2016 年 7 月

机器人动力学与控制

空间机器人双臂捕获卫星力学分析及镇定控制

程靖陈力2)

(福州大学机械工程及自动化学院,福建省高端装备制造协同创新中心,福州 350116)

摘要 随着航天技术的发展,空间机器人要求具有对非合作卫星的在轨捕获能力.双臂空间机器人与单臂空间 机器人相比在这方面显然更具有优势.然而由于太空环境的复杂性,使得空间机器人双臂捕获非合作卫星操作 过程的动力学与控制问题表现出下述特点:非完整动力学约束,动量、动量矩与能量传递变化,捕获前后结构 开、闭环变拓扑,与闭环接触几何、运动学约束多者共存.因此空间机器人双臂捕获卫星技术相关动力学与控 制问题变得极其复杂.为此,讨论了双臂空间机器人捕获自旋卫星过程的动力学演化模拟,以及捕获操作后其 不稳定闭链混合体系统的镇定控制问题.首先,利用拉格朗日第二类方程建立了捕获操作前双臂空间机器人的 开环系统动力学模型,利用牛顿-欧拉法建立了目标卫星的系统动力学模型;在此基础上基于动量守恒定律、 力的传递规律,经过积分与简化处理分析、求解了双臂空间机器人捕获目标卫星后受到的碰撞冲击效应,给出 了合适的捕获操作策略.根据闭链系统的闭环约束几何及运动学关系获得了闭合链约束方程,推导了捕获操作 后闭链混合体系统的动力学方程.最后基于该动力学方程针对捕获操作结束后失稳的闭链混合体系统,设计了 镇定运动模糊 H_∞ 控制方案.提出的方案利用模糊逻辑环节克服参数不确定影响,由 H_∞鲁棒控制项消除逼近 误差来保证系统控制精度;通过最小权值范数法分配各臂关节力矩,以保证两臂协同操作.李雅普诺夫稳定性 理论证明了系统的全局稳定性.最后通过数值仿真实验模拟、分析了碰撞冲击响应,并验证了上述镇定运动控 制方案的有效性.

关键词 双臂空间机器人,捕获过程,动力学演化,闭链系统,镇定运动控制

中图分类号: TP241 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-16-156

MECHANICAL ANALYSIS AND CALM CONTROL OF DUAL-ARM SPACE ROBOT FOR CAPTURING A SATELLITE ¹

Cheng Jing Chen Li²⁾

(School of Mechanical Engineering and Automation, Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract As the technology of space science develops rapidly, space robot system is expected to capture the noncooperative satellite on-orbit. Space robot with dual-arm obviously has more comparative advantage in this respect compared with the one with single arm. Because of the complicated condition in outer space it makes the dynamics and control problems related to satellite-capturing operation by space robot system with dual-arm to be extremely complicated, and there are some unique characteristics, such as, nonholonomic dynamics restriction, change of system configuration, transfer of linear momentum, angular momentum and energy, topology transfer from open to closed loop system, and the constraints of closed-loop geometry and kinematics during satellite-capturing operation. In this paper, the dynamic evolu-

²⁰¹⁶⁻⁰⁶⁻⁰⁶收稿, 2016-06-13录用, 2016-06-13网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金 (11372073, 11072061) 和福建省工业机器人基础部件技术重大研发平台 (2014H21010011) 资助项目. 2) 陈力,教授,主要研究方向:空间机器人系统动力学与控制. E-mail: chnle@fzu.edu.cn

引用格式: 程靖,陈力. 空间机器人双臂捕获卫星力学分析及镇定控制. 力学学报, 2016, 48(4): 832-842

Cheng Jing, Chen Li. Mechanical analysis and calm control of dual-arm space robot for capturing a satellite. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(4): 832-842

tion for space robot with dual-arm capturing a spin satellite and calm control for unstable closed chain composite system are discussed. At first, with the Lagrangian approach, the dynamic model of open chain space robot with dual-arm before capture operation is established, and dynamic model of satellite is derived by Newton-Euler method. On that basis, based on the law of conservation of momentum and the law of force transfer, the impact effect after collision of space robot with dual-arm to capture the target is analyzed and solved by the process of integration and simplification, and the suitable capture operation strategy is given. Closed chain constraint equations are obtained by the constraints of closed-loop geometry and kinematics of closed chain system. With the closed chain constraint equations, the composite system dynamic model is derived. For the unstable closed chain composite system after the capture, the fuzzy H_{∞} control scheme for calm motion is designed. The fuzzy logic system is applied to overcome the influence of uncertainty part and the robust H_{∞} control item is used to eliminate the approximate error, to guarantee the tracking precision. The global stability of the system is proved by the Lyapunov theory. The weighted minimum-norm theory is introduced to distribute torques guaranteeing that the cooperative operation between manipulators. At last, numerical examples simulated the response of collision are used to verify the efficiency of the control scheme.

Key words space robot with dual-arm, capturing operation, dynamical evolution, closed chain system, calm motion contro

引 言

太空自然环境恶劣, 宇航员出舱活动会面临很 多危险, 而空间机器人的应用可以减少宇航员出舱 次数,或者辅助其完成复杂的任务.太空在轨服务空 间机器人的工作任务包括:空间站部件的组装,轨道 废弃卫星的移除,为卫星加注控制液等[1-2].由于在 太空的失重环境下,机器人系统运动过程中各个机 械臂与漂浮的载体基座间存在动力学耦合作用,因 此空间机器人系统的控制难度明显高于地面机器人 系统.特别是空间机器人系统存在不确定参数[3-4]时 会影响系统的控制精度, 而空间站的组装和卫星的 燃料加注都需要较高的控制精度. 随着航天技术的 发展,空间机器人在太空中应用不断增加,虽然相 关的理论研究越来越多 [5-8], 但是空间机器人系统 研究成果的数量远不及地面机器人系统. 需要注意 的是目前的研究成果对双臂空间机器人系统的关注 少于单臂空间机器人系统 [9-12], 双臂空间机器人系 统与单臂空间机器人系统相比,具有更大的负载能 力及更好的运动稳定性,是未来空间机器人发展的 重要方向.由于双臂空间机器人与人类的双臂相似, 更有利于搬运物体并保证控制精度,其双边抓取操 作明显较单边抓取操作的成功率更高,所以美国的 "FREND"^[13]及"Phoenix"^[14]计划,德国"DEOS"^[15] 项目与欧洲的 "SMART-OLEV"^[16] 系统后期多采用 双臂捕获技术. 遥控机械臂系统上的双臂专用机器 手 SPDM^[17] 已在空间站上投入使用,这是双臂空间 机器人已经开始应用于太空中的标志.因此,对于双 臂空间机器人系统的理论研究,是非常有必要的.另 外,由于实验室模拟太空失重状态非常困难,地面实 验所需的费用昂贵,计算机仿真实验不失为一种有 效的方案,并被国际上大多数航天机构所采用^[18-19].

