

踝关节外骨骼人机耦合动力学与助力性能分析

高钰清, 靳 葳, 徐 鉴, 方虹斌

HUMAN-MACHINE COUPLING DYNAMICS AND ASSISTANCE PERFORMANCE ANALYSIS OF AN ANKLE EXOSKELETON

Gao Yuqing, Jin Wei, Xu Jian, and Fang Hongbin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-22-472>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多柔体系统动力学建模与优化研究进展

ADVANCES IN DYNAMIC MODELING AND OPTIMIZATION OF FLEXIBLE MULTIBODY SYSTEMS

力学学报. 2019, 51(6): 1565-1586

线形拱形组合梁式三稳态压电俘能器动力学特性研究

RESEARCH ON DYNAMICS CHARACTERISTICS OF LINEAR-ARCH COMPOSED BEAM TRI-STABLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER

力学学报. 2021, 53(11): 2996-3006

四连杆膝关节假肢的动力学建模与分析

DYNAMIC MODELING AND ANALYSIS OF THE LOWER LIMB PROSTHESIS WITH FOUR-BAR LINKAGE PROSTHETIC KNEE

力学学报. 2020, 52(4): 1157-1173

机械臂臂杆刚度主动控制下的末端振动特性研究

RESEARCH ON VIBRATION CHARACTERISTICS OF THE MANIPULATOR END UNDER ACTIVE CONTROL OF ARM STIFFNESS

力学学报. 2020, 52(4): 985-995

燃料消耗下充液航天器等效动力学建模与分析

EQUIVALENT DYNAMICS MODELING AND ANALYSIS OF LIQUID-FILLED SPACECRAFT WITH FUEL CONSUMPTION

力学学报. 2020, 52(5): 1454-1464

张拉整体结构的动力学等效建模与实验验证

DYNAMIC EQUIVALENT MODELING OF TENSEGRITY STRUCTURES AND EXPERIMENTAL VERIFICATION

力学学报. 2021, 53(6): 1698-1711



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

踝关节外骨骼人机耦合动力学与助力性能分析¹⁾

高钰清 靳 葳 徐 鉴 方虹斌²⁾

(复旦大学智能机器人研究院, 上海 200433)

(复旦大学智能机器人教育部工程研究中心, 上海 200433)

(复旦大学上海智能机器人工程技术研究中心, 上海 200433)

摘要 踝关节在人体下肢运动过程中提供了最大的关节力矩, 因此在下肢增强型外骨骼的研究中, 踝关节外骨骼受到了重点关注. 穿戴外骨骼的人体的行走是典型的动力学问题, 但目前人机耦合动力学的相关研究还处于早期阶段. 本文以绳驱踝关节外骨骼为研究对象, 融合机器人正运动学方法和拉格朗日方程建立了考虑足-地交互力、人体关节力矩和外骨骼力矩的人-机耦合动力学模型. 模型中, 足-地交互力由 Kelvin-Voigt 模型结合库伦摩擦模型描述, 人体关节力矩由基于粒子群优化的 PD 控制生成, 外骨骼期望力矩由上层控制器依据人体步态周期确定. 通过基于模型的动力学仿真, 本文从人体踝关节角度、踝关节力矩、踝关节功率和踝关节做功多个角度系统分析了踝关节外骨骼对人体行走的助力效果. 研究表明, 在 2.0 km/h 到 6.5 km/h 的人体步行速度下, 穿戴外骨骼可以实现至少 24.84% 的人体踝关节平均力矩下降和至少 24.69% 的踝关节做功下降. 本文也开展了基于 SCONE 平台的肌肉骨骼建模和预测仿真. 仿真结果表明, 在 3.6 km/h 的步行速度下, 穿戴外骨骼可以有效降低比目鱼肌的激活度峰值, 并使肌电信号的 RMS 值下降了 6.21%, 从而从生理学的角度证实了踝关节外骨骼的助力效果. 本文的结果进一步完善了人体下肢-外骨骼耦合系统的动力学建模和分析方法, 从动力学和生理学角度证实和解释了踝关节外骨骼对行走的助力机制, 也为今后下肢外骨骼的实验研究提供了理论支撑.

关键词 下肢动力外骨骼, 动力学建模, 人机动力学, 肌肉骨骼模型, 肌肉激活度

中图分类号: O313 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-22-472

HUMAN-MACHINE COUPLING DYNAMICS AND ASSISTANCE PERFORMANCE ANALYSIS OF AN ANKLE EXOSKELETON¹⁾

Gao Yuqing Jin Wei Xu Jian Fang Hongbin²⁾

(Institute of AI and Robotics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

(MOE Engineering Research Center of AI & Robotics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

(Shanghai Engineering Research Center of AI & Robotics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract The ankle joint provides the largest joint torque during human lower limb motions. Therefore, ankle exoskeletons have received major attention in the research of lower limb augmented exoskeletons. Walking of a human equipped with an exoskeleton is a typical dynamics problem, while the research on human-exoskeleton coupling dynamics is still at an early stage. Concentrated on the cable-driven ankle exoskeleton, this paper developed a human-

2022-10-04 收稿, 2022-11-09 录用, 2022-11-10 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (11902078).

2) 方虹斌, 研究员, 主要研究方向: 仿生移动机器人、外骨骼人机协同动力学、折纸结构和折纸超材料和多体动力学与控制. E-mail: fanghongbin@fudan.edu.cn

引用格式: 高钰清, 靳葳, 徐鉴, 方虹斌. 踝关节外骨骼人机耦合动力学与助力性能分析. 力学学报, 2022, 54(12): 3496-3512

Gao Yuqing, Jin Wei, Xu Jian, Fang Hongbin. Human-machine coupling dynamics and assistance performance analysis of an ankle exoskeleton. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(12): 3496-3512

machine coupled dynamic model considering foot-ground interaction forces, human joint torques, and exoskeleton torques, by integrating the robot forward kinematics method and the Lagrange's equation, where the foot-ground interaction force was described by the Kelvin-Voigt model together with the Coulomb's dry friction model, the human joint torque was generated by the PD control with the particle swarm optimization, and the assistive exoskeleton torque was determined by an upper-level controller in accordance with the human gait cycle. Through model-based dynamic simulations, this paper systematically analyzed the effect of the ankle exoskeleton assistance on human walking from the perspectives of the angle, torque, power, and work of the human ankle. It was demonstrated that when walking at a speed between 2.0 km/h and 6.5 km/h, human wearing the exoskeleton can achieve at least a 24.84% reduction in average ankle torque and at least a 24.69% reduction in ankle work. Musculoskeletal modeling and predictive simulations based on the SCONE were also performed in this paper. The simulation results showed that at a speed of 3.6km/h, wearing the exoskeleton can effectively reduce the peak level of soleus activation and the RMS value of the EMG signal by 6.21%, thereby validating the effect of the ankle exoskeleton assistance from a physiological perspective. Based on the results of this paper, the dynamic modeling and analysis method of human-exoskeleton coupled systems is further improved. The assistance mechanism of the ankle exoskeleton for walking is confirmed and interpreted from the perspectives of dynamics and physiology. This research also provides a theoretical basis for future experimental studies of lower-limb exoskeletons.

Key words lower-extremity powered exoskeleton, dynamic modeling, human-machine dynamics, musculoskeletal model, muscle activation

引言

根据《第七次全国人口普查公报(第五号)》的结果^[1],我国 60 岁以上的人口数约为 2.64 亿人(2021 年 5 月 11 日),占全国人口的 18.70%。由于人体衰老,老年人在日常行走和上下楼梯等场景会出现乏力症状,这使得老年人对助力设备的需求明显增加。另一方面,士兵常需要携带武器装备等负重进行长距离行军,体力消耗巨大,迫切需要配备有效的行军助力装备。为满足上述需求,近 20 年来,下肢助力外骨骼的设计、分析和性能优化研究受到了广泛关注。在下肢运动的过程中,踝关节为行走提供了最大的关节力矩^[2],其在人体行走时输出的正功率约为髌膝关节的总和^[3]。因此,踝关节外骨骼成为了相关研究的重点之一。

下肢踝关节外骨骼从驱动方式上可以分为被动外骨骼和主动外骨骼两种。被动踝关节外骨骼具有结构简单、轻量便携等优点,典型代表包括由卡内基梅隆大学 Collins 等^[4]研发的无动力踝关节外骨骼和范德堡大学 Yandell 等^[5]研发的易于日常穿戴的被动踝关节外骨骼。主动踝关节外骨骼则具有更好的助力效果,典型代表包括由哈佛大学 Walsh 等^[6-8]研制的绳驱动外骨骼,加拿大女王大学 Shepertycky 等^[9]研制的踝关节助力外骨骼,以及美

国波士顿大学 Aawd 等^[10]研制的踝关节助力外骨骼等。近几年研究表明,在性能方面,被动踝关节外骨骼的辅助效果不佳,而主动踝关节外骨骼优化了能量效率,具有更好的运动性能,值得进一步研究^[11]。

为更好地了解踝关节外骨骼对人体行走的助力效果,需要从动力学角度对人体-外骨骼耦合系统进行建模和分析。目前的研究常基于外骨骼与人体下肢构成的几何关系,推导出外骨骼需要提供的力或力矩,通过对人体步态进行划分,形成外骨骼助力曲线,以达到根据人体步态周期助力的目的^[12-14]。但这种几何关系推导并未从动力学的角度解释下肢踝关节外骨骼对人体行走的助力机制和效果。另一方面,针对机械臂或双足、四足机器人,常基于拉格朗日方程进行动力学建模^[15-16]。这种建模方法能够从能量角度推导出机器人各关节运动与关节力矩、外部力的关系,尤其适用于多自由度的复杂系统。对于外骨骼与人体构成的耦合系统,由于自由度数高,主动力和足-地交互作用力等因素复杂,相关的耦合动力学建模以及基于动力学分析的助力效果评估研究还不够充分,这使得外骨骼的设计和研制缺乏动力学依据,无法事先对外骨骼设计进行动力学优化。上述问题,要求建立包含外骨骼控制力和足-地交互作用力等因素的人体-外骨骼耦合动力学模型,并以动力学和生物力学量为指标,从多个角度分析踝关节外

骨骼对人体行走的助力效果.

