

El、Scopus 收录 中文核心期刊

## 折纸超材料折展稳态特性研究

王海瑞,申薛靖,王宙恒,贾 璐,李传檑,朱龙基,赵丹阳

# STUDY ON FOLDING STABILITY OF ORIGAMI METAMATERIALS

Wang Hairui, Shen Xuejing, Wang Zhouheng, Jia Lu, Li Chuanlei, Zhu Longji, and Zhao Danyang

在线阅读 View online: https://doi.org/10.6052/0459-1879-22-356

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

# 多稳态串联折纸结构的非线性动力学特性

NONLINEAR DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF A MULTI-STABLE SERIES ORIGAMI STRUCTURE 力学学报. 2019, 51(4): 1110-1121

# 基于Chebyshev展开的区间穿孔板超材料分析

THE INTERVAL ANALYSIS OF MULTILAYER–METAMATERIALS WITH PERFORATED APERTURES BASED ON CHEBYSHEV EXPANSION

力学学报. 2017, 49(1): 137-148

# 新型负刚度吸能结构力学特性分析

MECHANICAL PROPERTIES ANALYSIS OF A NEW ENERGY ABSORBING STRUCTURE WITH NEGATIVE STIFFNESS 力学学报. 2021, 53(7): 1940–1950

# 负泊松比材料和结构的研究进展

RESEARCH PROGRESS IN AUXETIC MATERIALS AND STRUCTURES 力学学报. 2019, 51(3): 656–689

### 折纸及其折痕设计研究综述

A REVIEW OF ORIGAMI AND ITS CREASE DESIGN 力学学报. 2018, 50(3): 467–476

# 两空间耦合下齿轮传动系统多稳态特性研究

RESEARCH ON MULTI–STABILITY CHARACTERISTICS OF GEAR TRANSMISSION SYSTEM WITH TWO–SPACE COUPLING

力学学报. 2019, 51(5): 1489-1499



关注微信公众号,获得更多资讯信息

2022 年 10 月

弹性波与力学超材料设计与应用专题

# 折纸超材料折展稳态特性研究<sup>1)</sup>

王海瑞\*,<sup>†,2)</sup> 申薛靖\* 王宙恒\* 贾 璐\* 李传檑\* 朱龙基\* 赵丹阳\*\*

\*(清华大学航天航空学院,北京100084)

\*(西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室,西安710049)

\*\* (大连理工大学机械工程学院, 辽宁大连 116024)

**摘要** 可折展折纸超材料可通过自身内部微结构连续变形来调控宏观变形,使其泊松比、刚度、模量等力学性能发生转变.本文针对新型折纸超材料稳态机理不清晰的问题,采用扭转弹簧等效法和能量原理,对折纸超材料在复杂内部构型及折展运动协同作用下的力学行为进行理论研究,建立超材料构型在折展变形过程中的力学模型,分析构型几何参数对折展外载荷的影响规律.通过参数分析发现,该折纸超材料的外载荷在展开过程中呈现出单调性,不具有稳态特性.外载荷在折叠过程中可呈现出单调性、单稳态和双稳态等多种情况,不同稳态之间的调控与边长比*p*和*q*、内角*α、*折展角*θ*和间距尺寸比*r*等构型参数密切相关,从而揭示折纸超材料稳态特性的转变机理.本文对于提高折纸超材料的构型设计及其性能调控具有重要的理论指导意义.

