生物、工程及交叉力学

流变岩体中让压支护作用下隧道力学行为研究

吴 奎²⁾ 邵珠山³⁾ 秦 溯⁴⁾

(西安建筑科技大学土木工程学院,西安710055)

(西安建筑科技大学陕西省岩土与地下空间工程重点实验室,西安710055)

摘要 高地应力深埋软岩隧道大变形问题已成为隧道工程建设领域的突出难题.根据高地应力深埋软岩隧道的 变形特征,基于"围岩能量吸收、变形释放"的让压支护是解决软岩隧道大变形问题的有效方法.针对流变岩体 中深埋圆形隧道在让压支护作用下的力学响应问题,通过引入分数阶微积分理论,采用 Abel 黏壶元件建立了改 进的分数阶 Burgers 蠕变模型来表征围岩的时效变形.此外,通过在让压支护不同变形阶段引入刚度修正系数, 克服了传统支护未能考虑围岩变形释放的问题.据此,本文推导了在考虑支护延迟安装影响下,不同变形阶段围 岩与让压支护相互作用的解析解.为了验证理论研究的正确性,对一算例进行了不同解答及工程结果的比对,吻 合较好.最后,参数研究结果表明:围岩与让压支护间的相互作用受蠕变本构模型分数阶阶数影响较大.隧道的 位移或支护压力与让压位移、支护刚度修正系数间存在线性比例关系,但由于刚度修正系数仅保持在较小的变 化范围内,隧道的位移或支护压力变化并不显著.

关键词 隧道, 流变, 分数阶, 让压支护, 解析解

中图分类号: U451 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-20-006

INVESTIGATION ON THE MECHANICAL BEHAVIOR OF TUNNEL SUPPORTED BY YIELDING SUPPORTS IN RHEOLOGICAL ROCKS ¹)

Wu Kui²⁾ Shao Zhushan³⁾ Qin Su⁴⁾

(School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China) (Shaanxi Key Laboratory for Geotechnical and Underground Space Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract Large deformation problem in soft rocks tunnels at great depth has become a great challenging task for many rock engineers. According to the deformation characteristics of soft rocks under high pressure, yielding supports following the principle of deformation release are able to accommodate rock deformations without being damaged, having been proved to be a feasible and effective solution to deal with such problem. The main purpose of this paper is to theoretically investigate the mechanical response of a deep circular tunnel excavated in rheological rock masses, where

1) 国家自然科学基金 (11872287) 和陕西省重点研发计划 (2019ZDLGY01-10) 资助项目.

 Wu Kui, Shao Zhushan, Qin Su. Investigation on the mechanical behavior of tunnel supported by yielding supports in rheological rocks.

 Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(3): 890-900

²⁰²⁰⁻⁰¹⁻⁰⁶ 收稿, 2020-02-25 录用, 2020-02-25 网络版发表.

²⁾ 吴奎, 博士研究生, 主要研究方向: 隧道支护结构设计理论. E-mail: wukuigz@163.com

³⁾ 邵珠山 (通讯作者), 教授, 主要研究方向: 隧道工艺力学. E-mail: shaozhushan@xauat.edu.cn

⁴⁾ 秦溯, 博士研究生, 主要研究方向: 交通隧道智能化施工. E-mail: qinsxauat@126.com

引用格式:吴奎,邵珠山,秦溯.流变岩体中让压支护作用下隧道力学行为研究.力学学报,2020,52(3):890-900

yielding supports are applied. Based on the fractional derivative theory the improved fractional Burgers creep model by adopting the Abel viscous element is established to describe the time-dependent deformations of geomaterials. In addition, the correction coefficients of supporting stiffness in different deformation stages are proposed aiming at solving the problem that the traditional supports are unable to take the rock deformation release into account. According to those, this paper derives the analytical solutions for stresses and displacements around the tunnel in different deformation stages, considering the installation delay of support structures. Furthermore, in order to validate the effectiveness and reliability of the theoretical analyses, a well agreement between different solutions and field results can be obtained. Finally, the parametric investigation demonstrates that tunnel displacement and support pressure are greatly influenced by the fractional order of Burgers model representing the deformability of rocks. There exists a linear relationship between tunnel displacement or support pressure and yielding displacement. This linear relationship can also be found between tunnel displacement or support pressure and the correction coefficient of support stiffness. If this correction coefficient ranges in a low level, the change of tunnel displacement or support pressure is not remarkable. This paper may provide a new trail to quickly evaluate the time-dependent deformations of tunnels with yielding supports.

Key words tunnel, rheology, fractional derivatives, yielding supports, analytical solution

引 言

近年来,随着我国隧道技术的快速发展,越来越 多的大埋深且穿越软弱岩层的隧道已相继建成并投 入运营.对于深埋软岩隧道而言,其主要特点有两个: 一是高地应力条件下围岩极易发生时效变形;二是 在围岩大变形作用下支护结构容易失效^[1-2].

针对描述围岩的时效变形,采用物理模型是一 种十分有效的方法. 这些模型通常是由几个代表性 元件组合而成,如:胡克弹性体、牛顿黏体和圣维南 塑性体,具有明确的物理意义[3].但是由于传统元件 的简单性,尽管通过不同方式的组合或叠加,往往岩 体的复杂变形行为仍不能得到较好的描述.因此,国 内外学者采用了不同的方法对传统的流变物理模型 不断改进. 徐卫亚等 [4] 基于岩体非线性加速蠕变的 特征, 提出了 NVPB 元件, 并与五元件模型串联, 建 立了河海模型. 夏才初等[5] 建立了包含 15 个流变力 学模型的同一流变模型,并给出了参数的确定方法. 近年来众多学者尝试将分数阶微积分理论研究应用 于描述岩石的流变本构模型研究^[6-8]. Zhou 等^[9] 通 过利用分数阶 Abel 黏壶替代西原模型中 Newton 黏 壶,建立了盐岩的分数阶流变模型.刘泉声等[10]亦 采用 Abel 黏壶替代了 Burgers 流变模型中的 Kelvin 体,并在修正的 Burgers 模型上串联了非线性黏塑性 体,建立了改进的分数阶流变模型.