穿戴踝关节外骨骼的人体在行走过程中, 人体自身动力学、外骨骼施加给人体下肢的主动助力以及足-地交互作用力这三方面因素对人体下肢-外骨骼耦合系统的动力学行为具有重要影响, 需要在建模过程中予以充分考虑. 描述人体动力学的模型主要包括^[17]: 骨骼模型、肌肉骨骼模型和神经肌肉骨骼模型. 对于骨骼模型, 常根据捕获的运动学数据和实测的足地交互力数据, 开展逆动力学求解关节力矩^[18-19], 其可作为正向动力学的输入来估计人体运动^[20-21], 也有研究通过混合方法从正向动力学仿真中得到相关数据来更新关节力矩^[22]. 肌肉骨骼模型和神经肌肉骨骼模型则考虑了神经和肌肉对人体运动的影响^[23-24]. 本文关注的是外骨骼对人体运动和关节力矩产生的影响, 因此在理论建模上可暂不考虑肌肉和神经的作用. 下肢外骨骼对人体的主动助力常通过绳驱^[6-8]或气动^[25]实现, 并以绳驱更为常见^[26]. 足-地交互作用力包括地面反作用力和地面对足的摩擦力. 常用的描述地面反作用力的模型有: 赫兹接触力模型^[27]、Kelvin-Voigt 模型^[28-29]、Hunt-Crossley 模型^[30]等; 常用的描述摩擦力的模型有: 库伦摩擦模型^[31]、Karnopp 摩擦模型^[32]、Stribeck 摩擦模型^[33]以及 LuGre 摩擦模型^[34]等. 注意到, 由 Kelvin-Voigt 模型和库伦摩擦模型描述的足地交互作用力已广泛应用于多足机器人行走的动力学分析^[29, 35-38], 被证明可以较为准确地表征地面反作用力和摩擦力. 尽管上述三方面的研究各自已取得长足发展, 但综合考虑这三方面因素的人体-外骨骼耦合动力学研究才刚刚起步, 相关研究水平仍然较低.

综上所述, 考虑人体动力学、主动助力和足-地交互作用力的人体-外骨骼耦合动力学的研究尚处于起步阶段, 踝关节外骨骼对人体行走的助力效果尚未从动力学角度得到深入分析, 其难点包括人体-外骨骼耦合动力学建模、主动助力曲线生成以及助力效果的表征等. 针对这些问题, 本文将首先融合机器人正运动学描述方法和第二类拉格朗日方程, 建立人体下肢-踝关节外骨骼耦合动力学模型, 其中足-地交互作用力由 Kelvin-Voigt 模型和库伦摩擦模型予以描述, 人体关节力矩由 PD 轨迹跟踪控制生成并通过粒子群算法进行控制参数调节, 主动助力力矩通过上层控制器根据人体行走时步态周期的变化进行实时调整. 以此模型为基础进行动力学数值计算, 并以踝关节角度、踝关节力矩、踝关节功

率和踝关节做功为评价指标, 对踝关节外骨骼的助力效果进行了分析和评价. 最后, 本文在 SCONE 平台中对人体-踝关节外骨骼耦合系统进行肌肉骨骼动力学预测仿真, 并以肌肉激活度为指标, 对外骨骼的助力效果进行验证.

本文的创新贡献在于: 首先, 进一步完善了人体下肢-外骨骼耦合系统的动力学建模方法, 重点关注了足-地交互力、人体关节力矩和外骨骼助力力矩的生成方法, 为人机耦合动力学分析奠定了模型基础; 其次, 本文基于动力学模型和肌肉骨骼模型分别对下肢踝关节外骨骼的助力效果进行了分析和验证, 通过关节角度、关节力矩、关节做功、肌肉激活度等多样化指标, 明确了踝关节外骨骼对行走的助力机制, 提高了结论的可靠性.

1 人体下肢-踝关节外骨骼耦合动力学模型

本研究所关注的绳驱踝关节外骨骼(图 1)的根本机理是模仿小腿肌肉为人体行走提供助力. 由于足部生理结构复杂, 外骨骼提供的助力会对关节运动产生明显影响, 错误的助力时机及大小均会降低外骨骼穿戴的舒适性和有效性, 甚至影响人的正常行走. 为此, 有必要对人体下肢和踝关节外骨骼耦合系统进行动力学建模, 并据此分析外骨骼对行走的助力效果. 为此, 本文首先介绍踝关节外骨骼系统及人体运动学模型, 给出足-地交互力模型, 并结合机器人正运动学描述手段建立人体-外骨骼耦合动力

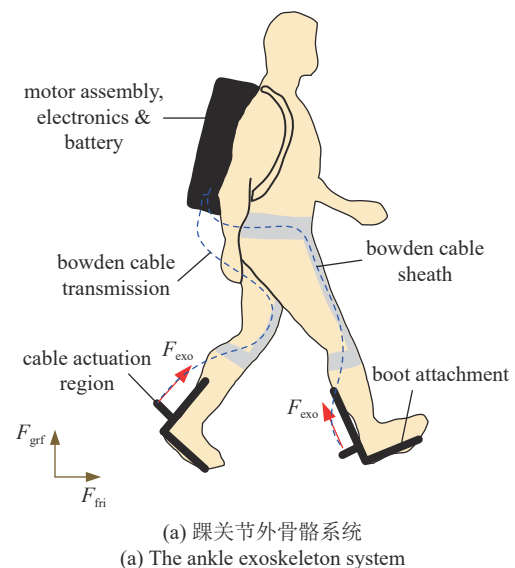


图 1 人体-踝关节外骨骼耦合系统及人体下肢运动学模型
Fig. 1 Human-ankle exoskeleton coupled system and the kinematic model of the human lower extremity

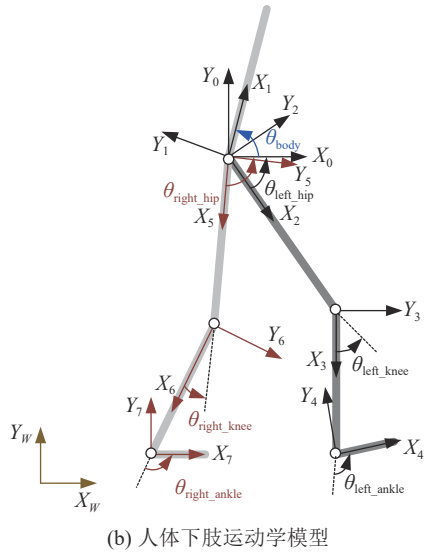


图 1 人体-踝关节外骨骼耦合系统及人体下肢运动学模型 (续)

Fig. 1 Human-ankle exoskeleton coupled system and the kinematic model of the human lower extremity (continued)

学模型.

1.1 踝关节外骨骼系统及人体运动学模型

图 1(a) 展示了人体-踝关节外骨骼耦合系统, 其中人体背负电机背包, 背包内包含外骨骼驱动电机、电源和电子元件, 从背包内引出的两条鲍登线连接于踝关节外骨骼的支撑模块. 为保证助力效果并减少外骨骼对人体的负面影响, 工作过程中尽量保证外骨骼鲍登线的助力方向与小腿平行.

人体的运动在三维空间中可划分为三个面: 矢状面、冠状面和横断面. 人体行走活动主要发生在矢状面内, 冠状面和水平面内的运动较小, 同时外骨骼的助力也仅发生在矢状面内, 因此冠状面和横断面内的运动在本研究中可以忽略.

在人体矢状面内, 下肢可以被视为一系列通过关节连接在一起的刚性杆, 本文将这些刚性杆统称为体节. 图 1(b) 为本文所建立的人体运动学模型, 坐标系按 Denavit-Hartenberg (DH) 方法建立. 为保证人体正常向前运动, 基坐标系 {W} 设定在地面固定不动, 同时在人体髋关节处建立坐标系 {0}, X_0 和 Y_0 用来描述人体的向前运动和重心起伏. 其他体节坐标系以体节的起始点作为坐标系原点, Z 轴垂直纸面向外, 沿体节方向为 X 轴正方向, 并用右手法则确定 Y 轴.

具体地, 体节 1 为躯干, 体节 2, 3, 4, 以及 5, 6, 7 分别为左侧和右侧的大腿、小腿和脚体节, 其对

表 1 人体体节 DH 参数

Table 1 DH parameters of the human body segments

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_{body}
2	0	0	0	θ_{left_hip}
3	0	l_{left_thigh}	0	θ_{left_knee}
4	0	l_{left_shank}	0	θ_{left_ankle}
5	0	0	0	θ_{right_hip}
6	0	l_{right_thigh}	0	θ_{right_knee}
7	0	l_{right_shank}	0	θ_{right_ankle}

应的 DH 参数如表 1 所示. 其中, $i = 1, 2, \dots, 7$ 为关节编号, 连杆长度 a_{i-1} 为沿 X_{i-1} 轴, 从 Z_{i-1} 移动到 Z_i 的距离; 连杆扭角 α_{i-1} 为绕 X_{i-1} 轴, 从 Z_{i-1} 旋转到 Z_i 的角度; 连杆偏距 d_i 为沿 Z_i 轴, 从 X_{i-1} 移动到 X_i 的距离; 关节角 θ_i 为绕 Z_i 轴, 从 X_{i-1} 旋转到 X_i 的角度. 这里, 约定 $\theta_1 = \theta_{body}$, $\theta_2 = \theta_{left_hip}$, $\theta_3 = \theta_{left_knee}$, $\theta_4 = \theta_{left_ankle}$, $\theta_5 = \theta_{right_hip}$, $\theta_6 = \theta_{right_knee}$, $\theta_7 = \theta_{right_ankle}$.

根据 DH 参数表可以求得每一个体节相对于基坐标系 {W} 的齐次变换矩阵. 以躯干为例

$${}^W_1T = \begin{pmatrix} \cos \theta_{body} & -\sin \theta_{body} & 0 & X_0 \\ \sin \theta_{body} & \cos \theta_{body} & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, X_0 和 Y_0 表示髋关节 (或坐标系 {0}) 的原点) 在基坐标系 W 下的位置.

1.2 足-地交互力模型

足与地面的交互力主要包括地面反作用力以及摩擦力两部分. 为了简化计算, 本文假设在人体行走的过程中, 只有脚跟和脚尖两点与地面存在接触力和摩擦力.

地面反作用力模型由 Kelvin-Voigt 模型来描述^[29]

$$F_{djn} = \max((K_{djn}\delta_{dj} + C_{djn}\dot{\delta}_{dj}), 0) \quad (2)$$

式中, F_{djn} 表示地面对脚的支持力, 方向垂直于地面向上; 下标“d”取 r 或 l, 分别表示右脚和左脚; “j”取 h 或 t, 分别表示脚跟和脚尖, “n”表示反作用力; K_{djn} 为接触刚度, C_{djn} 为接触阻尼, δ_{dj} 表示脚跟或者脚尖与地面间的接触深度.

地面对足的摩擦力采用光滑化的库伦摩擦模型

描述^[29]

$$F_{djf} = -\frac{2 \arctan(Cv_j)}{\pi} \mu F_{djn} \quad (3)$$

式中, F_{djf} 表示摩擦力, 方向沿水平方向; 类似地, 下标“d”区分左右脚, 下标“j”区分脚跟和脚尖, “f”表示摩擦力; C 为常数, 表示摩擦力的光滑化程度; v_j 表示脚跟或脚尖相对地面的切向速度.

1.3 人体-外骨骼耦合动力学模型

根据图 1(b) 建立的运动学模型, 人体体节的相对运动可以由 7 个自由度 θ_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) 描述, 人体的向前运动和重心起伏由 X_0, Y_0 两个自由度描述. 因此, 本文描述的人体动力学模型包含 9 个自由度. 在本研究中, 考虑到绳驱外骨骼质量远小于人体体节质量, 外骨骼本身的质量予以忽略; 外骨骼与人体的相互作用被简化为单向理想助力. 图 1(b) 和图 2 共同给出了人体-外骨骼耦合动力学模型. 结合机器人正运动学并基于拉格朗日方程, 可以推导出模型的动力学方程.