关键词 折纸结构,超材料,多稳态,构型参数,参数分析

中图分类号: O342 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-22-356

# STUDY ON FOLDING STABILITY OF ORIGAMI METAMATERIALS<sup>1)</sup>

Wang Hairui<sup>\*,†,2)</sup> Shen Xuejing<sup>\*</sup> Wang Zhouheng<sup>\*</sup> Jia Lu<sup>\*</sup> Li Chuanlei<sup>\*</sup> Zhu Longji<sup>\*</sup> Zhao Danyang<sup>\*\*</sup>

\* (School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

<sup>†</sup> (State Key Laboratory of Mechanical Structural Strength and Vibration, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China) \*\* (School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China)

**Abstract** Origami metamaterials can regulate and control macroscopic deformation by continuous deformation of their internal microstructure. Hence, mechanical properties such as Poisson's ratio, stiffness, and modulus of the metamaterials can be adjusted and designed. This work theoretically studied the mechanical behavior of origami metamaterials under the synergy of complex internal configuration and folding motion, with the methods of torsion spring equivalent and energy principle. Here, we established a mechanical model to describe the folding deformation of the metamaterials, and analyzed the influence of geometric parameters on external loading. Through parameter analysis, it is found that the external loading exhibits monotonicity during the unfolding process and does not have stability. The external loading can show three situations such as monotonicity, mono-stability and bi-stability during the folding process, which are closely related to the parameters. This work provides important guidance to origami metamaterials for improving the design of the configuration and the regulation of their performance.

1) 国家自然科学基金 (12102223) 和西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室开放课题 (SV2021-KF-09) 项目资助. 2) 王海瑞, 助理研究员, 主要研究方向: 可展结构/超材料的设计与规模化制造. E-mail: whrlixue@126.com

<sup>2022-08-01</sup> 收稿, 2022-09-21 录用, 2022-09-22 网络版发表.

引用格式: 王海瑞, 申薛靖, 王宙恒, 贾璐, 李传檑, 朱龙基, 赵丹阳. 折纸超材料折展稳态特性研究. 力学学报, 2022, 54(10): 2726-2732 Wang Hairui, Shen Xuejing, Wang Zhouheng, Jia Lu, Li Chuanlei, Zhu Longji, Zhao Danyang. Study on folding stability of origami metamaterials. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(10): 2726-2732

#### Key words origami configuration, metamaterials, multi-stability, configuration parameters, parametric analysis

# 引 言

随着可穿戴设备自感知传感、飞机自适应智能 蒙皮、军事装甲多元防护等前沿科技的迅速发展, 传统材料的多功能化及变形调控的难度越来越大, 通过巧妙的结构设计发展能够突破传统材料性能瓶 颈的超材料,已成为新材料研发的重要方向<sup>[1-3]</sup>.折 纸超材料作为一种革命性新材料,其在可延展柔性 电子<sup>[4]</sup>、血管支架<sup>[5]</sup>、高灵敏度传感器<sup>[6]</sup>、可重构 机器人<sup>[7-8]</sup>及轻量化重大装备<sup>[9-10]</sup>等方面具有巨大 应用前景,因而备受国内外学者的关注,这得益于其 内部折纸胞元的丰富设计和大折展比.同时这类材 料还拥有变形可重构、功能可编程、尺寸与组分材 料独立等优点<sup>[11-14]</sup>,这使得折纸超材料的力学性能 不仅呈现出优异的可调性能,而且具有广阔的调控 裕度.

折纸超材料是通过自身内部微结构连续变形来 调控整体宏观大变形,使得力学性能发生演化,例如 可调的泊松比、可转变的稳态和多刚度、可变的模 量等[15-17]. 其中最重要也是最独特的力学性能当属 折纸构型的多稳态特性. 多稳态结构在其运动过程 中有多个力学平衡位置,可通过外界能量的输入使 结构在不同稳态构型之间跃迁. 目前围绕折纸超材 料的性能分析研究已经取得了一定进展. Yasuda 等[18-19] 发现了刚性可动的 Tach-Miura 折纸结构在 轴向伸缩变形过程中的多稳态特性. Hanna 等<sup>[20-21]</sup> 采用能量原理研究了 Waterbomb Origami 构型,发现 该构型具有双稳态特性. Silverberg 等[22-23] 通过弹性 面假设研究了 Miura-ori 折纸超材料,发现其存在两 种稳定构型其刚度具有再编程性. Cai 等<sup>[24-25]</sup> 分析 了 Kresling 管轴向伸缩过程中非线性载荷位移曲线, 发现典型双稳态特征与初始几何参数条件有关. Fang 等[26-29] 研究了 Miura 堆叠体动力特性,发展了单元 的刚度异步自锁,实现了分段多刚度调控. Song 等<sup>[30]</sup> 研究了堆叠的 Miura 折纸超材料的渐进能量吸收性 能. 以上研究围绕 Miura 类相对简单的折纸构型及 其堆叠体的性能分析取得了一定进展. 然而, Miura 折纸结构以外具有复杂构型的折纸超材料的构筑较 少,稳态等性能研究相对较弱,从而在一定程度上制 约了新型超材料的性能调控设计. 最近, Wang 等[31] 构筑了一种具有三维负泊松比的单层折纸超材料, 通过结构参数调控可以使得该结构呈现双重负泊松 比. 然而, 对该折纸超材料性能的深入研究尚且缺乏, 难以指导该超材料结构设计及其性能调控.