双臂空间机器人系统为了实现上述在轨服务目 标,会与被捕获卫星发生碰撞,并最终形成闭链系 统^[20].然而这样的闭链混合体系统是不稳定的, 需要进行镇定运动控制,否则大角度的翻转会导致 空间仪器设备的损坏.同时,双臂空间机器人完成捕 获操作前后存在开闭环变拓扑及动量、动量矩的转 换;形成的混合体系统中存在闭环结构及控制器冗 余的情况,需要解决左右机械臂镇定运动的协调控 制问题,导致其控制系统设计难于开环系统.Rathee 等[21] 基于光滑的多项式函数, 对漂浮基双臂空间机 器人提出了点到点路径规划方案.梁捷等[22-23]针对 开链双臂空间机器人系统,提出了惯性空间的轨迹 跟踪控制方案.然而这些研究未考虑空间机器人系统 与目标接触碰撞的过程. Takahashi 等^[24] 研究了双臂 机器人与自由漂浮目标碰撞后的影响. Shah 等^[25] 研 究了双臂空间机器人捕获卫星操作对载体姿态干扰 最小的最优运动规划. 郭闻吴等 [26] 利用冲量-动量 方程及粒子群算法,找出了双臂空间机器人抓捕前 较理想的碰撞构型, 使碰撞后系统角动量尽量小. Jia 等[27] 对闭链双臂空间机器人提出了自适应控制方

案. 但是上述研究主要涉及空间机器人系统轨迹规 划及运动学控制,未考虑捕获过程动力学演化分析 及其后镇定运动控制问题.

基于上述讨论,本文根据拉格朗日方程及牛 顿-欧拉法,分别建立了双臂空间机械臂及被捕获 目标的动力学方程. 根据力的传递规律及几何运动 关系,进行冲击动力学建模,多角度分析了系统受 到冲击后的影响,利用闭链系统的闭环约束关系,获 得了系统的闭链混合体系统动力学方程. 以上冲击 效应分析有助于获得合理的捕获策略. 鉴于空间机 器人控制设计的高可靠性要求, 空间技术一般尝试 将地面成熟控制方案应用于空间机器人系统. 文中 基于获得的闭链混合体系统动力学方程,提出了镇 定运动模糊 H_∞控制方案.利用模糊逻辑系统逼近动 力学方程未知非线性部分, 消除系统参数不确定的 影响.引入H_∞控制,保证了系统误差跟踪精度.所提 控制方案最终能够有效完成镇定运动控制.最后,通 过数值仿真模拟了碰撞冲击效应,并验证了所提控 制方案的有效性.

1 空间机器人捕获自旋目标卫星操作过程

动力学演化分析

考虑作平面运动的双臂空间机器人系统及目标 系统如图1所示.

任意取一点 O 为原点,建立平动的惯性坐标 系 XOY.建立双臂空间机器人各分体的主轴连体 坐标系 $x_i O_i y_i$ ($i = 0, 1, 2, \cdots, 6$),其中基座和负载的 质心分别为 O_0 和 O_{load} ,各臂杆转动铰的中心分别







为 O_i (*i* = 1,2,...,6). l_i (*i* = 1,2,...,6) 为各臂杆 沿 x_i 的长度, O_0O_1 和连线的长度都为 d_0 , 负载质 心 O_{load} 到左右捕获位置距离分别为 d_L 和 d_R . 双臂 空间机器人各部分质心相对于惯性坐标系的矢径为 r_i (*i* = 0, 1,...,6), r_{load} 为目标质心矢径. 空间机器人 基座及臂杆的转动惯量分别为 I_i (*i* = 0, 1,...,6), I_{load} 为目标的转动惯量. m_i (*i* = 0, 1,...,6) 分别为空间机 器人各部分质量, m_{load} 为目标的质量. ψ_1 和 ψ_2 是载 体质心 O_0 分别与 O_1 和 O_4 连线相对于 x_0 轴的夹角.

将被捕获卫星系统视作刚体目标,目标质心的 位置坐标及姿态角列向量为 **q**_{load} = [x_{load} y_{load} θ_{load}]^T 并定义为目标的广义坐标,采用牛顿-欧拉法可获得 目标系统碰撞前瞬间动力学方程为

$$\boldsymbol{M}_{\text{load}} \boldsymbol{\ddot{q}}_{\text{load}} = \boldsymbol{J}_{\text{load}}^{\text{T}} \boldsymbol{F}' \tag{1}$$

式中, $M_{\text{load}} \in \mathbf{R}^{3\times3}$ 是被捕获目标对称、正定的惯量 矩阵, $J_{\text{load}} = [J_{\text{IL}}^{\text{T}} J_{\text{IR}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$, $J_{\text{IL}}J_{\text{IR}} \in \mathbf{R}^{3\times3}$ 分别为捕获点 对应的运动 Jacobian 矩阵. F'为目标物上捕获位置 受到的末端执行器的反作用力.

定义 $q = [x_0 \ y_0 \ \theta_0 \ \theta_L^T \ \theta_R^T]^T$ 为空间机器人系统 广义坐标, $\theta_L = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ 为左臂各关节的转角, $\theta_R = [\theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T$ 为右臂各关节的转角.

设双臂空间机器人各部分为均质刚体,其中 d_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)为对应关节到质心的距离. e_i ($i = 0, 1, \dots, 6$)分别为各连体坐标系主轴方向单位向 量, e_L 和 e_R 分别为 $\overline{O_0O_1}$ 和 $\overline{O_0O_4}$ 连线方向上的单 位向量. 根据双臂空间机器人系统惯性坐标系下各 部分的几何位置关系,载体及各臂杆质心位置矢径 可表达为

$$\mathbf{r}_{0} = (x_{0} \ y_{0})$$

$$\mathbf{r}_{1} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{L} + d_{1}\mathbf{e}_{1}$$

$$\mathbf{r}_{2} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{L} + l_{1}\mathbf{e}_{1} + d_{2}\mathbf{e}_{2}$$

$$\mathbf{r}_{3} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{L} + l_{1}\mathbf{e}_{1} + l_{2}\mathbf{e}_{2} + d_{3}\mathbf{e}_{3}$$

$$\mathbf{r}_{4} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{R} + d_{4}\mathbf{e}_{4}$$

$$\mathbf{r}_{5} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{R} + l_{4}\mathbf{e}_{4} + d_{5}\mathbf{e}_{5}$$

$$\mathbf{r}_{6} = \mathbf{r}_{0} + d_{0}\mathbf{e}_{R} + l_{4}\mathbf{e}_{4} + l_{5}\mathbf{e}_{5} + d_{6}\mathbf{e}_{6}$$

$$(2)$$

其中, θ_0 为基座姿态角, x_0 和 y_0 为基座质心位置坐

标. 对式 (2) 求导可得

$$\dot{\mathbf{r}}_{0} = (\dot{x}_{0} \ \dot{y}_{0})$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{1} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{L} + d_{1}\dot{\mathbf{e}}_{1}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{2} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{L} + l_{1}\dot{\mathbf{e}}_{1} + d_{2}\dot{\mathbf{e}}_{2}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{3} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{L} + l_{1}\dot{\mathbf{e}}_{1} + l_{2}\dot{\mathbf{e}}_{2} + d_{3}\dot{\mathbf{e}}_{3}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{4} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{R} + d_{4}\dot{\mathbf{e}}_{4}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{5} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{R} + l_{4}\dot{\mathbf{e}}_{4} + d_{5}\dot{\mathbf{e}}_{5}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{6} = \dot{\mathbf{r}}_{0} + d_{0}\dot{\mathbf{e}}_{R} + l_{4}\dot{\mathbf{e}}_{4} + l_{5}\dot{\mathbf{e}}_{5} + d_{6}\dot{\mathbf{e}}_{6}$$

$$(3)$$

结合式(3)可以获得双臂空间机器人系统的动能为

$$T_{r} = \sum_{0}^{6} T_{i}$$

$$T_{i} = \frac{1}{2} m_{i} \dot{r}_{i}^{2} + \frac{1}{2} I_{i} \omega_{i}^{2}, \quad i = 0, 1, \cdots 6$$

$$(4)$$

式中, ω_i ($i = 0, 1, \dots, 6$) 分别为载体基座及各臂杆在 惯性坐标系下的角速度.