具体地, 人体任意体节上任意一点 P 相对于基坐标系的位置矢量可以通过齐次变换矩阵表示

$${}^w r_P = {}_i^w T^i r_P \quad (4)$$

式中, ${}^w r_P$ 为点 P 在基坐标系下的位置矢量, ${}_i^w T$ 为坐标系 $\{i\}$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) 相对于基坐标系的位姿变换矩阵, ${}^i r_P$ 为点 P 在体节坐标系 $\{i\}$ 中的保持不变的位置

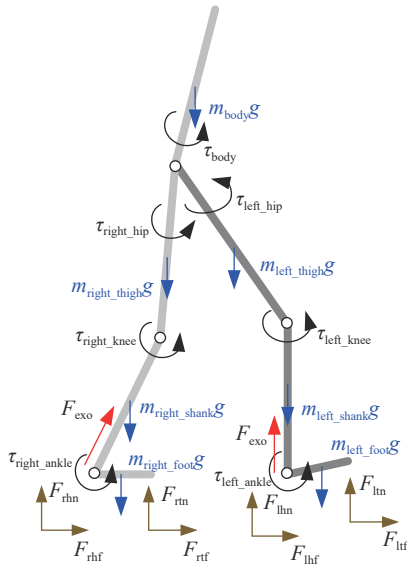


图 2 人体-外骨骼耦合动力学模型

Fig. 2 Dynamics model of the human-exoskeleton system

矢量. 由此, 体节上任意一点 P 的速度可以表示为

$${}^w v_P = \frac{d}{dt} ({}^w r_P) = \frac{d}{dt} ({}_i^w T^i r_P) = {}_i^w \dot{T}^i r_P \quad (5)$$

速度的平方可写为

$$({}^w v_P)^2 = \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left[\frac{\partial {}_i^w T}{\partial \theta_j} {}^i r_P ({}^i r_P)^T \frac{\partial ({}_i^w T)^T}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \right] \right\} \quad (6)$$

其中, $\text{tr}()$ 表示矩阵的迹. 设体节上任意质点 P 的质量为 dm , 则该质点的动能为

$$dK_i = \frac{1}{2} ({}^w v_P)^2 dm = \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left\{ \frac{\partial {}_i^w T}{\partial \theta_j} [{}^i r_P dm ({}^i r_P)^T] \frac{\partial ({}_i^w T)^T}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \right\} \right\} \quad (7)$$

积分得到任意体节的动能可写为

$$K_i = \frac{1}{2} \text{tr} \left[\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial {}_i^w T}{\partial \theta_j} I_i \frac{\partial ({}_i^w T)^T}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \right] \quad (8)$$

式中, I_i 为伪惯量矩阵, 其一般表达式为

$$I_i = \int_{\text{body}_i} {}^i r_P ({}^i r_P)^T dm = \iiint_V {}^i r_P ({}^i r_P)^T \rho dV \quad (9)$$

在 xoy 平面内, 假设惯量积为 0, 可以得到对应每一个体节的伪惯量矩阵. 以左足模型为例, 其伪惯量矩阵由式 (10) 给出

$$I_{\text{left_foot}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} m_{\text{left_foot}} l_{\text{left_foot}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} m_{\text{left_foot}} l_{\text{left_foot}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} m_{\text{left_foot}} l_{\text{left_foot}} & 0 & 0 & m_{\text{left_foot}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

对所有体节的动能求和, 可以得到总动能为

$$K = \sum_{i=1}^7 K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left[\frac{\partial {}_i^w T}{\partial \theta_j} I_i \frac{\partial ({}_i^w T)^T}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \right] \right\} \quad (11)$$

各体节的势能为

$$U_i = -m_i \mathbf{g}^T ({}_i^w T^i r_{ci}) \quad (12)$$

式中, m_i 是体节 i 的质量, \mathbf{g}^T 是重力行矢量

$$\mathbf{g}^T = [g_x \quad g_y \quad g_z \quad 0] \quad (13)$$

${}^i\mathbf{r}_{ci}$ 表示体节 i 的质心在 $\{i\}$ 坐标系中的位置矢量. 对所有体节的势能求和, 可以得到总势能为

$$U = - \sum_{i=1}^7 m_i \mathbf{g}^T ({}^w\mathbf{T}^i \mathbf{r}_{ci}) \quad (14)$$

根据式 (11) 和式 (14), 系统的拉格朗日函数 L 可以表示为

$$L = K - U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left[\frac{\partial {}^w\mathbf{T}^i}{\partial \theta_j} \mathbf{I}_i \frac{\partial ({}^w\mathbf{T}^i)^T}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \right] \right\} + \sum_{i=1}^7 m_i \mathbf{g}^T ({}^w\mathbf{T}^i \mathbf{r}_{ci}) \quad (15)$$

将 L 对广义坐标 θ_i 以及 X_0, Y_0 求导, 可以得到对应于广义坐标 θ_i 的动力学方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (i = 1, 2, \dots, 9) \quad (16)$$

其中, $\theta_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ 由表 1 给出. 令 $X_0 = \theta_8, Y_0 = \theta_9$, 并将式 (15) 代入到式 (16) 计算, 可得

$$\sum_{k=1}^9 M_{ik} \ddot{\theta}_k + \sum_{k=1}^9 \sum_{m=1}^9 H_{ikm} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_m + \mathbf{G}_i = \tau_i \quad (17)$$

将式 (17) 整理成矩阵形式, 可得

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (18)$$

其中, 广义坐标 $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9]^T$, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ 为广义质量矩阵, $\mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ 为科氏力和离心力矢量, $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ 为重力矢量. 式 (18) 的右端, 即系统的广义力矩由三部分构成

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{human}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{exo}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{f}} \quad (19)$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_{\text{human}}$ 为人体关节力矩, 由基于粒子群优化算法的 PD 控制给出 (在 2.2 节中予以具体阐述); $\boldsymbol{\tau}_{\text{exo}}$ 为外骨骼助力力矩, 由上层控制器根据人体步态周期给出, 其由外骨骼通过鲍登线施加于支撑模块的力 F_{exo} 乘以作用力臂得到 (在 2.3 节中予以具体阐述); $\boldsymbol{\tau}_{\text{f}}$ 为足-地交互力所对应的广义力矢量, 具体可以表示为

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{f}} = \mathbf{J}_{\text{f}}^T \begin{pmatrix} F_{\text{rhn}}, F_{\text{lhfn}}, F_{\text{rtn}}, F_{\text{ltfn}}, \\ F_{\text{rhf}}, F_{\text{lhff}}, F_{\text{rtf}}, F_{\text{ltf}} \end{pmatrix}^T \quad (20)$$

其中, $F_{\text{rhn}}, F_{\text{lhfn}}, F_{\text{rtn}}, F_{\text{ltfn}}$ 分别为右、左脚跟和右、左脚尖的地面支持力, 由式 (2) 具体给出; $F_{\text{rhf}},$

$F_{\text{lhff}}, F_{\text{rtf}}, F_{\text{ltf}}$ 分别为右、左脚跟与地面的摩擦力, 和右、左脚尖与地面的摩擦力, 由式 (3) 具体给出. \mathbf{J}_{f} 为将足-地交互力变换为广义力矩的雅可比矩阵. $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}), \mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$ 和 \mathbf{J}_{f} 的具体形式见附录.

至此, 本文得到了考虑足-地交互力、人体关节力矩和主动助力的人体-外骨骼耦合动力学模型. 后续将基于该模型进行动力学分析.

2 人体-外骨骼耦合系统的动力学分析

在上述动力学模型的基础上对人体-外骨骼耦合系统开展动力学分析. 数值计算基于 Matlab R2020 b 开展, 其中用到了前期工作^[29] 中健康人体行走的运动学数据和人体参数 (表 2).

表 2 人体节段长度和重量值

Table 2 Lengths and weights of human segments			
Parameters	Values/m	Parameters	Values/kg
l_{body}	0.3	m_{body}	20.0
l_{thigh}	0.5	m_{thigh}	7.0
l_{shank}	0.4	m_{shank}	3.0
l_{foot}	0.25	m_{foot}	1.0

2.1 人体步态阶段划分

人体运动研究中的关键一环是步态阶段划分. 在外骨骼研究中, 如果不能对步态阶段进行有效和准确的划分, 外骨骼的助力效果将受到很大影响, 甚至有可能对人体造成损伤^[7]. 因此, 在开展运动学和动力学分析之前, 本研究首先对人体步态阶段进行划分 (图 3), 其目的是有效设置外骨骼的助力时间与

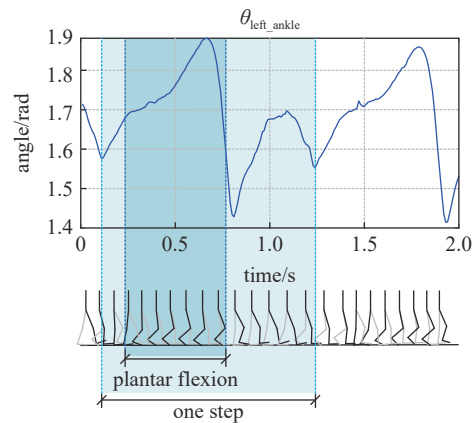


图 3 步态阶段划分

Fig. 3 Division of gait stages

休眠时间,以期达到理想助力效果.

图 3 展示了健康人行走时左侧踝关节角度变化时间历程^[29]. 一个步态周期 (one step) 的划分从单侧脚跟着地开始,到下一次该侧脚跟着地为止为一个步态周期 (图 3 中浅色阴影区段). 踝关节外骨骼在跖屈 (plantar flexion) 阶段对人体进行助力. 踝关节跖屈的定义为脚后跟抬起然后脚尖向下的过程,在图 3 中用深色阴影表示. 在步态阶段划分中踝关节跖屈的具体判断方式为:脚跟离地瞬间 (踝关节角度约为 1.67 弧度) 为跖屈开始时刻,小腿与足成 90° 时为踝关节跖屈的结束时刻.

2.2 基于粒子群优化的人体关节控制力矩生成

在动力学分析中,人体的关节力矩由 PD 轨迹跟踪控制实现:即以人体期望轨迹与实际轨迹的差值为比例项,使用差分近似导数构成算法中的微分项.具体地,基于 PD 控制器的关节力矩可以表示为

$$\tau_j = K_{j,P}e_j(t) + K_{j,D}\dot{e}_j(t) \quad (j = 1, 2, \dots, 7) \quad (21)$$

其中, τ_j 为关节 j 的力矩, $K_{j,P}$, $K_{j,D}$ 为比例和微分增益, $e_j(t)$ 和 $\dot{e}_j(t)$ 分别表示了当前时刻下关节 j 的位置误差和速度误差.