目前,在应对高地应力软岩隧道大变形问题时, 主流的支护理念是"强支硬顶",即采用大刚度、高强

度的支护结构,以期能够尽早地约束围岩变形[11].但 是,众多工程实践表明该种支护方法达到的效果往 往并不尽如人意,围岩变形总是在经历多次支护、破 坏、拆除后才能得到一定控制,造成了大量的资源浪 费. 例如: 日本的 Enasan 隧道在前期建设过程中采用 重型H型钢架及厚度达1.2m的钢筋混凝土二衬,但 是由于过大的围岩挤压变形,支护仍出现大面积破 坏[12];国内的家竹箐隧道在施工中也发生了极大的 变形,但一味地增大支护刚度并未有效地解决支护 失效问题[13]. 近年来, 基于围岩"能量吸收、变形释 放"的支护理念,让压支护(亦称柔性支护)方案开始 在科研与实践工程中得以探索和实施[12-16].所谓让 压支护,即要求支护结构具有适应围岩变形的能力, 在提供较高支护阻力的同时,又能够允许围岩产生 一定的变形,释放部分围岩压力,以达到充分发挥围 岩的自承载能力,优化支护结构受力,保障隧道安全 的目的[17-19]. 刚性支护与让压支护作用下围岩-支 护曲线如图 1 所示. Cantieni 和 Anagnostou^[20] 认为穿 越高地应力软弱岩层的隧道其支护结构必须具备让 压能力并辅以扩挖才能解决变形难题.目前,让压支 护型式可分为:主动让压支护和被动让压支护.主动 让压支护主要为让压锚杆. 2014年, Li 等^[21]对几种 经典的让压锚杆性能做了对比分析. 何满潮等 [22] 研 发了一种具有负泊松比效应的新型恒阻大变形锚杆. Cantieni 和 Anagnostou^[18] 根据被动让压结构的让压 方式,总结了其基本类型: (a)设置可压缩层; (b)具有 滑动接头的钢架; (c) 内置高压缩性元件的混凝土衬



892



砌. 其中,设置可压缩层又称为径向让压,可压缩层 在承担围岩形变压力时,能够产生较大的压缩变形, 允许围岩的变形向刚性衬砌的外缘发展^[19]. Wang 等[23-25]利用泡沫混凝土作为可压缩层填充材料,采 用数值模拟分析了泡沫混凝土层的设置对隧道衬砌 的影响.内置高压缩性元件或者使用具有滑动接头的 钢架属于环向让压.内置高压缩性元件的混凝土衬砌 在承受压力的同时,能够通过高压缩性元件的压缩来 适应大变形[26]. 雷升祥等[27] 从能量转化的角度, 阐 明了该种支护环向让压的基本原理. Tian 等^[28]利用 数值模拟技术探究了内置高压缩性元件 (泡沫混凝 土) 的对衬砌的影响. 仇文革等 [29] 自主研发了限阻 耗能型支护结构,并应用到深埋老黄土隧道和高地 应力水平岩层隧道,成功解决了初支开裂问题.对于 具有滑动接头的钢架,以U型钢为代表,可利用钢架 间的接头滑动产生收缩来释放围岩的变形 [30-31]. 李 雪峰等 [32] 通过室内试验研究了对不同位置设置可 缩接头的 U 型钢架的承载特性. 尤春安^[33] 通过理论 分析探究了U型钢可缩型支架稳定性的承载能力问 题. 对于支护结构与围岩的相互作用, 目前也有许多 学者给出了力学分析的理论解答[34-39]. 但是, 尽管让 压支护已经在科研与工程中得到越来越多的探索与 实践,而围岩-让压支护相互作用力学机制并不明确, 也少有文献涉及在让压支护作用下隧道力学行为的 研究.

本文以改进的分数阶 Burgers 蠕变模型表征围 岩的变形特征,以环向让压支护为例,通过在支护结 构不同变形阶段引入了刚度修正系数,推导了考虑 支护安装延迟作用下,不同变形阶段的支护压力和 隧道位移的理论解.此外,基于理论解答,本文还探 讨了围岩本构模型的分数阶阶数、让压变形和刚度 修正系数等参数对支护效果的影响.

1 理论前提

报

1.1 基本假设

本文将针对流变岩体中让压支护结构的安装对圆形隧道位移和压力的影响展开理论分析.为便于讨论,做出如下若干假定^[34-35]:

(1) 围岩与支护为均质、连续且各向同性材料, 围岩的力学行为可采用黏弹性本构模型描述;在围 岩荷载作用下,支护的变形始终处于线弹性状态;

(2) 隧道深埋, 忽略重力梯度影响, 则可认为隧道 在无穷远处受静水压力作用;

(3) 隧道的开挖与支护的安装都是瞬时的.

