是否相交, 若不相交, 则在基体中保留增强体 E_c 及其周期性镜像 E_p ; 否则, 删除增强体 E_c 及其周期性镜像 E_p , 并返回第 2 步;

(5) 重复执行第 (2) ~ (4) 步, 直至基体中增强体体积分数或数量达到预设值.

在创建上述复合材料周期性 RVE 过程中, 需要保证后续添加的增强体(及其周期性映像)与基体中已存在的增强体之间不能发生相交, 即

$$\|\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_i\| > 2R + \xi, \|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i\| > 2R + \xi \quad (1)$$

式中, \mathbf{r}_c 、 \mathbf{r}_p 和 \mathbf{r}_i 分别表示后续添加的增强体 E_c 、其周期性镜像 E_p 和基体中已存在的增强体 E_i 的中心,

R 表示增强体的半径, ξ 是预设的增强体间最小分离距离^[23]. 同时, 若后续添加的增强体超出基体边界, 则在基体相应的位置创建特定数量的周期性镜像. 对于增强体 E_c , 其周期性镜像 E_p 的数量 N_p 及位置 r_p 可以由下述方法确定.

(1) $(\eta_x \neq 0, \eta_y = \eta_z = 0)$ 或 $(\eta_x = 0, \eta_y \neq 0$ 和 $\eta_z = 0)$ 或 $(\eta_x = \eta_y = 0$ 和 $\eta_z \neq 0)$: $N_p = 1$, $[r_{1,x}, r_{1,y}, r_{1,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, \eta_y, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$.

(2) $\eta_x \neq 0, \eta_y \neq 0$ 和 $\eta_z = 0$: $N_p = 3$, $[r_{1,x}, r_{1,y}, r_{1,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, 0, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{2,x}, r_{2,y}, r_{2,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, \eta_y, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{3,x}, r_{3,y}, r_{3,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, \eta_y, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$.

(3) $\eta_x \neq 0, \eta_y = 0$ 和 $\eta_z \neq 0$: $N_p = 3$, $[r_{1,x}, r_{1,y}, r_{1,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, 0, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{2,x}, r_{2,y}, r_{2,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, 0, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{3,x}, r_{3,y}, r_{3,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, 0, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$.

(4) $\eta_x = 0, \eta_y \neq 0$ 和 $\eta_z \neq 0$: $N_p = 3$, $[r_{1,x}, r_{1,y}, r_{1,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, \eta_y, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{2,x}, r_{2,y}, r_{2,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, 0, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{3,x}, r_{3,y}, r_{3,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, \eta_y, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$.

(5) $\eta_x \neq 0, \eta_y \neq 0$ 和 $\eta_z \neq 0$: $N_p = 7$, $[r_{1,x}, r_{1,y}, r_{1,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, 0, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{2,x}, r_{2,y}, r_{2,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, \eta_y, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{3,x}, r_{3,y}, r_{3,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, 0, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{4,x}, r_{4,y}, r_{4,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, \eta_y, 0]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{5,x}, r_{5,y}, r_{5,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, 0, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{6,x}, r_{6,y}, r_{6,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [0, \eta_y, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$, $[r_{7,x}, r_{7,y}, r_{7,z}]^T = [r_{i,x}, r_{i,y}, r_{i,z}]^T - [\eta_x, \eta_y, \eta_z]^T \circ [2L, 2L, 2L]^T$. 其中, 符号 \circ 表示 Hadamard 乘积, 而 η_k ($k \in \{x, y, z\}$) 表征增强体超出基体表面的状态: 若 $L - R < r_{i,j} < L + R$, 则增强体超出基体的第 j ($j = 2, 4$ 或 6) 个表面, 此时 $\eta_k = 1$ ($j = 2, 4$ 或 $6 \rightarrow k = x, y$ 或 z); 若 $-L - R < r_{i,k} < -L + R$, 则增强体超出基体的第 j ($j = 1, 3$ 或 5) 个表面, 此时 $\eta_k = -1$ ($j = 1, 3$ 或 $5 \rightarrow k = x, y$ 或 z); 其他情况下, $\eta_k = 0$. 这里, 基体的第 j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$ 或 6) 个表面分别指其表面 CDD_1C_1 , ABB_1A_1 , ADD_1A_1 , BCC_1B_1 , $A_1B_1C_1D_1$ 或 $ABCD$, 如图 2 所示.

在采用 RSA 算法创建复合材料 RVE 的过程中, 最耗时的步骤是后续添加的增强体 (及其周期性映像) 与基体中已存在的增强体之间相交状态的判断. 若基体中存在 N 个增强体, 则后续添加的增强体 (及

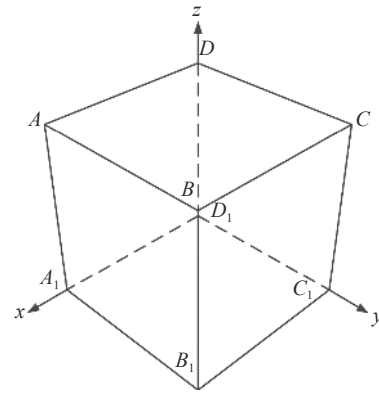


图 2 复合材料 RVE 基体表面标示示意图

Fig. 2 Planar and vertex notations of an RVE of composites

其周期性映像) 与基体中已存在的增强体需要进行 $o(N)$ 次相交判断. 若在 RSA 算法中引入能够减少增强体之间相交判断次数的算法, 则可以提高 RSA 算法创建复合材料 RVE 的效率. 对于后续添加的增强体 E_c (及其周期性映像 E_p), 它们仅可能与其附近的增强体发生相交, 因此本文引入 RVE 分区算法^[24], 以排除基体中肯定不与增强体 E_c (及其周期性映像 E_p) 发生相交的增强体, 进而提高 RSA 算法创建复合材料周期性 RVE 的效率.