为体现人体对环境 and 外骨骼的自适应性,PD 控制的参数 $K_{j,P}$ 和 $K_{j,D}$ 不采用固定值,而是通过具有出色搜索能力的启发式算法自适应地调节.具体地,本研究选取粒子群优化 (PSO) 算法来确定 PD 参数以达到自适应生成人体关节力矩的目的^[39],这是因为其能够在没有得知太多问题信息的情况下,有效地搜索庞大的解空间.

基于粒子群优化算法和 PD 轨迹跟踪控制生成人体关节力矩的流程如图 4 所示,粒子群优化算法的参数列于表 3.其中, D 为粒子维度,即待优化 PD

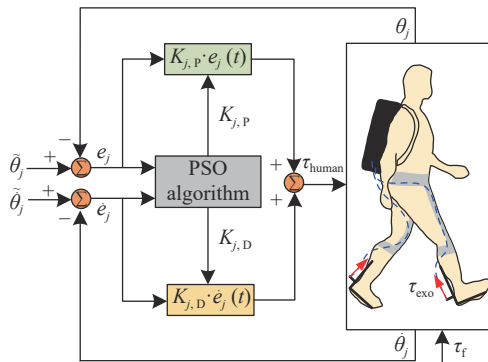


图 4 基于粒子群优化的人体关节力矩 PD 控制流程

Fig. 4 Block diagram of the PSO-based PD controller for human joint torques

表 3 粒子群优化算法参数值

Table 3 Parameters of the PSO Algorithm

Parameters	Values	Parameters	Values
D	14	ω	1
m	100	c_1	2
n	50	c_2	2

控制参数的维度,前 7 维为 K_P 参数,后 7 维为 K_D 参数; m 为种群规模, n 为总迭代次数,根据仿真所需时间给定; ω 为惯性权重,体现了粒子保持前一运动状态的能力; k 为当前迭代次数, c_1 和 c_2 为个体学习因子和群体学习因子,用于调节学习最大步长.

本研究中,动力学数值计算通过欧拉法实现,其计算步长被设为 0.1 ms,每个粒子的作用时间为 2 ms. PSO 算法中速度更新和位置更新公式如下

$$\mathbf{V}_i^{k+1} = \omega \mathbf{V}_i^k + c_1 r_1 (\mathbf{P}_i - \mathbf{X}_i^k) + c_2 r_2 (\mathbf{P}_g - \mathbf{X}_i^k) \quad (22)$$

$$\mathbf{X}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k + \mathbf{V}_i^k \quad (23)$$

其中, \mathbf{V}_i^k 为第 k 次迭代中粒子 i 的速度矢量, \mathbf{X}_i^k 为第 k 次迭代中粒子 i 的位置矢量, r_1 和 r_2 为区间 [0,1] 内的随机数. \mathbf{P}_i 为粒子 i 的当前个体最优位置矢量, \mathbf{P}_g 为整个粒子群的当前全局最优位置矢量. r_1 , r_2 的引入增加了种群搜索的随机性,提升了粒子群算法避免陷入局部最优的能力.

粒子群优化的损失函数定义为

$$f(t_s) = \frac{1}{t_s} \sum_{t=0}^{t_s} \left(\alpha \sqrt{\sum_{j=1}^7 e_j^2(t)} + \beta \sqrt{\sum_{j=1}^7 \dot{e}_j^2(t)} \right) \quad (24)$$

其中, α 和 β 为位置误差和速度误差的权重,损失函数表征了在 t_s 时刻系统位置和速度的平均累计误差.

基于图 4 的具体流程如下:根据每个粒子当前的位置生成人体各个关节的力矩并作用于动力学模型 (18),每个粒子的作用时间为 2 ms,计算当前的损失函数 $f(t_i)$ 并与之前的损失函数进行比较,确定并更新该粒子的个体最优位置 \mathbf{P}_i 和粒子群的全局最优位置 \mathbf{P}_g . 当 $m = 100$ 个粒子依次执行完 2 ms (共计 0.2 s) 后,基于当前的个体最优位置 \mathbf{P}_i 和当前全局最优位置 \mathbf{P}_g ,利用式 (22) 和式 (23) 更新每个粒子的位置和速度,并开始下一轮迭代.上述算法具有较好的收敛性和在线性,随着迭代次数的增加,损失函数将

很快收敛到最小值。

2.3 踝关节外骨骼助力曲线

为了取得理想的踝关节外骨骼控制效果, 本文设计了外骨骼力矩控制器 (即上层控制器), 其通过人体步态周期确定踝关节外骨骼控制系统的期望助力力矩曲线, 包括上升力矩曲线和下降力矩曲线。期望助力力矩曲线依据健康人行走时踝关节力矩曲线生成。

描述健康人踝关节力矩曲线的参数包括: *start_time*, *fall_time*, *peak_time* 和 *peak_torque*^[39-40], 其意义如图 5 所示。*start_time* 和 *fall_time* 分别表示踝关节力矩的上升时间和下降时间, *peak_time* 表示踝关节力矩到达峰值的时刻, *peak_torque* 表示踝关节的峰值力矩, 它们常取值为 37, 45, 15, 90^[40]。首先, 通过三次多项式拟合健康人踝关节力矩曲线。对于上升力矩曲线和下降力矩曲线, 其两端需分别满足如下约束条件

$$\tau_1(\text{peak_time}) = \text{peak_torque} \quad (25)$$

$$\tau_1(\text{peak_time} - \text{start_time}) = 0 \quad (26)$$

$$\tau_2(\text{peak_time}) = \text{peak_torque} \quad (27)$$

$$\tau_2(\text{peak_time} + \text{fall_time}) = 0 \quad (28)$$

同时, 要求两曲线在交点 *peak_time* 处的斜率相等且为零, 两曲线在两端的斜率也为 0, 即

$$\dot{\tau}_1(\text{peak_time}) = 0 \quad (29)$$

$$\dot{\tau}_1(\text{peak_time} - \text{start_time}) = 0 \quad (30)$$

$$\dot{\tau}_2(\text{peak_time}) = 0 \quad (31)$$

$$\dot{\tau}_2(\text{peak_time} + \text{fall_time}) = 0 \quad (32)$$

求解以上约束可以给出健康人踝关节力矩的拟合曲

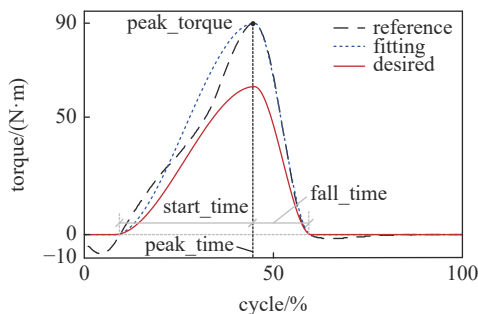


图 5 踝关节外骨骼助力力矩曲线

Fig. 5 Assistive torque curve of the ankle exoskeleton

线。图 5 表明, 拟合曲线 (点线) 与真实踝关节力矩曲线 (虚线) 较为吻合。

为有效控制踝关节外骨骼, 令实际施加的关节力矩为健康人踝关节力矩的 70%, 且假设左、右踝关节具有相同的助力力矩曲线。由此, 可以得到外骨骼期望助力的上升力矩曲线和下降力矩曲线 (图 5, 实线), 它们的表达式如下

$$\tau_{\text{exo_1}} = a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + d_1 \quad (33)$$

$$\tau_{\text{exo_2}} = a_2 t^3 + b_2 t^2 + c_2 t + d_2 \quad (34)$$

拟合参数列于表 4。为保证施加力矩后人体行走稳定, 本文规定, 第一步和最后一步不施加外骨骼助力力矩。

在本文基于动力学模型的数值计算中, 上述期望外骨骼力矩被直接施加于人体-外骨骼耦合动力学模型。但在实际实验中, 电机需要通过下层控制器跟踪上层控制器的期望力矩曲线。这里, 出于完整性考虑, 对下层控制器算法进行简述。在得到踝关节的期望助力力矩表达式后, 可以依据所设计的外骨骼的几何特征和电机的特性, 计算电机的期望输出转矩, 具体计算方法如下

$$F_{\text{exo}} = \frac{\tau_{\text{exo}}}{\eta r_a} \quad (35)$$

$$\tau_m = F_{\text{exo}} r_m \quad (36)$$

其中, F_{exo} 为电机转轴处绳子的拉力, r_a 为关节支撑模块的平面到踝关节轴的距离, η 为绳子拉力的损耗系数, r_m 为电机轮盘半径, τ_m 为电机的期望输出转矩。在仿真过程中, 使用了由传递函数描述的电机模型, 其描述了电机在零初始条件下的输出量的拉普拉斯变换与输入量的拉普拉斯变换之比^[41]。基于此模型可以计算出电机的实际输出力矩, 其与期望力矩的对比如图 6 所示。可以看出, 期望力矩与实际输出力矩差异并不明显, 表明 PD 算法可以很好地跟

表 4 助力曲线的参数值

Table 4 Parameters of the assistance curve

Parameters	Values	Parameters	Values
a_1	-0.0025	a_2	-0.0373
b_1	0.1978	b_2	5.8800
c_1	-2.6865	c_2	-302.4
d_1	10.1093	d_2	5040

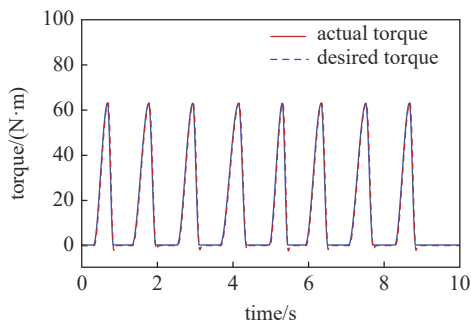


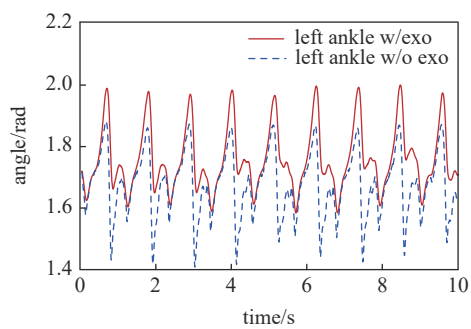
图 6 踝关节外骨骼期望力矩与实际力矩对比

Fig. 6 Comparison of the actual torque with the desired torque of the ankle exoskeleton

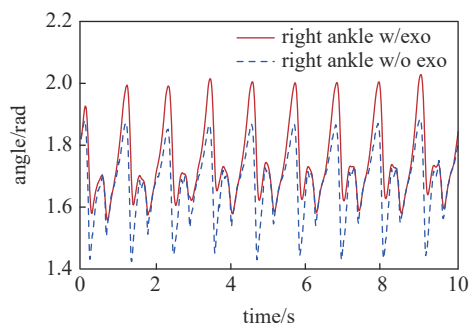
踪期望力矩。

2.4 踝关节外骨骼助力效果

首先根据所得到的运动学数据来评价外骨骼的助力效果^[8]。基于所建立的动力学模型和健康人行走运动轨迹(行走速度 2 km/h),得到了踝关节的实际运动轨迹。图 7 展示了左、右踝关节穿戴和未穿戴外骨骼两种情况下的角度-时间历程。图 7 表明,穿戴外骨骼显著改变了左、右踝关节的角度规律。以左踝关节为例,从可以达到的最大角度来看,穿戴



