

基于能量传递规律的海洋立管涡激振动抑制研究

马烨璇, 宋志友, 徐万海

STUDY ON VORTEX-INDUCED VIBRATION SUPPRESSION OF MARINE RISER BASED ON ENERGY TRANSFER

Ma Yexuan, Song Zhiyou, and Xu Wanhai

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-21-664>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

流致振动能量收集的钝头体几何设计研究

THE EFFECT OF GEOMETRIC FEATURE OF BLUFF BODY ON FLOW-INDUCED VIBRATION ENERGY HARVESTING

力学学报. 2021, 53(11): 3007-3015

基于反激变压器的压电振动能量双向操控技术

BIDIRECTIONAL PIEZOELECTRIC VIBRATION ENERGY CONTROL TECHNOLOGY BASED ON FLYBACK TRANSFORMER

力学学报. 2021, 53(11): 3045-3055

基于压电振动能量俘获的弯曲结构损伤监测研究

THE RESEARCH ON DAMAGE DETECTION OF CURVED BEAM BASED ON PIEZOELECTRIC VIBRATION ENERGY HARVESTER

力学学报. 2021, 53(11): 3035-3044

利用摩擦纳米发电机的流体能量俘获研究新进展

PROGRESSION ON FLUID ENERGY HARVESTING BASED ON TRIBOELECTRIC NANOGENERATORS

力学学报. 2021, 53(11): 2910-2927

非线性振动能量俘获技术的若干进展

SOME ADVANCES IN NONLINEAR VIBRATION ENERGY HARVESTING TECHNOLOGY

力学学报. 2021, 53(11): 2894-2909

动力吸振器复合非线性能量阱对线性镗杆系统的振动控制

VIBRATION CONTROL OF LINEAR BORING BAR BY DYNAMIC VIBRATION ABSORBER COMBINED WITH NONLINEAR ENERGY SINK

力学学报. 2021, 53(11): 3124-3133



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

基于能量传递规律的海洋立管涡激振动抑制研究¹⁾

马焯璇 宋志友 徐万海²⁾

(天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072)

摘要 涡激振动是造成海洋立管疲劳损伤的重要因素, 抑制振动能够保障结构安全, 延长使用寿命. 多数涡激振动抑制方法基于干扰流场的方式, 但在复杂环境条件下, 仅通过干扰流场对振动的抑制效果有限. 因此, 从结构层面考虑开展了海洋立管涡激振动抑制研究. 基于能量传递的理论, 阐述了立管涡激振动过程中的能量传递规律. 振动能量以行波形式由能量输入区传播至能量耗散区, 主要在能量耗散区被消耗. 通过局部增大能量耗散区的阻尼, 增加振动能量在传播过程中的消耗, 实现涡激振动抑制. 为了求解立管涡激振动响应, 构建了尾流振子预报模型, 并根据实验结果验证了理论模型的可靠性. 基于理论计算得到的能量系数, 判定立管涡激振动的能量输入区和能量耗散区. 通过对比立管增大阻尼前后的响应, 分析了涡激振动抑制效果. 研究表明: 在能量输入区增大阻尼对涡激振动的抑制效果并不显著; 在能量耗散区增大阻尼使能量衰减系数达到临界值之后, 能够显著降低立管上部和底部的涡激振动位移; 当能量衰减系数超过临界值后, 继续增大耗散区阻尼对涡激振动抑制效果的提升不明显.

关键词 海洋立管, 涡激振动, 抑制, 能量传递, 阻尼

中图分类号: TV312 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-21-664

STUDY ON VORTEX-INDUCED VIBRATION SUPPRESSION OF MARINE RISER BASED ON ENERGY TRANSFER¹⁾

Ma Yexuan Song Zhiyou Xu Wanhai²⁾

(State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract Vortex-induced vibration is an important factor which may cause serious fatigue damage of marine risers. The suppression of vortex-induced vibrations can ensure structural safety and prolong service life of marine risers. Most of the suppression methods of vortex-induced vibrations are based on disturbing the flow fields. In some complex environmental conditions, only disturbing the flow fields behind marine risers may have limited effect on the suppression of vortex-induced vibration. Therefore, the vortex-induced vibration suppression of marine risers was studied from the perspective of structure. Based on the theory of energy transfer, the law of energy transfer during vortex-induced vibrations of marine riser was described. The vibration energy propagates from the energy input region to the energy dissipation region in the form of traveling wave and is mainly consumed in the energy dissipation region. By locally increasing the damping in the energy dissipation region, the consumption of vibration energy in the propagation process can be increased to achieve the suppression of vortex-induced vibrations. In order to solve the vortex-induced vibration

2021-12-13 收稿, 2022-01-26 录用, 2022-01-27 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (51979163, U2106223) 和中国工程院院地合作重大咨询项目 (2021DFZD2) 资助.

2) 徐万海, 教授, 主要研究方向: 涡激振动与振动控制. E-mail: xuwanhai@tju.edu.cn

引用格式: 马焯璇, 宋志友, 徐万海. 基于能量传递规律的海洋立管涡激振动抑制研究. 力学学报, 2022, 54(4): 901-911

Ma Yexuan, Song Zhiyou, Xu Wanhai. Study on vortex-induced vibration suppression of marine riser based on energy transfer. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(4): 901-911

response of the marine riser, a theoretical model was established based on the wake oscillator model, and the reliability of the theoretical model was verified by the experimental results. The energy input region and energy dissipation region of the vortex-induced vibrations were determined by the energy coefficients calculated from the theoretical method. The suppression effect of the vortex-induced vibrations was studied by comparing the response of the marine riser before and after increasing the damping. If the damping in the energy input region is increased, the suppression effect of vortex-induced vibrations is not obvious. The vibration displacements in the upper and bottom locations of the marine riser significantly decrease when the energy attenuation coefficient reaches the critical value by increasing the damping in the energy dissipation region. When the energy attenuation coefficient exceeds the critical value, the suppression effect of vortex-induced vibrations is not improved by increasing damping in the energy dissipation region.

Key words marine riser, vortex-induced vibration, suppression, energy transfer, damping

引言

海洋立管是深海矿产资源和油气资源开发中的关键设备,亦是薄弱易损构件.海流作用下,立管后缘产生交替泄放的漩涡,诱发立管振动,即“涡激振动(vortex-induced vibration, VIV)”.当漩涡脱落频率接近结构固有频率时,将“锁定”在固有频率附近,致使立管的振动幅值急剧增大,造成严重疲劳损伤,威胁结构安全.因此,立管的涡激振动及抑制一直是学术界和工程界广泛关注的热点和难点问题,已取得了大量代表性的研究成果^[1-6].

根据是否有外界能量输入,涡激振动抑制方法可分为两大类:主动抑制和被动抑制.主动抑制通过实时监测结构的振动响应及流场,采用声波、击振等主动方式干扰结构的振动或影响流场.从结构层面考虑, Baz 和 Ro^[7] 设计了适用于柔性圆柱结构多模态涡激振动抑制的独立模态控制器,抑制效率可达 40%,但易出现控制溢出现象. Do 和 Pan^[8] 将边界控制技术应用于海洋立管系统,实现了立管在横向、侧向和轴向的稳定性控制. Nguyen 等^[9] 根据 Lyapunov 直接法设计了端部控制器,通过控制立管顶端的位移和速度来抑制振动. 赵志甲等^[10] 考虑内流影响,设计了用于立管振动抑制的边界控制装置和干扰观测器. Song 等^[11] 设计了线性二次型最优控制器,有效抑制了立管的多模态振动,抑制效率可达 71%~89%. 赵瑞等^[12] 提出了通过端部激励对立管进行振动抑制的主动控制技术,分析了端部激励参数对立管振动特性的影响规律.