在 RVE 分区算法中, 基体被分割成 $N_c \times N_c \times N_c$ 个尺寸大于增强体直径的子区域; 然后, 根据分割的子区域与基体已存在的增强体之间的相交关系, 将基体已存在的增强体分配到不同的子区域中; 接下来, 采用类似的方法, 将后续添加的增强体 E_c (及其周期性映像 E_p) 分配到相应的子区域中; 最后, 只需判断增强体 E_c (及其周期性映像 E_p) 与包含增强体 E_c (及其周期性映像 E_p) 的子区域中的增强体之间的相交关系. 注意, 单个增强体可以被分配到多个子区域中 (最多可达 8 个).

1.2 复合材料稠密 RVE 创建方法

本文通过压缩具有较低增强体体积分数的复合材料 RVE 来生成具有较高增强体体积分数的复合材料 RVE, 而具有较低增强体体积分数的复合材料 RVE 的压缩过程在图 1 示意给出: 6 个不可穿透的刚性平面包围着具有较低增强体体积分数的复合材料 RVE 中所有增强体, 并施加相应的位移边界条件以引导这些增强体进入目标框 (图 1 中的红线). 本文采用有限元求解器 Abaqus/Explicit 模拟上述压缩过程, 也就是增强体被压进入目标框的过程. 注意:

本文的有限元模拟不是用于预测增强体的动态力学行为, 而只是将增强体压缩到具有较低增强体体积分数的复合材料 RVE 的中心.

在上述的有限元模拟中, 增强体被设置为离散刚体, 而 RVE 的表面被设置为解析刚体, 则采用三维 4 节点双线性刚性四边形单元 (Abaqus/Explicit) 中的单元类型为 R3D4, 每个节点具有 3 个平移自由度和 3 个旋转自由度) 对增强体进行离散. 为准确模拟增强体之间的接触, 需将增强体离散成足够数量的单元, 在本文中增强体的网格尺寸 s 选择为 $s = R/5$. 为考虑增强体之间的接触, 本文采用面-面接触算法^[18], 其中接触发生在两个方向上: 切向和法向 (垂直于接触表面). 对于法向接触, 采用“硬”接触算法来保证零穿透及增强体之间接触压力的传递; 对于切向接触, 采用库伦摩擦算法来保证增强体表面的相对滑动, 摩擦系数选择为 0.3. 此外, 为了实现复合材料 RVE 压缩过程的准静态模拟, 分析 (压缩) 步的时间分别选择为 200 s, 最小增量步长选择为 0.1 s, 增强体的质量设置为 1.0 kg.

复合材料 RVE 通常都是周期性的, 在采用数值均质化预测复合材料热-力学性能时, 这有利于施加周期性边界条件^[25-26]. 为了生成复合材料周期性 RVE, 需将穿过基体边界的增强体复制并平移到基体的相应位置. 因此, 本文开发了一种基于周期性边界条件约束的有限元压缩方法创建具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 即对于增强体 (E_i) 及其周期性镜像 (E_p) 采用下述周期性边界条件进行约束.

(1) $(\chi_x \neq 0, \chi_y = \chi_z = 0)$ 或 $(\chi_x = \chi_z = 0, \chi_y \neq 0)$ 或 $(\chi_x = \chi_y = 0, \chi_z \neq 0)$: $u_{i,x} - u_{p,x} = -(r_{i,x} - r_{p,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p,y} = -(r_{i,y} - r_{p,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p,z} = -(r_{i,z} - r_{p,z} - L\chi_z)$.

(2) $\chi_x \neq 0, \chi_y \neq 0$ 和 $\chi_z = 0$: $u_{i,x} - u_{p1,x} = -(r_{i,x} - r_{p1,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p1,y} = -(r_{i,y} - r_{p1,y})$, $u_{i,z} - u_{p1,z} = -(r_{i,z} - r_{p1,z})$, $u_{i,x} - u_{p2,x} = -(r_{i,x} - r_{p2,x})$, $u_{i,y} - u_{p2,y} = -(r_{i,y} - r_{p2,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p2,z} = -(r_{i,z} - r_{p2,z})$, $u_{i,x} - u_{p3,x} = -(r_{i,x} - r_{p3,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p3,y} = -(r_{i,y} - r_{p3,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p3,z} = -(r_{i,z} - r_{p3,z})$.

(3) $\chi_x \neq 0, \chi_y = 0$ 和 $\chi_z \neq 0$: $u_{i,x} - u_{p1,x} = -(r_{i,x} - r_{p1,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p1,y} = -(r_{i,y} - r_{p1,y})$, $u_{i,z} - u_{p1,z} = -(r_{i,z} - r_{p1,z})$, $u_{i,x} - u_{p2,x} = -(r_{i,x} - r_{p2,x})$, $u_{i,y} - u_{p2,y} = -(r_{i,y} - r_{p2,y})$, $u_{i,z} - u_{p2,z} = -(r_{i,z} - r_{p2,z} - L\chi_z)$, $u_{i,x} - u_{p3,x} = -(r_{i,x} - r_{p3,x} -$

$L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p3,y} = -(r_{i,y} - r_{p3,y})$, $u_{i,z} - u_{p3,z} = -(r_{i,z} - r_{p3,z} - L\chi_z)$.