(a) 人体左踝关节角度
(a) Human left ankle angles



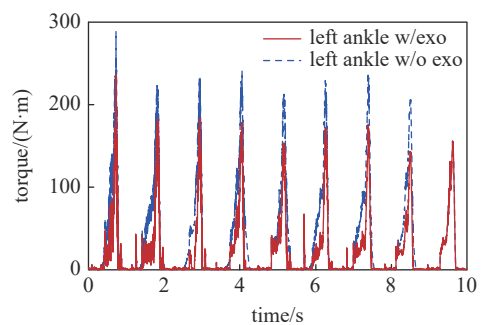
(b) 人体右踝关节角度
(b) Human right ankle angles

图 7 穿戴和未穿外骨骼情况下人体踝关节角度对比

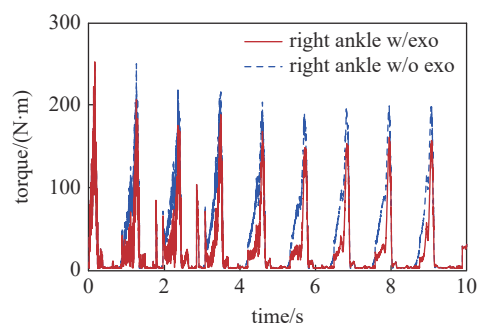
Fig. 7 A comparison of human ankle angles for the cases with and without exoskeleton

外骨骼要比未穿戴外骨骼的情况高约 0.12 rad (6.88°); 从最小角度来看,穿戴外骨骼也要比未穿戴外骨骼的情况高约 0.17 rad (9.74°)。由于得到的踝关节角度数据没有呈现出明显的分布规律,本文采用 Wilcoxon 秩和检验进行差异显著性分析。Wilcoxon 秩和检验属于非参数检验的一种,用于检验两个独立的样本是否符合同一分布,但是不要求被检验的样本具有相同的元素个数,也不要求被检验的样本符合正态分布^[42],因此,该检验比较适合本文所提到的数据。结果表明,穿戴外骨骼与未穿戴时况相比,左、右踝关节角度均具有显著差异 ($p < 0.01$)。造成这种显著差异的原因是外骨骼在背屈过程中对踝关节施加了助力并牵引足部向上运动,从而抬升了踝关节角度。

除了运动学指标,也从人体踝关节力矩、踝关节功率和踝关节做功出发,分析穿戴外骨骼对人体行走动力学性能的影响。图 8 展示了左、右踝关节在穿戴和未穿戴外骨骼两种情况下的力矩-时间历程。从图中结果可以看出,除了右脚迈出的第一步和左脚的最后一步由于没有施加助力使得踝关节力矩无明显变化,其他所有步态周期内,踝关节峰值力矩



(a) 人体左踝关节力矩
(a) Human left ankle torques



(b) 人体右踝关节力矩
(b) Human right ankle torques

图 8 穿戴和未穿外骨骼情况下人体踝关节力矩对比

Fig. 8 A comparison of human ankle torques for the cases with and without exoskeleton

均有明显的减少. Wilcoxon 秩和检验 ($p < 0.01$) 表明, 穿戴外骨骼与未穿戴的情况相比, 左、右踝关节力矩呈现出了显著差异. 从平均力矩的角度来看, 左、右踝关节分别减少了 40.76% 和 40.68%, 充分展现了踝关节外骨骼的助力效果. 注意到, 左、右踝关节平均力矩减少程度有所不同, 这一方面是由于健康人行走时左右踝关节角度的差异, 另一方面粒子群优化算法在生成人体关节力矩过程中具有一定的随机性.

根据上述力矩结果, 进一步计算了左、右踝关节的功率, 如图 9 所示. 结果表明, 穿戴外骨骼也可以显著地降低两侧踝关节的峰值功率. 此外, 将踝关节功率对时间积分可以得到人体踝关节的做功. 结果表明, 穿戴外骨骼后, 左、右踝关节在 10 s 内的做功分别减少了 37.47% 和 31.85%, 实现了有效的行走助力.

此外, 为了展示踝关节外骨骼对不同行走状态的适应性, 还针对 5 种行走速度 (2.5 km/h, 3.5 km/h, 4.5 km/h, 5.5 km/h, 6.5 km/h) 分别进行了动力学仿真和助力效果分析. 表 5 给出了在 6 种行走速度下, 穿戴外骨骼后左、右踝关节平均力矩和做功的下降情

表 5 不同行走速度下外骨骼助力效果评估

Table 5 Evaluation of exoskeleton assistance effect under different walking speed

No.	Walking speed/ (km·h ⁻¹)	Average peak torque reduction		Work reduction	
		left	right	left	right
1	2.0	40.76%	40.68%	37.47%	31.85%
2	2.5	48.29%	33.92%	42.29%	32.78%
3	3.5	43.74%	30.51%	37.00%	34.55%
4	4.5	37.41%	30.17%	33.72%	28.87%
5	5.5	36.96%	24.84%	33.70%	24.69%
6	6.5	31.89%	31.11%	30.01%	28.96%

况. 结果表明, 基于本文给出的助力力矩曲线设计方式, 踝关节外骨骼对不同行走速度均具有较好的助力效果, 可以实现至少 24.84% 的平均力矩降低和至少 24.69% 的做功降低.

上述分析表明, 穿戴外骨骼后, 人体踝关节角度变化规律仍能维持与健康人行走时一致, 踝关节力矩、功率以及做功均实现了较大幅度的减小, 说明本文提出的踝关节外骨骼及其助力方式是有效的, 可以为人体行走提供助力.

3 基于 SCONE 的肌肉-骨骼动力学仿真

除了通过基于动力学模型的数值计算展示踝关节外骨骼的助力效果, 本研究还在 SCONE 平台中通过肌肉-骨骼动力学模型预测仿真验证踝关节外骨骼的助力效果. 以行走速度 3.6 km/h 为例进行结果讨论.

SCONE 是一款用于预测模拟人类、动物和机器人运动的开源软件. 在 SCONE 平台中, 执行预测仿真所需要的一切都集成于一个场景中, 其由以下几部分组成: 人体、动物或机器人模型, 一个为模型中的作动器产生输入信号的控制, 目标任务以及优化器. SCONE 使得肌肉骨骼模型有了强大的新应用, 如预测治疗效果, 优化外骨骼设备的效率和功效等. 更为重要的是, SCONE 使研究人员能够研究模型和控制参数对整个运动的影响^[43]. 本研究在 SCONE 平台中搭建了人体-外骨骼耦合系统的肌肉骨骼模型, 并通过关键肌肉的激活程度来评价外骨骼对人体行走的助力效果.

本文搭建的人体-外骨骼耦合系统的肌骨模型

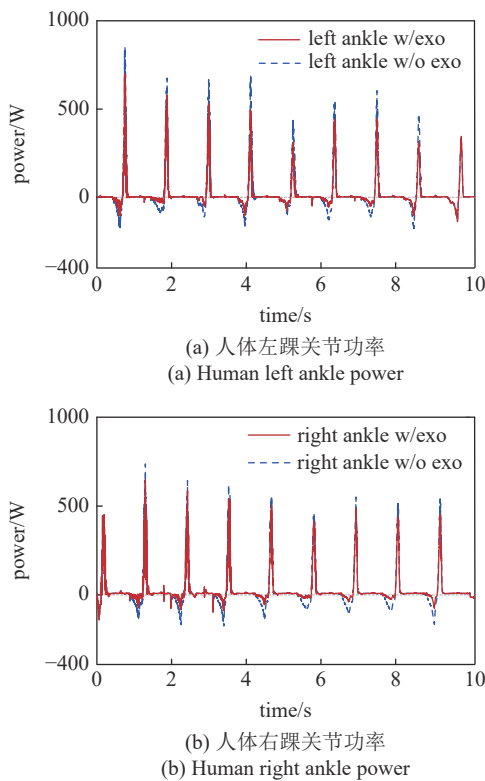


图 9 穿戴和未穿外骨骼情况下人体踝关节功率对比

Fig. 9 A comparison of the human ankle power for the cases with and without exoskeleton

如图 10 所示, 其由以下几部分组成: 电机背包、关节支撑模块、人体骨骼模型、腿部肌肉, 包括大腿肌肉、比目鱼肌 (soleus) 和其他小腿肌肉. 其中, 比目鱼肌受到重点关注, 这是因为比目鱼肌的主要功能是作为踝关节的跖屈肌, 它在走、跑、跳中对足的跖屈蹬地、固定踝关节和防止身体前倾等起到重要作用^[44-46]. 模型在行走过程中足部受到地面反作用力, 由 Hunt-Crossley 模型予以描述并用黄色箭头标注, 外骨骼同时还对人体踝关节施加由式 (33) 和式 (34) 给出的助力力矩.

在仿真过程中, 通过评估 SCONE 中目标函数的收敛程度以及比目鱼肌的激活程度来评价外骨骼的助力效果. 具体地, 肌肉骨骼动力学模型的优化目标函数为

$$f = w_g f_g + w_e f_e + w_{rf} f_{rf} + w_{lim_a} f_{lim_a} + w_{lim_k} f_{lim_k} \quad (37)$$

其中, f_g 是移动能力指标, 其限制步行速度和髋关节高度; f_e 为代谢耗能指标, 评价行走过程中的代谢耗能; f_{rf} 为地反力指标, 避免行走过程中足部任一处的接触力超过 1.5 倍体重; f_{lim_a} 和 f_{lim_k} 为约束指标, 避免在行走过程中踝、膝关节的过伸或过屈. 上述指标的具体表示和解释可见文献 [43], 这里不做详细解释. w_i 为对应指标的权重, 权重值设置如表 6 所示.