忽略轨道动力学因素,结合拉格朗日第二类方 程获得基座位置不受控、姿态受控的双臂空间机器 人碰撞前瞬间开环系统动力学方程为

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\dot{q}})\boldsymbol{\dot{q}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{M}} + \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}$$
(5)

式中, $M(q) \in \mathbb{R}^{9\times9}$ 表示空间机器人系统对称、正定 惯性矩阵, $H(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^{9\times1}$ 是包含科氏力、离心力的 列向量. $\tau_{\rm M} = [\tau_{\rm N}^{\rm T} \tau_{\rm L}^{\rm T} \tau_{\rm R}^{\rm T}]^{\rm T}$ 为基座及各关节驱动力列 向量, $\tau_{\rm N} = [0 \ 0 \ \tau_{\rm o}]^{\rm T}$ 为基座的控制力及控制力矩列 向量, $\tau_{\rm L}, \tau_{\rm R} \in \mathbb{R}^{3\times1}$ 分别为左右机械臂各关节的驱动 力列向量. $J \in \mathbb{R}^{6\times9}$ 机械臂末端对应的运动 Jacobian 矩阵.

根据牛顿第三定律有

$$F' = -F \tag{6}$$

由运动几何关系可知,两机械臂末端速度与广 义坐标的关系为

$$s_{\rm b} = J\dot{q} \tag{7}$$

其中, $s_b = [\dot{x}_{bL} \dot{y}_{bL} \dot{\theta}_{bL} \dot{x}_{bR} \dot{y}_{bR} \dot{\theta}_{bR}]^T$ 为左右末端执 行器上 b_L 和 b_R 点的线速度和角速度列向量.

同理可得被捕获目标上的捕获位置 b'_L 和 b'_R 与 其广义坐标的运动学关系可写为

$$\mathbf{s}_{\mathbf{b}'} = \mathbf{J}_{\text{load}} \dot{\mathbf{q}}_{\text{load}}$$

(8)

其中, $s_{b'} = [\dot{x}_{b'L} \dot{y}_{b'L} \dot{\theta}_{b'L} \dot{x}_{b'R} \dot{y}_{b'R} \dot{\theta}_{b'R}]^{T}$ 为两捕获 位置 b'_{I} 和 b'_{R} 的线速度和角速度列向量.

空间机器人与目标之间的相互作用力,使各自 的运动状态发生了改变.目标捕获位置上的力可分 解为

$$\boldsymbol{F}' = (\boldsymbol{J}_{\text{load}}^{\text{T}})^{+} \boldsymbol{M}_{\text{load}} \boldsymbol{\ddot{q}}_{\text{load}} + \boldsymbol{F}_{\text{I}}$$
(9)

式中, $(J_{load}^{T})^{+}M_{load}\ddot{q}_{load}$ 是操作力项, $(J_{load}^{T})^{+}$ 为 J_{load}^{T} 的伪逆. F_{I} 是在短暂的抓取碰撞时间 Δt 内, 左右臂 非协调运动导致的对目标物的压紧力或拉力, 定义 在 J_{load}^{T} 零空间内, 有 $J_{load}^{T}F_{I} = 0$. 碰撞过程是相互接 触的物体动量、动量矩相互转化的过程, 结合式 (1), 式 (5), 式 (6) 和式 (9) 可得

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\dot{q}})\boldsymbol{\dot{q}} =$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{M}} - \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^{+}\boldsymbol{M}_{\mathrm{load}}\boldsymbol{\ddot{q}}_{\mathrm{load}} - \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}$$
(10)

根据冲量定理,对上式两端积分得

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} [\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}})\boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}}] dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \left[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{M}} - \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^+ \boldsymbol{M}_{\mathrm{load}} \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{q}}}_{\mathrm{load}} - \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{I}} \right] dt$$
(11)

其中, t₀为碰撞前瞬间时刻.在短暂接触时间Δt内, 产生了很大的瞬间冲击力,可近似认为该时刻广义 坐标无明显变化,而广义速度和广义加速度将发生 突变,可以用数学形式表示为

$$\Delta t = O(\iota)$$
$$\ddot{q}, \ddot{q}_{\text{load}} = O\left(\frac{1}{\iota}\right)$$
$$q, \dot{q}, q_{\text{load}}, \dot{q}_{\text{load}} = O(1)$$

其中, *ι* ≪ 1.

同时,为避免关节受到过大的冲击力,二者接触时刻空间机器人各关节处于自由状态.同时,由于 *F*₁ 远小于碰撞冲击力,可将其忽略^[28].则式(11)可以近似写为

$$\boldsymbol{M} \left[\dot{\boldsymbol{q}}(t_0 + \Delta t) - \dot{\boldsymbol{q}}(t_0) \right] + \\ \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \left[(\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^+ \boldsymbol{M}_{\mathrm{load}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{load}}(t_0 + \Delta t) - \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{load}}(t_0) \right] = \boldsymbol{0}$$
(12)

抓取操作完成后,空间机器人与目标物锁紧固连.设 $q_f = [x_0 \ y_0 \ \theta_0 \ \theta_L^T]^T$ 为闭链系统广义坐标列向量.考 虑左臂末端执行器与捕获位置运动关系可以得到

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{L}} \boldsymbol{\dot{q}}_{\mathrm{f}}(t) = \boldsymbol{J}_{\mathrm{lL}} \boldsymbol{\dot{q}}_{\mathrm{load}}(t) \tag{13}$$

为获得闭链系统运动约束方程,首先将闭链系 统在左端断开,如图2所示,设断开的接触点b₁为 运动相关点, r_b 和 r_b 分别两个断开点的位置矢量. 则在基座连体坐标系 x0O0v0 下表示为

$$\left. \left. \begin{array}{l} \mathbf{r}_{\rm b} = \mathbf{r}_{0\rm L} + l_1 \mathbf{e}_{01} + l_2 \mathbf{e}_{02} + l_3 \mathbf{e}_{03} \\ \mathbf{r}_{\rm b'} = \mathbf{r}_{0\rm R} + l_4 \mathbf{e}_{04} + l_5 \mathbf{e}_{05} + (l_6 + d_{\rm L} + d_{\rm R}) \mathbf{e}_{06} \end{array} \right\}$$
(14)

其中 r_{0L} 和 r_{0R} 为 O_1 和 O_4 相对与 O_0 的位置矢量, e_{01} 和 e_{0R} 分别为 $\overrightarrow{O_0O_1}$ 和 $\overrightarrow{O_0O_4}$ 连线方向上相对于连 体坐标系的单位向量. e_{0i} (i = 1,2,...,6) 为 x_i 轴相对 于连体坐标系的基矢量.



图 2 捕获后闭链双臂空间机器人系统 Fig. 2 Dual-arm space robot with closed chain after the capture

在连体坐标系 x₀O₀y₀ 下考虑断开点 b_L 处, 运动 相关点具有相同的移动速度,有

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{b}} = \dot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{b}'} \tag{15}$$

同理,被虚拟断开而形成的两个部分具有相同的角 速度,可知

$$\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6 \tag{16}$$

式 (15) 及式 (16) 可重写为如下形式

 $\boldsymbol{J}_{0L}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{L} = \boldsymbol{J}_{0R}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{R}$ (17)

$$\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_6 = 0 \tag{18}$$

式中, $J_{0L} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, $J_{0R} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ 分别为基座连体坐标 系下两个运动相关点对应的运动 Jacobian 矩阵.

综合式(17)及式(18)可以得到如下关系

$$\boldsymbol{G}_{\mathrm{L}}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{L}} = \boldsymbol{G}_{\mathrm{R}}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{R}} \tag{19}$$

其中, $G_L = [J_{0L}^T I_{3\times 1}]^T$, $G_R = [J_{0R}^T I_{3\times 1}]^T$.

