

面向粒子悬浮的声学编码超表面优化设计

刘 宇, 董浩文, 汪越胜

OPTIMIZATION DESIGN OF ACOUSTIC CODED METASURFACES FOR PARTICLE LEVITATION

Liu Yu, Dong Haowen, and Wang Yuesheng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-25-188>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于组合超表面的跨水空声波调控研究

INVESTIGATION ON MODULATION OF ACOUSTIC WAVES THROUGH WATER-AIR INTERFACE BY COMBINED METASURFACES

力学学报. 2024, 56(2): 409-421

基于数据驱动的舵面结构优化设计

OPTIMAL DESIGN OF RUDDER STRUCTURES BASED ON DATA-DRIVEN METHOD

力学学报. 2023, 55(11): 2577-2587

圆弧形超表面对透射声波的可调控制与功能转换

TUNABLE CONTROL AND FUNCTIONAL SWITCH OF TRANSMITTED ACOUSTIC WAVES BY AN ARCH-SHAPED METASURFACE

力学学报. 2021, 53(3): 789-801

基于非对称铺层的复合材料弯扭耦合结构设计与试验验证

DESIGN AND EXPERIMENTAL VERIFICATION OF COMPOSITE BEND-TWIST COUPLED STRUCTURE BASED ON ASYMMETRIC STACKING SEQUENCE

力学学报. 2024, 56(10): 2888-2901

关于轻敲式原子力显微镜动力学系统中能量耗散的研究

STUDY ON ENERGY DISSIPATION IN THE DYNAMIC SYSTEM OF TAPPING MODE ATOMIC FORCE MICROSCOPE

力学学报. 2023, 55(11): 2599-2613

弯曲波宽频分波超栅拓扑优化设计和表征

TOPOLOGY DESIGN AND CHARACTERIZATION OF BROADBAND WAVE-SPLITTING METAGRATINGS FOR FLEXURAL WAVES

力学学报. 2023, 55(1): 148-158



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

面向粒子悬浮的声学编码超表面优化设计¹⁾刘宇* 董浩文[†] 汪越胜^{*, **, 2)}

* (天津大学力学系, 天津 300350)

[†] (北京理工大学先进结构技术研究院, 北京 100081)^{**} (北京交通大学力学系, 北京 100044)

摘要 声悬浮通过声辐射力实现微粒的非接触式操控, 在生物医学检测与微纳制造等前沿领域具有重要应用价值。然而, 当前基于相控阵或传统超表面的超声悬浮技术, 主要依靠反复调节声波相位来操纵粒子, 在操控效率、悬浮高度以及悬浮力的准确度等方面仍存在明显不足。针对上述问题, 文章提出一种基于声学编码超表面的优化设计方法, 可在空气介质中实现高效且精准的声悬浮力与粒子操控功能。首先构建以编码单元的相位延迟和能量传输效率为目标的优化模型, 以获取优化的超表面整体编码构型。基于声场计算和声辐射力理论, 建立了粒子所受声辐射力与超表面拓扑构型之间的直接映射关系; 特别地, 整个优化设计过程无需预先确定声场的形态。研究表明, 优化得到的声学编码超表面能够生成与目标声场高度匹配的声场分布, 其产生的声辐射力值与理论目标值基本吻合, 充分验证了该设计方法的有效性与可靠性。提出的设计策略无需预先设定特定声场形态, 而是直接瞄准粒子操控所需的声辐射力, 通过逆向关联结构参数与受力目标, 可有效提升非线性声场设计的适应性与精度。

关键词 超声悬浮, 声辐射力, 编码超表面, 相位, 优化设计

中图分类号: O422

文献标识码: A

DOI: 10.6052/0459-1879-25-188

CSTR: 32045.14.0459-1879-25-188

OPTIMIZATION DESIGN OF ACOUSTIC CODED METASURFACES FOR PARTICLE LEVITATION¹⁾Liu Yu* Dong Haowen[†] Wang Yuesheng^{*, **, 2)}

* (Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

[†] (Institute of Advanced Structure Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)^{**} (Department of Mechanics, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract Acoustic levitation, a cutting-edge technique with significant potential in fields such as biomedical detection and micro/nano manufacturing, enables contact-free manipulation of particles through the application of acoustic radiation force. However, current acoustic levitation technologies, which predominantly rely on phased arrays or traditional metasurfaces, primarily manipulate particles by repeatedly adjusting the phase of acoustic waves. This

2025-05-13 收稿, 2025-06-07 录用, 2025-06-08 网络版发表。

1) 国家自然科学基金资助项目(12021002, 52250217 和 12172044)。

2) 通讯作者: 汪越胜, 教授, 主要研究方向为波动力学与控制。E-mail: yswang@tju.edu.cn

引用格式: 刘宇, 董浩文, 汪越胜. 面向粒子悬浮的声学编码超表面优化设计. 力学学报, 2025, 57(8): 1-9

Liu Yu, Dong Haowen, Wang Yuesheng. Optimization design of acoustic coded metasurfaces for particle levitation. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(8): 1-9

approach has notable limitations in terms of manipulation efficiency, levitation height, and the accuracy of levitation forces. To address these challenges, this paper proposes an optimized design method based on acoustic coding metasurfaces to achieve efficient and precise acoustic radiation force and particle manipulation in air. The optimization model is constructed with the phase delay and energy transmission efficiency of coding elements as objectives, enabling the acquisition of the overall optimized coding configuration of the metasurface. By establishing a direct mapping relationship between the acoustic radiation force acting on particles and the topological configuration of the metasurface, based on acoustic field calculations and acoustic radiation force theory, the entire optimization process does not require predefining the morphology of the acoustic field. The results demonstrate that the optimized acoustic coding metasurface can generate an acoustic field distribution that closely matches the target field, with the produced acoustic radiation force values largely consistent with theoretical targets. Instead, it directly targets the required acoustic radiation force for particle manipulation, establishing an inverse correlation between structural parameters and force objectives, thereby effectively enhancing the adaptability and precision of nonlinear acoustic field design.