本文对无外骨骼助力 (pure walking) 和有外骨骼助力 (exoskeleton on) 两种情况分别进行了仿真预测. 图 11 给出了目标函数收敛以及比目鱼肌的激活

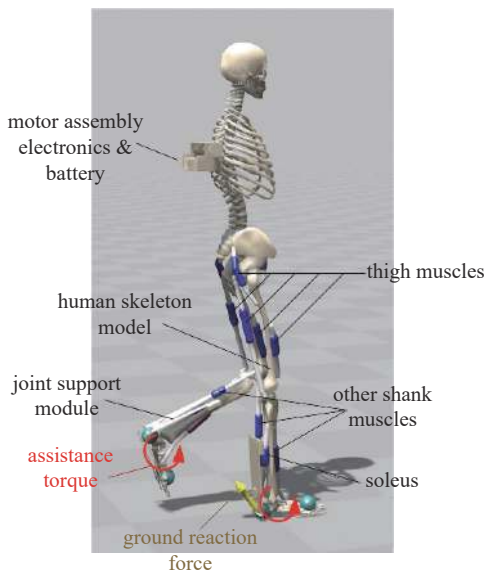
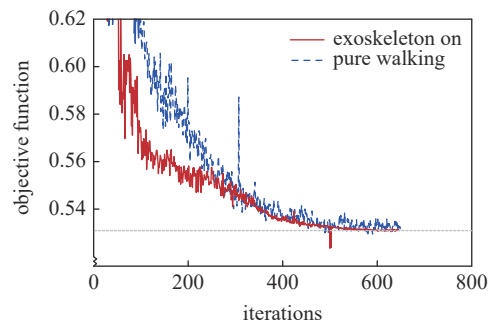


图 10 SCONE 人体-外骨骼耦合系统的肌肉骨骼动力学模型
Fig. 10 Musculoskeletal dynamic model of the human-exoskeleton coupled system in SCONE

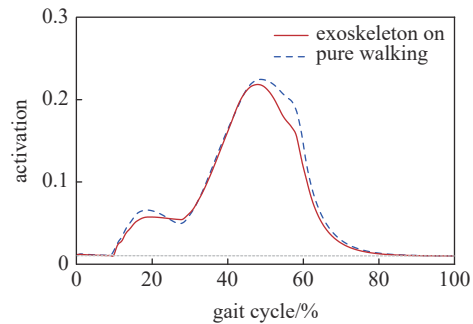
表 6 SCONE 中目标函数的权重值

Table 6 Weights of the objective function in SCONE

Weights	Values
w_g	100
w_e	0.1
w_{rf}	10
w_{lim_a}	0.1
w_{lim_k}	0.1



(a) SCONE 中优化目标函数的迭代结果
(a) Iteration results of the objective function in SCONE optimization



(b) 比目鱼肌激活度
(b) Activation of soleus

图 11 SCONE 预测仿真结果

Fig. 11 Simulation results of SCONE

程度的对比. 结果表明, 在 SCONE 参数优化过程中, 式 (37) 中的 f_g , f_{rf} , f_{lim_a} 和 f_{lim_k} 四项在迭代至第 20 代左右时即收敛至零, 这是因为这四项在目标函数中起到加速收敛的作用以保证人体的正常、稳定行走. 在第 20 代以后, 目标函数的值由代谢耗能项 f_e 主导, 其也逐渐收敛. 图 11(a) 表明, 在第 20 代以后, 穿戴外骨骼的情况要显著优于未穿戴外骨骼的情况, 表现为更快的收敛速度和较低的目标函数值.

此外, 图 11(b) 表明, 穿戴外骨骼可以降低比目鱼肌激活度的峰值. Wilcoxon 秩和检验也指出, 比目鱼肌的激活度在穿戴与未穿戴外骨骼情况下具有显著差异 ($p < 0.05$). 为了定量展示肌肉激活度, 本文进

一步采用时域分析法来提取表面肌电信号特征, 并采用 RMS 指标来量化肌肉激活度^[32-34]

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N-1}} \quad (38)$$

其中, N 为采样次数, x_i 表示为一个归一化的值, 相当于第 i 时刻的肌肉激活度 (mV) 除以肌肉可以产生的最大激活度. 结果表明, 穿戴和未穿戴外骨骼情况下比目鱼肌的 RMS 值分别为: 0.0978 和 0.1043, 即穿戴外骨骼实现了比目鱼肌激活度约 6.21% 的下降. 下降原因是外骨骼提供的力矩替代了部分比目鱼肌的做功, 减小了对比目鱼肌的发力需求, 从而降低了肌肉的激活度.

上述基于 SCONE 平台的肌肉骨骼模型和预测仿真分析从另一个角度验证了本文提出的绳驱踝关节外骨骼及其控制方式对人体行走的有效助力. 通过评估比目鱼肌的激活度以及肌电信号 RMS 值, 可以发现踝关节外骨骼对比目鱼肌提供了一定的补偿, 从生理学角度解释了踝关节外骨骼对人体行走助力的本质机理.

4 结论

本文以自行设计的下肢绳驱踝关节外骨骼为研究对象, 融合机器人正运动描述方法和拉格朗日方程, 建立了人体-外骨骼耦合系统的人机动力学模型. 模型综合考虑了以下因素: 由 Kelvin-Voigt 模型和库伦摩擦模型描述的足-地交互力、由基于粒子群优化和 PD 控制生成的人体关节力和由上层控制器确定的外骨骼期望助力力矩. 以此为基础进行动力学数值计算, 本文从人体踝关节角度、踝关节力矩、踝关节功率和踝关节做功多个角度出发, 系统分析了踝关节外骨骼的助力效果. 本文也开展了基于 SCONE 平台的肌肉骨骼建模和预测仿真, 从肌肉激活度的角度证实了踝关节外骨骼助力的有效性. 本文得出的主要结论如下.

(1) 基于动力学模型的数值计算表明, 穿戴外骨骼可以基本保持踝关节角度的变化规律, 但会显著影响踝关节的角度值 ($p < 0.01$). 动力学分析指出, 穿戴外骨骼和未穿戴外骨骼情况下, 人体行走动力学性能具有显著差异 ($p < 0.01$). 在 2.0 km/h 到 6.5 km/h 的人体行走步速下, 穿戴外骨骼可以实现至少 24.84% 的人体踝关节的平均力矩下降和至少

24.69% 的踝关节做功降低. 上述结果表明, 该踝关节外骨骼可以对人体行走提供有效助力.

(2) 基于 SCONE 平台的肌-骨动力学预测仿真表明, 在 3.6 km/h 的步速下, 比目鱼肌的激活度在穿戴与未穿戴外骨骼情况下具有显著差异 ($p < 0.05$), 表现为激活度峰值的下降. 定量地, 穿戴外骨骼使得肌电信号的 RMS 值下降了 6.21%. 上述结果从生理学的角度验证了本文提出的下肢踝关节和力矩控制器的助力效果.

综上所述, 本文的研究从动力学角度入手, 通过考虑足-地交互力、人体关节力矩以及外骨骼助力力矩, 进一步完善了人体下肢-外骨骼耦合系统的动力学建模方法, 为后续人机耦合动力学分析奠定了基础. 本文建立的动力学模型也为后续踝关节外骨骼的实验研究提供了理论依据, 具有指导性意义. 其次, 本文通过动力学数值计算和 SCONE 肌肉骨骼动力学预测仿真, 从不同角度对踝关节外骨骼的助力效果进行了分析和验证. 在动力学数值计算中, 通过踝关节角度、踝关节力矩、踝关节功率和踝关节功率等指标, 验证了踝关节外骨骼对人体行走助力的有效性; 在 SCONE 肌-骨动力学预测仿真中, 通过目标函数的优化结果以及肌肉激活度等指标, 从生理学角度阐明了下肢踝关节外骨骼的助力机制. 在后续工作中, 将以本文的模型和方法为基础, 进一步开展下肢外骨骼的智能控制研究和实验研究.

参 考 文 献

- 1 国家统计局, 国务院第七次全国人口普查领导小组办公室. 第七次全国人口普查公报 (第五号). http://www.stats.gov.cn/tjsj/tjgb/rkpcgb/qgrkpcgb/202106/t20210628_1818824.html
- 2 王存金, 董林杰, 李杰等. 基于人行走能耗分析的踝关节外骨骼设计. *机械工程学报*, 2021, 57(19): 79-92 (Wang Cunjin, Dong Linjie, Li Jie, et al. Design of ankle exoskeleton based on analysis on energy cost of human walking. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(19): 79-92 (in Chinese))
- 3 韩亚丽, 王兴松. 人体行走下肢生物力学研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41(5): 592-601 (Han Yali, Wang Xingsong. The biomechanical study of lower limb during human walking. *Science in China: Technology Science*, 2011, 41(5): 592-601 (in Chinese))
- 4 Collins SH, Wiggin MB, Sawicki GS. Reducing the energy cost of human walking using an unpowered exoskeleton. *Nature*, 2015, 522(7555): 212-215
- 5 Yandell MB, Tacca JR, Zelik KE. Design of a low profile, unpowered ankle exoskeleton that fits under clothes: overcoming practical barriers to widespread societal adoption. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2019, 27(4): 712-723