本文针对新型折纸超材料力学特性不明确的问题,采用折痕等效扭转弹簧分析法和能量原理等方法,推导折纸超材料在折展变形过程中的外载荷与 结构参数之间的内在关系,分析在复杂内部构型及 折展特征协同作用下的外载荷变化规律,以明晰折 纸超材料的稳态特性与折展变形之间关系,为超材 料的构型参数优化设计和折展变形中的稳态性能调 控提供理论依据.

## 1 折纸超材料构型与力学模型

图 1 所示的折纸超材料属于单自由度刚性折纸 构型,是由多个面体通过公共折痕连接组成.从三维 模型可以看出,该构型存在内凹几何特征,使其呈现 三维(面内和离面方向)负泊松比特性.其中图 1(a) 所示的折痕图展示了包括间距尺寸比(r)、边长比 (p,q)和内角(α)以及与初始折展状态相关的初始折 展角(θ<sub>0</sub>)等几何参数.如图 1(b)所示,在准静态折 展过程中,假定折纸构型的折痕为扭力弹簧,其单位 长度刚度为 k.因此,外载荷在其作用方向上所做的 外功能够全部转化为超材料内部折痕的弹性势能.

折纸构型的初始高度对应于其初始折展角度θ<sub>0</sub>. 外载荷作用下的位移为s.此时,折纸超材料在外载 荷F<sub>z</sub>作用下产生的外功为

$$W = F_z s = 2F_z a(\sin\theta_0 - \sin\theta) \tag{1}$$

同时, 折纸超材料在准静态折展过程中所有折 痕存储的势能为

$$E = \sum M_{\theta} \Delta \theta + \sum M_{\varepsilon} \Delta \varepsilon + \sum M_{\beta} \Delta \beta = \frac{1}{2} k \sum L_{\theta} (\theta - \theta_0)^2 + \frac{1}{2} k \sum L_{\varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon_0)^2 + \frac{1}{2} k \sum L_{\beta} (\beta - \beta_0)^2$$
(2)

其中,横向折痕对应的二面角记为折展角 $\theta$ ,折纸结构中横向折痕总长度为 $\sum L_{\theta} = 6a\left(p+q+\frac{1}{\tan \alpha}\right)$ ;竖向折痕对应的二面角记为旋转角 $\varepsilon$ ,折纸结构中竖向折痕总长度为 $\sum L_{\varepsilon} = 8ra$ ,斜向折痕对应的二面角

报







记为二面角 $\beta$ ,斜折纸结构中向折痕总长度为 $\sum L_{\beta} = \frac{8a}{\sin \alpha}$ ;当折展角初始为 $\theta_0$ 时,相应的旋转角 $\varepsilon$ 与二面角 $\beta$ 分别记为 $\varepsilon_0$ 和 $\beta_0$ .