(4) $\chi_x = 0, \chi_y \neq 0$ 和 $\chi_z \neq 0$: $u_{i,x} - u_{p1,x} = -(r_{i,x} - r_{p1,x})$, $u_{i,y} - u_{p1,y} = -(r_{i,y} - r_{p1,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p1,z} = -(r_{i,z} - r_{p1,z})$, $u_{i,x} - u_{p2,x} = -(r_{i,x} - r_{p2,x})$, $u_{i,y} - u_{p2,y} = -(r_{i,y} - r_{p2,y})$, $u_{i,z} - u_{p2,z} = -(r_{i,z} - r_{p2,z} - L\chi_z)$, $u_{i,x} - u_{p3,x} = -(r_{i,x} - r_{p3,x})$, $u_{i,y} - u_{p3,y} = -(r_{i,y} - r_{p3,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p3,z} = -(r_{i,z} - r_{p3,z} - L\chi_z)$.

(5) $\chi_x \neq 0, \chi_y \neq 0$ 和 $\chi_z \neq 0$: $u_{i,x} - u_{p1,x} = -(r_{i,x} - r_{p1,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p1,y} = -(r_{i,y} - r_{p1,y})$, $u_{i,z} - u_{p1,z} = -(r_{i,z} - r_{p1,z})$, $u_{i,x} - u_{p2,x} = -(r_{i,x} - r_{p2,x})$, $u_{i,y} - u_{p2,y} = -(r_{i,y} - r_{p2,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p2,z} = -(r_{i,z} - r_{p2,z})$, $u_{i,x} - u_{p3,x} = -(r_{i,x} - r_{p3,x})$, $u_{i,y} - u_{p3,y} = -(r_{i,y} - r_{p3,y})$, $u_{i,z} - u_{p3,z} = -(r_{i,z} - r_{p3,z} - L\chi_z)$, $u_{i,x} - u_{p4,x} = -(r_{i,x} - r_{p4,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p4,y} = -(r_{i,y} - r_{p4,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p4,z} = -(r_{i,z} - r_{p4,z})$, $u_{i,x} - u_{p5,x} = -(r_{i,x} - r_{p5,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p5,y} = -(r_{i,y} - r_{p5,y})$, $u_{i,z} - u_{p5,z} = -(r_{i,z} - r_{p5,z} - L\chi_z)$, $u_{i,x} - u_{p6,x} = -(r_{i,x} - r_{p6,x})$, $u_{i,y} - u_{p6,y} = -(r_{i,y} - r_{p6,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p6,z} = -(r_{i,z} - r_{p6,z} - L\chi_z)$, $u_{i,x} - u_{p7,x} = -(r_{i,x} - r_{p7,x} - L\chi_x)$, $u_{i,y} - u_{p7,y} = -(r_{i,y} - r_{p7,y} - L\chi_y)$, $u_{i,z} - u_{p7,z} = -(r_{i,z} - r_{p7,z} - L\chi_z)$. 其中, $\chi_k (k \in \{x, y, z\})$ 表征增强体 E_i 与复合材料稀疏周期性 RVE 的基体第 $j (j = 1, 2, 3, 4, 5$ 或 $6)$ 个表面的相交状态. 若 $r_{i,j} \geq L + R$, 则增强体 E_i 与复合材料稀疏周期性 RVE 的基体第 j 个表面 ($j = 2, 4$ 或 6) 相交, 则 $\chi_k = 1 (j = 2, 4$ 或 $6 \rightarrow k = x, y$ 或 $z)$; 若 $r_{i,j} \leq -L - R$, 则增强体 E_i 与复合材料稀疏周期性 RVE 的基体第 j 个表面 ($j = 1, 3$ 或 5) 相交, 则 $\chi_k = -1 (j = 1, 3$ 或 $5 \rightarrow k = x, y$ 或 $z)$; 其他情况下, 增强体 E_i 与复合材料稀疏周期性 RVE 的基体的面不相交, 则 $\chi_k = 0$.

1.3 CAD 格式复合材料 RVE 创建

提出的有限元压缩方法创建的复合材料周期性 RVE 中增强体以 R3D4 单元的形式存在, 需要将其转换为 CAD 格式的复合材料周期性 RVE, 以便用于预测复合材料的结构和功能性能. 因此, 本文通过开发两个 Abaqus Python API 脚本来自动检测基于有限元压缩方法得到的复合材料周期性 RVE 中增强体的中心点和创建 CAD 格式的复合材料周期性 RVE. 注意: 在较低增强体体积分数的复合材料 RVE 的压缩过程中, 偶尔会出现一定数量 (常小于 10 对) 的增强体相交现象, 此时需要手动删除这些相交增强体.

2 结果与讨论

2.1 复合材料周期性 RVE 中增强体分布统计

基于提出的有限元压缩方法, 分别创建了增强体体积分数分别为 30.0%, 40.0% 和 50.0% 的复合材料周期性 RVE (如图 3 所示, 增强体的数量分别为 579, 764 和 955), 其中基体的尺寸为 $L = 100.0 \mu\text{m}$ 、增强体的半径为 $R = 5.0 \mu\text{m}$ 和最小分离距离为 $\xi = 0.05R$. 在这一部分, 本文将分别采用第 1、第 2 和第 3 阶最近邻距离的概率分布函数^[20] 和最近邻取向角的累积概率分布函数^[17]、Ripleys-K 函数 $K(r)$ ^[17] 和对关联函数 $G(r)$ ^[21] 来表征创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的分布规律.

增强体 E_i 的第 n 阶最近邻距离 d_{nth} 定义为该增强体中心点到它的第 n 阶最近邻增强体中心点的距离, 而增强体 E_i 的第 n 阶最近邻取向角 θ_{nth} 和 ϕ_{nth} 定义为该增强体中心点到它的第 n 阶最近邻增强体中心点的连线与 z 轴的夹角和该增强体中心点到它的第 n 阶最近邻增强体中心点的连线在 xoy 平面的投影与 x 轴的夹角. 图 4 和图 5 给出了创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的第 1、第 2 和第 3 阶最近邻距离的概率分布函数和最近邻取向角的累积概率函数, 可以发现: 第 1 阶最近邻距离的概率分布函数曲线初始非常尖锐, 然后快速下降, 第 2 和第 3 阶最近邻距离的概率分布函数曲线相对平滑, 而最近邻取向角 θ 和 ϕ 的累积概率函数曲线与增强体空间随机分布的理论累积概率函数曲线 ($\Psi(\theta) = (1 - \cos\theta)/2$ 和 $\Psi(\phi) = \phi/(2\pi)$) 非常接近. 因此, 基于提出的有限元压缩方法创建的复合材料周期性 RVE 中增强体空间随机 (CSR) 分布.