Key words ultrasound levitation, acoustic radiation force, coding metasurface, phase, optimization design

引言

声悬浮技术的物理本质基于声波与物质相互作用产生的声辐射力效应^[1-2]. 相较于光及磁悬浮等传统微纳操控技术, 其独特优势体现在三方面: 其一, 对被控对象的材质类别无特殊限制, 突破传统方法对材料导电/导磁性的依赖; 其二, 可操控微粒的质量范围扩展至毫克量级, 且能处理不规则形状微粒^[3-5]; 其三, 在常压空气环境中即可实现稳定悬浮, 无需依赖真空或特殊介质条件^[6-9]. 这些特征使该技术成为微纳操作领域的革新手段, 为物质科学及生物医学等前沿领域开辟了全新研究路径.

早期声悬浮以驻波场技术为主, 通过单/多超声换能器构建驻波场实现微粒悬浮^[10-13]. 随着波场调控理论突破, 相控阵技术取得关键进展, 其通过换能器阵列结合实时相位调制动态重构三维声场^[3, 14-20], 显著提升了系统动态调控能力, 尤其适合非对称操作与复杂声场设计. 近年来, 随着 3D 打印技术的快速发展, 人工微结构为声悬浮技术带来了一个全新策略^[21], 其是一种通过亚波长尺度的几何设计赋予材料超常声场调控能力, 适合于定制化场景的应用^[22-26].

对于当前的 3 类悬浮设计策略均存在一个致命缺陷——操控精度远未达到理想标准, 难以满足高端科研与工业生产的严苛要求. 驻波悬浮技术受限于声场物理特性的天然约束, 相控阵受困于工程实现的复杂性, 而人工微结构体系尽管基于理论分析具备更高操控精度与稳定性潜力^[23, 25], 但是所表现

出来的效果仍未达预期.

其核心原因在于设计策略普遍采用分步式正向设计逻辑: 先基于理想化模型预设声场参数, 再独立设计微结构单元相位和幅值, 最后通过组装构建超表面; 但是往往微结构的声学响应会偏离预期, 导致最终的声场其实与理论的声场差距较大. 其次, 当前声场设计聚焦于特定声场波束形式的构建. 现有研究大多聚焦于驻波场、双聚焦声场和声瓶等典型声场结构的工程化优化, 难以适应不同操纵环境的要求.

基于此, 本文提出一种基于声辐射力的声学编码超表面优化设计方法, 致力于在空气环境中构建一个可定制化、高效及精准的粒子悬浮操控系统. 所设计的悬浮平台采用编码超表面结构, 通过类比 0~1 数字编码机制实现波场的精准调控. 这种调控方式不仅高效, 还具备高度的灵活性与可编程性, 其中每个编码单元被赋予特定相位响应和布尔逻辑值, 构成 n 位数字编码系统^[24, 27-30], 例如 1 位编码超表面仅包含相位差为 0 和 π 的两种单元, 对应"0"和"1"逻辑态; 而 2 位编码则具有 $\pi/2$ 相位步进的 4 种单元, 对应"00"至"11"的编码组合. 为验证设计有效性, 研究从理论分析与数值仿真两方面展开全面探讨. 结果显示, 数值仿真得到的散射声场与理论分析高度契合, 且声辐射力计算值与理论值误差控制在 15% 以内, 验证了所设计声学超表面的有效性. 该方法为生物医学领域细胞的无损操控、精密制造中微器件的高精度装配, 以及复杂环境下悬浮系统

的设计提供理论指导.

1 超表面设计思路与声辐射力计算

1.1 超表面设计策略

本研究聚焦于声学编码超表面的优化设计, 旨在在空气介质中构建适配特定环境的声场环境, 核心目标在于精确调控目标粒子所受的声辐射力. 因此, 研究以粒子所受声辐射力为核心优化目标, 通过逆向设计, 探索编码超表面的最佳整体拓扑构型.

如图 1 所示, 首先依据已确定的环境参数和编码超表面参数, 以数位单元的传输幅值和相位延迟为优化目标, 通过逆向参数优化算法, 精确求解出满足声场调控需求的单元构型; 相邻单元具有均匀的相位延迟间隔 ($\pi/2^{n-1}$, n 表示比特值). 紧接着, 以操控粒子所需的声辐射力为导向, 将单元的具体声学特性作为变量优化单元的排布, 以得到特定的声场环境. 最终根据优化得到的最优编码序列, 将设计好的数位单元插入相应位置, 完成整体拓扑构型的实现.

总体而言, 设计流程遵循“环境、设计参数→单

元特性→声辐射力→单元排布”的路径, 其核心在于将优化后的单元特性作为设计变量, 以所需声辐射力为直接优化目标进行驱动, 从而在提高操控精度的同时, 确保超表面设计自始至终围绕最终应用需求展开.

1.2 声场环境计算

在理想流体中, 半空间点源的辐射问题可以被描述为

$$p = i \frac{k \rho_s c_s}{2\pi R} Q_0 e^{i(\omega t - kR)} \quad (1)$$

其中, i 为虚数单位 ($i^2 = -1$); R 表示计算点到点源的距离; $k = \omega/c_s$ 表示波数, ω 表示角频率, c_s 表示声速; t 表示时间; Q_0 表示点源的强度.

根据惠更斯-菲涅尔原理, 面源 S 的辐射声场由其上每一点的声场叠加而得^[31], 即

$$p = i \frac{k}{2\pi} \iint_S P_0 \frac{e^{i(\omega t - kR + \alpha_0)}}{R} dS \quad (2)$$

其中, P_0 表示点源初始声压幅值.