从干扰流场方面考虑, Cheng 等^[13] 数值模拟了抽吸流体对涡激振动流体力学的影响,抽吸速度达到特定范围后,升力幅值显著降低. 刘雨^[14] 实验观测

了喷水 and 喷气两种方式对涡激振动的影响,喷水型装置的间距对抑制效果影响显著,喷气型装置能形成上升气幕,隔断立管尾流,显著降低结构振幅. Zhu 等^[15] 研究了旋转控制杆对涡激振动的抑制效果,旋转控制杆通过向边界层注入动量而推迟边界层分离. 柏伟峰^[16] 提出了抑制涡激振动的行波壁法,将结构后缘改造为行波壁的形式可抑制流动分离,减小平均阻力,通过控制行波壁的波速和波幅能够改进抑制效果. 上述主动抑制方法能根据实际环境调整控制参数和控制策略,适应性较强,但技术复杂、工程应用实现难度较大.

相比于主动抑制方法,被动抑制方法较为简单、成本较低,在工程中具有更广阔的应用前景.被动抑制方法主要通过改变结构表面形状或安装附属装置扰乱流场,从而实现抑制振动.基于不同的抑制机理,被动抑制装置分为 3 类:表面凸起型,如螺旋列板、表面凸起等;裹覆型,如控制杆和轴向板条等;尾流稳定器型,如整流罩、分离板等^[17].分离板能分隔尾流区,是较早发明的抑制装置,其长度是影响抑制效果的主要参数^[18-19].分离板的形式不断被改进,旋转分离板能显著改善稳定性^[20],柔性分离板显著提升了振动抑制效果^[21].整流罩既能分隔尾流,又能改变边界层分离点的位置,抑制效果优于分离板.整流罩尾端夹角在 30°~45°之间时,升力系数和平均阻力系数显著降低^[22].整流罩存在不稳定问题,可旋转式整流罩能一定程度上增强系统稳定性^[23].将整流罩与分离板结合形成短尾整流罩后,能显著增强涡激振动抑制效果^[24].

分离板和整流罩等尾流稳定器型装置仅对单一流向效果显著,表面凸起型装置(如螺旋列板)、裹覆型装置(如控制杆)具有全向性,适应性更强.

Quen 等^[25]研究了螺旋列板的螺头数对抑制效果的影响, 螺头数增大至 3 后, 继续增大螺头数对抑制效果提升有限, 反而会增大平均阻力. Gao 等^[26]研究发现列板高度增大, 控制频率、最大位移降低, 螺距增大使锁频区的出现延迟, 但锁频区的范围增大. Xu 等^[27]进一步发现圆形截面螺旋列板对涡激振动响应频率和顺流向位移的抑制效果略优于方形截面列板. Ma 等^[28]实验研究了时变轴向力作用下螺旋列板对立管涡激振动的抑制效果, 时变轴向力激励使螺旋列板的抑制效率降低. Xu 等^[29]研究了攻角来流作用下螺旋列板的抑制效果, 随着来流攻角增大, 螺旋列板的抑制效率显著降低. 立管周围通常存在附属小管缆, 合理布置后, 能干扰边界层的发展, 起到控制杆的效果. Wu 等^[30]关注了控制杆覆盖率和间距比对抑制效果的影响, 覆盖率达到 80%、间距比为 0.187~0.562 时, 抑制效果较好. Lu 等^[31]研究了控制杆个数和安装角度对抑制效果的影响, 4 根控制杆的安装角度为 45°时, 抑制效率可达 90%. Xu 等^[32]实验观测了攻角来流作用下控制杆抑制效果, 控制杆对涡激振动的抑制效率受来流攻角影响较小.

目前, 立管涡激振动的被动抑制方法主要通过干扰流场的方式, 需要额外安装附属装置. 在复杂环境条件下, 常见抑制装置对流场的干扰作用减弱, 抑制效果下降^[28-29]. 因此, 从结构自身层面考虑, 抑制立管的涡激振动十分必要. 刘文博^[33]采用弹簧振子减振器抑制刚性圆柱结构涡激振动, 探究了减振器质量比、阻尼比和刚度比对振动位移、响应频率、锁频区域的影响. Dai 等^[34]基于尾流振子模型研究了非线性减振器对圆柱结构涡激振动的抑制效果. 减振器的质量和阻尼参数对减振器的吸能效果影响显著, 改变减振器的参数能使结构发生周期振动、准周期振动及非周期振动.

从结构角度抑制涡激振动的研究中关注对象多为刚性圆柱结构, 针对立管这类柔性圆柱结构振动抑制的研究仍十分有限. 本文基于能量传递的思想, 通过增大能量耗散区阻尼实现立管振动抑制, 采用理论模型对抑制效果进行分析, 以期对工程中海洋立管的涡激振动抑制提供参考和借鉴.

1 基于能量传递的振动抑制理论

涡激振动是典型的流固耦合问题. 立管发生涡激振动时, 沿结构轴向可划分出如图 1 所示两类区

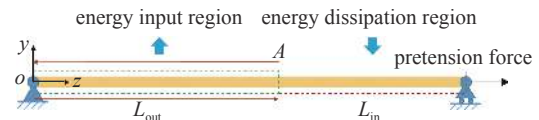


图 1 立管涡激振动过程中的能量传递示意图
Fig. 1 Schematic diagram of energy conduction during the vortex-induced vibration

域, 能量输入区和能量耗散区. 流固耦合过程中, 在能量输入区, 流体能量转移至结构, 激发结构振动, 在能量耗散区, 振动能量被消耗. Vandiver 等^[35]阐述了立管涡激振动过程中, 行波能量沿轴向的传递过程.

立管振动过程中, 振动能量由能量输入区传递至能量耗散区. 在能量耗散区, 结构振动表现为行波特征, 能量沿立管轴向传递, 行波行进过程中产生能量消耗. 行波携带的能量传递至立管端部后产生反射, 再次穿过能量耗散区后, 重新进入能量输入区. 能量输入区和能量耗散区边界点 A 处, 行波的能量可表示为

$$E_A = Z_R(A_{1,rms}\omega)^2 \quad (1)$$

式中, Z_R 为阻抗的实部, $A_{1,rms}$ 表示能量输入区和能量耗散区边界处的振动位移均方根, ω 为振动圆频率. 假设能量输入区内立管振动近似简谐形式, 则 $(A_{1,rms}\omega)^2$ 可表示能量输入区和能量耗散区边界处振动速度均方根的平方.