Ripleys-K 函数 $K(r)$ 计算半径为 r 的搜索球中包

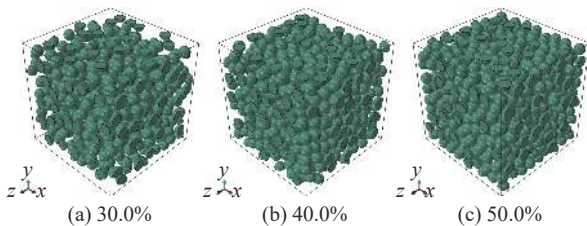


图 3 基于提出的有限元压缩方法创建的增强体体积分数分别为 30.0%, 40.0% 和 50.0% 的复合材料周期性 RVE
Fig. 3 Periodic RVEs of composites with inclusion volume fractions of 30.0%, 40.0% and 50.0% generated using the proposed FE compression method

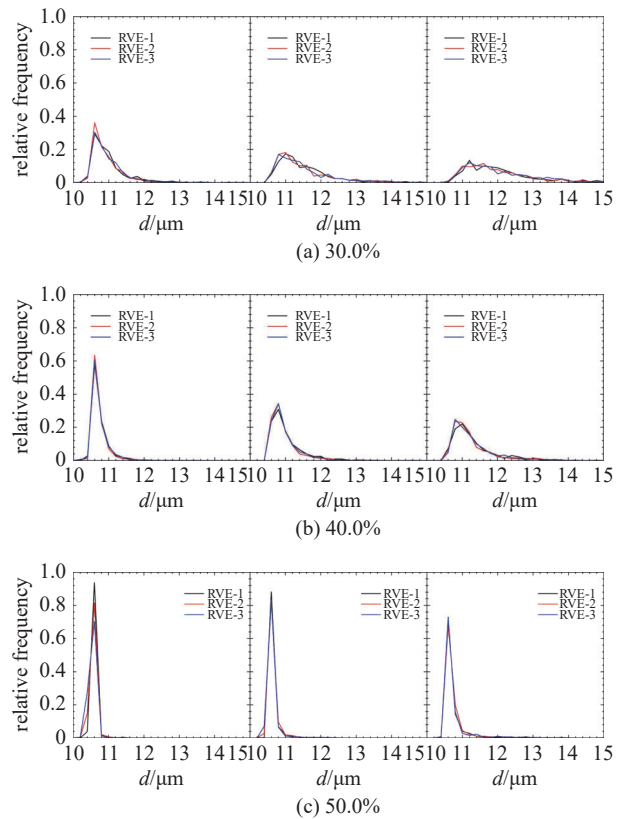


图 4 复合材料周期性 RVE 中增强体的第 1、第 2 和第 3 阶最近邻距离的概率分布函数
Fig. 4 Probability distribution functions of the 1st, 2nd and 3rd nearest neighbor distances of the inclusions in the generated periodic RVEs of composites

含的增强体中心点的数量与创建的复合材料周期性 RVE 中的增强体中心点密度的比值, 即

$$K(r) = \frac{V}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{I(\kappa_{ij} \leq r)}{N \cdot \omega(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)}, \quad j \neq i \quad (2)$$

式中, N 表示创建的复合材料周期性 RVE 中的增强体中心点的数量, V 是创建的复合材料周期性 RVE 的体积, κ_{ij} 表示增强体 F_i 和 F_j 中心点之间的距离. 对于 $I(\cdot)$, 若括号中的条件为真, 则 $I(\cdot)$ 的取值为 1.0, 否则 $I(\cdot)$ 的取值为 0. 对于 $\omega(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$, 若中心点为 \mathbf{r}_i , 半径为 $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 的球完全包含于创建的复合材料周期性 RVE, 则 $\omega(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ 返回数值 1.0, 否则返回包含在创建的复合材料周期性 RVE 中球的体积比例. 当创建的复合材料周期性 RVE 中增强体空间随机分布时, Ripley's-K 函数 $K(r)$ 的计算公式为 $K_v(r) = 4\pi r^3/3$. 对关联函数 $G(r)$ 计算在距离给定的增强体中心点为 r 范围内找到另一个增强体中心点的概率, 通常被视为 Ripley's-K 函数的空间导数^[21], 因此具有下述形式

的表达式

$$G(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dK(r)}{dr} \quad (3)$$

式中, $G(r) = 1.0$ 表示创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的分布符合 CSR 分布. 创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的 Ripleys-K 函数 $K(r)$ 和对关联函数 $G(r)$ 见图 6 和图 7. 可以发现: 随着搜索半径 r 的增加, Ripleys-K 函数 $K(r)$ 和对关联函数 $G(r)$ 的曲线逐渐趋于曲线 $K_V(r) = 4\pi r^3/3$ 和 $G(r) = 1.0$. 因此, 可以得到下述结论: 基于提出的有限元压缩方法创建的复合材料周期性 RVE 中增强体空间随机分布.