对于编码超表面而言, 当声波通过超表面时, 其散射声场可视为各组成单元产生的声压场的线性叠加. 考虑一个编码超表面 S , 其阵列单元的空间位置由矢量坐标 $\mathbf{x}_{ij}$ 表示, 则空间中任意点

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{k}{2\pi} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \iint_{S_{ij}} \frac{P_{ij}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}|} e^{i(\omega t - k|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}| + \alpha_{ij})} dS_{ij} \quad (3)$$

其中, N 和 M 表示超表面横向和纵向的单元个数; S_{ij} , P_{ij} 和 α_{ij} 分别表示第 i 行第 j 列处单元上表面区域、声压幅值和相位. 在观测距离远大于声源尺寸时, 可采用如下近似公式

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{k}{2\pi} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{S_{ij} P_{ij}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}|} e^{i(\omega t - k|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}| + \alpha_{ij})} \quad (4)$$

需要说明的是, 实现目标需将能量控制在合理范围内, 避免脱离实际工程应用需求. 因此, 构建聚焦声场环境是非常有必要的. 声学编码超表面凭借其独特的相位调控能力, 能够实现对入射波的精准控制, 使波在特定位置形成汇聚聚焦效应. 该聚焦特性源于超表面对各单元相位的精密调节, 通过为每个入射波单元赋予特定的相位分布, 超表面可确保不同波阵面在目标位置产生相干叠加, 从而增强声场能量密度. 具体而言, 声学编码超表面可以通过精

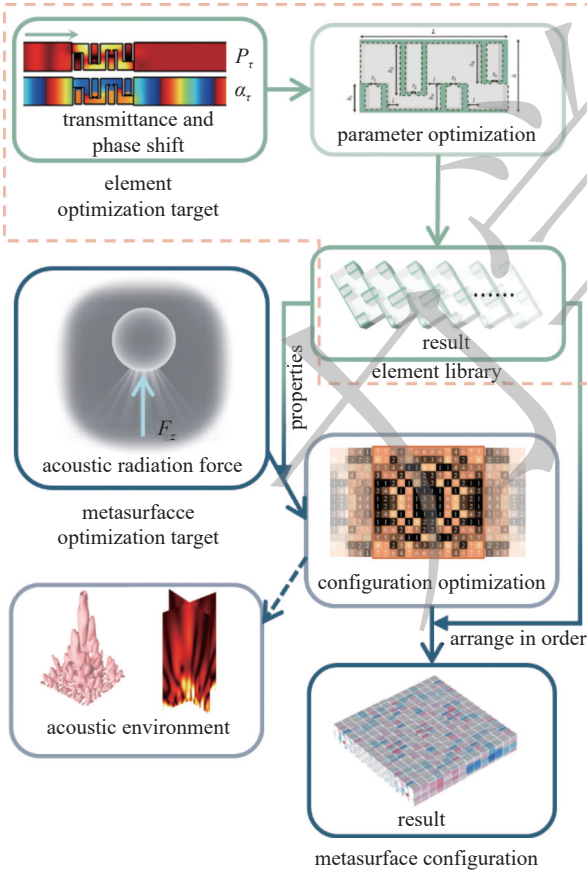


图 1 设计思路示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the design idea

准相位调控,使入射波在目标位置相干叠加形成能量汇聚.其聚焦相位分布本质基于干涉原理

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{c_s} (\mathbf{R} - r_0) \quad (5)$$

式中, α_1 和 $\mathbf{R}$ 是矩阵, 其中的元素位置表示单元的实际位置, 元素值分别表示阵列中的相位分布和阵列单元与聚焦点的; r_0 表示聚焦点到参考点 (坐标原点) 的距离. 若要生成具有聚焦特性的任意声场环境, 则需给发射阵列施加一个相位补偿矩阵, 即

$$\alpha = (\alpha_{ij})_{N \times M} = \alpha_1 + \Psi \quad (6)$$

其中, α 表示最终的相位分布, 在后续的单元优化中表征单元的排布; Ψ 表示相位补偿矩阵, 值得注意的是当焦点是阵列的对称中心时, 这个相位补偿矩阵自然地呈现出对称性.

从式 (4) ~ 式 (6) 可知, 当单元的传输幅值一定时, 散射声场环境的调控核心在于对聚焦位置 r_0 与附加矩阵 Ψ 的精准操控. 聚焦位置 r_0 直接决定了声场能量汇聚的空间坐标, 通过改变该参数, 能够实现声场焦点在空间中的灵活移动, 满足不同应用场景下对声场分布的定位需求; 而附加矩阵 Ψ 则从波的相位和幅值维度进行调控, 其元素的变化可调整各声波分量的干涉模式, 实现对声场强度分布、波束指向性等关键特性的重塑.

1.3 声辐射力计算

声辐射力源自声场的非线性特性, 因此须至少考虑二阶非线性声场的贡献. 将声扰动场写为线性部分 $\{p_1, \mathbf{u}_1\}$ 和二阶非线性部分 $\{p_2, \mathbf{u}_2\}$ 的叠加, 而得到整个扰动声场环境 $\{p, \mathbf{u}\} = \{p_1, \mathbf{u}_1\} + \{p_2, \mathbf{u}_2\}$, 其满足非线性声波方程^[2]

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \mathbf{u}) = 0 \quad (8)$$

其中, $\rho = \rho_s + \rho_1 + \rho_2$ 表示介质密度; $\rho_1 = p_1/c_s^2$ 表示一阶扰动项; ρ_2 表示二阶扰动项; $\mathbf{u}$ 表示速度矢量. 由式 (7) 得 (仅保留二阶项)

$$-\nabla p_2 = -\rho_s \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} - \rho_1 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} - \rho_s (\mathbf{u}_1 \cdot \nabla) \mathbf{u}_1 \quad (9)$$

对于随时间以角频率 ω 振动的扰动声场, 通过对上式取时间平均可得

$$-\nabla p_2 \langle p_2 \rangle = \frac{1}{\rho_s c_s^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_s}{2} \langle \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_1 \rangle \quad (10)$$

其中, $\langle \rangle$ 表示时间平均. 于是, 作用于任意刚体上的声辐射力为^[2]

$$\mathbf{F} = \iint_{\Omega} \mathbf{F}_S d\Omega = - \iint_{\Omega} \langle p_2 \rangle \mathbf{n} d\Omega \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{F}_S = -\langle p_2 \rangle \mathbf{n} = \left\langle - \left[\frac{1}{2\rho_s c_s^2} p^2 - \frac{\rho_s}{2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \right] \mathbf{n} - \rho_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \right\rangle \quad (12)$$