基于波传播的理论, 立管的振动响应可以采用行波和表面波叠加的方式表示

$$y(z, t) = A_{11}(z)e^{i[\omega t - \theta_1(z)]} + A_{12}(z)e^{i[\omega t + \theta_2(z)]} + A_{21}(z)e^{i[\omega t + \theta_1(z)]} + A_{22}(z)e^{i[\omega t - \theta_2(z)]} \quad (2)$$

式中, $A_{11}(z)$ 和 $A_{21}(z)$ 分别表示向正负两个方向传播的行波幅值, $A_{12}(z)$ 和 $A_{22}(z)$ 分别表示向正负两个方向传播的表面波幅值. $\theta_1(z)$ 和 $\theta_2(z)$ 的表达式为

$$\theta_1(z) = \int k_1(z)dz \quad (3)$$

$$\theta_2(z) = \int ik_2(z)dz \quad (4)$$

式中, $k_1(z)$ 为行波波数, $ik_2(z)$ 为表面波波数. 假定行波沿立管轴向只沿正向传播, 式 (2) 中立管振动响应表达式可简化为

$$y(z, t) = A_{11}(z)e^{i[\omega t - \theta_1(z)]} + A_{12}(z)e^{i[\omega t + \theta_2(z)]} \quad (5)$$

$k_1(z)$ 和 $k_2(z)$ 满足如下的色散关系

$$k_1(z) = \sqrt{\frac{-T(z) + \sqrt{T(z)^2 - 4EI(z)[- \omega^2 m(z) + i\omega c(z)]}}{2EI(z)}} \quad (6)$$

$$k_2(z) = \sqrt{\frac{T(z) + \sqrt{T(z)^2 - 4EI(z)[- \omega^2 m(z) + i\omega c(z)]}}{2EI(z)}} \quad (7)$$

式中, $T(z)$ 为轴向力, $m(z)$ 为单位长度的质量, $c(z)$ 为阻尼, $EI(z)$ 为弯曲刚度. 立管的载荷与速度的关系如下

$$\begin{cases} F(z) \\ M(z) \end{cases} = \frac{EI(z)}{\omega} \begin{cases} k_1(z)k_2(z)[k_2(z) + ik_1(z)] & k_1(z)k_2(z) \\ k_1(z)k_2(z) & k_2(z) - ik_1(z) \end{cases} \begin{cases} \dot{y}(z) \\ \dot{\theta}(z) \end{cases} \quad (8)$$

式中, $F(z)$ 为立管横向受力, $M(z)$ 为立管的弯矩载荷, $\dot{y}(z)$ 和 $\dot{\theta}(z)$ 分别表示振动速度和转动速度. 由于表面波仅影响结构在激励源处的响应, 结构远离激励源的振动响应可表示为

$$\begin{cases} y(z) \\ \theta(z) \end{cases} = A_{11}(z) \begin{cases} 1 \\ -ik_1(z) \end{cases} e^{i[\omega t - \theta_1(z)]} \quad (9)$$

通过立管某一截面处的能量可用载荷与速度表示为

$$\Pi_z = \begin{Bmatrix} F^* & M^* \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}(z) \\ \dot{\theta}(z) \end{Bmatrix} = \left(\frac{1}{2}\omega^2 A_{11}^2(z)\right) (e^{-i\theta_1(z)})^* e^{-i\theta_1(z)} Z_R(z) \quad (10)$$

式中, *表示复共轭. 将式 (8) 和式 (9) 代入式 (10), 可得到 $Z_R(z)$ 的计算公式

$$Z_R(z) = \begin{Bmatrix} 1 & [-ik_1(z)]^* \end{Bmatrix} \frac{EI(z)}{\omega} \operatorname{Re} \begin{Bmatrix} k_1(z)k_2(z)[k_2(z) + ik_1(z)] & k_1(z)k_2(z) \\ k_1(z)k_2(z) & k_2(z) - ik_1(z) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -ik_1(z) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

在 A 点设立局部坐标系, A 点为零点. 振动能量由 A 点经过能量耗散区传递至端点过程中的能量衰减比为

$$\frac{\Pi_{s=L_{\text{out}}}}{\Pi_{s=0}} = e^{-\beta_R} = e^{-\left(\int_0^{L_{\text{out}}} c(s)ds\right)/Z_R} \quad (12)$$

$\Pi_{s=L_{\text{out}}}$ 为 A 点的振动能量, $\Pi_{s=0}$ 为传递至端点处的能量. β_R 表示衰减指数

$$\beta_R = \int_0^{L_{\text{out}}} c(s)ds/Z_R \quad (13)$$

式中 L_{out} 为能量耗散区长度, $c(s)$ 为单位长度阻尼.

行波能量在立管中的传递主要受立管质量、阻尼、弯曲刚度、轴向力参数的影响, 立管的边界条件对能量沿立管的传递规律影响不大. 波传播至立管边界处, 会发生反射和透射现象, 出现能量损失. 实际工程中, 深海立管的底部采用挠性接头连接, 底部边界条件可视为简支. 在理论推导行波传播的能量耗散时可忽略行波传播至立管底边界处的能量损失, 认为波在立管底边界完全反射.

因此, 行波传递至端点发生反射会再次经过能量耗散区并进入能量输入区. 由端点反射后穿过能量耗散区再次到达 A 点的振动能量也发生耗散, 能量衰减比与式 (12) 中的能量衰减比相同. 再次经过 A 点的振动能量与最初经过 A 点的振动能量比为

$$\frac{\Pi'_{s=0}}{\Pi_{s=0}} = e^{-2\beta_R} \quad (14)$$

假定能量比不超过 1% 时, 便近似认为由能量输入区传出的能量在耗散区完全被消耗, 即

$$e^{-2\beta_R} \leq 0.01 \quad (15)$$

求解式 (15) 可得 $\beta_R \geq 2.3$. 表明当能量衰减系数 $\beta_R \geq 2.3$ 时, 能量输入区传出的能量在能量耗散区完全被耗散, 立管的振动将被显著抑制. 基于上述理论分析, 可以通过增大立管在能量耗散区的阻尼使 $\beta_R \geq 2.3$, 从而抑制立管振动.

2 立管涡激振动理论模型

2.1 理论模型

首先, 通过理论模型研究基于能量传递的立管振动抑制方法的可行性. 基于尾流振子模型模拟立管与尾流之间的相互作用, 立管采用欧拉-伯努利梁模型, 横流向的振动控制方程为

$$EI \frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[T(z) \frac{\partial y(z,t)}{\partial z} \right] + m \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} + (C_w + C_s) \frac{\partial y(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{4} \rho_w D U^2 C_{L0} \eta(z,t) \quad (16)$$

式中, $y(z, t)$ 为横流向振动位移, $\eta(z, t)$ 为振子变量, z 为轴向坐标, t 为时间. E 为杨氏模量, I 为转动惯

量, D 为立管外径, C_s 为结构阻尼系数. ρ_w 为外流密度, U 为外流速度. C_{L0} 为固定圆柱的升力系数, 取为 0.3. m 为单位长度的质量, 包括结构质量 m_s 和附加质量 $m_a=0.25\pi\rho D^2$. $T(z)$ 为轴向力, 表达式如下

$$T(z) = T_c - wz \quad (17)$$

式中, T_c 为初始轴向力, w 为立管单位长度的湿重. C_w 为水动力阻尼, 如下式

$$C_w = \frac{1}{2}\rho DC_{D0,S} \sqrt{U^2 + \left[\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}\right]^2} \quad (18)$$