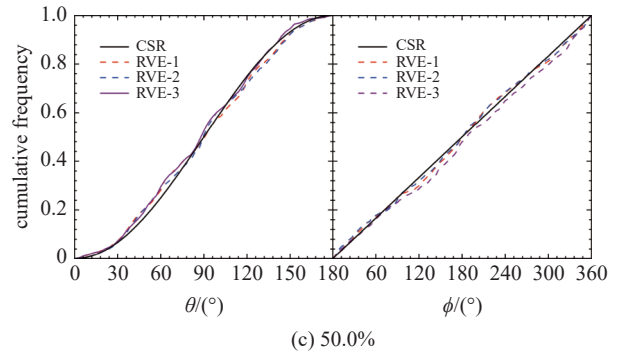
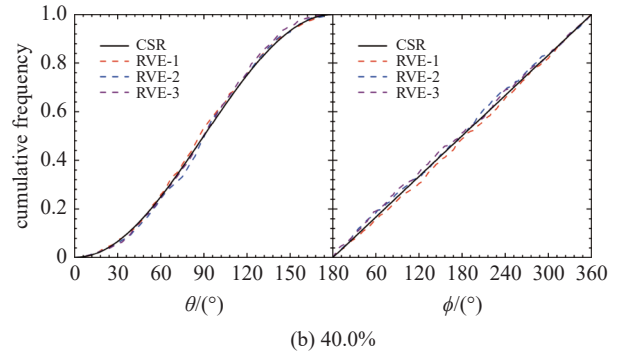
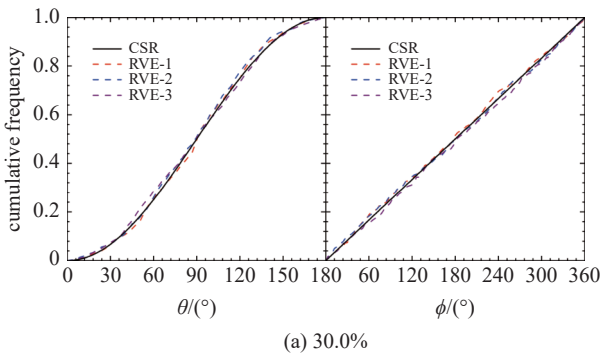


图 5 复合材料周期性 RVE 中增强体的最近邻取向角的累积概率分布函数

Fig. 5 Cumulative probability distribution functions of the 1st, 2nd and 3rd nearest neighbor orientation angles of the inclusions in the generated periodic RVEs of composites

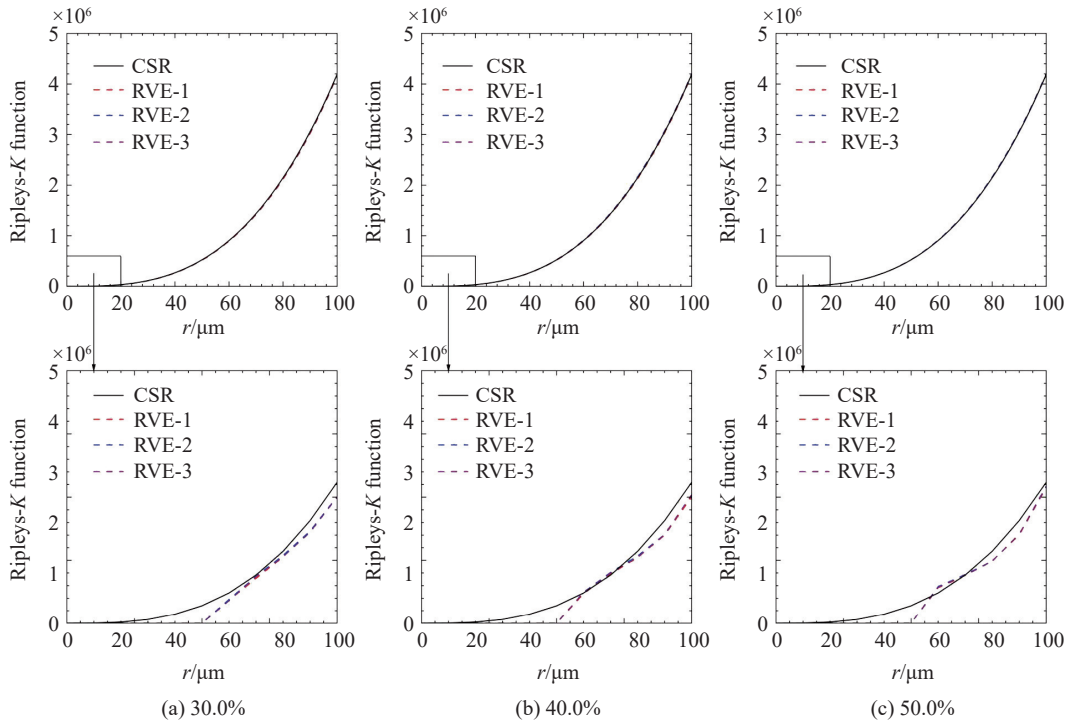


图 6 复合材料周期性 RVE 中增强体的 Ripleys-K 函数 $K(r)$

Fig. 6 Ripleys-K function of the inclusions in the generated periodic RVEs of composites