1.2 分数阶岩石本构模型

分数阶微积分最常用的定义为 Riemann-Liouville (R-L) 分数阶微积分定义方法, 其定义为: 设 *f* 在 $(0, +\infty)$ 上逐段连续, 且在 $(0, +\infty)$ 的任何子区间上可 积, 对 t > 0, Re $(\gamma) > 0$, 则函数 f(t) 的 γ 阶 R-L 分数 阶积分可表示为^[10]

$$\frac{\mathrm{d}^{-\gamma}\left[f\left(t\right)\right]}{\mathrm{d}t^{-\gamma}} = \frac{1}{\Gamma\left(\gamma\right)} \int_{0}^{t} \left(t-\xi\right)^{\gamma-1} f\left(\xi\right) \mathrm{d}\xi \tag{1}$$

式中, $\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty t^{\gamma-1} \mathrm{e}^{-t} \mathrm{d}t.$

R-L 分数阶导数为其积分的逆运算, 定义为: 设 $f \in C, v > 0, m$ 为大于 γ 的最小整数, 记 $v = m - \gamma > 0$, 则函数 f(t) 的 γ 阶 R-L 分数阶导数为

$$\frac{\mathrm{d}^{-\gamma}\left[f\left(t\right)\right]}{\mathrm{d}t^{-\gamma}} = \frac{\mathrm{d}^{m}}{\mathrm{d}t^{m}} \left\{\frac{\mathrm{d}^{-\nu}\left[f\left(t\right)\right]}{\mathrm{d}t^{-\nu}}\right\} \quad (\nu > 0, t > 0)$$
(2)

Abel 黏壶是一种可用于描述介于理想弹性体和 牛顿流体之间的物体力学性质的黏性元件,如图2所 示,其本构方程可表示为

$$\sigma(t) = \zeta \frac{d^{\beta} \varepsilon(t)}{dt^{\beta}} \quad (0 \le \beta \le 1)$$
(3)

式中, ζ 为黏滞系数, β 为求导阶数. 若 $\beta = 0$ 时, Abel 黏壶退化成理想胡克弹性体; 当 $\beta = 1$ 时, Abel 黏壶 等同于牛顿黏壶.



Fig. 2 Illustration for Abel dashpot

由 R-L 型微积分理论可反算得到

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{\zeta^{\beta}} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)} \quad (0 \le \beta \le 1)$$
(4)

Burgers 模型由一 Maxwell 体和 Kelvin 体串联而 成, 根据 Goodman^[40]等的研究, 因为 Burgers 蠕变模 型简单, 涉及参数少, 且能较为全面地描述岩石材料 不同阶段的蠕变行为, 包括加速和稳定蠕变, 特别适 用于工程分析. 该模型主要应用于软岩, 包括泥质页 岩、板岩等. 但是, 由于 Burgers 模型中包含的均为 整数阶微积分黏、弹性元件, 而岩石材料的应变状态 是与其所经历的整个应力历史相关的; 分数阶时间 导数表现为微分-积分卷积算子, 可充分地展现系统 函数发展的历史依赖性^[10]. 据此, 本文将 Maxwell 体 中的牛顿黏壶采用 Abel 黏壶代替, 构成了改进的分 数阶 Burgers 流变模型 (见图 3), 以能够更好地描述 岩石材料的流变力学性能. 此外, 可以发现改进后的 Burgers 模型并未造成参数复杂化的困难.



Fig. 3 Rheological model

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon^{M} + \varepsilon^{K} \\ \sigma = \sigma^{M} = \sigma^{K} \end{array} \right\}$$
(5)

式中, $\varepsilon \pi \sigma$ 分别表示应力和应变分量. 上标 M 和 K 分别表征修正的 Maxwell 模型和 Kelvin 模型相应的 分量.

基于改进的 Maxwell 模型和 Kelvin 模型, 通过拉式变换, 其蠕变本构方程可分别表示为

$$\varepsilon^{\mathrm{M}}(t) = \sigma_{0} \left[\frac{1}{E^{\mathrm{M}}} + \frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)} \right]$$

$$\varepsilon^{\mathrm{K}}(t) = \frac{\sigma_{0}}{E^{\mathrm{K}}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{E^{\mathrm{K}}}{\eta^{\mathrm{K}}} t} \right)$$

$$(6)$$

式中, *E*和η分别代表胡克弹性体的常数和牛顿黏壶的黏滞系数.

将方程 (6) 代入方程 (5) 中可以得到分数阶 Burgers 模型的蠕变本构方程为

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t) \tag{7}$$

式中, J(t) 为蠕变柔量, 其表达式可写为

$$J(t) = \frac{1}{E^{M}} + \frac{1}{E^{K}} \left(1 - e^{-\frac{E^{K}t}{\eta^{K}}} \right) + \frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)}$$
(8)

2 理论解

2.1 未安装支护

如图 4 所示,为一圆形衬砌隧道力学模型示意 图.对于未安装支护结构的隧道而言,其支护作用 力 *p*(*t*)大小等于 0.基于弹性理论,利用黏弹性对应 原理,未安装支护结构的圆形隧道应力场的表达式可



893

写为

$$\sigma_{r} = \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}}\right)p_{0}$$

$$\sigma_{\theta} = \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}}\right)p_{0}$$
(9)

力

式中, σ_r 和 σ_θ 分别为径向和切向应力. p_0 表示初始 地应力. R 和 r 分别表示隧道半径和距隧道中心的 距离.

隧道 z 轴纵向应力表达式为

$$\sigma_z = \nu \left(\sigma_r + \sigma_\theta \right) = p_0 \tag{10}$$

则平均应力为

$$\sigma_{\text{mean}} = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} = p_0 \tag{11}$$

利用方程 (9) 和 (11) 可得到围岩的偏应力场表 达式

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r^{\text{dev}} = -\frac{R^2}{r^2} p_0 \\ \sigma_\theta^{\text{dev}} = \frac{R^2}{r^2} p_0 \end{array} \right\}$$
(12)

式中, σ_r^{dev} 和 $\sigma_{\theta}^{\text{dev}}$ 分别表示径向和切向偏应力.

将方程 (12) 中的径向偏应力代入分数阶 Burgers 模型蠕变本构方程中, 得到围岩的径向应变表达 式为

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r^{\text{dev}}}{2G^*(t)} \tag{13}$$

其中

$$\frac{1}{G^*(t)} = J(t) = \frac{1}{G^{\mathrm{M}}} + \frac{1}{G^{\mathrm{K}}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{G^{\mathrm{K}_{t}}}{\eta^{\mathrm{K}}}}\right) + \frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)}$$
(14)

式中,G表示剪切模量.