式中, $C_{D0,S}$ 为固定圆柱的平均阻力系数, 可取为 1.2. 采用尾流振子模型模拟尾涡与立管之间的相互作用

$$\frac{\partial^2 \eta(z,t)}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{2\pi StU}{D} \left\{ [\eta(z,t)^2 - 1] \frac{\partial \eta(z,t)}{\partial t} \right\} + \left(\frac{2\pi StU}{D} \right)^2 \eta(z,t) = \frac{A}{D} \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} \quad (19)$$

其中 St 为斯托罗哈数. A 和 ε 为经验参数, 取 $A=12$, $\varepsilon=0.3$. 联立式 (16) 和式 (19), 采用有限差分法将立管模型沿轴向进行空间离散. 有限差分格式如下

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y_i}{\partial z} &= \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \\ \frac{\partial^2 y_i}{\partial z^2} &= \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \\ \frac{\partial^4 y_i}{\partial z^4} &= \frac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4} \\ i &= 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中, N 为单元个数, $h=L/N$ 为单元长度. 立管两端的边界条件为简支, 边界处的差分格式为

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= y_N = 0 \\ y_{-1} &= -y_1 \\ y_{N+1} &= -y_{N-1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

通过有限差分法将式 (15) 和式 (18) 联立得到的偏微分方程转化为常微分方程组, 采用 Runge-Kutta 法进行迭代求解.

2.2 模型验证

基于海洋立管涡激振动模型实验结果对涡激振动理论模型进行验证. 分别选取了 Ma 等^[36] 和 Franzini 等^[37] 开展的均匀来流作用下模型实验参数, 计算了立管涡激振动响应. Ma 等^[36] 开展的模型实

验中立管模型水平浸没在水中, 可不考虑立管自重的影响. Franzini 等^[37] 开展的模型实验中, 立管垂直水池底面浸没在水中, 需考虑自重的影响. 相关的实验参数如表 1 所示. Ma 等^[36] 开展的模型实验和 Franzini 等^[37] 开展的模型实验中, 立管两端的边界条件均可视为简支.

Ma 等^[36] 开展的模型实验中, 约化速度为 24.0 时, 立管模型激发 3 阶振动模态. 采用理论模型计算了约化速度 24.0, 对应来流速度 0.90 m/s 工况下的立管振动响应, 无量纲位移均方根的轴向分布结果如图 2 所示. 理论模型计算得到的位移均方根分布也表现为 3 阶模态振型, 结果略高于实验结果, 但整体吻合较好.

Franzini 等^[37] 开展的实验中, 立管模型主要激发一阶模态. 采用理论模型计算了约化速度 5.6, 对应来流速度 0.10 m/s 工况下的立管振动响应, 无量纲的位移轴向分布结果如图 3 所示. Franzini 等^[37]

表 1 立管模型实验中的主要参数

Table 1 Major parameters in riser model tests

| Parameters | Ma et al. ^[36] | Franzini et al. ^[37] |
|--------------------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| length L/m | 5.60 | 2.26 |
| diameter D/mm | 16 | 22 |
| bending stiffness $EI/(N \cdot m^2)$ | 17.450 | 0.056 |
| mass $m_s/(kg \cdot m^{-1})$ | 0.3821 | 1.1900 |
| damping ratio ζ_s | 0.0032 | 0.0030 |
| mass ratio m^* | 1.90 | 3.48 |
| pretension force T_c/N | 400 | 40 |
| natural frequency f_1/Hz | 2.34 | 0.84 |

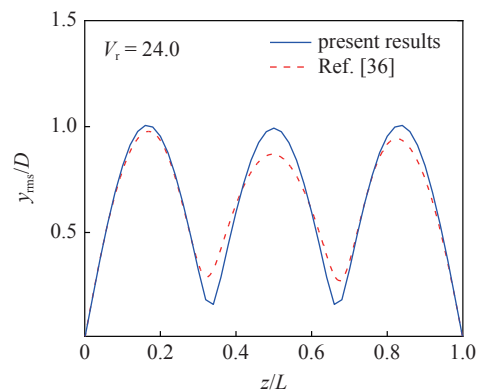


图 2 理论模型结果与文献 [36] 的实验结果对比
Fig. 2 Comparison between the present results and the results in Ref. [36]

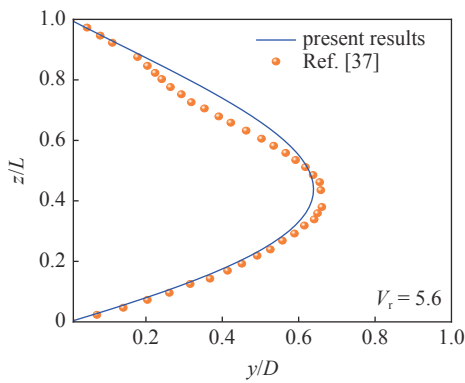


图 3 理论模型结果与文献 [37] 的实验结果对比
Fig. 3 Comparison between the present results and the results in Ref. [37]

的实验中给出了立管模型前 10% 最大无量纲位移的均值. 因此, 选取横流向振动的前 10% 最大无量纲位移的均值结果进行对比. 理论模型计算得到的最大位移为 $0.64D$, 实验观测的最大位移为 $0.66D$. 理论模型结果与实验结果整体吻合较好, 验证了立管涡激振动理论模型的准确性.

理论模型结果仍与实验结果存在一定的差异, 产生差异的主要原因有两方面. 一是基于尾流振子模型计算立管涡激振动响应时仅关注了横流向振动, 并未考虑顺流向振动的影响. 实验中, 立管模型在横流向和顺流向两个方向同时振动, 顺流向振动会对横流向振动响应产生一定影响. 二是在理论模型中并未考虑附加质量系数和平均阻力系数的变化. 立管涡激振动过程中, 附加质量系数和平均阻力系数会随响应频率和响应幅值发生变化. 而在理论模型中附加质量系数取为 1.0, 平均阻力系数取为 1.2.

3 结果分析

3.1 能量耗散区识别

为了判断立管涡激振动的能量输入区和能量耗散区, 需要基于理论公式计算立管涡激振动过程中的能量系数^[38], 公式为

$$C_E(z) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \frac{f_y(z, t)}{0.5\rho_w DU(z)^2} \frac{\dot{y}(z, t)}{U(z)} dt \quad (22)$$

式中, $C_E(z)$ 为能量系数, 表示流体输入结构的能量. 根据能量系数的大小可判定能量输入区和能量耗散区. T_s 为振动时长, $\dot{y}(z, t)$ 为振动速度, $U(z)$ 为外流速度. $f_y(z, t)$ 为流体力, 即

$$f_y(z, t) = \frac{1}{4} \rho_w DU^2 C_{L0} \eta(z, t) \quad (23)$$

以工程中的立管为例, 分析基于能量传递的涡激振动抑制方法的效果. 基于能量传递的振动抑制理论, 局部增大能量耗散区的阻尼, 使 $\beta_R \geq 2.3$ 后便能抑制立管振动. 因此, 需要对能量耗散区进行识别. 分析的立管参数来自英国 BP 石油公司的深水 Spar 平台, 主要参数如表 2 所示. 外流为顶部流速为 0.5 m/s 的剪切流, 如图 4 所示.