式中, $\mathbf{F}_S$ 表示粒子表面上某一点的声辐射面力; $\mathbf{n}$ 表示悬浮物表面法向向量; Ω 表示粒子表面. 对于式中的未知量声压和振动速度 $(p, \mathbf{u})$ 均可由速度势进行描述^[32-33]

$$p = \rho_s \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (13)$$

$$u_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad u_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad u_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (14)$$

对于声场的速度势, 可以通过将式 (13) 代入式 (4) 进行推导, 从而得到具体的表达式

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi\rho_s c_s} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{S_{ij} P_{ij}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}|} e^{i(\omega t - k|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ij}| + \alpha_{ij})} \quad (15)$$

联合式 (12) ~ 式 (15) 进行计算, 便可得到粒子所受的声辐射力.

2 声学编码超表面优化设计

2.1 单元参数优化设计

编码单元在整个设计体系中承担着声场调控核心枢纽的关键作用, 其结构设计直接决定粒子操控的精度与功能实现. 因此, 设计工作应从构建一组具备多维度调控能力的单元结构出发. 如图 1(a) 所示, 本研究提出的可调声学单元采用四腔室复合结构设计. 该单元通过同步调节共振腔体高度与开口尺寸, 实现声学通道长度和腔体容积的双重调控. 经过声学参数优化设计, 系统在维持声波传输强度的前提下, 能够有效调控透射波的相位特性.

该单元的几何参数体系包含以下关键维度: 长度 (L)、截面宽度 (h)、外部边缘厚度 (t)、共振腔左右厚度 (t_b)、相邻共振腔距离 (l)、共振腔宽度 (l_b) =

($L - 3l$)/4), 4 块共振腔高度 (h_1, h_2, h_3, h_4) 及其开口尺寸 (t_1, t_2, t_3, t_4), 这种模块化设计在确保结构简洁性的同时, 通过系统优化共振腔高度和开口尺寸的匹配关系, 可精确调控声波传输幅值和相位特性。

在单元结构优化过程中, 本文确立了双重约束条件下的多目标优化策略: 首要目标是在工作频段内实现不低于 95% 的透射率以保障了声波能量能够有效作用于微粒, 同时精确控制单元结构产生预设的相位偏移量; 其次需考虑到单元内部的几何参数限定. 最终将优化目标函数设定为

$$\left. \begin{aligned} & \text{minimize: } w(\Gamma_i) = |\alpha_{ir} - \alpha_i| \\ & \text{where: } \Gamma_i = \Gamma_i(h_j, t_j) \\ & \quad j = 1, 2, 3, 4 \\ & \quad \alpha_i = \frac{\pi}{2^{n-1}}(i-1), \quad i = 1, 2, \dots, 2^n \\ & \text{subject to } \frac{P_{ir}}{P} > 95\% \\ & \quad h_j < h \\ & \quad t_j < \frac{L-3l}{4} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中, Γ_i 表示编号 i 单元的具体构型; α_{ir} 表示单元相位延迟; α_i 表示预计相位延迟目标; P 和 P_{ir} 分别表示入射声压幅值和传输幅值; n 表示单元的比特值. 本文实例将其值定为 3, 即 3 比特声学编码超表面, 共有 8 个不同类型的单元。

对于环境参数, 本文选取的空气介质密度为 1.225 kg/m^3 , 声速为 343 m/s ; 目标悬浮粒子的半径定为 0.5 mm , 密度定为 40 kg/m^3 . 在选定超表面工作频率时, 因为超表面的尺寸很大程度上由波长决定, 因此在选取时需兼顾可加工性并尽量降低悬浮粒子的声散射影响 (粒子的半径应该远小于波长). 因此, 选取单一工作频率 35 kHz (此时声波波长约为预计悬浮粒子半径的 20 倍); 按照此频率, 本文中选取的单元的几何尺寸参数分别为: $L = 11 \text{ mm}$, $h = 5 \text{ mm}$, $l = 20 \text{ mm}$, $t = 0.2 \text{ mm}$ 和 $t_b = 0.4 \text{ mm}$.

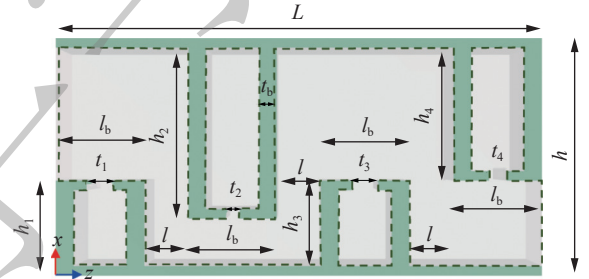
表 1 中列出了优化单元微观结构的详细参数配置. 图 2(b) 和图 2(c) 展示了优化单元的相移以及透射系数, 可以看出, 所有单元的实际相位延迟值与目标值之间的偏差很小, 且传输赋值均在预定的范围内; 此外, 为了反应超表面实际加工制造的误差影响, 我们评估了单元的鲁棒性, 通过对结构的几何参数 (h_i 和 $t_i, i = 1, 2, 3, 4$) 施加 $\pm 0.01 \text{ mm}$ 的扰动, 并计算扰动后结果的平均值. 结果显示相移值和传输幅

效率的最大偏差分别为 0.051 rad 和 0.011 , 这表面在 0.01 mm 打印精度下不会显著改变超表面的整体功能预期. 图 2(d) 展示了单元的声学响应, 8 个单元的相移整体表现良好. 总体上验证了单元参数逆向优化结果的可靠性, 并且符合设计要求。