折纸超材料在折展变形过程中的总能量为U = E - W.由于超材料变形过程中始终处于平衡状态, 以折展角 $\theta$ 为自变量,根据最小势能原理 $\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0$ .同 时结合文献 [31] 中折纸超材料的二面角和旋转角与 折展角的关系,可以求得折纸超材料单胞在折展过 程中的外载荷为

$$\frac{F_z}{k} = -\frac{3}{\cos\theta} \left( q + p + \frac{1}{\tan\alpha} \right) (\theta - \theta_0) + \frac{8 \left[ r(\varepsilon - \varepsilon_0) \sin\theta \sin^2\alpha - (\beta - \beta_0) \right]}{\cos\theta \tan\alpha \left( \sin^2\theta \cos^2\alpha + \cos^2\theta \right)}$$
(3)

从外载荷公式可以看出, 折纸超材料的外载 荷为结构几何形状与初始折展状态的函数. 为揭 示折纸超材料在折展过程中的稳态行为, 有必要 进一步探索上述结构参数对折展外载荷的影响 规律.

#### 2 参数影响规律分析

本文选定尺寸比 a = 1, p = 5 为折纸超材料长度 基准, 通过分析折展过程中外载荷的变化规律, 研究 超材料的稳态特性. 图中色差带分别表示外载荷的 正负和大小. 外载荷的正负边界是初始折展角 θo. 当 折展角 θ 从初始 θo 增加到 90°时, 超材料为展开变形, 此时为拉伸外载荷, 定义为负值. 当折展角 θ 从 θo 减 小到 0°时, 超材料为折叠变形, 此时为压缩外载荷, 定义为正值. 同时外载荷的增减过程分别对应了正 刚度和负刚度.

#### 2.1 边长比对折纸超材料外载荷的影响

图 2(a) 显示折叠压缩外载荷与折展角 θ 负相 关.图 2(b) 显示压缩外载荷先增大到最大值 (黑色虚 线), 然后减小到最小值 (红色点划线), 最后略有增 加,即呈现双稳态特性.图 2(c) 显示压缩外载荷首先 增加到最大值 (黑色虚线), 然后逐渐减小, 表现出单 稳态特性.

从图 2 中可以看出,为避免极限折叠时折纸结 构的自干扰,横坐标边长比 *q* 的范围取决于结构的 边长比 *p* 和内角 *α*. 此外当折展角 θ 固定时,折纸超 材料的折展外载荷与边长比参数 *q* 呈正相关性. 从 图 2(a)~图 2(c) 的对比可以看出,内角 α 的增加促使 双稳态的出现.间距尺寸比 *r* 的增加使得双稳态转 变为单稳态.这表明稳态间的转变与内角 α 和间距 尺寸比 *r* 有关.

#### 2.2 内角对折纸超材料外载荷的影响

图 3(a) 显示折叠压缩载荷与折展角 θ 负相关, 与内角 α 也是负相关; 展开拉伸外载荷与内角 α 负 相关.图 3(b) 显示压缩载荷表现出多种情况, 内角 α 在 0°~45°范围内, 折叠压缩载荷单调增加; 内角







(b) 参数为 r=1, α=70°, θ<sub>0</sub>=80° 的折纸超材料 的外载荷与几何参数的关系图
(b) Relationships between external load and geometric parameters of origami metamaterials with r=1, α=70°, θ<sub>0</sub>=80°





Fig. 2 Relationships between external load  $F_z/k$  and edge ratio q during the folding of origami metamaterials

α 在 45°~73.2°范围内, 折叠压缩载荷先快速增加, 然后减少, 最后缓慢增加, 即压缩载荷呈现双稳态. 图 3(c)显示折叠压缩载荷在内角 α 为 0°~24°范围 内表现为单调性, 在内角 α 为 24°~32°范围内表现 为双稳态, 在内角 α 为 32°~73.2°范围内表现为单 稳态. 以上表明, 折纸构型的外载荷稳态特性与内角 α 密切相关.