对式 (18) 积分可得

报

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6 = c \tag{20}$$

此式即表征六边形内角和定理, $c = -\pi$.

令

$$\boldsymbol{U} = [\boldsymbol{I}_{6\times 6} \ \boldsymbol{U}_1^{\mathrm{T}}] \tag{21}$$

$$\boldsymbol{U}_1 = [\boldsymbol{O}_{3\times 3} \ \boldsymbol{G}_{\mathrm{R}}^{-1} \boldsymbol{G}_{\mathrm{L}}]$$
(22)

其中, $I_{n\times n}$ 表示 n 阶单位矩阵, $O_{n\times m}$ 表示 $n \times m$ 阶零 矩阵.

联合式 (19)、式 (21) 及式 (22) 可推得

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}} \tag{23}$$

由式(13)可知碰撞结束后被捕获目标与闭链混合体 系统广义坐标运动学关系为

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\text{load}}(t_0 + \Delta t) = \boldsymbol{J}_{\text{IL}}^{-1} \boldsymbol{J}_{\text{L}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\text{f}}(t_0 + \Delta t)$$
(24)

将式 (23) 和式 (24) 代入式 (12) 得

$$UMU^{\mathrm{T}} \left[\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}(t_{0} + \Delta t) - \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}(t_{0}) \right] + UJ^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^{+} \boldsymbol{M}_{\mathrm{load}} \left[\boldsymbol{J}_{\mathrm{lL}}^{-1} \boldsymbol{J}_{\mathrm{L}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}(t_{0} + \Delta t) - \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{load}}(t_{0}) \right] = \boldsymbol{0}$$

$$(25)$$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$$
(26)

由式 (25) 可解得

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}(t_{0} + \Delta t) = \boldsymbol{L}^{-1} \left[\boldsymbol{R} \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}(t_{0}) + \boldsymbol{U} \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{load}})^{+} \boldsymbol{M}_{\mathrm{load}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{load}}(t_{0}) \right] \quad (27)$$

其中, $L = \mathbf{R} + U \mathbf{J}^{\mathrm{T}} (\mathbf{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^{+} \mathbf{M}_{\mathrm{load}} \mathbf{J}_{\mathrm{IL}}^{-1} \mathbf{J}_{\mathrm{L}}.$

上述推导过程获得了捕获操作后闭链混合体系 统广义速度的计算公式. 下一部分将以碰撞冲击分 析为基础,对失稳的闭链混合体系统进行镇定运动 控制设计.

为获得闭链混合体系统动力学方程,首先对式 (13) 及式 (23) 求导并整理得

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_{\text{load}} = \boldsymbol{J}_{\text{lL}}^{-1} \dot{\boldsymbol{J}}_{\text{L}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\text{f}} + \boldsymbol{J}_{\text{lL}}^{-1} \boldsymbol{J}_{\text{L}} \ddot{\boldsymbol{q}}_{\text{f}} - \boldsymbol{J}_{\text{lL}}^{-1} \dot{\boldsymbol{J}}_{\text{L}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\text{load}}$$
(28)

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}} + \dot{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{f}}$$
(29)

将式 (13)、(23)、(28) 和式 (29) 代入式 (10) 得

$$\bar{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{\ddot{q}}_{\mathrm{f}} + \bar{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\dot{q}}_{\mathrm{f}} = \boldsymbol{U} \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{M}} - \boldsymbol{U} \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}$$
(30)

其中

$$\bar{\boldsymbol{M}} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{U}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^{+}\boldsymbol{M}_{\mathrm{load}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{IL}}^{-1}\boldsymbol{J}_{\mathrm{L}}$$
$$\bar{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{T}}) + \boldsymbol{U}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}_{\mathrm{load}}^{\mathrm{T}})^{+}\boldsymbol{M}_{\mathrm{load}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{IL}}^{-1}(\dot{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{L}} - \dot{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{IL}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{IL}}^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{L}})$$

Ŷ

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{M}}\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{I}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}$$
(31)

将 Ŧ和 FI 改写成如下分块矩阵的形式

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = [\bar{\boldsymbol{\tau}}_{a}^{\mathrm{T}} \ \bar{\boldsymbol{\tau}}_{b}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \quad \bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{I}} = [\bar{\boldsymbol{F}}_{1a}^{\mathrm{T}} \ \bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{Ib}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
(32)

其中, $\bar{\boldsymbol{\tau}}_{a}, \bar{\boldsymbol{\tau}}_{b} \in \boldsymbol{R}^{3 \times 1}$, $\bar{\boldsymbol{F}}_{Ia} \in \boldsymbol{R}^{2 \times 1}$, $\bar{\boldsymbol{F}}_{Ib} \in \boldsymbol{R}^{4 \times 1}$. 将式 (21) 及矩阵 \boldsymbol{J} 的前两列元素 $\boldsymbol{J}_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{T}$ 代入式 (31) 可得

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{a} = \boldsymbol{\tau}_{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \boldsymbol{\tau}_{o} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(33)

$$\boldsymbol{\varrho} \left[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}} \ \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{I}} = \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{b}} \tag{34}$$

$$\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{Ib}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(35)

式中, $\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{I}_{3\times 3} \ (\boldsymbol{G}_{R}^{-1}\boldsymbol{G}_{L})^{T}].$ 故可将式 (30) 改写为分 块矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{M}}_{11} & \bar{\boldsymbol{M}}_{12} \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{21} & \bar{\boldsymbol{M}}_{22} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}}_{f} + \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{H}}_{11} & \bar{\boldsymbol{H}}_{12} \\ \bar{\boldsymbol{H}}_{21} & \bar{\boldsymbol{H}}_{22} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_{f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{2\times 1} \\ \bar{\boldsymbol{\tau}}_{c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{2\times 1} \\ \bar{\boldsymbol{F}}_{Ib} \end{bmatrix}$$
(36)

其中, $\bar{M}_{11}, \bar{H}_{11} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $\bar{M}_{12}, \bar{H}_{12} \in \mathbb{R}^{2\times 4}$, $\bar{M}_{21}, \bar{H}_{21} \in \mathbb{R}^{4\times 2}$, $\bar{M}_{22}, \bar{H}_{22} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$, $\bar{\tau}_c = [\tau_0 \ \bar{\tau}_b^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$.

由于闭链混合体不受其他外力的作用,根据动力学方程的推导过程可知 **A**矩阵的前两列元素均为零.经过代数运算,可获得闭链混合体系统完全驱动形式的动力学模型为

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{\rm c} \ddot{\boldsymbol{q}}_{\rm c} + \bar{\boldsymbol{H}}_{\rm c} \dot{\boldsymbol{q}}_{\rm c} = \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\rm c} - \bar{\boldsymbol{F}}_{\rm Ib} \tag{37}$$

式中

$$\boldsymbol{q}_{c} = [\boldsymbol{\theta}_{0} \ \boldsymbol{\theta}_{L}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
$$\bar{\boldsymbol{M}}_{c} = \bar{\boldsymbol{M}}_{22} - \bar{\boldsymbol{M}}_{21}\bar{\boldsymbol{M}}_{11}^{-1}\bar{\boldsymbol{M}}_{12}$$
$$\bar{\boldsymbol{H}}_{c} = \bar{\boldsymbol{H}}_{22} - \bar{\boldsymbol{M}}_{21}\bar{\boldsymbol{M}}_{11}^{-1}\bar{\boldsymbol{H}}_{12}$$

抓取操作完成后,假设机械臂末端执行器与目标上对应的捕获点锁紧,形成整体,闭链混合体系

统的内力项对系统运动无影响,则动力学方程 (28) 可改写为

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{c} \ddot{\boldsymbol{q}}_{c} + \bar{\boldsymbol{H}}_{c} \dot{\boldsymbol{q}}_{c} = \bar{\boldsymbol{\tau}}_{c} \tag{38}$$

上式即为捕获操作结束后的系统完全驱动形式的动力学方程.式(38)可通过将对称的内力项 *F*_I 与矩阵 *UJ*^T 元素相乘证明 *F*_I 为零向量而获得.

