

EI、Scopus 收录 中文核心期刊

头部受冲击的锥形弹体结构动力响应研究

陈 康,张晓伟,龙仁荣

STUDY ON THE DYNAMIC RESPONSE OF A CONICAL PROJECTILE SUBJECTED TO IMPACT LOADING AT **ITS NOSE**

Chen Kang, Zhang Xiaowei, and Long Renrong

在线阅读 View online: https://doi.org/10.6052/0459-1879-25-116

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于相似准则的复合材料螺旋桨水动力与结构响应特性研究

RESEARCH ON THE HYDRODYNAMIC AND STRUCTURAL RESPONSE CHARACTERISTICS OF COMPOSITE PROPELLERS BASED ON SIMILARITY CRITERIA

力学学报. 2025, 57(5): 1031-1042

泡沫子弹冲击固支单梁的耦合分析模型

A COUPLING ANALYSIS MODEL OF CLAMPED MONOLITHIC BEAM IMPACTED BY FOAM PROJECTILES

力学学报. 2022, 54(8): 2161-2172

含黏弹性夹芯FG-GRC后屈曲梁的低速冲击响应。

LOW-VELOCITY IMPACT RESPONSES OF FG-GRC SANDWICH BEAMS WITH VISCOELASTIC CORES

力学学报. 2021, 53(1): 194-204

非线性块系岩体动力响应及在巷道防冲支护中的应用

DYNAMIC RESPONSE OF NONLINEAR BLOCKY ROCK MASSES AND ITS APPLICATION IN THE ANTI-IMPACT SUPPORT OF ROADWAY

力学学报. 2024, 56(4): 1057-1067

基于双向流固耦合的超空泡射弹入水研究

NUMERICAL STUDY ON WATER ENTRY PROCESS OF SUPERCAVITATING PROJECTILE BY CONSIDERING BIDIRECTIONAL FLUID STRUCTURE INTERACTION EFFECT

力学学报. 2022, 54(3): 678-687

低速冲击激励下嵌入黏弹性阻尼芯层的纤维金属混杂层合板动态响应预测模型

A DYNAMIC RESPONSE PREDICTION MODEL OF FIBER-METAL HYBRID LAMINATED PLATES EMBEDDED WITH VISCOELASTIC DAMPING CORE UNDER LOW-VELOCITY IMPACT EXCITATION

力学学报. 2020, 52(6): 1690-1699



头部受冲击的锥形弹体结构动力响应研究

陈康 张晓伟2) 龙仁荣

(北京理工大学爆炸科学与安全防护全国重点实验室,北京100081)

摘要 近年来,高超声速武器凭借其打击速度和毁伤效能的优势得到了迅速发展.为提高武器平台的空间利用 率,采用与平台共形的变截面战斗部成为重要的发展趋势.然而,战斗部外形的复杂化和速度的提高导致其载 荷环境更加严酷,结构强度问题突出.为探究变截面弹体在非正侵彻条件下的结构动力响应规律,文章基于空 间自由梁和结构塑性理论,建立了头部受冲击载荷作用的锥形弹体结构动力响应模型和轴力-弯矩耦合作用下 的结构失效函数,并借助 Abaqus/Explicit 非线性数值程序对典型锥形弹体的动力响应进行了仿真,验证了理论 模型的合理性和准确性.在此基础上,分析了弹体头部形状系数、锥度、径厚比和长径比等因素对弹体内力分 布和失效位置的影响规律.结果表明,理论模型能够较准确地预测变截面弹体的内力分布规律;头部集中质量 降低了弹体的内力幅值,但不影响其分布规律.在冲击载荷、头部直径及其他无量纲参数相同的条件下,弹体 锥度越大,危险位置越靠近弹体头部,而长径比或径厚比增大会使弹体更易发生结构失效.

关键词 结构响应,冲击载荷,自由梁,锥形弹体

中图分类号: O385 文献标识码: A DOI: 10.6052/0459-1879-25-116 CSTR: 32045.14.0459-1879-25-116

STUDY ON THE DYNAMIC RESPONSE OF A CONICAL PROJECTILE SUBJECTED TO IMPACT LOADING AT ITS NOSE¹⁾

Chen Kang Zhang Xiaowei²⁾ Long Renrong

(National Key Laboratory of Explosion Science and Safety Protection, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract In recent years, hypersonic weapons have developed rapidly due to their advantages in attack speed and damage ability. In order to improve the space utilization of the platform, the adoption of variable cross-sectional warheads that have the same shape as the platform becomes an important developing trend. However, the increase in structural shape complexity and velocity results in extreme dynamic loading conditions, which lead to serious structural strength issues for warheads. To investigate the dynamic response of variable cross-sectional projectiles in oblique penetration scenarios, based on the free-free beam and structural plasticity theories, a dynamic response model and structural failure function with the coupling of axial force and bending moment considered were established for the conical projectile subjected to impact loading at its nose. Then, by means of Abaqus/Explicit nonlinear finite element analysis software, the dynamic responses of typical conical projectiles under different impact loadings at the nose were numerically simulated, and the rationality and accuracy of the proposed dynamic response model were verified. Based on

收稿,录用,网络版发表.