- 6 Asbeck AT, De Rossi SMM, Holt KG, et al. A biologically inspired soft exosuit for walking assistance. *The International Journal of Robotics Research*, 2015, 34(6): 744-762
- 7 Bae J, Siviy C, Rouleau M, et al. A lightweight and efficient portable soft exosuit for paretic ankle assistance in walking after stroke//2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2018: 2820-2827
- 8 Kim J, Quinlivan BT, Deprey LA, et al. Reducing the energy cost of walking with low assistance levels through optimized hip flexion assistance from a soft exosuit. *Scientific Reports*, 2022, 12(1): 1-13
- 9 Shepertycky M, Burton S, Dickson A, et al. Removing energy with an exoskeleton reduces the metabolic cost of walking. *Science*, 2021, 372(6545): 957-960
- 10 Awad LN, Kudzia P, Revi DA, et al. Walking faster and farther with a soft robotic exosuit: Implications for post-stroke gait assistance and rehabilitation. *IEEE Open Journal of Engineering in Medicine and Biology*, 2020, 1: 108-115
- 11 Witte KA, Fiers P, Sheets-Singer AL, et al. Improving the energy economy of human running with powered and unpowered ankle exoskeleton assistance. *Science Robotics*, 2020, 5(40): eaay9108
- 12 Barazesh H, Sharbafi MA. A biarticular passive exosuit to support balance control can reduce metabolic cost of walking. *Bioinspiration & Biomimetics*, 2020, 15(3): 036009
- 13 Asbeck AT, Schmidt K, Walsh CJ. Soft exosuit for hip assistance. *Robotics and Autonomous Systems*, 2015, 73: 102-110
- 14 Hu H, Fang K, Guan H, et al. A novel control method of a soft exosuit with plantar pressure sensors//2019 IEEE 4th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM), 2019: 581-586
- 15 葛一敏, 袁海辉, 甘春标. 基于步态切换的欠驱动双足机器人控制方法. *力学学报*, 2018, 50(4): 871-879 (Ge Yimin, Yuan Haihui, Gan Chunbiao. Control method of an underactuated biped robot based on gait transition. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(4): 871-879 (in Chinese))
- 16 方五益, 郭喆, 黎亮等. 柔性铰柔性杆机器人动力学建模、仿真和控制. *力学学报*, 2020, 52(4): 965-974 ((Fang Wuyi, Guo Xian, Li Liang, et al. Dynamics modeling, simulation, and control of robots with flexible joints and flexible links. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(4): 965-974 (in Chinese))
- 17 Ezati M, Ghannadi B, McPhee J. A review of simulation methods for human movement dynamics with emphasis on gait. *Multibody System Dynamics*, 2019, 47(3): 265-292
- 18 Forner-Cordero A, Koopman H, Van der Helm FCT. Inverse dynamics calculations during gait with restricted ground reaction force information from pressure insoles. *Gait & Posture*, 2006, 23(2): 189-199
- 19 Ren L, Jones RK, Howard D. Whole body inverse dynamics over a complete gait cycle based only on measured kinematics. *Journal of Biomechanics*, 2008, 41(12): 2750-2759
- 20 Porsa S, Lin YC, Pandy MG. Direct methods for predicting movement biomechanics based upon optimal control theory with implementation in OpenSim. *Annals of Biomedical Engineering*, 2016, 44(8): 2542-2557
- 21 Lin YC, Walter JP, Pandy MG. Predictive simulations of neuromuscular coordination and joint-contact loading in human gait. *Annals of Biomedical Engineering*, 2018, 46(8): 1216-1227
- 22 Martin AE, Schmiedeler JP. Predicting human walking gaits with a simple planar model. *Journal of Biomechanics*, 2014, 47(6): 1416-1421
- 23 Davy DT, Audu ML. A dynamic optimization technique for predicting muscle forces in the swing phase of gait. *Journal of Biomechanics*, 1987, 20(2): 187-201
- 24 Farahani SD, Svinin M, Andersen MS, et al. Prediction of closed-chain human arm dynamics in a crank-rotation task. *Journal of Biomechanics*, 2016, 49(13): 2684-2693
- 25 Wehner M, Quinlivan B, Aubin PM, et al. A lightweight soft exosuit for gait assistance//2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2013: 3362-3369
- 26 Sawicki GS, Beck ON, Kang I, et al. The exoskeleton expansion: improving walking and running economy. *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation*, 2020, 17(1): 1-9
- 27 Machado M, Moreira P, Flores P, et al. Compliant contact force models in multibody dynamics: Evolution of the Hertz contact theory. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 53: 99-121
- 28 Carvalho AS, Martins JM. Exact restitution and generalizations for the Hunt-Crossley contact model. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 139: 174-194
- 29 吕阳, 方虹斌, 徐鉴等. 四连杆膝关节假肢的动力学建模与分析. *力学学报*, 2020, 52(4): 1157-1173 (Lü Yang, Fang Hongbin, Xu Jian, et al. Dynamic modeling and analysis of the lower limb prosthesis with four-bar linkage prosthetic knee. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(4): 1157-1173 (in Chinese))
- 30 Mostaghel N, Davis T. Representations of Coulomb friction for dynamic analysis. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1997, 26(5): 541-548
- 31 Romano RA, Garcia C. Karnopp friction model identification for a real control valve. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 14906-14911
- 32 Marton L, Lantos B. Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 511-521
- 33 Kamenar E, Zelenika S. Nanometric positioning accuracy in the presence of presliding and sliding friction: modelling, identification and compensation. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2017, 45(1): 111-126
- 34 Geilinger M, Hahn D, Zehnder J, et al. Add: Analytically differentiable dynamics for multi-body systems with frictional contact. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2020, 39(6): 1-15
- 35 Zheng XD, Wang Q. LCP method for a planar passive dynamic walker based on an event-driven scheme. *Acta Mechanica Sinica*, 2018, 34(3): 578-588
- 36 郑鹏, 王琪, 吕敬等. 摩擦与滚阻对被动行走器步态影响的研究. *力学学报*, 2020, 52(1): 162-170 (Zheng Peng, Wang Qi, Lü Jing, et al. Study on the influence of friction and rolling resistance on the gait of passive dynamic walker. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(1): 162-170 (in Chinese))
- 37 段文杰, 王琪, 王天舒. 圆弧足被动行走器非光滑动力学仿真研究. *力学学报*, 2011, 43(4): 765-774 (Duan Wenjie, Wang Qi, Wang Tianshu. Simulation research of a passive dynamic walker with round feet based on non-smooth method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(4): 765-774 (in Chinese))
- 38 Liu J, Fang H, Xu J. Online adaptive PID control for a multi-joint lower extremity exoskeleton system using improved particle swarm optimization. *Machines*, 2021, 10(1): 21

- 39 徐声. 踝关节外骨骼的人机协作控制策略及优化. [硕士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学, 2019 (Xu Sheng. Human-machine cooperation control strategy and optimization of ankle exoskeleton. [Master Thesis]. Wuhan: Wuhan University Of Technology, 2019 (in Chinese))
- 40 Whittle MW. Gait Analysis: An Introduction. Butterworth-Heinemann, 2014
- 41 Girod B, Rabenstein R, Stenger A. Signals and Systems. John Wiley & Sons Incorporated, 2001
- 42 Rosner B, Glynn RJ, Ting Lee ML. Incorporation of clustering effects for the Wilcoxon rank sum test: a large-sample approach. *Biometrics*, 2003, 59(4): 1089-1098
- 43 Geijtenbeek T. Scone: Open source software for predictive simulation of biological motion. *Journal of Open Source Software*, 2019, 4(38): 1421
- 44 范光辉. 基于人体下肢表面肌电信号的动作模式识别及疲劳度分析. [硕士学位论文]. 安徽: 安徽工业大学, 2020 (Fan Guanghui. Movement pattern recognition and fatigue analysis based on EMG signals from lower extremity surface of human body. [Master Thesis]. Anhui: Anhui University of Technology, 2020 (in Chinese))
- 45 康乐. 人体下肢表面肌电信号的特性研究. [硕士学位论文]. 天津: 天津科技大学, 2012 (Kang Le. Research on the surface electromyography characteristics of human lower limb. [Master Thesis]. Tianjin: Tianjin University of Science and Technology, 2012 (in Chinese))
- 46 马渊源. 足背屈运动疲劳前后胫骨前肌和比目鱼肌 sEMG 的变化特征. [硕士学位论文]. 苏州: 苏州大学, 2019 (Ma Yuanyuan. Changes of sEMG of tibialis anterior and soleus muscle before and after dorsiflexion induced fatigue. [Master Thesis]. Suzhou: Soochow University, 2019 (in Chinese))

附录

对正文中的符号做下述简化

left_thigh – LT, left_shank – LS, left_foot – LF

right_thigh – RT, right_shank – RS, right_foot – RF

依据本文规定

$\theta_{\text{body}} = \theta_1$

$\theta_{\text{left_hip}} = \theta_2, \theta_{\text{left_knee}} = \theta_3, \theta_{\text{left_ankle}} = \theta_4$

$\theta_{\text{right_hip}} = \theta_5, \theta_{\text{right_knee}} = \theta_6, \theta_{\text{right_ankle}} = \theta_7$

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ 的各元素为

$$M_{11} = \frac{1}{3} l_{\text{body}}^2 m_{\text{body}}$$

$$M_{12} = M_{13} = M_{14} = M_{15} = M_{16} = M_{17} = 0$$

$$M_{18} = -\frac{1}{2} l_{\text{body}} m_{\text{body}} \sin(\theta_1)$$

$$M_{19} = \frac{1}{2} l_{\text{body}} m_{\text{body}} \cos(\theta_1)$$

$$M_{21} = 0$$

$$M_{22} = \frac{1}{3} (l_{\text{LF}}^2 + 3l_{\text{LS}}^2 + 3l_{\text{LT}}^2) m_{\text{LF}} + \frac{1}{3} (l_{\text{LS}}^2 + 3l_{\text{LT}}^2) m_{\text{LS}} + \frac{1}{3} l_{\text{LT}}^2 m_{\text{LT}} + l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4) + 2l_{\text{LS}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3) + l_{\text{LS}} l_{\text{LT}} m_{\text{LS}} \cos(\theta_3) + l_{\text{LF}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{23} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{3} l_{\text{LS}}^2 (3m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3 + \theta_4) + l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4) + \frac{1}{2} l_{\text{LS}} l_{\text{LT}} (2m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \cos(\theta_3)$$

$$M_{24} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4) + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{25} = M_{26} = M_{27} = 0$$

$$M_{28} = -l_{\text{LT}} (m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \sin(\theta_2) - \frac{3}{2} l_{\text{LT}} m_{\text{LT}} \sin(\theta_2) -$$

$$l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \sin(\theta_2 + \theta_3) - \frac{1}{2} l_{\text{LS}} m_{\text{LS}} \sin(\theta_2 + \theta_3) -$$

$$\frac{1}{2} l_{\text{LF}} m_{\text{LF}} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{29} = l_{\text{LT}} (m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \cos(\theta_2) + \frac{1}{2} l_{\text{LT}} m_{\text{LT}} \cos(\theta_2) +$$

$$l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} l_{\text{LS}} m_{\text{LS}} \cos(\theta_2 + \theta_3) +$$

$$\frac{1}{2} l_{\text{LF}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{31} = 0$$

$$M_{32} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{3} l_{\text{LS}}^2 (3m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) + l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4) +$$

$$\frac{1}{2} l_{\text{LS}} l_{\text{LT}} (2m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \cos(\theta_3) + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{33} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{3} l_{\text{LS}}^2 (3m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) + l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4)$$

$$M_{34} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4)$$

$$M_{35} = M_{36} = M_{37} = 0$$

$$M_{38} = -\frac{1}{2} l_{\text{LS}} (2m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \sin(\theta_2 + \theta_3) - \frac{1}{2} l_{\text{LF}} m_{\text{LF}} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{39} = \frac{1}{2} l_{\text{LS}} (2m_{\text{LF}} + m_{\text{LS}}) \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{41} = 0$$

$$M_{42} = \frac{1}{3} l_{\text{LF}}^2 m_{\text{LF}} + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LS}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_4) + \frac{1}{2} l_{\text{LF}} l_{\text{LT}} m_{\text{LF}} \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{43} = \frac{1}{3}l_{LF}^2 m_{LF} + \frac{1}{2}l_{LF}l_{LS}m_{LF} \cos(\theta_4)$$

$$M_{44} = \frac{1}{3}l_{LF}^2 m_{LF}$$

$$M_{45} = M_{46} = M_{47} = 0$$

$$M_{48} = -\frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{49} = \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{51} = M_{52} = M_{53} = M_{54} = 0$$

$$M_{55} = \frac{1}{3}(l_{RF}^2 + 3l_{RS}^2 + 3l_{RT}^2)m_{RF} + \frac{1}{3}(l_{RS}^2 + 3l_{RT}^2)m_{RS} + \frac{1}{3}l_{RT}^2 m_{RT} + l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7) + 2l_{RS}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6) + l_{RS}l_{RT}m_{RS} \cos(\theta_6) + l_{RF}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{56} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{3}l_{RS}^2 (3m_{RF} + m_{RS}) + l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7) + \frac{1}{2}l_{RS}l_{RT} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_6) + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{57} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7) + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{58} = -l_{RT} (m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5) - l_{RS} \left(m_{RF} + \frac{1}{2}m_{RS} \right) \sin(\theta_5 + \theta_6) - \frac{3}{2}l_{RT}m_{RT} \sin(\theta_5) - \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{59} = l_{RT} (m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5) + l_{RS} \left(m_{RF} + \frac{1}{2}m_{RS} \right) \cos(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2}l_{RT}m_{RT} \cos(\theta_5) + \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{61} = M_{62} = M_{63} = M_{64} = 0$$

$$M_{65} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{3}l_{RS}^2 (3m_{RF} + m_{RS}) + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6 + \theta_7) + l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7) + \frac{1}{2}l_{RS}l_{RT} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_6)$$