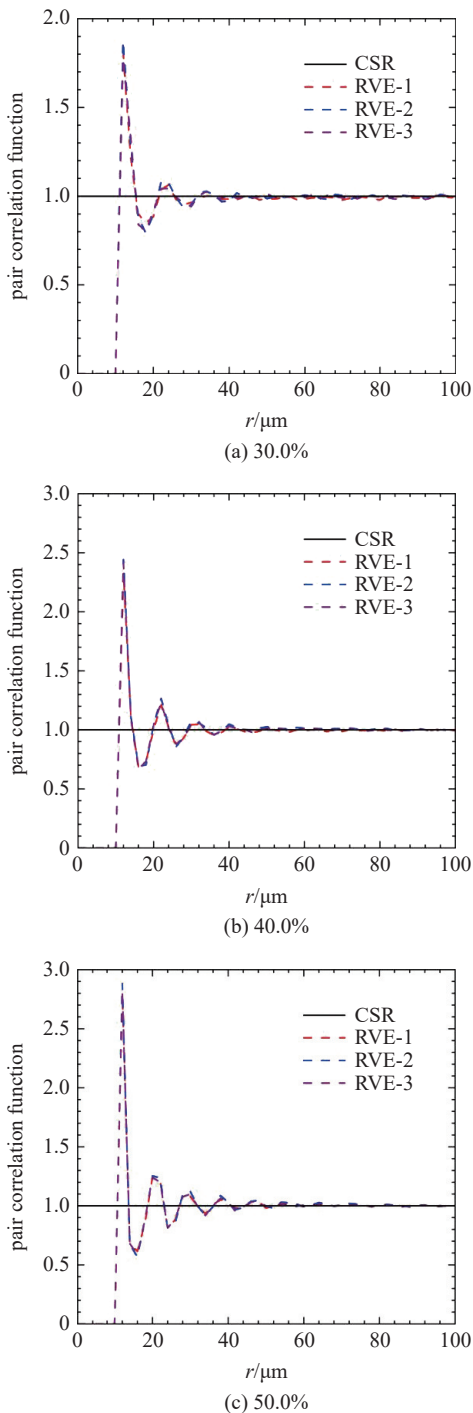


图 7 复合材料周期性 RVE 中增强体的对关联函数 $G(r)$

Fig. 7 Pair correlation function $G(r)$ of the inclusions in the generated periodic RVEs of composites

2.2 基于 RVE 的复合材料弹性性能预测

在这部分, 基于前述创建的复合材料周期性 RVE, 采用有限元均质方法^[27-28]和周期性边界条件^[25-26]对随机分布球形增强体复合材料的弹性性能进行数值预测. 复合材料周期性 RVE 的尺寸为 $L/R = 20.0$, 网格单元选择 4 节点四面体单元 (即 Abaqus/Standard

中 C3D4 单元), 网格尺寸选为 $l = R/10$. 需要说明的是, 上述给定的复合材料周期性 RVE 和网格的尺寸可以保证得到收敛的复合材料弹性性能.

研究的第 1 类 SiC/Al 复合材料由 2080 铝合金基体和随机分布的球形碳化硅 (SiC) 增强体组成^[29], 其中基体和增强体的各向同性弹性模量和泊松比分别为 $E_0 = 74.0 \text{ GPa}$, $\nu_0 = 0.33$ 和 $E_1 = 410.0 \text{ GPa}$, $\nu_1 = 0.19$. 研究的第 2 类复合材料是球形氢氧化铝颗粒增强 PMMA, 其中氢氧化铝颗粒的体积分数、弹性模量和泊松比分别为 $\nu_1 = 0.48$, $E_1 = 70.0 \text{ GPa}$ 和 $\nu_1 = 0.24$, 而 PMMA 的弹性模量和泊松比分别为 $E_0 = 3.5 \text{ GPa}$ 和 $\nu_0 = 0.31$ ^[30]. 研究的第 3 类复合材料是球形玻璃颗粒增强树脂基复合材料^[31], 其中玻璃颗粒和树脂基体的弹性模量和泊松比分别为 $E_0 = 74.0 \text{ GPa}$, $\nu_0 = 0.33$ 和 $E_1 = 410.0 \text{ GPa}$, $\nu_1 = 0.19$.

基于前述创建的复合材料周期性 RVE, 采用有限元均质方法和周期性边界条件预测的增强体体积分数为 50.0% SiC/Al 复合材料的刚度矩阵如下 (单位 GPa)

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 199.6 & 70.5 & 70.6 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 70.3 & 199.1 & 70.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 70.1 & 70.1 & 197.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 63.2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 63.3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 63.5 \end{bmatrix}$$

因此, 可以得到该复合材料的弹性模量、剪切模量和泊松比, 发现 $E_1 \approx E_2 \approx E_3$, $\nu_{12} \approx \nu_{21} \approx \nu_{13} \approx \nu_{31} \approx \nu_{23} \approx \nu_{32}$ 和 $G_{12} \approx G_{13} \approx G_{23}$, 则可以确定该复合材料的弹性性能是宏观各向同性的, 原因在于该复合材料中增强体的空间随机分布. 后续研究中, 我们将使用宏观各向同性的弹性模量 E 、剪切模量 G 和泊松比 μ 表征随机分布球形增强体复合材料的弹性性能.

基于创建的不同增强体体积分数的 SiC/Al 复合材料周期性 RVE, 采用有限元均质方法预测该复合材料的弹性性能, 并与实验测试结果^[29]和双夹杂模型^[22]的预测结果进行对比 (见图 8), 发现有限元均质方法预测的该复合材料的弹性性能与实验测试和文献给出的结果及双夹杂模型的预测结果偏差很小. 同时, 基于有限元均质方法预测了的颗粒体积分数为 0.48 的氢氧化铝/PMMA 复合材料弹性模量为 $E = 11.06 \text{ GPa}$, 与实验测试的该复合材料的弹性模量 ($E = 10.4 \text{ GPa}$)^[30]对比, 可以发现两者之间的相对

表 1 基于有限元均质方法预测和实验测试的玻璃颗粒增强树脂复合材料的弹性性能^[31]Table 1 Elastic properties of glass particles reinforced polymer composites predicted using the FE homogenization method and the experimental tests^[31]

Particle volume fraction		0.150	0.225	0.303	0.396	0.496
Elastic modulus/GPa	FE method	4.27	5.28	6.52	8.55	11.51
	experiment	4.19	5.08	6.01	7.94	12.09
	error	1.91%	3.94%	8.49%	7.68%	4.80%
Poisson's ratio	FE method	0.3743	0.3602	0.3503	0.3303	0.3116
	experiment	0.366	0.384	0.375	0.354	0.33
	error	2.27%	6.20%	6.59%	6.70%	5.58%