从图 3 中可以看出,展开拉伸外载荷与折展角θ 呈负相关;为避免极限折叠时折纸结构的自干扰,横 坐标内角 α 的取值范围决定了边长比参数 q 的取 值. 从图 2(a)~图 2(c) 之间的比较可以看出,随着初







 (b) 多数分算 3,7 1,50 60 日所代起初年
 的外载荷与几何参数的关系图
 (b) Relationships between external load and geometric parameters of origami metamaterials with q = 3, r = 1, θ<sub>0</sub> = 80°

#### 图 3 折纸超材料在折展过程中外载荷 F<sub>z</sub>/k 与折展角α之间的关系

Fig. 3 Relationships between external load  $F_z/k$  and inner angle  $\alpha$  during the folding of origami metamaterials



报







始折展角度θ<sub>0</sub>的增加,压缩外载荷逐渐表现出稳态 特性;而随着间距尺寸比r的增大,外载荷表现出由 双稳态向单稳态的转变,且稳态范围增大.这表明, 初始折展角θ<sub>0</sub>和间距尺寸比r对压缩外载荷稳态的 影响非常显著.

#### 2.3 间距尺寸比对折纸超材料外载荷的影响

图 4(a) 显示随着间距尺寸比r或折展角θ的变 化, 压缩外载荷始终呈现单调性, 即无稳态. 图 4(b) 显示压缩外载荷在间距尺寸比r为0~6.3 范围内单 调增加, 即无稳态. 在间距尺寸比r为6.3~7.2 和 12.9~15 的范围内, 压缩外载荷表现出单稳态特性. 在间距尺寸比r为7.2~12.9 的范围内, 压缩外载荷 表现出双稳态特性. 图 4(c) 显示压缩外载荷表现出 单稳态和双稳态等两种情况, 这取决于间距尺寸比 r 的取值.

从图 4 可以看出, 当折展角 θ 固定时, 随着间距 尺寸比 r 的增加, 外载荷逐渐增大; 横坐标间距尺寸 比 r 的取值范围与其他几何参数无关, 呈现出独立 性. 从图 4(a) 和图 4(b) 的比较可以看出, 随着初始折 展角度 θ<sub>0</sub> 的增加, 压缩外载荷表现出稳态特性. 从 图 4(b) 和图 4(c) 的比较可以看出, 随着内角 α 的增 大, 压缩外载荷的稳态范围逐渐增大. 这表明内角 α 和初始折展角 θ<sub>0</sub> 对折纸构型的稳态形式影响较大.



 (a) 参数为 q = 3, α = 35°, θ₀ = 60° 的折纸超材料 的外载荷与几何参数的关系图
 (a) Relationships between external load and geometric parameters of origami metamaterials with q = 3, α = 35°, θ₀ = 60°









Fig. 4 Relationships between external load  $F_z/k$  and spacing ratio r during the folding of origami metamaterials

#### 2.4 外载荷变化规律

从图 5 中可以看出,构型参数为p = 50, q = 18.75, r = 5, a = 12.5,  $\alpha = 40^{\circ}$ ,  $\theta_0 = 60^{\circ}$ 的折纸超材料外载荷在 折展过程中单调递增,即不存在稳态.构型参数为p =50, q = 15, r = 50, a = 12.5,  $\alpha = 55^{\circ}$ ,  $\theta_0 = 70^{\circ}$ 的折纸超 材料外载荷在折展角 $\theta$ 为 0°~51.7°的范围内递减, 表现为单稳态特性,此时为负刚度材料,这在精密仪 器的隔振等方面具有潜在应用.构型参数为p = 50, q = 25, r = 5, a = 12.5,  $\alpha = 75^{\circ}$ ,  $\theta_0 = 80^{\circ}$ 的折纸超材料 外载荷在折叠过程中先增加(折展角 $\theta$ 从 80°到 69.75°) 后减小(折展角 $\theta$ 从 69.75°到 49.5°),最后又增加(折 展角 $\theta$ 从 49.5°到 0°),表现为双稳态特性,这在冲击 吸能等方面具有潜在应用.