$$M_{66} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{3}l_{RS}^2 (3m_{RF} + m_{RS}) + l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7)$$

$$M_{67} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7)$$

$$M_{68} = -\frac{1}{2}l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_6 + \theta_7) - \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{69} = \frac{1}{2}l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5 + \theta_7) + \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{71} = M_{72} = M_{73} = M_{74} = 0$$

$$M_{75} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7) + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RT}m_{RF} \cos(\theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{76} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF} + \frac{1}{2}l_{RF}l_{RS}m_{RF} \cos(\theta_7)$$

$$M_{77} = \frac{1}{3}l_{RF}^2 m_{RF}$$

$$M_{78} = -\frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{79} = \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{81} = -\frac{1}{2}l_{\text{body}}m_{\text{body}} \sin(\theta_1)$$

$$M_{82} = -l_{LT} (m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_2) - l_{LS} \left(m_{LF} + \frac{1}{2}m_{LS} \right) \sin(\theta_2 + \theta_3) - \frac{1}{2}l_{LT}m_{LT} \sin(\theta_2) - \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{83} = -\frac{1}{2}l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_2 + \theta_3) - \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{84} = -\frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{85} = -l_{RT} (m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5) - l_{RS} \left(m_{RF} + \frac{1}{2}m_{RS} \right) \sin(\theta_5 + \theta_6) - \frac{1}{2}l_{RT}m_{RT} \sin(\theta_5) - \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{86} = -\frac{1}{2}l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{87} = -\frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{88} = m_{\text{body}} + m_{LF} + m_{LS} + m_{LT} + m_{RF} + m_{RS} + m_{RT}$$

$$M_{89} = 0$$

$$M_{91} = \frac{1}{2}l_{\text{body}}m_{\text{body}} \cos(\theta_1)$$

$$M_{92} = l_{LT} (m_{LF} + m_{LS}) \cos(\theta_2) + l_{LS} \left(m_{LF} + \frac{1}{2}m_{LS} \right) \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2}l_{LT}m_{LT} \cos(\theta_2) + \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{93} = \frac{1}{2}l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{94} = \frac{1}{2}l_{LF}m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$M_{95} = l_{RT} (m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5) + l_{RS} \left(m_{RF} + \frac{1}{2}m_{RS} \right) \cos(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2}l_{RT}m_{RT} \cos(\theta_5) + \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{96} = \frac{1}{2}l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{97} = \frac{1}{2}l_{RF}m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$M_{98} = 0$$

$$M_{99} = m_{\text{body}} + m_{LF} + m_{LS} + m_{LT} + m_{RF} + m_{RS} + m_{RT}$$

$V(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ 矩阵的各元素为

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = -\frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} [l_{LS} \sin(\theta_2) + l_{LT} \sin(\theta_2 + \theta_3)] \dot{\theta}_4^2 -$$

$$l_{LT} [l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_3) + l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 +$$

$$\left[-l_{LS} l_{LT} \left(m_{LF} + \frac{1}{2} m_{LS} \right) \sin(\theta_3) - \frac{1}{2} l_{LF} l_{LT} m_{LF} \sin(\theta_3 + \theta_4) \right] \dot{\theta}_3^2 -$$

$$l_{LF} m_{LF} [l_{LS} \sin(\theta_4) + l_{LT} \sin(\theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_4 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)$$

$$V_3 = \frac{1}{2} l_{LT} [l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_3) + l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2^2 -$$

$$l_{LF} l_{LS} m_{LF} \sin(\theta_4) \dot{\theta}_4 \left(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_4 \right)$$

$$V_4 = l_{LF} l_{LS} m_{LF} \sin(\theta_4) \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \right) + l_{LS} m_{LF} \sin(\theta_4) \dot{\theta}_3^2 +$$

$$\frac{1}{2} l_{LF} l_{LT} m_{LF} \sin(\theta_3 + \theta_4) \dot{\theta}_2^2$$

$$V_5 = -\frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} [l_{RS} \sin(\theta_7) + l_{RT} \sin(\theta_7 + \theta_6)] \dot{\theta}_7^2 -$$

$$l_{RT} [l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_6) + l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 +$$

$$\left[-l_{RS} l_{RT} \left(m_{RF} + \frac{1}{2} m_{RS} \right) \sin(\theta_6) - \frac{1}{2} l_{RF} l_{RT} m_{RF} \sin(\theta_6 + \theta_7) \right] \dot{\theta}_6^2 -$$

$$l_{RF} m_{RF} [l_{RS} \sin(\theta_7) + l_{RT} \sin(\theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_7 (\dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6)$$

$$V_6 = \frac{1}{2} l_{RT} [l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_6) + l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5^2 -$$

$$l_{RF} l_{RS} m_{RF} \sin(\theta_7) \dot{\theta}_7 \left(\dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_7 \right)$$

$$V_7 = l_{RF} l_{RS} m_{RF} \sin(\theta_7) \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}_5^2 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) + l_{RS} m_{RF} \sin(\theta_7) \dot{\theta}_6^2 +$$

$$\frac{1}{2} l_{RF} l_{RT} m_{RF} \sin(\theta_6 + \theta_7) \dot{\theta}_5^2$$

$$V_8 = -\frac{1}{2} l_{body} m_{body} \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1^2 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{LT} (2m_{LF} + 2m_{LS} + m_{LT}) \cos(\theta_3) +$$

$$l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2^2 -$$

$$[l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_3^2 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{RT} (2m_{RF} + 2m_{RS} + m_{RT}) \cos(\theta_6) +$$

$$l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5^2 -$$

$$[l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \cos(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_6^2 -$$

$$\frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \dot{\theta}_4^2 - \frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7) \dot{\theta}_7^2 -$$

$$l_{LF} m_{LF} \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \dot{\theta}_4 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) -$$

$$l_{RF} m_{RF} \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7) \dot{\theta}_7 (\dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6)$$

$$V_9 = -\frac{1}{2} l_{body} m_{body} \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1^2 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{LT} (2m_{LF} + 2m_{LS} + m_{LT}) \sin(\theta_3) +$$

$$l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2^2 -$$

$$[l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)] \dot{\theta}_3^2 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{RT} (2m_{RF} + 2m_{RS} + m_{RT}) \sin(\theta_5) +$$

$$l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5^2 -$$

$$[l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 -$$

$$\frac{1}{2} [l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) \sin(\theta_5 + \theta_6) + l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)] \dot{\theta}_6^2 -$$

$$\frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \dot{\theta}_4^2 - \frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7) \dot{\theta}_7^2 -$$

$$l_{LF} m_{LF} \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \dot{\theta}_4 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) -$$

$$l_{RF} m_{RF} \sin(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7) \dot{\theta}_7 (\dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6)$$

$G(\theta) \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$ 矩阵各元素为

$$G_1 = \frac{1}{2} l_{body} m_{body} g \cos(\theta_1)$$

$$G_2 = \frac{1}{2} l_{LT} [2(m_{LF} + m_{LS}) + m_{LT}] g \cos(\theta_2) +$$

$$\frac{1}{2} l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) g \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} g \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$G_3 = \frac{1}{2} l_{LS} (2m_{LF} + m_{LS}) g \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} g \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$G_4 = \frac{1}{2} l_{LF} m_{LF} g \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$G_5 = \frac{1}{2} l_{RT} [2(m_{RF} + m_{RS}) + m_{RT}] g \cos(\theta_5) +$$

$$\frac{1}{2} l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) g \cos(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} g \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$G_6 = \frac{1}{2} l_{RS} (2m_{RF} + m_{RS}) g \cos(\theta_5 + \theta_6) + \frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} g \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$G_7 = \frac{1}{2} l_{RF} m_{RF} g \cos(\theta_5 + \theta_6 + \theta_7)$$

$$G_8 = 0$$

$$G_9 = (m_{\text{body}} + m_{LF} + m_{LS} + m_{LT} + m_{RF} + m_{RS} + m_{RT})g$$

$J_f \in \mathbb{R}^{8 \times 9}$ 矩阵各元素为

$$J_{f_{11}} = 0$$

$$J_{f_{12}} = 1$$

$$J_{f_{13}} = J_{f_{14}} = J_{f_{15}} = J_{f_{16}} = 0$$

$$J_{f_{17}} = -l_{RT} \sin\left(\theta_5 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{RS} \sin\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{18}} = -l_{RS} \sin\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{19}} = J_{f_{21}} = 0$$

$$J_{f_{22}} = 1$$

$$J_{f_{23}} = 0$$

$$J_{f_{24}} = -l_{LT} \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{LS} \sin\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{25}} = -l_{LS} \sin\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{26}} = J_{f_{27}} = J_{f_{28}} = J_{f_{29}} = 0$$

$$J_{f_{31}} = 0$$

$$J_{f_{32}} = 1$$

$$J_{f_{33}} = J_{f_{34}} = J_{f_{35}} = J_{f_{36}} = 0$$

$$J_{f_{37}} = -l_{RT} \sin\left(\theta_5 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{RS} \sin\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{RF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{38}} = -l_{RS} \sin\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{RF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{39}} = l_{RF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{41}} = 0$$

$$J_{f_{42}} = 1$$

$$J_{f_{43}} = 0$$

$$J_{f_{44}} = -l_{LT} \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{LS} \sin\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{LF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{45}} = -l_{LS} \sin\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right) - l_{LF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{46}} = l_{LF} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{47}} = J_{f_{48}} = J_{f_{49}} = 0$$

$$J_{f_{51}} = 1$$

$$J_{f_{53}} = J_{f_{54}} = J_{f_{55}} = J_{f_{56}} = 0$$

$$J_{f_{57}} = l_{RT} \cos\left(\theta_5 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{RS} \cos\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{58}} = l_{RS} \cos\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{59}} = 0$$

$$J_{f_{61}} = 1$$

$$J_{f_{62}} = J_{f_{63}} = 0$$

$$J_{f_{64}} = l_{LT} \cos\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{LS} \cos\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{65}} = l_{LS} \cos\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_{f_{66}} = J_{f_{67}} = J_{f_{68}} = J_{f_{69}} = 0$$

$$J_{f_{71}} = 1$$

$$J_{f_{72}} = J_{f_{73}} = J_{f_{74}} = J_{f_{75}} = J_{f_{76}} = 0$$

$$J_{f_{77}} = l_{RT} \cos\left(\theta_5 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{RS} \cos\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{RF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{78}} = l_{RS} \cos\left(\theta_5 + \theta_6 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{RF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{79}} = -l_{RF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5 + \theta_6 - \theta_7\right)$$

$$J_{f_{81}} = 1$$

$$J_{f_{82}} = J_{f_{83}} = 0$$

$$J_{f_{84}} = l_{LT} \cos\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{LS} \cos\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{LF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{85}} = l_{LS} \cos\left(\theta_2 + \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right) + l_{LF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{86}} = -l_{LF} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4\right)$$

$$J_{f_{87}} = J_{f_{88}} = J_{f_{89}} = 0$$