¹⁾ 基础加强重点资助项目(2020-JCJQ-ZD-221-03).

²⁾ 通讯作者: 张晓伟, 副教授, 主要研究方向为材料与结构冲击动力学. E-mail: mezhangxw@bit.edu.cn

引用格式:陈康,张晓伟,龙仁荣.头部受冲击的锥形弹体结构动力响应研究.力学学报,2025,57(7):1-15

Chen Kang, Zhang Xiaowei, Long Renrong. Study on the dynamic response of a conical projectile subjected to impact loading at its nose. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(7): 1-15

the theoretical models, the influences of the structural parameters of projectiles, such as the shape coefficient of the projectile head, semi-conic angle, diameter-to-thickness ratio, as well as the length-to-diameter ratio were analyzed. The results showed that the theoretical model could predict the internal force distribution and failure locations of the conical projectiles very well. The nose mass of the projectile could decrease the magnitude of the internal forces, but does not change their non-dimensional distribution. When the impact loading, the diameter at the front part of the projectile, as well as the other nondimensional parameters keep constant, the increase of the semi-conic angle of the projectile induces a shift of the critical failure section toward the head, and the increase of the length-to-diameter ratio or diameter-to-thickness ratio makes the projectile more prone to structural failure.

Key words structural response, impact loading, free-free beam, conical projectiles

引 言

近年来,高超声速武器凭借其显著的毁伤威力 和作战效能优势,得到了快速发展^[1]. 与传统飞行器 相比,高超声速武器采用独特的乘波体气动外形,可 显著提升其升力特性和机动性. 为了提高该类武器 平台的空间利用率和毁伤威力,采用与平台共形的 变截面战斗部成为重要的发展趋势^[2]. 随着战斗部 结构形状的改变和速度的提高,其在侵彻过程中面 临的载荷环境变得更加复杂和严酷,会出现头部侵 蚀、结构弯曲,甚至折断等结构强度问题^[3,4]. 因此, 掌握变截面战斗部在高速着靶条件下的冲击响应和 失效规律,对弹体结构强度进行合理评估,对于高超 声速武器战斗部的结构设计具有重要意义.

针对高速侵彻混凝土靶过程中弹体的载荷特性, Forrestal 等^[5-6] 开展了大量的试验. 结果表明, 在 弹体头部完全嵌入靶板时刻, 其所受的冲击载荷最 大. 对于斜侵彻的情况, 如图 1 所示, 弹体着靶时, 将 承受高强度的轴向冲击载荷 *F*_a 与横向冲击载荷 *F*_t 的共同作用, 使得弹体结构更加危险^[7]. 由于弹体 触靶前, 处于自由飞行状态, 而在触靶时刻, 除头部 受冲击载荷作用外, 弹身未受到任何其他约束, 其载 荷环境与端部受冲击的自由梁基本一致. 因此, 可借 助空间自由梁理论对弹体侵彻靶标的结构动态响应 进行研究.



Fig. 1 Oblique penetration of conical projectile

针对等截面自由梁在不同冲击载荷下的动态响 应,学者们已取得了一系列研究成果. Jones 等^[8]基 于材料刚塑性假设,给出了三角形分布冲击载荷作 用下均匀自由梁变形的理论解和能量耗散.之后, Yu 等[9] 针对自由梁在跨中受冲击的工况,给出了弹 塑性分析方法,并指出刚塑性方法高估了塑性耗散 能. Yang 等^[10] 通过刚塑性分析方法研究了自由梁在 任意位置受冲击时,载荷大小和作用位置等因素对 自由梁变形模式、塑性铰位置和能量耗散率的影 响. Yang 等[11-12] 和 Ahmed 等[13-14] 则通过弹塑性分 析方法,结合数值计算对该问题进行了研究,并与刚 塑性方法的结果进行了对比、结果表明、基于两者得 到的自由梁的变形模式相同,由于刚塑性方法忽略 了弹性变形以及弹、塑性波之间的相互作用,因此 在变形模式的定量分析上存在一些差异[12];两种方 法对于塑性铰瞬时位置的预测也非常接近,而基于 刚塑性方法得到的塑性铰初始速度相对较低[13].此 外, Ahmed 等^[14] 指出, 当脉冲载荷施加在自由端或 跨中时,自由梁更容易产生弯曲变形.由以上研究可 知,端部受冲击自由梁的结构动态响应研究已经相 对完善,但是已有研究集中于对等截面自由梁动态 响应问题的分析上,而针对变截面自由梁缺少相关 研究分析.