空间机器人的系统动力学模型是难以精确获得 的,存在一定程度的参数摄动,惯量矩阵可表示为

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{c} = \bar{\boldsymbol{M}}_{c} + \Delta \bar{\boldsymbol{M}}_{c}$$
$$\bar{\boldsymbol{H}}_{c} = \hat{\boldsymbol{H}}_{c} + \Delta \bar{\boldsymbol{H}}_{c}$$

其中, $\hat{\boldsymbol{M}}_{c}$ 和 $\hat{\boldsymbol{H}}_{c}$ 是系统估计惯量矩阵, $\Delta \boldsymbol{M}_{c}$ 和 $\Delta \boldsymbol{H}_{c}$ 为模型误差. 则系统动力学方程 (38) 可改写为

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\rm c} \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}}_{\rm c} + \hat{\boldsymbol{H}}_{\rm c} \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{q}}}_{\rm c} = \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\rm c} + \boldsymbol{\boldsymbol{\xi}} \tag{39}$$

式中, $\boldsymbol{\xi} = -\Delta \bar{\boldsymbol{M}}_c \ddot{\boldsymbol{q}}_c - \Delta \bar{\boldsymbol{H}}_c \dot{\boldsymbol{q}}_c$ 为系统的未知部分.

3 闭链混合体系统镇定运动的模糊 H_∞ 控制 设计

2.1 模糊逻辑系统及其万能逼近定理

采用单点模糊化、乘积推理和中心平均加权去 模糊化构成的模糊系统输出为^[29-30]

$$f(\mathbf{y}) = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\zeta}(\mathbf{y}) \tag{40}$$

式中, **W** 是权值矩阵, $\zeta(y) = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N]^T$ 为模糊 基函数向量, N 为模糊规则数. 模糊基函数 ζ_k 可表 示为

$$\zeta_k(y_1, y_2, \cdots, y_n) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^k}(y_j)}{\sum_{k=1}^n \left[\prod_{j=1}^n \mu_{iF_j^k}\right](y_j)\right]}$$

隶属度函数选取高斯基函数

$$\mu_{F_{j}^{k}} = \exp^{-[(y_{j} - a_{jk}^{2})/b_{jk}^{2}]}$$

a_{jk} 和 *b_{jk}* 分别表示第 *k* 个语言词集的中心值和宽度. 模糊逻辑系统能够以任意精度逼近非线性函数,并 且具有如下定理.

定理 (万能逼近定理)^[31]: 设 g(y) 是定义在致密 集 $U \subseteq \mathbb{R}^n$ 上的连续函数,对任意 $\varepsilon > 0$,一定存在形 如式 (40) 的模糊逻辑系统 f(y),使得下面的不等式 成立

$$\sup_{x \in U} |f(y) - g(y)| < \varepsilon \tag{41}$$

2.2 闭链系统模糊 H∞ 控制设计

为便于分析,引入状态变量 $x_j = [q_j \dot{q}_j]^T$, q_j 为 q_c 的第 j 个元素,将式 (39) 改写为如下状态空间的 形式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{X}, \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\rm c}) \tag{42}$$

式中, $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T \ \mathbf{x}_3^T \ \mathbf{x}_4^T]^T$, 分块矩阵

$$\boldsymbol{A} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{A}_1 \ \boldsymbol{A}_2 \ \boldsymbol{A}_3 \ \boldsymbol{A}_4), \ \boldsymbol{A}_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{B} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{B}_1 \ \boldsymbol{B}_2 \ \boldsymbol{B}_3 \ \boldsymbol{B}_4), \ \boldsymbol{B}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$
$$j = 1, 2, 3, 4$$
$$\boldsymbol{G} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{G}_1 \ \boldsymbol{G}_2 \ \boldsymbol{G}_3 \ \boldsymbol{G}_4)$$

$$\boldsymbol{G} = -[\hat{\boldsymbol{M}}^{-1}(\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\dot{q}}_{c} - \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\bar{\tau}}_{c})]$$

假设系统状态完全可测,根据模糊逻辑系统设 计一个自适应模糊控制器,使得整个闭环系统趋于 稳定,系统(42)可表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}[\Delta \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \bar{\boldsymbol{\tau}}_{c}) + \hat{\boldsymbol{\tau}}_{c}]$$
(43)

其中

$$\Delta G(\boldsymbol{x}, \bar{\boldsymbol{\tau}}_{c}) = -(\hat{\boldsymbol{\tau}}_{c} - \boldsymbol{G})$$
$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_{c} = \hat{\boldsymbol{h}}^{-1}(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{\tau}}_{c})$$
$$\hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{x}, t) = -[\hat{\boldsymbol{M}}^{-1}(\hat{\boldsymbol{H}}\dot{\boldsymbol{q}}_{c} - \boldsymbol{\xi})] + \hat{\boldsymbol{M}}^{-1}\bar{\boldsymbol{\tau}}_{c}$$

且 **ĥ** 可逆.

设 $\boldsymbol{q}_{cd} = [\boldsymbol{\theta}_{0d} \ \boldsymbol{\theta}_{Ld}^{T}]^{T}$ 为有界期望轨迹, $\boldsymbol{\theta}_{0d}$ 为载体 姿态期望位置, $\boldsymbol{\theta}_{Ld}$ 为左臂关节角期望值列向量,系 统的位置跟踪误差为

$$\boldsymbol{e}_{\rm c} = \boldsymbol{q}_{\rm c} - \boldsymbol{q}_{\rm cd} \tag{44}$$

其中 e_{cj} 和 \dot{e}_{cj} 分别为向量 e_c 和 \dot{e}_c 的第 j 项,并设 $\Xi_j = [e_{cj} \dot{e}_{cj}]^{T}$.

设计控制器如下

$$\hat{\bar{\tau}}_{cj} = \tau_{dj} + \tau_{fj} + \tau_{hj} \tag{45}$$

$$\tau_{\mathrm{d}j} = \ddot{q}_{\mathrm{d}j} + \boldsymbol{K}_j \boldsymbol{\Xi}_j \tag{46}$$

$$\tau_{fj}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{w}_j) = \boldsymbol{w}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\zeta}_j(\boldsymbol{x}) \tag{47}$$

其中, τ_{dj} 的选取使得系统趋于稳定. τ_{fj} 为模糊控制 项, 可用于逼近不确定项 ΔG . τ_{hj} 为 H_{∞} 鲁棒控制 项, 用于克服逼近误差, \dot{q}_{dj} 为 q_{cd} 的第 j 个元素, 且

 $\hat{\tau}_{c} = [\hat{\tau}_{c1} \ \hat{\tau}_{c2} \ \hat{\tau}_{c3} \ \hat{\tau}_{c4}]^{T}$. $K_{j} = [k_{j1} \ k_{j2}]$,适当选取矩阵 K_{j} ,并使得赫尔维茨多项式 $s^{2} + k_{j2}s + k_{j1} = 0$ 的根在 左半平面或虚轴上. $\zeta_{j}(\mathbf{x}) = [\zeta_{j1}, \zeta_{j2}, \cdots, \zeta_{jN}]^{T}$, w_{j} 为 可调权值向量,为大于零的实数, P_{j} 为如下 Ricatti 方程的解

$$\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{A}_{kj} + \boldsymbol{A}_{kj}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j} - \left(\frac{2}{\lambda} - \frac{1}{\rho^{2}}\right)\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j} = -\boldsymbol{Q}_{j} \qquad (49)$$

其中, $\rho > 0$, $A_{kj} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{j1} & -k_{j2} \end{bmatrix}$, Q_j 为适当选取的 对称正定矩阵.