表 2 立管的主要参数

Table 2 Major parameters of the riser

| Parameters | Values |
|--|----------------------|
| length L/m | 1500 |
| diameter D/mm | 0.3048 |
| thickness/m | 0.0136 |
| Young's modulus E/Pa | 2.1×10^{11} |
| damping ratio ζ_s | 0.003 |
| material density $\rho_s/(kg \cdot m^{-3})$ | 7850 |
| sea-water density $\rho_w/(kg \cdot m^{-3})$ | 1025 |
| internal flow density $\rho_f/(kg \cdot m^{-3})$ | 800 |
| pretension force T_c/kN | 1662.7 |

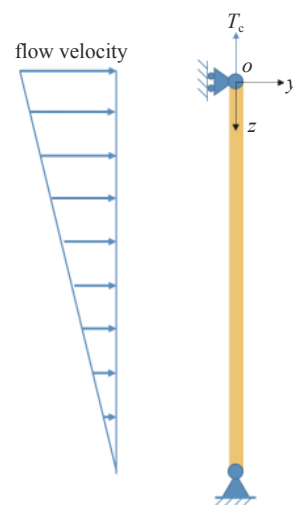


图 4 立管示意图
Fig. 4 Schematic diagram of the riser

采用理论模型计算了立管在顶部流速为 0.5 m/s 的剪切流作用下的涡激振动响应. 位移均方根分布如图 5 所示. 在选取的来流工况下, 立管振动模态为 14 阶, 第 14 阶模态固有频率为 0.30 Hz. 立管上部振

动呈行波特征, 最大位移均方根出现在 $z/L = 0.3$ 附近. 立管底部振动呈显著的驻波特征, 位移均方根也处于较高的水平.

图 6 为立管振动位移云图和位移频谱图. 从位移云图中可明显观察到立管上部振动的行波特征, 行波传播方向为 $z/L = 0$ 至 $z/L = 1.0$. 立管底部, 即

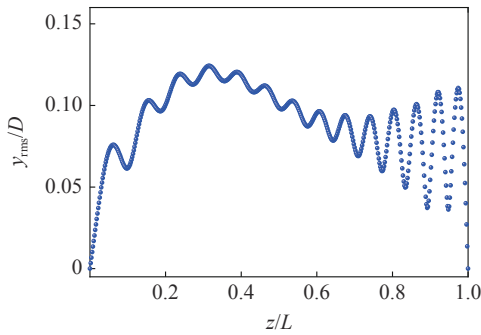
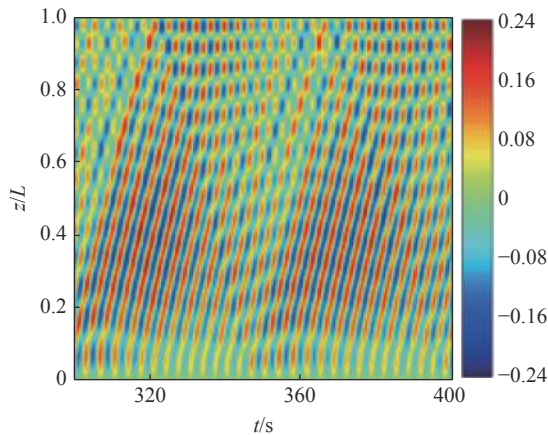
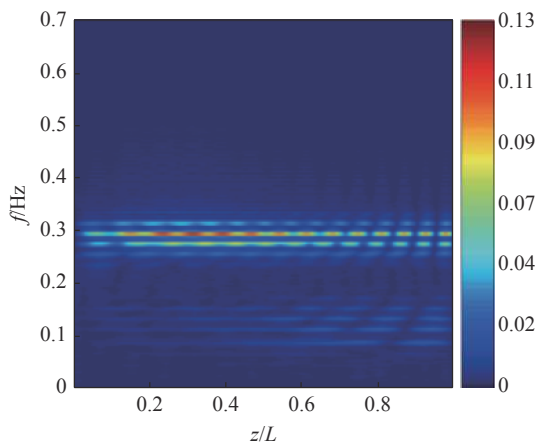


图 5 位移均方根轴向分布

Fig. 5 Axial distribution of root mean square of displacements



(a) 位移云图
(a) Displacement contour



(b) 频谱图
(b) Frequency spectrum

图 6 位移云图和频谱图

Fig. 6 Displacement contour and frequency spectrum

$z/L = 1.0$ 附近, 振动呈显著的驻波特征. 主要是行波传递至立管底端, 在底边界反射后, 反射波与入射波叠加导致的. 从频谱图中观察到, 立管振动存在若干个窄频成分, 控制频率成分接近第 14 阶模态的固有频率. 其他谐波成分较为接近控制频率, 表明了立管涡激振动的多模态特征, 主控模态的相邻模态对振动仍具有显著贡献. 立管振动的频谱特性不沿轴向发生显著变化.

图 7 为立管涡激振动的能量系数沿轴向的分布情况. 由图中可以发现立管上半部分的能量系数较高, 而下半部分的能量系数较低. 能量系数的分布情况表明立管上半部分为能量输入区, 能量耗散区大致位于 $z/L = 0.6 \sim 1.0$ 段.

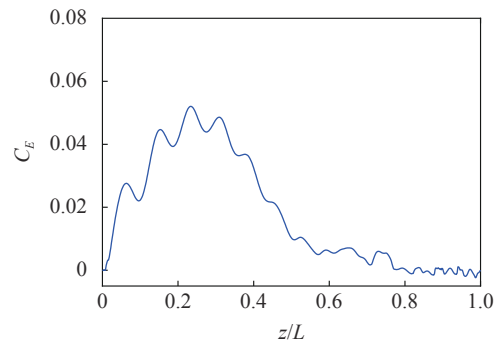


图 7 能量系数的轴向分布

Fig. 7 Axial distribution of the energy coefficient

3.2 振动抑制效果

通过局部增大能量耗散区阻尼的方式来增大 β_R , 使其超过 2.3, 以实现振动的抑制. 式 (13) 中的阻尼项 $c(s)$ 既包括结构阻尼 C_s 又包括水动力阻尼 C_w . 结构阻尼通过阻尼比的方式计算, 水动力阻尼根据式 (18) 计算. 通过增大结构阻尼和水动力阻尼的方式均能增大能量衰减系数. 为了简便, 在分析振动抑制效果时采用了增大结构阻尼的方式来增大能量衰减系数.

在所选取的外流工况下, 通过能量系数的结果得到的能量耗散区为 $z/L = 0.6 \sim 1.0$ 段. 将能量耗散区分为两段, 分别在 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 和 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 局部增大阻尼来检验振动抑制效果. 同时为了进一步验证行波传播能量主要在能量耗散区发生损耗, 额外设置了 3 种局部阻尼增大区域, 即 $z/L = 0 \sim 0.2$, $z/L = 0.2 \sim 0.4$ 和 $z/L = 0.4 \sim 0.6$ 段 (如图 8 所示).