图 5 3 种折纸超材料在折展过程中外载荷的变化 Fig. 5 Three kinds of variations of external loads during folding of origami metamaterials

综上,所有折纸超材料的外载荷在展开过程中 都呈现单调性.不同折纸超材料的外载荷在折叠过 程中表现出不同的变化趋势,从而呈现出单调性、 单稳态和双稳态等不同状态.外载荷的稳态特性则 由边长比 q、内角 α、折展角θ<sub>0</sub>和间距尺寸比 r 共 同调控.

# 3 结论

本文理论研究了新型折纸超材料的面内单向准 静态折展过程的力学性能,建立了折纸构型折展变 形过程的力学模型,获得了折展外载荷与构型几何 参数之间的内在关系,得到以下结论.

(1)该折纸超材料的外载荷在展开过程中呈现 单调性,展开外载荷与折展角θ负相关. (2)外载荷在折叠过程中可以呈现单调性、单
 稳态和双稳态,这些特性的调控密切依赖于边长比
 q、内角α、折展角θ和间距尺寸比r等构型参数.

(3)揭示了折纸超材料稳态特性的转变机理.初 始折展角θ₀促使压缩外载荷表现出稳态特性;内角 α的增加促使双稳态的出现,间距尺寸比r的增加使 得双稳态向单稳态转变,且稳态范围增大.

研究结果为新型折纸超材料稳态性能的调控和 构型设计提供了可借鉴的思路.有助于推动折纸超 材料在大延展皮肤电子、气动可变行飞行器和高强 度军事装甲防护等方面的工程应用.



- Surjadi JU, Gao L, Du H, et al. Mechanical metamaterials and their engineering applications. *Advanced Engineering Materials*, 2019, 21(3): 1800864
- 2 Wu L, Wang Y, Chuang K, et al. A brief review of dynamic mechanical metamaterials for mechanical energy manipulation. *Materials Today*, 2021, 44: 168-193
- 3 任鑫,张相玉,谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展. 力学学 报, 2019, 51(3): 656-687 (Ren Xin, Zhang Xiangyu, Xie Yimin. Research progress in auxetic materials and structures. *Chinese Journal* of *Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 656-687 (in Chinese))
- 4 常若菲,张一慧,宋吉舟.可延展结构的设计及力学研究新进展. 固体力学学报,2016,37(2):95-106 (Chang Ruofei, Zhang Yihui, Song Jizhou. Recent advances in mechanics of stretchable designs. *Chinese Journal of Solid Mechancis*, 2016, 37(2): 95-106 (in Chinese))
- 5 Kuribayashi K, Tsuchiya K, You Z, et al. Self-deployable origami stent grafts as a biomedical application of Ni-rich TiNi shape memory alloy foil. *Materials Science and Engineering A*, 2006, 419: 131-137
- 6 Wang Y, Zang D, Ge S, et al. A novel microfluidic origami photoelectrochemical sensor based on CdTe quantum dots modified molecularly imprinted polymer and its highly selective detection of Sfenvalerate. *Electrochimica Acta*, 2013, 107: 147-154
- 7 Rus D, Tolley MT. Design, fabrication and control of origami robots. *Nature Reviews Materials*, 2018, 3(6): 101-112
- 8 Onal CD, Wood RJ, Rus D. An origami-inspired approach to worm robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, 18(2): 430-438
- 9 邓云飞,曾宪智,周翔等. 复合材料褶皱夹芯结构研究进展. 复合 材料学报, 2020, 37(12): 2966-2983 (Deng Yunfei, Zeng Xianzhi, Zhou Xiang, et al. Research progress for the composite sandwich structure with foldcore. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2020, 37(12): 2966-2983 (in Chinese))
- 10 Gattas JM, You Z. Quasi-static impact of indented foldcores. *Inter-national Journal of Impact Engineering*, 2014, 73: 15-29
- 李笑,李明. 折纸及其折痕设计研究综述. 力学学报, 2018, 50(3): 467-476 (Li Xiao, Li Ming. A review of origami and its crease design. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*,

力

2018, 50(3): 467-476 (in Chinese))