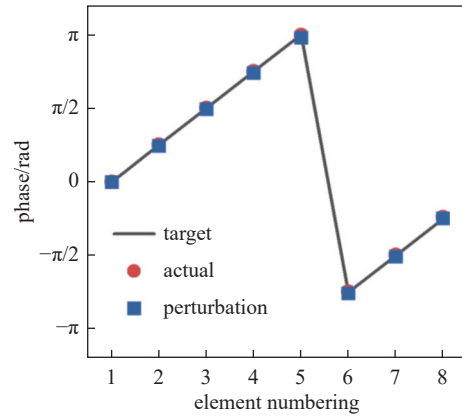
表 1 单元微观结构参数配置 (单位: 10^{-1} mm)

Table 1 The parameter configuration of each element's microstructure (unit: 10^{-1} mm)

No.	h_1	h_2	h_3	h_4	t_1	t_2	t_3	t_4
1	32	37	37	33	1	2	5	1
2	31	33	34	30	5	1	7	1
3	29	28	37	23	2	7	1	6
4	11	33	28	14	8	5	3	8
5	20	38	20	30	6	3	6	4
6	12	38	16	24	8	5	5	4
7	11	11	10	11	10	1	1	10
8	10	21	20	23	9	7	8	6



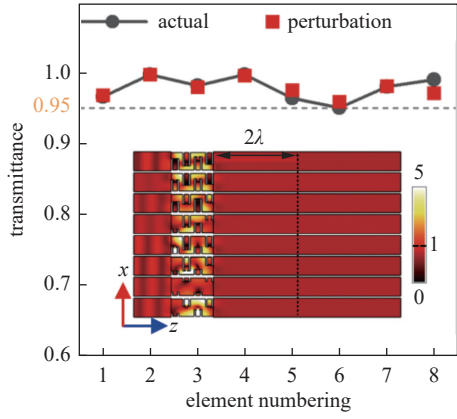
(a) 单元构型及内部参数示意
(a) Schematic of the element configuration and internal parameters



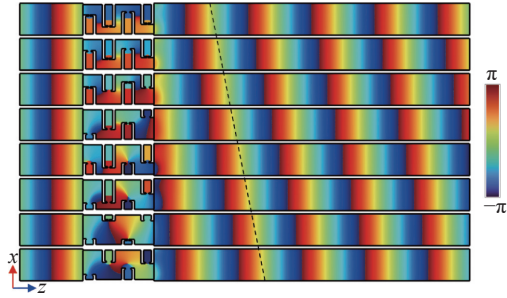
(b) 单元相移曲线
(b) Phase shift curve of the element

图 2 单元构型及声学响应

Fig. 2 Element configuration and acoustic response



(c) 单元传输效率
(c) Transmission efficiency of the element



(d) 单元相移图
(d) Phase shift diagram of the element

图2 单元构型及声学响应(续)

Fig. 2 Element configuration and acoustic response (continued)

2.2 超表面优化设计

在获取 3 比特值的声学编码超表面各单元精确的响应后, 下一步将针对粒子操控需求开展单元排布的定制化逆向设计. 在设计过程中, 核心目标是实现声场的精确可控分布, 以便在预设位置产生特定大小和方向的声辐射力. 在这一过程中, 无需严格确定声场的形态, 而仅关注于粒子所受的辐射力值. 优化函数如下

$$\begin{aligned} & \text{minimize: } f(\mathbf{A}) = \frac{|F_z - G|}{G} \\ & \text{where: } \mathbf{A} = (\Lambda_{ij})_{N \times M} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Psi} \\ & \Lambda_{ij} \in \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{2^n}\} \\ & i = 1, 2, \dots, N \\ & j = 1, 2, \dots, M \\ & \text{subject to } \max\{F_x, F_y\} < \varepsilon \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{A}$ 表示声学超表面整体拓扑构型, 其空间分布通过离散单元的矩阵排列实现; $f(\mathbf{A})$ 定义为构型 $\mathbf{A}$ 的适应度函数值; Λ_{ij} 表示阵列 $\mathbf{A}$ 中的第 i 行第 j 列处的单元; ε 表示趋近于 0 的正数; F_x , F_y 和 F_z 表示粒子沿空间坐标轴 (X , Y , Z) 方向上的声辐射力值.