偏差小于 6.35%。对于不同颗粒体积分数的玻璃/树脂基复合材料, 基于有限元均质方法预测和实验测试的复合材料的弹性性能如表 1 所示, 发现有限元均质方法预测的该复合材料的弹性性能与实验测试

结果吻合良好。

因此, 创建的复合材料周期性 RVE 可以用于准确预测随机分布球形增强体复合材料的弹性性能, 则验证了本研究提出的有限元压缩方法创建复合材料周期性 RVE 的有效性。

3 结论

为了简便、高效地创建具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE, 本文提出了一种改进型有限元压缩方法。基于提出的多步有限元压缩方法, 成功创建了不同增强体体积分数的随机分布球形增强体复合材料的周期性 RVE。然后, 采用最近邻距离的概率分布函数、最近邻取向角的累积概率分布函数、Ripleys-K 函数和对关联函数对创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的分布进行统计。最后, 基于创建的复合材料周期性 RVE, 采用有限元均质方法和周期性边界条件预测了球形增强体复合材料的弹性性能, 并与实验测试、文献给出和双夹杂模型预测的结果进行对比, 验证创建的复合材料周期性 RVE 及提出的有限元压缩方法的有效性。本研究的结论如下。

(1) 提出的改进型有限元压缩方法的具体步骤如下: 生成具有较低增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; 在周期性边界条件约束下, 采用有限元方法压缩第 1 步创建的复合材料周期性 RVE, 得到具有较高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE; 通过后处理得到复合材料周期性 RVE 中所有增强体的位置, 进而创建 CAD 格式的高增强体体积分数的复合材料周期性 RVE。

(2) 采用提出的改进型有限元压缩方法, 成功创

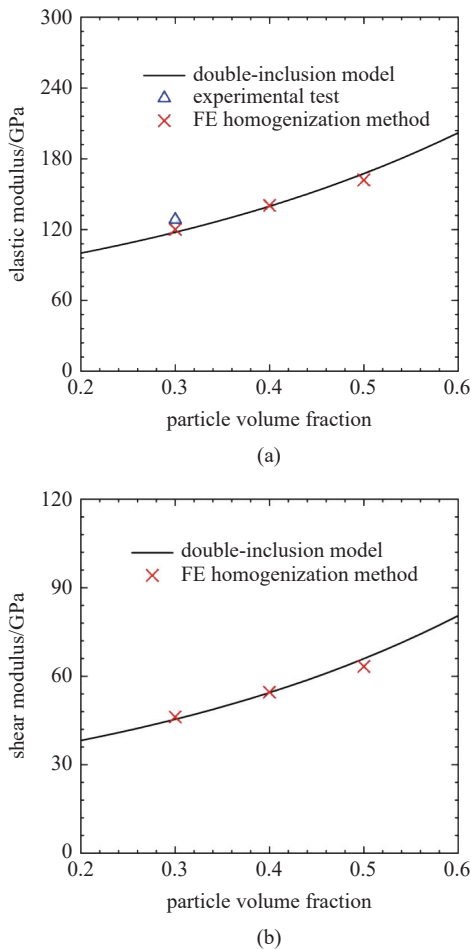


图 8 基于有限元均质方法、双夹杂模型和实验测试得到的不同增强体体积分数 SiC/Al 复合材料的弹性性能

Fig. 8 Elastic properties of SiC/Al composites with different inclusion volume fractions using FE homogenization method, double-inclusion model and available experimental tests

建了体积分数达 50.0% 的球形增强体复合材料的周期性 RVE; 基于第 1、第 2 和第 3 阶最近邻距离的概率分布函数和最近邻取向角的累积概率分布函数、Ripleys- K 函数和对关联函数对创建的复合材料周期性 RVE 中增强体的分布进行统计, 发现创建的复合材料周期性 RVE 中球形增强体空间随机分布。

(3) 基于有限元均质方法预测的复合材料弹性性能与实验测试和文献给出的结果及双夹杂模型的预测结果偏差很小, 说明创建的复合材料周期性 RVE 可以用于准确预测复合材料的弹性性能, 验证了提出的有限元压缩方法创建复合材料周期性 RVE 的有效性。