采用增大结构阻尼比的方式增大立管局部阻尼. 图 9 给出了立管 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段不同阻尼比对

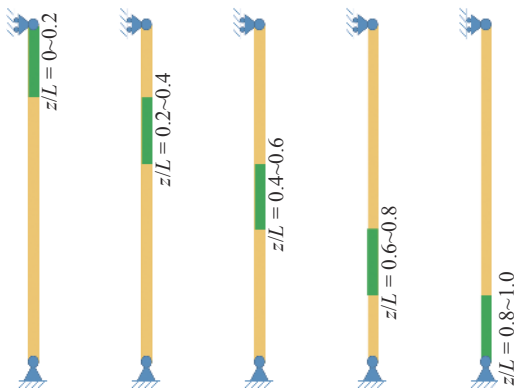


图 8 立管局部阻尼增大区域示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the local damping increase region

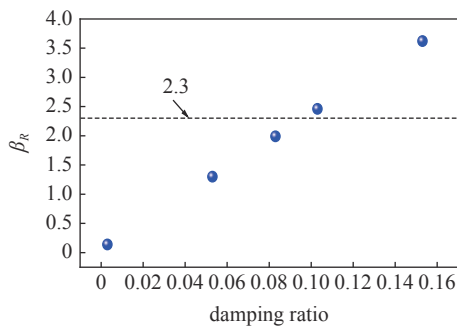


图 9 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段不同阻尼比对应的 β_R 值

Fig. 9 Values of β_R corresponding to different damping ratios at $z/L = 0.8 \sim 1.0$

应的 β_R 值. 结构的初始阻尼比为 0.003, 分别将结构阻尼比增大 0.05, 0.08, 0.10, 0.15, 阻尼比增大后的值分别为 0.053, 0.083, 0.103, 0.153. 立管 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼比为上述值时, 对应的 β_R 分别为 1.3, 2.0, 2.5 和 3.6. 阻尼比为 0.053 时, β_R 远小于 2.3; 阻尼比为 0.083 时, β_R 略小于 2.3; 阻尼比为 0.103 时, β_R 略高于 2.3; 阻尼比为 0.153 时, β_R 远高于 2.3.

图 10 为立管 $z/L = 0 \sim 0.2$ 段阻尼增大后的位移均方根轴向分布. $z/L = 0 \sim 0.2$ 段阻尼增大后, 立管

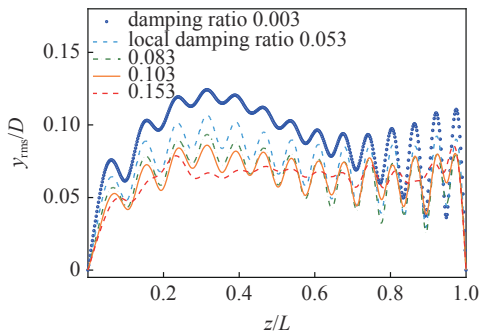


图 10 $z/L = 0 \sim 0.2$ 段阻尼增大后的位移均方根

Fig. 10 Root mean square of displacements after increasing damping ratio at $z/L = 0 \sim 0.2$

位移均方根整体呈降低趋势. 但增大阻尼后位移均方根的轴向分布趋势未发现显著变化, 立管上部接近 $z/L = 0.3$ 处和立管底部的振动位移较高. 阻尼比为 0.053, 0.083, 0.103 和 0.153 时, 位移均方根的平均降低幅度分别为 19.3%, 28.8%, 28.7% 和 28.0%. 当阻尼比增大至 0.083 后, 继续增大阻尼比, 位移均方根平均降幅基本保持不变.

图 11 为立管 $z/L = 0.2 \sim 0.4$ 段阻尼增大后的位移均方根轴向分布. $z/L = 0.2 \sim 0.4$ 段阻尼增大后, 立管位移均方根略有降低. 立管上部和底部的位移仍然较高, 阻尼比对位移均方根的影响规律并不明显. 阻尼比为 0.053, 0.083, 0.103 和 0.153 时, 位移均方根的平均降低幅度分别为 17.1%, 26.4%, 26.5% 和 21.7%, 表明在能量输入区增大阻尼对振动幅值的抑制效果并不显著.

图 12 为立管 $z/L = 0.4 \sim 0.6$ 段阻尼增大后的位移均方根轴向分布. $z/L = 0.4 \sim 0.6$ 段阻尼增大后, 立管上部的位移均方根仍然较高, 底部的位移均方根低于上部但整体水平仍然较高. 阻尼比为 0.053, 0.083, 0.103 和 0.153 时, 位移均方根的平均降低幅度分别为 18.3%, 28.5%, 31.5% 和 34.7%.

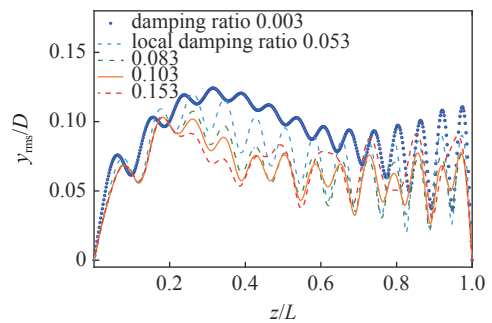


图 11 $z/L = 0.2 \sim 0.4$ 段阻尼增大后的位移均方根

Fig. 11 Root mean square of displacements after increasing damping ratio at $z/L = 0.2 \sim 0.4$

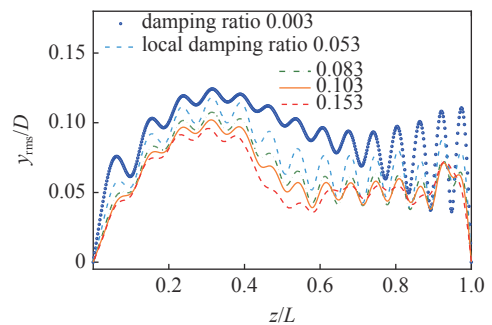


图 12 $z/L = 0.4 \sim 0.6$ 段阻尼增大后的位移均方根

Fig. 12 Root mean square of displacements after increasing damping ratio at $z/L = 0.4 \sim 0.6$

图 13 为立管 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段阻尼增大后的位移均方根轴向分布。 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段位于能量耗散区, 阻尼增大后, 对振动的抑制效果较为显著。阻尼比为 0.053, 0.083, 0.103 和 0.153 时, 位移均方根的平均降低幅度分别为 29.4%, 48.0%, 51.6% 和 55.1%。阻尼比为 0.053 时, 立管上部的位移略有降低, 底部位移的下降幅度相对较高, 表明在能量耗散区增大阻尼后, 行波传递过程中, 能量产生损耗。但由于阻尼增大有限, β_R 远小于 2.3, 行波能量并未完全损耗, 行波在底边界反射后仍与入射波叠加形成了较为明显的驻波振动, 仍有较高能量返回至能输入区, 使立管的上部振动位移较高。当阻尼比增大至 0.083 时, β_R 略小于 2.3。行波能量在能量耗散区被大量耗散, 立管底部的振动位移显著降低。较少的能量返回至能量输入区, 使立管上部的振动位移也显著降低。当阻尼比增大至 0.103 时, β_R 略大于 2.3。近似可认为行波能量在能量耗散区完全耗散, 立管上部位移和底部位移略低于阻尼比为 0.083 时的结果。当阻尼比增大至 0.153 时, β_R 远大于 2.3。立管上部的振动位移与阻尼比为 0.103 时的结果基本一致, 表明 β_R 超过临界值后, 行波能量在能量耗散区几乎完全耗散, 没有能量再返回至能量输入区。立管底部的振动位移略低于阻尼比为 0.103 时的结果。上述结果表明当 β_R 超过临界值后, 继续增大能量耗散区的阻尼仅能有效降低能量耗散区的振动幅值, 对能量输入区的振动位移影响极小。