如前所述,自由梁理论可应用于弹体侵彻过程 中的结构动态响应研究,其中刚塑性分析方法因其 可解析性且精度可靠的优势,已被广泛应用于该领 域的研究工作^[15].皮爱国等^[16-17]和王一楠等^[18]将动 能弹体简化为等截面均匀自由梁,分别研究了其在 斜侵彻和小攻角侵彻初期的结构响应行为,得到了 弹体剪力和弯矩的分布规律以及弹体发生弯曲的临 界条件.王景琛^[19]进一步分析了任意位置冲击下等 截面弹体的结构响应,发现弹体头部受冲击时最容 易发生弯曲.针对锥形弹体,张欣欣等^[20]和朱超^[21] 以端部受载的变截面自由梁结构进行分析,提出了 计算弹体剪力、弯矩的数值积分方法,并基于此给 出了弹性屈服函数的分布规律.尽管如此,针对锥形 弹体,现有研究仅给出了数值解,而在数值仿真和解 析方法上缺少相应分析和验证.

另一方面,侵彻过程中弹体的结构响应也会受 到冲击载荷特性和结构振动特性的影响^[22].在弹体 结构的振动特性方面,刘波等^[23]基于波动方程建立 了弹体轴向振动固有频率的理论模型,并以仿真及 实测结果验证了模型精度.在其基础上,郑卓扬等^[24] 针对大长径比小直径弹,给出了弹体弯曲振动的固 有频率和模态振型.郝慧艳等^[25]对长径比为5的常 规弹体开展了相关研究,并通过实测信号验证了分 析结果.然而,上述模型中弹体采用等截面假设,并 未涉及到锥形弹体的相关研究.在梯度梁振动领域, Shahba 等^[26]考虑了结构变截面对自由振动特性的 影响,但是所研究梁的边界条件为两端固支、两端 简支等,与自由梁不符.

为建立非正侵彻条件下锥形弹体的结构强度分 析方法,并探究不同弹体结构参数的影响规律,本文 基于变截面自由梁模型,推导了含头部集中质量的 锥形弹体在头部冲击下结构内力分布规律的计算模 型,结合轴力和弯矩共同作用下结构的塑性极限函 数给出了弹体结构失效模型,并通过相关试验结果 及数值模拟工况进行验证.在理论模型的基础上,进 一步分析了弹体头部形状系数、锥度、径厚比和长 径比等因素对于结构响应的影响规律,以期为斜侵 彻弹体的结构强度设计提供理论指导.

1 头部受冲击的锥形弹体结构动力响应模型

1.1 锥形弹体的自由梁简化

相对于等截面自由梁,将锥形弹体分为头部实 心段和锥形弹身两部分考虑.由于头部实心段长度 相对较小,为了简化分析,忽略其长度,将其简化为 端部集中质量.简化后的锥形弹体结构模型如图 2(a) 所示,其左端部为集中质量 *m*₀,弹身段长度为 *L*,半 锥角为 θ,弹身质量为 *m*₁.图 2(b)给出了弹体的受力 和运动状态,其在左端受到横向冲击载荷 *F*_t和轴向 冲击载荷 *F*_a的共同作用,图中 *x*_c 代表弹体质心与弹 身头部的距离, *u*₀ 和 α 分别为弹体头部的横向位移



$$\mu = \frac{m_0}{m_1 + m_0}$$
(1)

设弹体截面为圆形,弹身头部外径为*D*₀,如 图 2(a) 所示,可得距头部 *x* 处的弹身外径为

$$D = D_0 + 2x \tan \theta \tag{2}$$

设弹体由壳体和内部装药组成,密度分别为 ρ_s和ρ_p,壳体沿轴向保持均匀壁厚,壁厚为h,则针 对图 2(a)所示的头部外径为D₀、半锥角为θ的圆 形截面弹体,沿轴线方向上弹身任意位置处单位长 度弹体的质量,即线密度为

ρ

$$(x) = \rho_{\rm s} \cdot \pi h \cdot (D_0 + 2x \tan \theta - h) + \frac{1}{4} \rho_{\rm p} \cdot \pi (D_0 + 2x \tan \theta - 2h)^2$$
(3)

根据式 (3), 在未装药条件下, 弹体线密度呈线 性变化关系; 装药后, 线密度按二次函数变化. 为了 考察锥度对弹体线密度的影响, 设壳体密度为 $\rho_s =$ 7.9 g/cm³, 装药密度为 $\rho_p = 1.8$ g/cm³, 长径比为 $L/D_0 =$ 5, 径厚比为 $D_0/h = 10$. 在弹身头部外径 D_0 相同的条 件下, 根据上述弹体结构参数及式 (3), 分别计算了 $\theta = 3°和 5°时弹体的线密度变化关系, 结果如图 3 所$ $示. 其中, <math>\bar{\rho}$ 为无量纲线密度

$$\bar{\rho} = \frac{\rho(x)}{\rho_{\rm s} \cdot \pi h \cdot (D_0 - h)} \tag{4}$$