参 考 文 献

- 熊健, 李志彬, 刘惠彬等. 航空航天轻质复合材料壳体结构研究进展. 复合材料学报, 2021, 38(6): 1629-1650 (Xiong Jian, Li Zhibin, Liu Huibin, et al. Advances in aerospace lightweight composite shell structure. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(6): 1629-1650 (in Chinese))
- 丁一凡, 魏德安, 陆宋江等. 颗粒增强复合材料压缩行为的位错动力学模拟. 力学学报, 2021, 53(6): 1622-1633 (Ding Yifan, Wei Dean, Lu Songjiang, et al. Discrete dislocation dynamics simulations for compression of particle reinforced composites. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(6): 1622-1633 (in Chinese))
- 王宏越, 王兵, 方国东等. 2.5D 机织浅交弯联复合材料数字单元建模分析. 航空学报, 2022, 40: 1-12 (Wang Hongyue, Wang Bing, Fang Guodong, et al. Digital element modelling and analysis of 2.5D woven shallow cross bending composites. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 40: 1-12 (in Chinese))
- 侯章浩, 田小永, 朱伟军等. 连续纤维增强复合材料变刚度结构 3D 打印与性能研究. 机械工程学报, 2022, 58(5): 170-177 (Hou Zhanghao, Tian Xiaoyong, Zhu Weijun, et al. 3D printing and performance of continuous fiber reinforced variable stiffness composite structures. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(5): 170-177 (in Chinese))
- 杨宇星, 鲍永杰, 王金龙等. 复合材料螺接力学行为精细化有限元分析方法. 机械工程学报, 2022, 58(22): 198-207 (Yang Yuxing, Bao Yongjie, Wang Jinlong, et al. Refined finite element analysis method for mechanical behavior of composite bolted joints. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(22): 198-207 (in Chinese))
- Tian WL, Chao XJ, Fu MW, et al. New numerical algorithm for the periodic boundary condition for predicting the coefficients of thermal expansion of composites. *Mechanics of Materials*, 2021, 154: 103737
- Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(5): 357-372
- 黄达勇, 赵先琼. 注塑成型纤维增强热塑性树脂复合材料刚度预测方法. 复合材料学报, 2021, 38(7): 2196-2206 (Huang Dayong, Zhao Xianqiong. Stiffness prediction for injection molded fiber reinforced thermoplastics composite. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(7): 2196-2206 (in Chinese))
- Tarantino MG, Zerhouni O, Danas K. Random 3D-printed isotropic composites with high volume fraction of pore-like polydisperse inclusions and near-optimal elastic stiffness. *Acta Materialia*, 2019, 175: 331-340
- Tian WL, Qi LH, Zhou JM, et al. Representative volume element for composites reinforced by spatially randomly distributed discontinuous fibers and its applications. *Composite Structures*, 2015, 131: 366-373
- Ghossein E, Lévesque M. A fully automated numerical tool for a comprehensive validation of homogenization models and its application to spherical particles reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(11-12): 1387-1398
- Ghossein E, Lévesque M. Random generation of periodic hard ellipsoids based on molecular dynamics: A computationally-efficient algorithm. *Journal of Computational Physics*, 2013, 253: 471-490
- Schneider M. The sequential addition and migration method to generate representative volume elements for the homogenization of short fiber reinforced plastics. *Computational Mechanics*, 2017, 59(2): 247-263
- Mehta A, Schneider M. A sequential addition and migration method for generating microstructures of short fibers with prescribed length distribution. *Computational Mechanics*, 2022, 70(4): 829-851
- Sun Q, Jain MK. Computational elastic analysis of AA7075-O using 3 D-microstructure-based-RVE with really-distributed particles. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 221: 107192
- Lim HJ, Choi H, Yun GJ. Multiscale failure and damage analysis of sheet molding compound (SMC) composites using Micro-CT image-based reconstruction model. *Composites Part B: Engineering*, 2022, 231: 109593
- Melro AR, Camanho PP, Pinho ST. Generation of random distribution of fibres in long-fibre reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 2008, 68(9): 2092-2102
- Islam M, Tudryn GJ, Picu CR. Microstructure modeling of random composites with cylindrical inclusions having high volume fraction and broad aspect ratio distribution. *Computational Materials Science*, 2016, 125: 309-318
- Zhang P, Yang M, Zeng D, et al. Integrated computational framework for modeling chopped fiber composites at the mesoscale. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 395: 115001
- Wang X, Guan Z, Du S, et al. A long-range force based random method for generating anisotropic 2D fiber arrangement statistically

- equivalent to real composites. *Composites Science and Technology*, 2019, 180: 33-43
- 21 Herráez M, Segurado J, González C, et al. A microstructures generation tool for virtual ply property screening of hybrid composites with high volume fractions of non-circular fibers-VIPER. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2020, 129: 105691
- 22 Hori M, Nemat-nasser S. Double-inclusion model and overall moduli of multi-phase composites. *Mechanics of Materials*, 1993, 14(3): 189-206
- 23 Pan Y, Iorga L, Pelegri AA. Numerical generation of a random chopped fiber composite RVE and its elastic properties. *Composites Science and Technology*, 2008, 68(13): 2792-2798
- 24 Tian WL, Chao XJ, Fu MW, et al. An advanced method for efficiently generating composite RVEs with specified particle orientation. *Composites Science and Technology*, 2021, 205: 108647
- 25 惠新育, 许英杰, 张卫红等. 平纹编织 SiC/SiC 复合材料多尺度建模及强度预测. *复合材料学报*, 2019, 36(10): 2380-2388 (Hui Xinyu, Xu Yingjie, Zhang Weihong, et al. Multi-scale modeling and strength prediction of plain woven SiC/SiC composites. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2019, 36(10): 2380-2388 (in Chinese))
- 26 Tian WL, Qi LH, Chao XJ, et al. Periodic boundary condition and its numerical implementation algorithm for the evaluation of effective mechanical properties of the composites with complicated microstructures. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 162: 1-10
- 27 Qi LH, Tian WL, Zhou JM. Numerical evaluation of effective elastic properties of composites reinforced by spatially randomly distributed short fibers with certain aspect ratio. *Composite Structures*, 2015, 131: 843-851
- 28 郭晓龙, 姚寅, 陈少华. 一种预测颗粒增强复合材料界面力学性能的新方法. *力学学报*, 2021, 535(5): 1334-1344 (Guo Xiaolong, Yao Yin, Chen Shaohua. A new method for predicting the interfacial mechanical property in particle-reinforced composites. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 535(5): 1334-1344 (in Chinese))
- 29 Chawla N, Sidhu RS, Ganesh VV. Three-dimensional visualization and microstructure-based modeling of deformation in particle-reinforced composites. *Acta Materialia*, 2006, 54(6): 1541-1548
- 30 Nie SH, Basaran C. A micromechanical model for effective elastic properties of particulate composites with imperfect interfacial bonds. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42: 4179-4191
- 31 Smith JC. Experimental values for the elastic constants of a particulate-filled glassy polymer. *Journal of Research of the National Bureau of Standards. Section A, Physics and Chemistry*, 1976, 80: 45-49