定义模糊系统权值向量逼近误差为

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_j = \boldsymbol{w}_j^* \, \boldsymbol{w}_j \tag{50}$$

据自适应模糊的万能逼近特性,存在 w^{*}_j 为最优权值 矩阵,使得逼近误差足够小

$$\boldsymbol{w}_{j}^{*} = \operatorname*{argmin}_{w_{j} \in R^{n}} [\sup_{x \in R^{n}} |\boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\zeta}_{j}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}j}^{*}]]$$

选取权值向量的自适应律为

$$\dot{\boldsymbol{w}}_{j} = -\eta_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{B}_{j} \boldsymbol{\zeta}_{j}(\boldsymbol{x})$$
(51)

将控制律式 (45) 代入到式 (43) 中得到误差方程为

$$\dot{\boldsymbol{\Xi}}_{j} = \boldsymbol{A}_{kj}\boldsymbol{\Xi}_{j} + \boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{\tau}_{hj} + \boldsymbol{B}_{j}\tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}_{j} + \boldsymbol{B}_{j}\omega_{j} \qquad (52)$$

系统控制器采用输入方案 (45), 选取自适应律式 (51), 对于给定的抑制水平 $\rho > 0$, 且满足 $2\rho^2 \ge \lambda$, 闭链混合体系统跟踪误差获得 H_∞ 跟踪性能 ^[32]

$$\int_{0}^{T} \boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{\Xi} \mathrm{d}t \leq \boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}(0) \boldsymbol{P} \boldsymbol{\Xi}(0) + \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\tilde{W}}^{\mathrm{T}}(0) \boldsymbol{\tilde{W}}(0) + \rho^{2} \int_{0}^{T} \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega} \mathrm{d}t$$
(53)

其中, $T \in [0, \infty)$, $\tilde{W} = [\tilde{w}_1^T, \tilde{w}_2^T, \tilde{w}_3^T, \tilde{w}_4^T]^T$, $\boldsymbol{\Xi} = [\boldsymbol{\Xi}_1 \ \boldsymbol{\Xi}_2 \ \boldsymbol{\Xi}_3 \ \boldsymbol{\Xi}_4]^T$, $\boldsymbol{\omega}$ 为系统的逼近误差.

证明:选取李雅普诺夫函数为

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \tag{54}$$

$$V_j = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{\Xi}_j + \frac{1}{2\eta_j} \tilde{\boldsymbol{w}}_j^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{w}}_j \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$
(55)

上式对时间微分

$$\begin{split} \dot{V}_{j} &= \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\Xi}}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \dot{\boldsymbol{\Xi}}_{j} + \frac{1}{\eta_{j}} \tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{w}}_{j} = \\ & \frac{1}{2} \Big(\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{kj}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \tau_{hi} \boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\zeta}_{j} \boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \\ & \omega_{j} \boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{A}_{kj} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{B}_{j} \tau_{hi} + \end{split}$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j}\tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\zeta}_{j} + \omega_{j}\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j} + \frac{1}{\eta_{j}}\tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{w}}_{j} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{A}_{kj}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{A}_{kj}^{\mathrm{T}} - \frac{2}{\lambda}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\right)\boldsymbol{\Xi}_{j} + \frac{1}{2}\omega_{j}\left(\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j} + \boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{\Xi}_{j}\right) + \tilde{\boldsymbol{w}}_{j}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{j}\boldsymbol{B}_{j}\boldsymbol{\zeta}_{j} + \frac{1}{\eta_{j}}\boldsymbol{w}_{j}\right)$$
(56)

考虑 $\dot{\tilde{w}}_{j} = -\dot{w}_{j}$, 并将式 (49) 代入得

$$\dot{V}_{j} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} \boldsymbol{B}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} - \rho \omega_{j} \right)^{2} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \frac{1}{2} \rho^{2} \omega_{j}^{2} \leqslant -\frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \frac{1}{2} \rho^{2} \omega_{j}^{2}$$

$$(57)$$

对式 (57) 两边求积分得

$$V_{j}(T) - V_{j}(0) \leq \int_{0}^{T} \left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_{j}^{T} \boldsymbol{\varrho}_{j} \boldsymbol{\Xi}_{j} + \frac{1}{2} \rho^{2} \omega_{j}^{2} \right) \mathrm{d}t \quad (58)$$

设 $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]^T$, $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$, $\eta = \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4$, $P = \text{diag}(P_1, P_2, P_3, P_4)$, 由 于 $V_j(T) \ge 0$ 则式 (58) 可写为

$$\int_0^T \boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{\Xi} \mathrm{d}t \leq \boldsymbol{\Xi}^{\mathrm{T}}(0) \boldsymbol{P} \boldsymbol{\Xi}(0) + \frac{1}{\eta} \tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}(0) \tilde{\boldsymbol{W}}(0) + \rho^2 \int_0^T \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega} \mathrm{d}t$$

即系统跟踪误差满足 H_∞ 跟踪性能.

由于 $\bar{\tau}_c$ 并不能直接表示全部的控制输入,通过 式 (33) 及式 (34) 中可知,基座姿态的控制输入可直 接获得,为获得全部控制输入,采用加权最小范数 法,均衡分配控制力矩

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{L}} \\ \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{R}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{\varOmega}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{\varOmega} \boldsymbol{E}\boldsymbol{\varOmega}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\mathrm{b}}$$
(59)

其中, E ∈ R^{6×6} 为对称正定的权值矩阵.

3 数值仿真

3.1 多角度冲击碰撞数值模拟

以做平面运动的双臂空间机器人系统捕获目标 过程为例.

双臂空间机器人系统惯性参数选取为: $d_0 =$ 1.062 m, $d_L = 0.5$ m, $d_R = 0.5$ m, $l_i = 2$ m (i = 1,2,4,5), $l_j = 0.5$ m (j = 3,6). 各分体质量为 $m_0 =$ 200 kg, $m_{\text{load}} = 50$ kg, $m_i = 10$ kg (i = 1,2,4,5), $m_j = 2.5$ kg (j = 3,6). 各部分主轴惯性矩为: $I_0 =$ 50 kg·m², $I_{\text{load}} = 20$ kg·m², $I_i = 5$ kg·m² (i = 1,2,4,5), $I_j = 2$ kg·m² (j = 3,6). $\psi_1 = 2.791$ rad, $\psi_2 = 0.349$ rad.