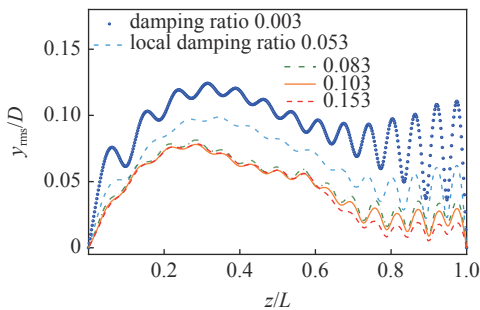


图 13 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段阻尼增大后的位移均方根

Fig. 13 Root mean square of displacements after increasing damping ratio at $z/L = 0.6 \sim 0.8$

图 14 为立管 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼增大后的位移均方根轴向分布。 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段位于能量耗散区, 阻尼增大后, 对振动的抑制效果也较为显著。阻尼比为 0.053, 0.083, 0.103 和 0.153 时, 位移均方根的平均降低幅度分别为 28.3%, 44.1%, 44.0% 和 47.8%。阻尼比为 0.053 时, 由于阻尼较低, 行波传递

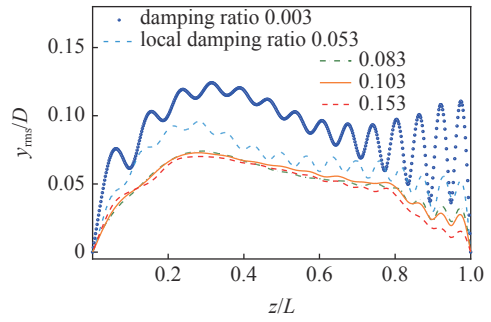
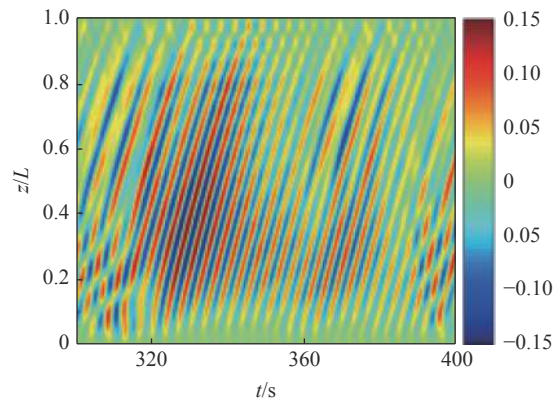


图 14 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼增大后的位移均方根

Fig. 14 Root mean square of displacements after increasing damping ratio at $z/L = 0.8 \sim 1.0$

过程中能量耗散有限, 立管上部的位移仍然较高。阻尼比为 0.083 和 0.103 时, β_R 接近 2.3。行波振动能量在能量耗散区得到充分耗散, 立管上部位移和底部位移显著降低。阻尼比为 0.153 时, β_R 超过临界值, 继续增大阻尼, 振动位移并未显著下降。对比 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段阻尼增大的结果, 立管最大位移基本接近。由于 $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段阻尼增大时, 行波传播至 $z/L = 0.6$ 时能量开始耗散, 而在 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段增大阻尼时, 行波传播至 $z/L = 0.8$ 时能量才开始耗散。 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段增大阻尼时, $z/L = 0.6 \sim 0.8$ 段的振动位移相对更高。

图 15 为立管 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼比增大至 0.103 后的位移云图和位移频谱图。相对于图 6 中阻尼未增大的结果, 立管的整体振动位移降低。振动表现为显著的行波特征, 行波传播方向为由立管上部至立管底部。阻尼增大后, 位移云图变化的规律性相比阻尼增大前减弱。位移频谱图中存在多个频率成



(a) 位移云图

(a) Displacement contour

图 15 位移云图和频谱图 ($z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼比为 0.103)

Fig. 15 Displacement contour and frequency spectrum (damping ratio is 0.103 at $z/L = 0.8 \sim 1.0$)

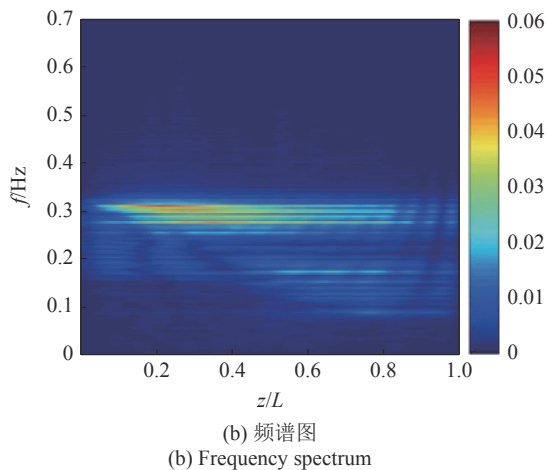


图 15 位移云图和频谱图 ($z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段阻尼比为 0.103)(续)

Fig. 15 Displacement contour and frequency spectrum (damping ratio is 0.103 at $z/L = 0.8 \sim 1.0$)(continued)

分, 频谱沿轴向发生变化. 在 $z/L = 0.2 \sim 0.5$ 段, 第 14 阶模态的固有频率 0.3 Hz 附近存在 4 个显著频率成分, 为主控模态及其相邻模态频率. 在 $z/L = 0.5 \sim 0.8$ 段, 0.30 Hz 附近的频率成分减弱, 同时出现接近 0.17 Hz 的低频成分. 在 $z/L = 0.8 \sim 1.0$ 段, 振动位移显著降低, 其他区域观测到的频率成分逐渐消失.

4 结论

本文基于能量传递的理论, 通过增大结构阻尼对立管涡激振动进行抑制. 根据构建的立管涡激振动理论模型, 验证了振动抑制方法的有效性, 主要结论如下.

(1) 立管发生涡激振动时, 沿轴向存在能量输入区和耗散区. 通过理论计算的能量系数可判定能量输入区和耗散区的位置. 振动能量以行波形式由能量输入区传播至耗散区, 主要在耗散区被消耗.

(2) 剪切流作用下, 立管上部和底部位移较高. 增大能量输入区的阻尼后, 立管振动位移略有降低, 对振动的抑制效果并不显著.

(3) 增大能量耗散区的阻尼, 使能量衰减系数达到临界值后, 由能量输入区传递至耗散区的振动能量被完全耗散, 不再返回至能量输入区. 立管的底部和上部振动位移均显著下降. 但当能量衰减系数达到临界值后, 继续增大阻尼, 振动位移的降幅不显著.

实际工程中, 海洋立管涡激振动的能量输入区多位于中上部, 能量耗散区接近立管底部. 通过在能量耗散区裹覆阻尼材料, 使能量衰减系数接近临界值, 确保振动中传递的能量在能量耗散区被尽可能

多的耗散. 阻尼需要增大的数值可根据能量衰减系数的临界值计算.