以下针对一个实际例子给出设计结果. 粒子预计的悬浮高度为 6 cm; 超表面选取 14×14 个单元; 以此来进行超表面的拓扑优化设计. 如图 3 所示, 根

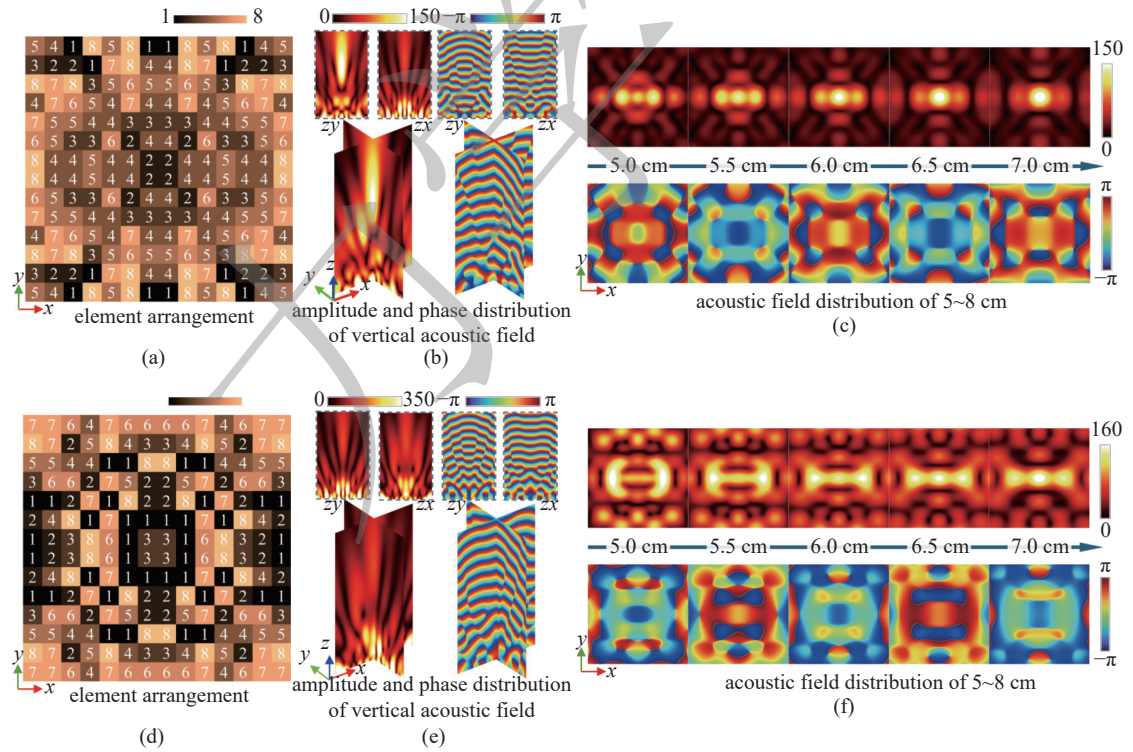


图3 声学编码超表面拓扑优化计算实例: (a)~(c) $P_b = 50$ Pa 优化结果; (d)~(f) $P_b = 100$ Pa 优化结果

Fig. 3 Topological optimization calculation examples of acoustic coding metasurface: (a)~(c) optimization results when $P_b = 50$ Pa; (d)~(f) optimization results when $P_b = 100$ Pa

据两种不同背景声压强度 (50 Pa 和 100 Pa) 的拓扑优化计算结果, 两者均可以在 6 cm 处达到所需的声辐射力值 2.03×10^{-7} N. 图中展示了两种优化情况下的编码阵列分布, 以及优化得到的整体声场环境

3 数值仿真验证

在本研究中, 将围绕上述两种优化设计方案, 针对性开展数值仿真验证工作. 由于声场能量分布的精确复现是实现粒子高精度操控的先决条件, 因此, 定量评估理论模型与数值仿真之间的误差是非常必要的. 为客观评估两者间的一致性程度, 本研究引入皮尔逊相关系数 (pearson correlation coefficient) 作为相似度评价指标, 其具体计算过程如下.

(1) 对两者在指定计算高度处的平面声场数据进行提取. 将该平面声场离散化为由 $I \times J$ 个采样点构成的网格阵列, 每个采样点对应声场物理量 (如声压幅值、相位) 的测量值, 并以二维矩阵形式进行结构化存储.

(2) 代入皮尔逊相关系数计算公式进行相似度

评估^[34]

$$c(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{IJ-1} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{A_{ij} - \bar{A}}{\sigma_A} \frac{B_{ij} - \bar{B}}{\sigma_B} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 表示声场数值矩阵; $c(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的相关系数; A_{ij} 和 B_{ij} 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 中的第 i 行第 j 列元素; $\bar{A}$ 和 $\bar{B}$ 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的平均值; σ_A 与 σ_B 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的标准差.

本研究数值仿真了不同背景声压条件下的声场优化结果. 如图 4(a) ~ 图 4(c) 和图 4(f) ~ 图 4(h) 所示, 各工况下声场均呈现“蟹钳”形态特征, 可有效实现对微粒的夹持作用. 在声场特性方面, 竖直截面声场分布与图 3 理论模型具有显著一致性. 通过皮尔逊相关系数 (式 (18)) 分析发现, 在距超表面 2 ~ 7 cm 的关键作用区域内, 实测声场与理论预测值的相似度始终保持在 90% 以上 (见图 4(d) 和图 4(i)).

通过声辐射力的理论计算与仿真结果对比分析 (图 4(e) 和图 4(j)) 可以发现, 两者在 $Z = 5 \sim 7$ cm 高度之间的分布规律具有良好的一致性, 在 $Z =$