将方程(14)代入方程(13)可得到

$$\varepsilon_{r} = -\frac{p_{0}R^{2}}{2r^{2}} \left[\frac{1}{G^{M}} + \frac{1}{G^{K}} \left(1 - e^{-\frac{G^{K}_{r}}{\eta^{K}}} \right) + \frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)} \right]$$
(15)

对围岩径向应变积分,可得到隧道径向位移表达式 *u_r(t)*,如下

$$u_r(t) = \int \varepsilon_r \mathrm{d}r = \frac{p_0 R^2}{2r} \left[\frac{1}{G^{\mathrm{M}}} + \frac{1}{G^{\mathrm{K}}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{G^{\mathrm{K}_r}}{\eta^{\mathrm{K}}}} \right) + \right]$$

$$\frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)}$$
 (16)

将 r = R 代入上式,则隧道洞周的位移方程为

$$u_{R}(t) = \frac{p_{0}R}{2} \left[\frac{1}{G^{M}} + \frac{1}{G^{K}} \left(1 - e^{-\frac{G^{K}t}{\eta^{K}}} \right) + \frac{1}{\zeta} \frac{t^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)} \right]$$
(17)

利用方程 (17), 隧道开挖后, 隧道的瞬时弹性变 形等于

$$u_R = \frac{p_0 R}{2G^M} \tag{18}$$

2.2 弹性变形阶段 I

报

若在隧道开挖后 *t* = *t*₀ 时刻安装支护, 支护结构 的力学表达式可写为

$$p(t) = K_{\rm S} \left[\frac{u_R(t)}{R} - \frac{u_R(t_0)}{R} \right]$$
(19)

式中, *p*(*t*) 为支护结构与围岩之间相互作用力. *K*s 表示支护结构的支护刚度,其表达式为

$$K_{\rm S} = \frac{E'\left(R^2 - R_1^2\right)}{(1+\nu')\left[(1-2\nu')R^2 + R_1^2\right]}$$
(20)

式中, E' 和 v' 分别表示为支护材料的弹性模量和泊松比. R 和 R₁表示支护结构的内外半径,在数值上支护结构外半径与隧道开挖半径相等.

于是, 在施加支护结构完毕后, 从 *t* = *t*₀ 时刻开 始, 围岩的径向偏应力改变为

$$\sigma_r^{\text{dev}} = [p(t) - p_0] \frac{R^2}{r^2}$$
(21)

则围岩的径向应变表达式改写为

$$\varepsilon_r(t) = \frac{\sigma_r^{\text{dev}}}{2G^*(t)} = \frac{[p(t) - p_0]R^2}{2G^*(t)r^2}$$
(22)

对式 (22) 进行积分, 且另 r = R, 得到在安装支 护结构后隧道洞周处的位移表达式为

$$u_{R}(t) = \int \varepsilon(t) \, \mathrm{d}r \,|_{r=R} = \frac{[p_{0} - p(t)]R}{2G^{*}(t)}$$
(23)

从方程 (23) 可以看出, 该式为一隐式解. 利用方程 (19) 和 (23) 可以解得

$$p(t) = \frac{K_{\rm S} p_0 G^*(t)}{2G^*(t) + K_{\rm S}} \left[\frac{1}{G^*(t)} - \frac{1}{G^*(t_0)} \right]$$
(24)

$$u_{R}(t) = \frac{p_{0}R}{2G^{*}(t)} - \frac{p_{0}RK_{S}}{4G^{*}(t) + 2K_{S}} \left[\frac{1}{G^{*}(t)} - \frac{1}{G^{*}(t_{0})}\right] (25)$$

方程 (24) 和 (25) 分别为从安装支护结构 *t* = *t*₀ 时刻开始,支护结构的作用力与隧道位移的表达式.

2.3 让压阶段

由于支护具备让压功能, 当作用在支护结构上的作用力 $p(t) \ge p_1$ 的时候 (此刻 $t = t_1, u_R(t_1) = u_1$), 支护能够允许围岩产生变形, 但作用在支护上的压 力将不会增加或仅引起较小的上升. 相较于弹性变 形阶段 I, 在该让压阶段, 支护结构的刚度发生突变, 为此, 本文引入支护刚度修正系数 λ_1 , 则在该阶段支 护结构的受力表达式变换为

$$p(t) = p_1 + \lambda_1 K_S \left[\frac{u_R(t)}{R} - \frac{u_1}{R} \right]$$
(26)

利用方程 (23) 隧道洞周处的位移表达式,方程 (26) 可改写为

$$p(t) = p_1 + \lambda_1 K_S \left[\frac{p_0 - p(t)}{2G^*(t)} - \frac{u_1}{R} \right]$$
(27)

显然,式(27)是关于 *p*(*t*)的一元函数方程.由式 (27)可解得在让压阶段支护结构的作用力表达式为

$$p(t) = \frac{2G^*(t) p_1 R + \lambda_1 K_{\rm S} p_0 R - 2G^*(t) \lambda_1 K_{\rm S} u_1}{R [2G^*(t) + \lambda_1 K_{\rm S}]}$$
(28)

将式 (28) 代入方程 (23) 中, 得到让压阶段隧道 洞周处的位移函数为

$$u_{R}(t) = \frac{p_{0}R}{2G^{*}(t)} - \frac{p_{1}R + \lambda_{1}K_{S}p_{0}R/2G^{*}(t) - \lambda_{1}K_{S}u_{1}}{2G^{*}(t) + \lambda_{1}K_{S}}$$
(29)