设双臂空间机器人捕获时初始构型为

$$q = [0.3 \text{ m } 0.3 \text{ m } 0^\circ \ 120^\circ \ -60^\circ \ -60^\circ \ 60^\circ \ 60^\circ \ 1^{\mathrm{T}}$$

被捕获目标初始速度值为 $v_{load} = 0.4 \text{ m/s}$,其方 向矢量与 x_0 轴的夹角为 θ_h ,如图 1 中所示.接触位 置冲击力可由式 (9)获得,但是由于在实际情况下 瞬时加速度的值难以精确获得,为了能够了解双臂 空间机器人系统受碰撞冲击后的影响,分析接触点 受力情况.因此综合考虑取接触时间为 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$, 通过该时段的平均加速度获得冲击力的等效值.同 时,由于接触的瞬间, F_I 项远小于冲击力,可将其忽 略^[28].冲击后的速度为 $\dot{q} \in R^{9\times 1}$ 及末端反作用力为 $F \in R^{6\times 1}$, \dot{q} 的前两项单位为 m/s,后 7 项单位为度, F的第 3、6 项单位为 N·m,其他 4 项单位为 N,数值 仿真分析结果如表 1 所示.保持原有速度情况下,考 虑被捕获卫星还具有一定的角速度 $\dot{\theta}_{load} = 0.3 \text{ rad/s}$ 情况,二者的接触碰撞后响应如表 2 所示.

表1 不同角度冲击效应比较(目标无角速度)

Table 1 Impact effect of different angle (target without angular velocity)

Direction θ_h	Velocity of composite system \dot{q}	Force/torque of end-effectors F
90°	(0, 0.0055, 0, 0.06, 0.12,	$(0, 400, 0, 0, -400, 0)^{\mathrm{T}}$
	$0.06, 0.06, 0.12, 0.06)^{\mathrm{T}}$	
60°	(0.008, 0.0047, 0.0035, 0.04,	$(-200, 364.41, 0, 200, -364.41, 0)^{\mathrm{T}}$
	$(0.123, 0.1, 0.036, 0.31, 0.233)^{\mathrm{T}}$	
45°	(0.001, 0.003 9, 0.05, 0.058,	$(-288.84, 288.84, 0, 288.84, -288.84, 0)^{\mathrm{T}}$
	$0.06, 0.025, 0.066, 0.19, 0.15)^{\mathrm{T}}$	
30°	(0.001 4, 0.003, 0.06, 0.049,	$(-364.41, 200, 0, 364.41, -200, 0)^{\mathrm{T}}$
	$0.028, 0.053, 0.06, 0.19, 0.16)^{\mathrm{T}}$	

表 2 不同角度冲击效应比较(目标有角速度)

Table 2 Impact effect of different angle(target with angular velocity)

Direction θ_h	Velocity of composite system \dot{q}	Force/torque of end-effectors F
90°	(0.0021, 0.0034, 0.0094, 0.068, 0.1684,	$(0, 520, 240, 0, -280, 240)^{\mathrm{T}}$
	$0.1936, 0.1324, 0.2972, 0.258)^{\rm T}$	
60°	(0.0029, 0.0027, 0.0129, 0.0709,	$(-200, 466.41, 240, 200, -266.41, 240)^{\mathrm{T}}$
	$0.134, 0.137 6, 0.124, 0.24, 0.191)^{\rm T}$	
45°	(0.003 3, 0.001 8, 0.014 3, 0.066,	(-282.84, 402.84, 240, 282.84, -162.84, 240) ^T
	$0.107, 0.1083, 0.1267, 0.2285, 0.1690)^{\mathrm{T}}$	
30°	(0.0035, 0.0007, 0.0154, 0.057,	(-364.41, 320, 240, 364.41, -80, 240) ^T
	$0.0763, 0.0806, 0.0134, 0.23, 0.1575)^{\mathrm{T}}$	

从表1及表2作用力对比中可以看出, θ_h 越大, 冲击导致的垂直于臂杆的力就越大;从表1及表2 中速度值对比发现: θ_h 越小,载体受冲击后的干扰 运动越明显.机械臂末端的冲击力过大会增加操作 失败及冲击破坏的可能性,实际应用时应根据具体 情况综合考虑减小垂直于臂杆的力及降低对载体的 干扰运动这两方面,进行双臂捕获姿态与冲击方向 的夹角范围的选取.

3.2 干扰运动镇定控制

在太空条件下,更需要控制负载姿态(如释放卫 星)及载体姿态(如通信需求),负载姿态可通过如下 公式获得

$q_{\text{load}} = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$

已知左臂各关节角度 θ_L 的情况下,右臂关节角度 θ_R 是确定的.设定载体、载荷姿态角及左臂各关节角的 期望位置,通过三角函数关系可以获得右臂各关节 角的期望位置.

仍选取上述初始捕获构型及捕获目标初始速度 值, θ_h 取为 30°,进行干扰运动镇定控制.基于系统 与地面的通信需要及节约控制液方面的考虑,载体 处于位置不受控姿态受控的状态.

控制器相关参数选取为: Q_j = diag(10, 10), k_{1j} = 1, k_{2j} = 1, ρ = 0.05, λ = 0.005, η = 0.02.

仿真时设碰撞后瞬时时刻为初始时间,控制要 求为:在2s的反应时间后启动控制器,将系统恢复 至初始状态并稳定,镇定运动过程仿真时间取18s.

图 3~图 5 为镇定运动过程,其中负载姿态角跟 踪误差指其偏离初始位置的偏离量.图 3 为载体、载 荷误差收敛情况,两根零线之间所代表的角度差值 为 20°.图 4 及图 5 为左右机械臂关节角误差收敛情 况,两根零线之间所代表的角度差值为 50°.仿真结 果表明,双臂空间机器人系统受到冲击后,载体、臂 杆产生了一定幅度的晃动. 设碰撞冲击 2s 后的瞬时 时刻为 t₂,结合上述推导过程及数值仿真分析,可获 得在 t₂ 时刻混合体系统的载体姿态及关节角形成新 的姿态构型为

$$\boldsymbol{q}_{\theta} = [\theta_0 \ \theta_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}} \ \theta_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}] = [2.7^{\circ} \ 135.5^{\circ} \ -82.5^{\circ} \ -39.3^{\circ}$$
$$65.3^{\circ} \ 58.7^{\circ} \ 69.9^{\circ}]$$



图 3 控制开启后载体及负载姿态角跟踪误差

Fig. 3 Attitude angle tracking errors of base and load with control







图 5 控制开启后右臂关节角跟踪误差

Fig. 5 Joint angle tracking errors of right arm with control

t2 时刻系统的载体姿态及关节角瞬时角速度为

 $\dot{\boldsymbol{q}}_{\theta} = [0.0220 \ 0.1267 \ -0.1700 \ 0.1658]$

0.0568 - 0.0185 0.0841] rad/s

对于不稳定的混合体系统,若不及时采用有效 的镇定运动控制方案,基座将产生更大角度的无规 律翻滚,而空间设备一般携带有接收器、摄像机等 精密设备以及液体燃料仓,不稳定的翻滚状态有可 能对设备产生破坏,甚至导致空间任务的失败.开启 控制器后,载体、载荷的控制误差渐进收敛于期望轨 迹,完成干扰运动镇定控制(消旋运动).图6为协调 镇定运动过程的闭链双臂空间机器人载体姿态、关 节角运动过程动态模拟图.



图 6 控制开启后载体、臂杆姿态运动过程动态模拟图 Fig. 6 Motion of base attitude and joint angles with control

4 结 论

本文在多刚体动力学理论的基础上,结合动量 守恒定律,对空间机器人双臂抓取目标卫星的过程 进行了碰撞过程动力学演化分析,利用闭链系统几 何及运动学约束关系推导了捕获操作结束后混合体 系统的动力学方程,对失去稳定性的闭链混合体系 统提出了镇定控制方案.并可得到如下结论:

(1)双臂空间机器人姿态与目标冲击方向的相对 角度较大时,会产生较大的垂直于杆件的力.目标卫 星具有角速度的情况下,会导致左右臂杆末端执行 器受到不同大小的反作用力.