参 考 文 献

- 1 Wu XD, Ge F, Hong YS. A review of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 2012, 28: 292-308
- 2 陈伟民, 付一钦, 郭双喜等. 海洋柔性结构涡激振动的流固耦合机理和响应. *力学进展*, 2017, 47: 25-91 (Cheng Weimin, Fu Yiqin, Guo Shuangxi, et al. Fluid-solid coupling and dynamic response of vortex-induced vibration of slender ocean cylinders. *Advances in Mechanics*, 2017, 47: 25-91 (in Chinese))
- 3 Kandasamy R, Cui FS, Townsend N, et al. A review of vibration control methods for marine offshore structures. *Ocean Engineering*, 2016, 127: 279-297
- 4 Rashidi S, Hayatdavoodi M, Esfahani JA. Vortex shedding suppression and wake control: A review. *Ocean Engineering*, 2016, 126: 57-80
- 5 Hong K, Shah UH. Vortex-induced vibrations and control of marine risers: A review. *Ocean Engineering*, 2018, 152: 300-315
- 6 Liu GJ, Li HY, Qiu ZZ, et al. A mini review of recent progress on vortex-induced vibrations of marine risers. *Ocean Engineering*, 2020, 195: 106704
- 7 Baz A, Ro J. Active control of flow-induced vibrations of a flexible cylinder using direct velocity feedback. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 146(1): 33-45
- 8 Do KD, Pan J. Boundary control of three-dimensional inextensible marine risers. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3-5): 299-321
- 9 Nguyen TL, Do KD, Pan J. Boundary control of two-dimensional marine risers with bending couplings. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(16): 3605-3622
- 10 赵志甲, 刘屿, 郭芳等. 海洋柔性立管输出反馈边界控制. *控制理论与应用*, 2017, 34(2): 205-214 (Zhao Zhijia, Liu Yu, Guo Fang, et al. Boundary output feedback control for a flexible marine riser. *Control Theory and Applications*, 2013, 332(16): 3605-3622 (in Chinese))
- 11 Song JX, Chen WM, Guo SX, et al. LQR control on multimode vortex-induced vibration of flexible riser undergoing shear flow. *Marine Structures*, 2021, 79: 103047
- 12 赵瑞, 马焯璇, 闫术明等. 海洋立管涡激振动的主动控制技术. *船舶工程*, 2021, 43(4): 136-139 (Zhao Rui, Ma Yexuan, Yan Shuming, et al. Active control technology for vortex induced vibration of offshore riser. *Ship Engineering*, 2021, 43(4): 136-139 (in Chinese))
- 13 Chen WL, Xin DB, Xu F, et al. Suppression of vortex-induced vibration of a circular cylinder using suction-based flow control. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, 42: 25-39
- 14 刘雨. 深海立管涡激振动主动抑制技术试验研究. [硕士学位论文]. 青岛: 山东科技大学, 2020 (Liu Yu. Experimental study on active vibration suppression technology of vortex-induced vibration of deep sea riser. [Master Thesis]. Qingdao: Shandong University of Science and Technology, 2020 (in Chinese))
- 15 Zhu HJ, Yao J, Ma Y, et al. Simultaneous CFD evaluation of VIV suppression using smaller control cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 2015, 57: 66-80

- 16 柏伟峰. 抑制圆柱流致振动的行波壁控制方法研究. [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017 (Bai Weifeng. Research on suppression of the flow-induced vibration of a circular cylinder by traveling wave wall control method. [Master Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017 (in Chinese))
- 17 Zdravkovich MM. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1981, 7(2): 145-189
- 18 Gu F, Wang J, Qiao X, et al. Pressure distribution, fluctuating forces and vortex shedding behavior of circular cylinder with rotatable splitter plates. *Journal of Fluids and Structures*, 2012, 28: 263-278
- 19 Huera-Huarte FJ. On splitter plate coverage for suppression of vortex-induced vibrations of flexible cylinders. *Applied Ocean Research*, 2014, 48: 244-249
- 20 Assi GRS, Bearman PW, Kitney N. Low drag solutions for suppressing vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 2009, 25: 666-675
- 21 Liang SP, Wang JS, Xu BH, et al. Vortex-induced vibration and structure instability for a circular cylinder with flexible splitter plates. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2018, 174: 200-209
- 22 Wang JS, Zheng HX, Tian ZX. Numerical simulation with a TVD-FVM method for circular cylinder wake control by a fairing. *Journal of Fluids and Structures*, 2015, 57: 15-31
- 23 Zhu HJ, Liao ZH, Gao Y, et al. Numerical evaluation of the suppression effect of a free-to-rotate triangular fairing on the vortex-induced vibration of a circular cylinder. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 52: 709-730
- 24 赵莹. 附属短尾整流罩的立管涡激振动抑制效果评价. [硕士学位论文]. 成都: 西南石油大学, 2019 (Zhao Ying. Evaluation of vortex-induced vibration suppressive effect of a circular cylinder with an attached short-tail fairing. [Master Thesis]. Chengdu: Southwest Petroleum University, 2019 (in Chinese))
- 25 Quen LK, Abu A, Kato N, et al. Performance of two- and three-start helical strakes in suppressing the vortex-induced vibration of a low mass ratio flexible cylinder. *Ocean Engineering*, 2018, 166: 253-261
- 26 Gao Y, Fu SX, Ren T, et al. VIV response of a long flexible riser fitted with strakes in uniform and linearly sheared currents. *Applied Ocean Research*, 2015, 52: 102-114
- 27 Xu WH, Luan YS, Liu LQ, et al. Influences of helical strake cross-section shape on vortex-induced vibrations suppression for a long flexible cylinder. *China Ocean Engineering*, 2017, 31(4): 438-446
- 28 Ma YX, Xu WH, Ai HA, et al. The effect of time-varying axial tension on VIV suppression for a flexible cylinder attached with helical strakes. *Ocean Engineering*, 2021, 241: 109981
- 29 Xu WH, Luan YS, Han QH, et al. The effect of yaw angle on VIV suppression for an inclined flexible cylinder fitted with helical strakes. *Applied Ocean Research*, 2017, 67: 263-276
- 30 Wu H, Sun DP, Lu L, et al. Experimental investigation on the suppression of vortex-induced vibration of long flexible riser by multiple control rods. *Journal of Fluids and Structures*, 2012, 30: 115-132
- 31 Lu Y, Liao YY, Liu B, et al. Cross-flow vortex-induced vibration reduction of a long flexible cylinder using 3 and 4 control rods with different configurations. *Applied Ocean Research*, 2019, 91: 101900
- 32 Xu WH, Qin WQ, Lu Y, et al. Application of control rods for passively suppressing cross-flow VIV of an inclined flexible cylinder. *Shock and Vibration*, 2018, 2018: 8365726
- 33 刘文博. 横向流诱发柱体的振动控制策略. [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2018 (Liu Wenbo. Control strategies of cross-flow induced vibration of cylinders. [Master Thesis]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018 (in Chinese))
- 34 Dai H, Abdelkefi A, Wang L. Vortex-induced vibrations mitigation through a nonlinear energy sink. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2017, 42: 22-36
- 35 Vandiver JK, Ma L, Rao Z. Revealing the effects of damping on the flow-induced vibration of flexible cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 433: 29-54
- 36 Ma YX, Xu WH, Pang T, et al. Dynamic characteristics of a slender flexible cylinder excited by concomitant vortex-induced vibration and time-varying axial tension. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 485: 115524
- 37 Franzini GR, Pesce CP, Goncalves RT, et al. An experimental investigation on concomitant vortex-induced vibration and axial top-motion excitation with a long flexible cylinder in vertical configuration. *Ocean Engineering*, 2018, 156: 596-612
- 38 Song LJ, Fu SX, Cao J, et al. An investigation into the hydrodynamics of a flexible riser undergoing vortex-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*, 2016, 63: 325-350