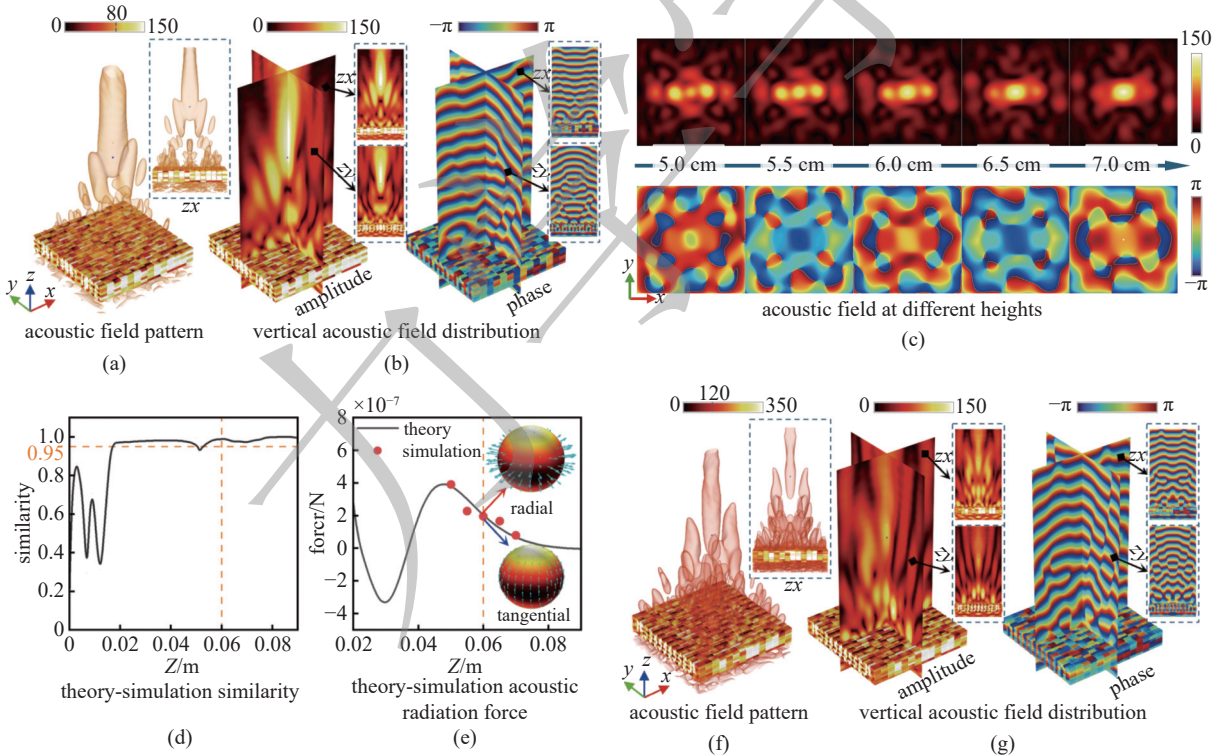


图 4 超表面数值仿真及粒受力分析: (a) ~ (c) $P_b = 50$ Pa 优化结果声场环境数值仿真, (d) 理论和仿真的声场相似度和 (e) 声辐射力值对比曲线; (f) ~ (h) $P_b = 100$ Pa 优化结果声场环境数值仿真, (i) 理论和仿真的声场相似度和 (j) 声辐射力值对比曲线

Fig. 4 Numerical simulation of the metasurface and force analysis of the particles: (a) ~ (c) numerical simulation of the acoustic field environment for the optimization result with $P_b = 50$ Pa, (d) the comparison curves of the acoustic field similarity between theory and simulation, and (e) the values of the acoustic radiation force; (f) ~ (h) numerical simulation of the acoustic field environment for the optimization result with $P_b = 100$ Pa, (i) the comparison curves of the acoustic field similarity between theory and simulation, and (j) the values of the acoustic radiation force

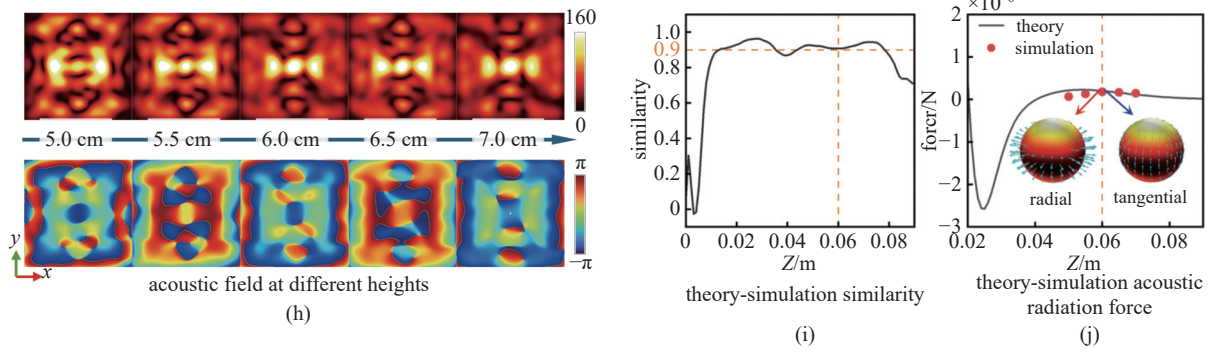


图4 超表面数值仿真及粒受力分析: (a)~(c) $P_b = 50$ Pa 优化结果声场环境数值仿真, (d) 理论和仿真的声场相似度和 (e) 声辐射力值对比曲线; (f)~(h) $P_b = 100$ Pa 优化结果声场环境数值仿真, (i) 理论和仿真的声场相似度和 (j) 声辐射力值对比曲线 (续)

Fig. 4 Numerical simulation of the metasurface and force analysis of the particles: (a)~(c) numerical simulation of the acoustic field environment for the optimization result with $P_b = 50$ Pa, (d) the comparison curves of the acoustic field similarity between theory and simulation, and (e) the values of the acoustic radiation force; (f)~(h) numerical simulation of the acoustic field environment for the optimization result with $P_b = 100$ Pa, (i) the comparison curves of the acoustic field similarity between theory and simulation and (j) the values of the acoustic radiation force (continued)

6 cm 处, 两个仿真结果与理论计算的相对误差分别在 6.4% 和 11.9% 的较低水平, 验证了计算模型的可靠性. 数值仿真也进一步揭示了声场作用下粒子表面应力场的动态响应特性: 通过归一化处理的矢量箭头不仅表征表面受力的空间方向分布, 其模长变化更清晰反映出应力强度在径/切向分量上的耦合特征. 从本文优化的结果来看, 基于本文优化设计的声场, 其能量在粒子赤道平面附近区域高度集中. 最大辐射应力集中分布于偏离赤道面 $\pm 30^\circ$ 的对称区域.

4 结论

本文提出了一种基于声学编码超表面的、适用于空气中粒子悬浮的定制化设计方法. 在声悬浮设计策略方面, 区别于传统声源阵列依赖多通道相位调节系统的工作模式, 本方法构建了以相位延迟和传输效率为目标的单元参数优化模型, 以及以声辐射力为目标的单元优化模型. 通过亚波长结构单元对声波波前的精细化操控, 该平台仅需单一声源即可在小空间内生成高梯度声场.

在粒子声悬浮设计领域, 传统方法依赖预设正向声场, 对声场参数的约束条件严苛. 本研究提出的基于编码超表面阵列的逆向设计策略, 只需明确具体的粒子操控目标, 无需预先设定复杂的声场参数, 就能精准求解出超表面阵列的排布方案. 通过这种优化设计, 能够按需定制粒子悬浮所需声辐射力; 同时, 基于不同的应用场景与环境要求, 该策略还能快速构建出与之适配的独特声场环境. 这种方法有望为更高精度、多维和复杂环境下超声粒子的操控提

供理论指导.