(2) 双臂空间机器人姿态与目标冲击方向的相对 角度越小,载体受冲击后的干扰运动越明显. 可根据 实际情况,适当选取双臂空间机器人与自旋卫星冲 击方向的相对角度,将冲击对基座的影响及冲击产 生的垂直于臂杆的力调整在合理的范围.

(3)所提控制方案具有无需获得系统的精确动力 学模型,也不要求系统动力学方程为关于惯性参数 的线性函数的优点.开启控制器之后,系统能够逐渐 恢复至稳定状态,以准备执行下一步的太空任务.文 中控制方案经适当扩充,可推广应用于三维空间运 动的空间机器人系统中.

参考文献

- Abad AF, Ma O, Pham K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 68: 1-26
- 2 Yoshida K, Nakanishi H, Ueno N, et al. Dynamics, control and impedance matching for robotic capture of a non-cooperative satellite. *Advanced Robotics*, 2004, 2(2): 175-198
- 3 Walker MW. Adaptive control of space-based robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1992, 7(6): 828-835
- 4 谢立敏, 陈力. 漂浮基柔性空间机器人的鲁棒控制及振动抑制. 力 学学报, 2012, 44(3): 1057-1065 (Xie Limin, Chen Li. Robust control and vibration suppression of free-floating flexible space robot. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(3): 1057-1065 (in Chinese))
- 5 Narikiyo T, Ohmiya M. Control of a planar space robot: Theory and experiments. *Control Engineering*, 2006, 8(14): 875-883
- 6 程靖, 陈力. 漂浮基空间机器人捕获卫星过程冲击动力学建模及 基于非线性滤波器的镇定运动控制. 载人航天, 2016, 22(1): 34-38 (Cheng Jing, Chen Li. Impact dynamic calming control based on nonlinear filter for free-floating space robot capturing a satellite. *Manned Spaceflight*, 2016, 22(1): 34-38 (in Chinese))
- 7 王靖森,刘晓峰,段柳成等.考虑关节摩擦的空间机器人动力学建 模与参数辨识.力学季刊,2015,36(44):594-601 (Wang Jingsen, Liu Xiaofeng, Duan Liucheng, et al. Dynamic modeling and parameter identification of a space robot considering joint friction. *Chinese Quarter of Mechanics*, 2015, 36(44): 594-601 (in Chinese))
- 8 戈新生, 孙鹏伟. 自由漂浮空间机械臂非完整运动规划的粒子群 优化算法. 机械工程学报, 2007, 43(4): 34-38 (Ge Xinsheng, Sun

Pengwei. Nonholonomic motion planning of space manipulator system using particle swarm optimization. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(4): 34-38 (in Chinese))

- 9 Dubanchet V, Saussie D, Alazard D, et al. Modeling and control of a space robot for active debris removal. *CEAS Space Journal*, 2015, 7(2): 203-218
- 10 Chen J, Chen L. Decentralized adaptive neural network stabilization control and vibration suppression of flexible robot manipulator during capture a target.//The 66rd International Astronautical Congress. Jerusalem, 2015
- 11 Oki T, Nakanishi H, Youshida K. Whole-body motion control for capturing a tumbling target by a free-floating space robot.//Proceeding of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA: IEEE, 2007: 2256-2261
- 12 Rekleitis, G, Papadopoulos E. On orbit cooperating space robotic servicers handling a passive object. *IEEE Transaction on Aerospace* and Electronic System, 2015, 51(2): 803-814
- 13 Debus TJ, Dougherty SP. Overview and performance of the frontend robotics enabling near-term demonstration (FREND) robotic arm. In: AIAA Infotech and Aerospace Conference. Seattle, Washington, USA: AIAA, 2009: 2009-1870
- Barnhart D, Sullivan B, Hunter R, et al. Phoenix Program Status-2013. In: AIAA Space 2013 Conference and Exposition, San Diego, CA: AIAA, 2013: 1-17
- 15 Reintsema D, Thaeter J, Rathke A, et al. DEOS-the German robotics approach to secure and de-orbit malfunctioned satellites from low earth orbit.//The 10th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space. Sapporo, Japan, 2010: 244-251
- 16 Kaiser C, Berg F, Delcura JM, et al. SMART-OLEV-An orbit life extension vehicle for servicing commercial spacecrafts in GEO. Acta Astronautica, 2008, 63: 400-410
- 17 Sachdev S, Marcotte B, Gibbs G. Canada and the international space station program: overview and status.//International Astronautical Federation-55th International Astronautical Congress 2004. Paris, France: IAF, 2004: 7405-7415
- 18 Afanasiev V, Braigozin D, Kazanski I, et al. RTR-trees for robotics behavior simulation and visualization. *Visual Computer*, 2007, 23(2): 347-358
- 19 Quiocho LJ, Huynh A, Edwin Z. Application of multibody dynamics to on-orbit manipulator simulations.//ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences. Long Beach, California: ASME. 2005: 81-87
- 20 Obermark J, Greamer G, Kelm BE, et al. SUMO/FREND: vision system for autonomous satellite grapple.//Proceeding of SPIE-

Sensor and System for Space Applications. Orlando, Florida: SPIE, 2007: 65550Y-1–65550Y-11

- 21 Rathee R, Pathak P. Dual arm free flying space robot trajectory planning using polynomial. *Journal of Robotics*, 2015: 1-11
- 22 梁捷, 陈力. 基于标称计算力矩控制器的双臂空间机器人惯性 空间轨迹跟踪的模糊自适应补偿控制. 工程力学, 2010, 27(11): 221-228. (Liang Jie, Chen Li. Fuzzy logic adaptive compensation control for duan-arm space robot based on computed torque control to track desired trajectory in inertia space. *Enigieering Mechanics*, 2010, 27(11): 221-228 (in Chinese))
- 23 陈志勇, 陈力. 具有外部扰动及不确定载荷参数双臂空间机器人的拟增广鲁棒与自适应混合控制. 工程力学, 2010, 27(12): 27-33. (Chen Zhiyong, Chen Li. Robusted-adaptive combined control for dual-arm space robot with external disturbances and uncertain parameters. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(12): 27-33 (in Chinese))
- 24 Takahashi R, Ise H, Sato D, et al. Hybrid simulation of a dual-arm space robot colliding with a floating object. In: Proceeding of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Pasadena: IEEE, 2008: 1202-1206
- 25 Shah SV, Sharf I, Misra AK. Reactionless path planning strategies for capture of tumbling objects in space using a dual-arm robotic system. In: AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences, Boston, MA: AIAA, 2013-4521
- 26 郭闻昊, 王天舒. 空间机器人抓捕目标星碰撞前构型优化. 宇航学报, 2015, 36(4), 390-396 (Guo Wenhao, Wang Tianshu. Pre-impact configuration optimization for a space robot capturing target satellite. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(4): 390-396 (in Chinese))
- 27 Jia YH, Hu Q, Xu SJ. Dynamics and adaptive control of a dual-arm space robot with closed-loop constraints and uncertain inertial parameters. Acta Mechanica Sinica, 2014, 30(1): 112-124
- 28 Moosavian SF, Papadoupoulos E. On the control of space free-flyer using multiple impedance control. In: Proceeding of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Albuquerque, New Mexico: IEEE, 1997: 853-858
- 29 Passino KM. Fuzzy Control. New York: Addison Wesley Longman Press, 1998
- 30 Kovacic Z, Bojdan S. Fuzzy Controller Design Theory and Application. Florida: CRC Press, 2005
- 31 Wang LX. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146-155
- 32 Rubaai A. Direct adaptive fuzzy control design achieving H_{∞} tracking for high performance servo drives. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 1999, 14(4): 1199-1208