2.4 弹性变形阶段 II

若在 $t = t_2$ 时刻, 支护的让压变形结束, 此时 $p(t) = p_2, u_R(t_2) = u_2$, 支护再次进入弹性变形阶段. 在这一阶段, 支护将继续提供较大的支护阻力来约 束围岩的变形, 即较小隧道位移的增加将引起较大 支护阻力的提高, 支护的刚度再次产生突变. 在这一 阶段, 引入支护刚度修正系数 λ_2 , 则支护的力–位移 表达式为

$$p(t) = p_2 + \lambda_2 K_{\rm S} \left[\frac{u_R(t)}{R} - \frac{u_2}{R} \right]$$
(30)

同理,利用方程 (23) 隧道洞周处的位移表达式, 方程 (30) 可改写为

$$p(t) = p_2 + \lambda_2 K_{\rm S} \left[\frac{p_0 - p(t)}{2G^*(t)} - \frac{u_2}{R} \right]$$
(31)

则解方程 (31) 可以得到弹性变形阶段 II 的支护 结构压力表达式如下

$$p(t) = \frac{2G^{*}(t) p_{2}R + \lambda_{2}K_{S}p_{0}R - 2G^{*}(t) \lambda_{2}K_{S}u_{2}}{R[2G^{*}(t) + \lambda_{2}K_{S}]}$$
(32)

将方程 (32) 代入方程 (23) 中, 该阶段隧道洞周 处位移的表达式为

$$u_{R}(t) = \frac{p_{0}R}{2G^{*}(t)} - \frac{p_{2}R + \lambda_{2}K_{S}p_{0}R/2G^{*}(t) - \lambda_{2}K_{S}u_{2}}{2G^{*}(t) + \lambda_{2}K_{S}}$$
(33)

综上, 让压支护的计算主要分为弹性变形阶段 I、让压阶段以及弹性变形阶段 II. 图 5 给出了隧道支 护计算的流程图, 若在刚性 (工程许可范围内) 条件 下, 支护满足承载力要求, 则可选刚性支护, 否则可 采用让压支护, 并通过不断地调整让压阶段的支护 参数, 使结构最终能满足各项要求.



图 5 隧道支护计算流程图

Fig. 5 Flow chart for tunnel support calcualtion

3 结果与讨论

3.1 理论验证

为了验证理论推导的正确性,本文选取文献 [41] 中的结果和锦屏二级水电站引水隧洞绿泥石片岩围 岩洞壁处位移进行对比分析.由于本文上述理论考虑 了支护作用,为了有效对比,假设支护结构在 $t_0 = 0$ 时刻安装,支护结构的刚度 K_S 取 0.001、支护刚度 修正参数 λ_1 和 λ_2 均为 1(即支护刚度极小的传统支 护),以模拟未安装支护时的工况.隧道半径、初始地 应力和围岩参数为 ^[41]:初始地应力 $p_0 = 40$ MPa,隧 道半径 R = 7 m,剪切模量 GM = 3 GPa,剪切模量 GK = 1070.6 MPa, 黏滞系数 $\eta K = 172$ GPa·d, 黏滞系 数 $\zeta = 37.5$ GPa·d, 分数阶阶数 $\beta = 0.43$.

报

图 6 给出了理论解答与文献 [41] 及锦屏二级水 电站引水隧洞绿泥石片岩围岩洞壁处位移的对比结 果.可以发现: 三者结果符合良好. 隧道围岩在经历 快速变形、缓慢变形后逐渐进入稳定变形阶段. 因 此, 图 6 中的对比结果较好地验证了本文理论解答 的正确性.





3.2 参数分析

3.2.1 非定常参数

围岩本构模型的分数阶阶数是影响隧道变形的 重要参数之一.为了对比分析不同的分数阶阶数对隧 道支护效果的影响,本文选取了 6 种不同的参数值, 分别为: β = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0,作为计算工况.该 计算中,认为支护结构是在隧道开挖 30 d 后完成的, 支护刚度为 2542 MPa,支护在压力 p(t)达到 8 MPa 后开始产生让压变形,让压位移为 40 mm.支护刚度 修正系数 λ_1 和 λ_2 分别取 0.1 和 1.不同围岩本构模 型分数阶阶数下隧道的位移与支护结构压力演化规 律如图 7 和图 8 所示.

由图 7 和图 8 所示, 围岩本构模型的分数阶阶数 对隧道支护效果具有极大影响, 正说明了采用改进的 分数阶 Burgers 模型的重要意义. 隧道的位移和支护 压力随时间变化曲线可分为 3 个阶段: 快速增大、缓 慢增大和变形 (压力) 稳定阶段. 随着参数 β 的增大, 隧洞的位移和支护压力也呈不断增大的趋势. 这表 明: 随着参数 β 的增大, 围岩的时效变形能力也不断 增大. 实际上, 对于分数阶阶数的确定, 只有根据岩 石试样的蠕变结果, 通过参数反演去获得.





图 8 不同分数阶阶数工况下支护压力曲线图

Fig. 8 Curves for support under the cases of different derivative orders

3.2.2 刚性支护与让压支护效果对比

在本节中,为了突出让压支护的优势,图 9 中给 出了刚性支护下隧道位移与支护压力曲线图.计算 中,认为支护结构是在隧道开挖 30 d 后完成的.让压 支护作用下隧道压力-位移曲线图如图 10 所示,其 中,让压支护在压力 *p(t)*达到 8 MPa 后开始产生让压 变形,让压位移为 20 mm,分数阶阶数 β 取 0.2,支护 刚度修正系数 λ₁ 和 λ₂ 分别取 0.1 和 1.

从图 10 中可以看出, 在隧道围岩与支护结构相 互作用的过程中, 支护经历了 3 个阶段: 弹性变形阶 段 I、让压阶段和弹性变形阶段 II. 其中, 让压阶段 的过程中, 支护结构的压力随着位移的增大呈小幅 度上涨. 图 10 中的结果与理论分析具有一致性. 对比





图 9 和图 10 发现: 在相同隧道条件下, 当让压位移 仅为 20 mm 时, 相比刚性支护, 最终作用在让压支护 上的围岩压力可减小多达 2 MPa.