参 考 文 献

- 1 Guerassimoff L, De Smedt SC, Sauvage F, et al. Acoustic tweezers for targeted drug delivery. *Advanced Drug Delivery Reviews*, 2025, 220: 115551
- 2 Andrade MA, Pérez N, Adamowski JC. Review of progress in acoustic levitation. *Brazilian Journal of Physics*, 2018, 48: 190-213
- 3 Inoue S, Mogami S, Ichihara T, et al. Acoustical boundary hologram for macroscopic rigid-body levitation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2019, 145(1): 328-337
- 4 Yuan Z, Lu C, Liu C, et al. Ultrasonic tweezer for multifunctional droplet manipulation. *Science Advances*, 2023, 9(16): eadg2352
- 5 Tang T, Shen C, Huang L. Propagation of acoustic waves and determined radiation effects on axisymmetric objects in heterogeneous medium with irregular interfaces. *Physics of Fluids*, 2024, 36(1): 012023
- 6 Ozcelik A, Rufo J, Guo F, et al. Acoustic tweezers for the life sciences. *Nature Methods*, 2018, 15(12): 1021-1028
- 7 Shen L, Tian Z, Yang K, et al. Joint subarray acoustic tweezers enable controllable cell translation, rotation, and deformation. *Nature Communications*, 2024, 15(1): 9059
- 8 Shen L, Tian Z, Yang K, et al. Acousto-dielectric tweezers enable independent manipulation of multiple particles. *Science Advances*, 2024, 10(32): eado8992
- 9 Li T, Li J, Bo L, et al. Robot-assisted chirality-tunable acoustic vortex tweezers for contactless, multifunctional, 4-DOF object manipulation. *Science Advances*, 2024, 10(21): eadm7698
- 10 Xie W, Cao C, Lü Y, et al. Acoustic method for levitation of small living animals. *Applied Physics Letters*, 2006, 89(21): 214102
- 11 Zhang L, Marston PL. Angular momentum flux of nonparaxial acoustic vortex beams and torques on axisymmetric objects. *Physical Review E, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2011, 84(6): 065601
- 12 常钦, 王晓振, 吴鹏飞等. 一种声悬浮换能器的辐射头结构参数优化分析. *应用声学*, 2025, DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2025.03.030 (Qin Chang, Xiaozhen Wang, Pengfei Wu, et al. Optimization of the radiation head structure parameters of an acoustic levitation transducer)

- tion analysis of the structural parameters of the radiation head of an acoustic levitation transducer. *Applied Acoustics*, 2025, DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2025.03.030 (in Chinese))
- 13 朱纪霖, 高东宝, 曾新吾等. 驻波型相位调控声镊操控稳定性研究. *声学学报*, 2024, 49(3): 449-457 (Jilin Zhu, Dongbao Gao, Xinwu Zeng, et al. Study on the manipulation stability of standing wave-type phase-controlled acoustic tweezers. *Acta Acustica*, 2024, 49(3): 449-457 (in Chinese))
 - 14 Marzo A, Seah SA, Drinkwater BW, et al. Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 8661
 - 15 Melzer JE, McLeod E. Fundamental limits of optical tweezer nanoparticle manipulation speeds. *American Chemical Society Nano*, 2018, 12(3): 2440-2447
 - 16 Hong Z, Zhang J, Drinkwater BW. Observation of orbital angular momentum transfer from Bessel-shaped acoustic vortices to diphasic liquid-microparticle mixtures. *Physical Review Letters*, 2015, 114(21): 214301
 - 17 Volke-Sepúlveda K, Santillán AO, Boullosa RR. Transfer of angular momentum to matter from acoustical vortices in free space. *Physical Review Letters*, 2008, 100(2): 024302
 - 18 Hong Z, Yin J, Zhai W, et al. Dynamics of levitated objects in acoustic vortex fields. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 7093
 - 19 Marzo A, Drinkwater BW. Holographic acoustic tweezers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2019, 116(1): 84-89
 - 20 Marrara S, Ciriza DB, Magazzù A, et al. Optical calibration of holographic acoustic tweezers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72: 1-8
 - 21 Dong HW, Shen C, Liu Z, et al. Inverse design of phononic meta-structured materials. *Materials Today*, 2024, 80: 824-855
 - 22 Nan J, Cao HX, Park JO, et al. Tunable acoustic tweezer system for precise three-dimensional particle manipulation. *Micromachines*, 2024, 15(10): 1240
 - 23 Dong HW, Shen C, Zhao SD, et al. Achromatic metasurfaces by dispersion customization for ultra-broadband acoustic beam engineering. *National Science Review*, 2022, 9(12): nwac030
 - 24 Memoli G, Caleap M, Asakawa M, et al. Metamaterial bricks and quantization of meta-surfaces. *Nature Communications*, 2017, 8(1): 14608
 - 25 Norasikin MA, Martinez Plasencia D, Polychronopoulos S, et al. SoundBender: dynamic acoustic control behind obstacles//Proceedings of the 31st Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology, 2018
 - 26 Jin Y, Kumar R, Poncelet O, et al. Flat acoustics with soft gradient-index metasurfaces. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 143
 - 27 Zhang NL, Dong HW, Zhao SD. Programmable inverse-designed acoustic coding metasurfaces for multifunctional broadband reflection. *Journal of Sound and Vibration*, 2024, 574: 118243
 - 28 Zhang Y, Xie B, Liu W, et al. Anomalous reflection and vortex beam generation by multi-bit coding acoustic metasurfaces. *Applied Physics Letters*, 2019, 114(9): 091905
 - 29 Chen AL, Wang YS, Wang YF, et al. Design of acoustic/elastic phase gradient metasurfaces: principles, functional elements, tunability, and coding. *Applied Mechanics Reviews*, 2022, 74(2): 020801
 - 30 Zabihi A, Ellouzi C, Shen C. Tunable, reconfigurable, and programmable acoustic metasurfaces: A review. *Frontiers in Materials*, 2023, 10: 1132585
 - 31 杜功煊, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础. 上海: 上海科学技术出版社, 1982 (Gongyu Du, Zhemin Zhu, Xiufen Gong. Fundamentals of Acoustics. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1982 (in Chinese))
 - 32 Wu J, Du G. Acoustic radiation force on a small compressible sphere in a focused beam. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, 87(3): 997-1003
 - 33 King LV. On the acoustic radiation pressure on spheres. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 1934, 147(861): 212-240
 - 34 Fisher RA. Statistical methods for research workers//Breakthroughs in Statistics: Methodology and Distribution. Springer, 1970: 66-70