- 12 Wang H, Zhao D, Jin Y, et al. Unified parametric modeling of origami-based tube. *Thin-Walled Structures*, 2018, 133: 226-234
- 13 Wang Z, Jing L, Yao K, et al. Origami-based reconfigurable metamaterials for tunable chirality. *Advanced Materials*, 2017, 29(27): 1700412
- 14 陈焱. 基于机构运动的大变形超材料. 机械工程学报, 2020, 56(19): 2-13 (Chen Yan. Review on kinematic metamaterials. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(19): 2-13 (in Chinese))
- 15 Schenk M, Guest SD. Geometry of Miura-folded metamaterials. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2013, 110(9): 3276-3281
- 16 方虹斌, 吴海平, 刘作林等. 折纸结构和折纸超材料动力学研究进展. 力学学报, 2022, 54(1): 1-38 (Fang Hongbin, Wu Haiping, Liu Zuolin, et al. Advances in the dynamics of origami structures and origami metamaterials. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(1): 1-38 (in Chinese))
- 17 Lin Z, Novelino LS, Wei H, et al. Mechanical metamaterials: folding at the microscale: enabling multifunctional 3 d origami - architected metamaterials. *Small*, 2020, 16(35): 2070192
- 18 Yasuda H, Yang J. Rarefaction wave propagation in origami-based mechanical metamaterials//ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2015, 57137: V05BT08A058
- 19 Yasuda H, Yang J. Reentrant origami-based metamaterials with negative Poisson's ratio and bistability. *Physical Review Letters*, 2015, 18(115): 185502
- 20 Hanna BH, Magleby SP, Lang RJ, et al. Force-deflection modeling for generalized origami waterbomb-base mechanisms. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2015, 82(8): 081001
- 21 Hanna BH, Lund JM, Lang RJ, et al. Waterbomb base: a symmetric single-vertex bistable origami mechanism. *Smart Materials & Structures*, 2014, 23(9): 94009

- 22 Silverberg JL, Na J, Evans AA, et al. Origami structures with a critical transition to bistability arising from hidden degrees of freedom. *Nature Materials*, 2015, 14(4): 389-393
- 23 Silverberg JL, Evans AA, Mcleod L, et al. Using origami design principles to fold reprogrammable mechanical metamaterials. *Science*, 2014, 345(6197): 647
- 24 Cai J, Zhang Y, Xu Y, et al. The foldability of cylindrical foldable structures based on rigid origami. ASME Journal of Mechanical Design, 2016, 138(3): 31401
- 25 Cai J, Deng X, Zhou Y, et al. Bistable behavior of the cylindrical origami structure with Kresling pattern. ASME Journal of Mechanical Design, 2015, 137(6): 61406
- 26 Fang H, Chu SA, Xia Y, et al. Programmable self-locking origami mechanical metamaterials. *Advanced Materials*, 2018, 30(15): 1706311
- 27 Fang H, Yu X, Cheng L. Reconfigurable origami silencers for tunable and programmable sound attenuation. *Smart Materials and Structures*, 2018, 27(9): 95007
- 28 Liu Z, Fang H, Xu J, et al. A novel origami mechanical metamaterial based on Miura-variant designs: exceptional multistability and shape reconfigurability. *Smart Material Structures*, 2021, 30(8): 085029
- 29 邱海, 方虹斌, 徐鉴. 多稳态串联折纸结构的非线性动力学特性. 力学学报, 2019, 51(4): 1110-1121 (Qiu Hai, Fang Hongbin, Xu Jian. Nonlinear dynamical characteristics of a multi-stable series origami structure. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4): 1110-1121 (in Chinese))
- 30 Song J, Ma J, Chen Y. An origami-inspired mechanical metamaterial with graded stiffness. APS March Meeting, 2018, F57: 006
- 31 Wang H, Zhao D, Jin Y, et al. Modulation of multi-directional auxeticity in hybrid origami metamaterials. *Applied Materials Today*, 2020, 20: 100715