由此表明,通过支护结构的让压来减小支护压力,保持隧道稳定,是一种可行且有效的方法.

3.2.3 让压位移

显然,对于让压支护而言,让压位移是影响支护 效果的重要因素之一.此处,本文选取了 5 种不同 的让压位移参数,分别为: $u_2 - u_1 = 10$ mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm, 30 mm, 35 mm, 40 mm,作为计算工况. 相同的,在该计算中,认为支护的安装是在隧道开挖 30 d 后完成的, β 取 0.2,支护在压力 p(t)达到 8 MPa 后开始产生让压变形.支护刚度修正系数 λ₁ 和 λ₂ 分 别取 0.1 和 1.不同让压位移情况下支护结构的压力 与隧道位移如图 11 和图 12 所示.



图 11 让压支护与刚性支护作用下隧道位移比率 Fig. 11 Ratio of tunnel displacement under conditions of yielding

supports to traditional stiff supports



Fig. 12 Ratio of support pressure under conditions of yielding supports to traditional stiff supports

由图 11 和图 12 所示, 让压位移的大小对支护效 果具有重要影响. 通常地, 随着让压位移的增大, 即意 味着允许围岩的变形量增大, 隧道的位移将呈增大的 趋势, 图 11 中的结果与该结论具有一致性. 从图 11 中看出, 隧道位移与让压位移存在线性关系, 当让压 位移为 40 mm 的时候, 与刚性支护结构相比, 隧道位 移增大了 19.2%. 事实上, 若在隧道中使用让压支护 结构, 通常会采取扩挖的方式来满足隧道的变形, 以 达到不会造成侵限的目标.

报

图 12 给出了支护压力随让压位移变化的曲线 图.显然地,支护压力与让压位移存在线性减小的关 系,即随着让压位移的增加,支护压力线性减小.由 图 10、当让压位移达到 40 mm 的时候,支护压力与 刚性状态相比, 仅为后者的 70.6%, 减幅接近 30%. 由 此可以得出,在大变形隧道中,若刚性支护,甚至重 型支护不能承受由于围岩大变形所造成的支护荷载, 相较而言,让压支护则是最优选择.让压支护能够通 过允许围岩变形,释放围岩变形能量,以减小作用在 支护结构上的内力,且随着让压位移的不断增大,支 护载荷可不断减小,最终能够使得作用在支护结构 上的压力小于支护承载力. 但是, 必须强调的是, 由 于围岩在变形释放的过程中存在由"松弛"到"离散" 突变的风险,因此,在让压过程中可能存在离散岩体 形成的不确定性. 在实际工程在, 让压位移的选择是 一较为复杂的判断过程,应该结合围岩自身的性质, 支护特性及隧道设计的要求等,而一味地增大让压 位移以达到减小支护结构受力的目的并不可取.

3.2.4 修正刚度

让压阶段是让压支护区别于传统刚性支护结构 的重要特征.在让压阶段,随着位移逐渐地增大,但 作用在支护结构上的力并不增加,或者呈较小幅度 的增大.因此,该阶段支护刚度修正系数 λ_1 应保持在 较小水平内.为了研究支护效果对支护刚度修正系数 λ_1 的参数敏感性,本文取 $\lambda_1 = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2,$ 作为计算工况.在该计算中,认为支护是在隧道开挖 30 d 后完成的, β 取 0.2,支护在压力 p(t)达到 8 MPa 后开始产生让压变形,让压位移为 40 mm.支护刚度 修正系数 λ_2 取 1.不同支护刚度修正系数 λ_1 情况下 支护结构的压力与隧道位移如图 13 和图 14 所示.

图 13 和图 14 给出了在相同让压位移下,隧道位 移和支护压力随支护刚度修正参数 λ₁ 的演化规律. 从图 13 和图 14 中可以看出,隧道位移和支护压力 与支护刚度修正系数 λ₁ 也存在线性关系,隧道位移 随着修正系数的增加而减小,支护压力则呈相反趋 势.这种情况可以解释为:由于在让压阶段,支护刚 度修正系数 λ₁ 可表征在该阶段支护结构约束变形的 能力,若该系数越大,则让压支护的力学性能就越接 近越刚性支护.因此,刚度修正系数 λ₁ 越大,意味着 支护对围岩变形的约束就越强,从而导致隧道变形 越小,但作用在支护结构上的荷载越大.但是,由于 刚度修正系数 λ₁ 仅保持在较小的变化范围内, 隧道 位移和支护压力的降低或增加并不剧烈.



coefficients of support stiffness λ_1

4 结 论

让压支护是解决深埋高地应力软岩隧道大变形 问题的有效方法.针对让压支护对隧道力学行为的 影响,本文展开了相应的理论分析.基于理论解答,进 一步讨论了岩石变形参数、让压支护参数对支护效 果的影响.得到的主要结论如下:

(1) 采用改进的分数阶 Burgers 蠕变模型, 通过在 支护结构不同变形阶段引入了刚度修正系数 λ₁ 和 λ₂, 推导了考虑支护安装延迟作用下, 不同变形阶段 的支护压力和隧道位移的解析解. (2)随着围岩本构模型分数阶阶数 β 的增大,围 岩的时效变形能力也不断增大,隧洞的位移和支护 压力也呈不断增大的趋势.

(3)随着让压位移的增大,隧道位移、支护压力 与让压位移存在线性关系.隧道位移随着让压位移的 增大而减小,而支护压力呈相反趋势.实际工程中将 采取扩挖的方式来满足隧道的变形,以达到不会造 成侵限的目标.由于围岩在释放变形的过程中存在 由"松弛"到"离散"突变的风险,一味的地增大让压 位移以达到减小支护结构受力的目的并不可取,应 视具体情况来确定最优让压位移.

(4) 隧道位移和支护压力与支护刚度修正系数 λ₁ 也存在线性关系, 隧道位移随着修正系数的增大而减 小, 支护压力则呈相反趋势. 但是, 由于刚度修正系 数 λ₁ 仅保持在较小的变化范围内, 隧道位移和支护 压力的降低或增加并不显著.

参考文献

- 1 柳厚祥,郑智雄. 高地应力软岩公路隧道泡沫混凝土卸压机理及 支护结构研究. 中国公路学报, 2016, 29(11): 122-129 (Liu Houxiang, Zheng Zhixiong. Research on mechanism of pressure relief and supporting structure of foam concrete in high geostress soft rock highway tunnel. *China Journal of Highway and Transport*, 2016, 29(11): 122-129 (in Chinese))
- 2 张顶立, 孙振宇, 侯艳娟. 隧道支护结构体系及其协同作用. 力 学学报, 2019, 51(2): 577-593 (Zhang Dingli, Sun Zhenyu, Hou Yanjuan. Tunnel support structure system and its synergistic effect. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 577-593 (in Chinese))
- 3 邵珠山, 吴奎, 袁媛. 温度变化对岩石流变特性影响的理论研究. 应用力学学报, 2018, 35(5): 962-968, 1180 (Shao Zhushan, Wu Kui, Yuan Yuan. Theoretical investigation on rock rheological characteristics in variable temperature field. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2018, 35(5): 962-968, 1180 (in Chinese))
- 4 徐卫亚,杨圣奇,褚卫江. 岩石非线性黏弹塑性流变模型 (河海模型) 及其应用. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 641-646 (Xu Weiya, Yang Shengqi, Chu Weijiang. Nonlinear viscoelasto-plastic rheological model (Hohai Model) of rock and its engineering application. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(3): 641-646 (in Chinese))
- 5 夏才初, 王晓东, 许崇帮等. 用统一流变力学模型理论辨识流变 模型的方法和实例. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1594-1600 (Xia Caichu, Wang Xiaodong, Xu Chongbang, et al. Method to identify rheological models by unified rheological model theory and case study. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(8): 1594-1600 (in Chinese))
- 6 何利军, 孔令伟, 吴文军等. 采用分数阶导数描述软黏土蠕变的 模型. 岩土力学, 2011, 32(s2): 239-243, 249 (He Lijun, Kong Lingwei, Wu Wenjun, et al. A description of creep model for soft soil

with fractional derivative. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(s2): 239-243, 249 (in Chinese))

- 7 丁靖洋,周宏伟,刘迪等. 盐岩分数阶三元件本构模型研究. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(4): 672-678 (Ding Jingyang, Zhou Hongwei, Liu Di, et al. Research on fractional derivative three elements model of salt rock. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(4): 672-678 (in Chinese))
- 8 Zhang JZ, Zhou XP, Peng Y. Visco-plastic Deformation analysis of rock tunnels based on fractional derivatives. *Tunnelling and Under*ground Space Technology, 2019, 85: 209-219
- 9 Zhou HW, Wang CP, Han BB, et al. A creep constitutive model for salt rock based on fractional derivatives. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, 48(1): 116-121
- 10 刘泉声, 罗慈友, 彭星新等. 软岩现场流变试验及非线性分数阶蠕 变模型研究. 煤炭学报, 2019, doi: 10.13225/j.cnki.jccs.2019.0479 (Liu Quansheng, Luo Ciyou, Peng Xingxin, et al. Research on field rheological test and nonlinear fractional derivative creep model of weak rock mass. *Journal of China Coal Society*, 2019, doi: 10.13225/j.cnki.jccs.2019.0479 (in Chinese))
- 11 仇文革, 王刚, 龚伦等. 一种适应隧道大变形的限阻耗能型支护 结构研发与应用. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(8): 1785-1795 (Qiu Wenge, Wang Gang, Gong Lun, et al. Research and application of resistance-limiting and energy-dissipating support in large deformation tunnel. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(8): 1785-1795 (in Chinese))
- 12 Kimura F, Okabayashi N, Kawamoto T. Tunnelling through squeezing rock in two large fault zones of the Enasan Tunnel II. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1987, 20: 151-166
- 13 张祉道.关于挤压性围岩隧道大变形的探讨和研究.现代隧道 技术, 2003, 40(2): 5-12, 40 (Zhang Zhidao. Discussion and study on large deformation of tunnel in squeezing ground. *Modern Tunnelling Technology*, 2003, 40(2): 5-12, 40 (in Chinese))
- 14 Barla G, Bonini M, Semeraro M. Analysis of the behaviour of a yield-control support system in squeezing rock. *Tunnelling and Un*derground Space Technology, 2011, 26: 146-154
- 15 曹小平,魏飞鹏,王波等.高地应力软岩隧道合理支护方案试验研究.铁道工程学报,2018(7):65-71,102 (Cao Xiaoping, Wei Feipeng, Wang Bo, et al. Experimental research on the reasonable support scheme of soft rock tunnel with high ground stress. *Journal of Railway Engineering Society*, 2018(7):65-71,102 (in Chinese))
- 16 Tan XJ, Chen WZ, Liu HY, et al. A combined supporting system based on foamed concrete and U-shaped steel for underground coal mine roadways undergoing large deformations. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2017, 68: 196-210
- 17 汪波, 王杰, 吴德兴等. 让压支护技术在软岩大变形隧道中的应 用探讨. 公路交通科技, 2015, 32(5): 115-122 (Wang Bo, Wang Jie, Wu Dexing, et al. Discussion on application of yielding supporting technology in large-deformation tunnel in soft rock. *Journal* of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(5): 115-122 (in Chinese))
- 18 王建宇. 理念的更新 对软弱围岩隧道工程的思考. 现代隧道 技术, 2018, 55(6): 1-10 (Wang Jianyu. The updated concept of conventional tunnellling in soft surrounding rocks. *Modern Tunnelling Technology*, 2018, 55(6): 1-10 (in Chinese))
- 19 Wu K, Shao ZS. Study on the effect of flexible layer on support structures of tunnel excavated in viscoelastic rocks. *Journal of En*gineering Mechanics, 2019, 145(10): 04019077

- 20 Cantieni L, Anagnostou G. The interaction between yielding supports and squeezing ground. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2009, 24: 309-322
- 21 Li CC, Stjern G, Myrvang A. A review on the performance of conventional and energy-absorbing rockbolts. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2014, 6(4): 318-327
- 22 何满潮, 郭志飚. 恒阻大变形锚杆力学特性及其工程应用. 岩石力 学与工程学报, 2014, 33(7): 1297-1308 (He Manchao, Guo Zhibiao. Mechanical properties and engineering application of anchor bolt with constant resistance and large deformation. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(7): 1297-1308 (in Chinese))
- 23 Wang H, Chen WZ, Tan XJ, et al. Development of a new type of foam concrete and its application on stability analysis of large-span soft rock tunnel. *Journal of Central South University*, 2012, 19: 3305-3310
- 24 Wu GJ, Chen W Z, Tian HM, et al. Numerical evaluation of a yielding tunnel lining support system used in limiting large deformation in squeezing rock. *Environmental Earth Sciences*, 2018, 77: 439
- 25 王树仁, 刘招伟, 屈晓红等. 软岩隧道大变形力学机制与刚隙柔层 支护技术. 中国公路学报, 2009, 22(6): 90-95 (Wang Shuren, Liu Zhaowei, Qu Xiaohong, et al. Deformation mechanics mechanisms and rigid-gap-flexible layer supporting technology of soft rock tunnel. *China Journal of Highway and Transport*, 2009, 22(6): 90-95 (in Chinese))
- 26 Schubert W, Brunnegger S, Staudacher R, et al. Further development of yielding elements and connecting elements for shotcrete. *Geomechanics and Tunnelling*, 2018, 11(5): 575-581
- 27 雷升祥,赵伟. 软岩隧道大变形环向让压支护机制研究. 岩土力 学, 2020, 41(3): 1-8 (Lei Shengxiang, Zhao Wei. Study on the mechanism of circumferential yielding support for soft rock tunnel with large deformation. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(3): 1-8 (in Chinese))
- 28 Tian H, Chen W, Yang D, et al. Numerical analysis on the interaction of shotcrete liner with rock for yielding supports. *Tunnelling* and Underground Space Technology, 2016, 54: 20-28
- 29 仇文革, 王刚, 龚伦等. 一种适应隧道大变形的限阻耗能型支护 结构研发与应用. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(8): 1785-1795 (Qiu wenge, Wang Gang, Gong lun, et al. Research and application of resistance-limiting and energy-dissipating support in large deformation tunnel. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37: 1785-1795 (in Chinese))
- 30 Wu K, Shao ZS, Qin S, et al. Mechanical analysis of tunnels supported by yieldable steel ribs in rheological rocks. *Geomechanics* and Engineering, 2019, 19(1): 61-70

- 31 Rodriguez R, Diaz-aguadoI MB. Deduction and use of an analytical expression for the characteristic curve of a support based on yielding steel ribs. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2013, 33: 159-170
- 32 李雪峰, 汪成兵, 王华牢等. U 型钢封闭式可缩性钢架承载特性 试验研究. 浙江大学学报 (工学版), 2017, 51(12): 2355-2364 (Li Xuefeng, Wang Chengbing, Wang Hualao, et al. Experimental study on bearing capacity behavior of U-steel enclosed contractible support. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2017, 51(12): 2355-2364 (in Chinese))
- 33 尤春安. U 型钢可缩性支架的稳定性分析. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(11): 1672-1675 (You Chunan. Stability analysis of U-steel yieldable support. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(11): 1672-1675 (in Chinese))
- 34 Fahimifar A, Tehrani FM, Hedayat A, et al. Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic Burger's material under hydrostatic stress field. *Tunnelling Underground Space Technology*, 2010, 25(4): 297-304
- 35 Kargar AR, Rahmannejad R, Hajabasi MA. A semi-analytical elastic solution for stress field of lined non-circular tunnels at great depth using complex variable method. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51: 1475-1482
- 36 Chu ZF, Wu ZJ, Liu BG, et al. Coupled analytical solutions for deep-buried circular lined tunnels considering tunnel face advancement and soft rock rheology effects. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2019, 94: 103111
- 37 Song F, Wang HN, Jiang MJ. Analytical solutions for lined circular tunnels in viscoelastic rock considering various interface conditions. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 55: 109-130
- 38 李岩松,陈寿根. 寒区非圆形隧道冻胀力的解析解. 力学学报, 2019, 52(1): 196-207 (Li Yansong, Chen Shougen. Analytical solution of frost heaving force in non-circular cold region tunnels. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 52(1): 196-207 (in Chinese))
- 39 尹崇林, 吕爱钟. 水工圆形隧洞围岩衬砌摩擦滑动接触的新解 法. 力学学报, 2020, 52(1): 247-257 (Yin Chonglin, Lv aizhong. A new solution for frictional slip contact between surrounding rock and lining in a hydraulic circular tunnel. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(1): 247-257 (in Chinese))
- 40 Goodman RE. Introduction to Rock Mechanics. 2nd ed. New York: Wiley, 1989
- 41 朱建林,喻勇. 分数阶微分流变模型圆形隧道位移分析. 中国科技 信息, 2019, 9: 69-71 (Zhu Jianlin, Yu Y. Analysis of displacement of a circular tunnel based on fractional rheological model. *China Science and Technology Information*, 2019, 9: 69-71 (in Chinese))