图 3 中同时给出了弹体线密度的线性回归分析 结果,其中 R² 代表线性回归模型对数据的拟合优度. 可见,在该参数条件下 R² > 0.99,表明线性拟合度极

(5b)



Fig. 3 Linear density of conical projectile

佳.因此,为了便于理论推导,将锥型弹体弹身沿轴 线方向的线密度简化为以下线性关系

$$\rho(x) = \rho_0(1 + k \cdot x) \tag{5a}$$

式中, ρ_0 为弹身头部线密度, k 为拟合线密度变化系数. 由图 3 可得, 弹体锥度越小, 拟合效果越好.

根据式 (5a), 当弹体直径 D_0 及其他无量纲结构 参数一定时, 不同锥度的弹体线密度的线性简化误 差主要受 k 影响. 为了探究 k 对弹体内力分布规律 的影响, 以 $\theta = 4.5^{\circ}$ 为例, 其余弹体结构参数同上, 可 得在该结构参数下弹体的实际线密度 $\rho_r(x)$. 设在弹 身某位置 x_1 处, 有

$$\rho_{\rm r}(x_1) = \rho_0(1 + k_{\rm r} \cdot x_1)$$

式中, k_r 为实际线密度变化系数, 根据 $0 < x_1 \leq L$, 可得 2.757 $\leq k_r \leq 3.073$. 图 4(a) 和图 4(b) 中以线性拟合结果为基准, 分别给出了 $\theta = 4.5^{\circ}$ 弹体的无量纲弯矩和轴力的分布规律, 同时给出了k介于 2.757~3.073时的误差. 可见, 在弹身跨度内, 弯矩和轴力的最大相对误差分别为 2.5% 和 1.8%, 在可接受范围内.

对弹身线密度进行线性简化后,可得弹身总质









量及弹体头部质量系数分别为

$$m_1 = \rho_0 L \cdot \left(1 + \frac{1}{2}kL\right), \quad \mu = \frac{m_0}{m_0 + \rho_0 L(1 + 0.5kL)} \quad (6)$$

弹体的质心位置 x_c和相对质心的转动惯量 J_c分别为

$$x_{\rm c} = \frac{L}{2}(1-\mu) \cdot \frac{1+\frac{2}{3}kL}{1+\frac{1}{2}kL}$$
(7a)

$$J_{\rm c} = \frac{\rho_0 L^3}{12} \left[\frac{(4+3kL)\left(1+\frac{1}{2}kL\right) - 3(1-\mu) \cdot \left(1+\frac{2}{3}kL\right)^2}{\left(1+\frac{1}{2}kL\right)} \right]$$
(7b)

1.2 变截面自由梁结构动力响应模型

如图 2(b) 所示, 当弹体左端部受到横向冲击载 荷 F_t时, 假设结构未发生塑性失效, 且忽略弹性变 形, 则在小位移范围内, 其动量和动量矩方程为

$$F_{t} = (m_{0} + m_{1}) \cdot (\ddot{u}_{0} - \ddot{\alpha}x_{c})$$

$$F_{t}x_{c} = J_{c} \cdot \ddot{\alpha}$$
(8)

由上式可解得

$$\ddot{u}_0 = \frac{F_t}{\rho_0 L} \cdot A, \qquad \ddot{\alpha} = \frac{6F_t}{\rho_0 L^2} \cdot B \tag{9a}$$

式中, A 和 B 为无量纲系数

$$A = \frac{(1-\mu)(4+3kL)}{(4+3kL)\left(1+\frac{1}{2}kL\right)-3(1-\mu)\left(1+\frac{2}{3}kL\right)^{2}}$$

$$B = \frac{(1-\mu)\left(1+\frac{2}{3}kL\right)}{(4+3kL)\left(1+\frac{1}{2}kL\right)-3(1-\mu)\left(1+\frac{2}{3}kL\right)^{2}}$$
(9b)

则自由梁任意位置 x 处的质点加速度为

$$\ddot{u} = \frac{AF_{\rm t}}{\rho_0 L} - \frac{6F_{\rm t}}{\rho_0 L^2} \cdot Bx \tag{10}$$

梁的内力控制方程为

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = -\rho\ddot{u}, \quad \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q \tag{11}$$

式中, Q和 M 分别为 x 处截面的剪力和弯矩. 边界条件为

$$x = 0$$
 时, $Q = Q_0 = F_t - m_0 \ddot{u}_0 = F_t \cdot C$ (12a)

式中, C 为头部集中质量的弯矩传递系数

$$C = \frac{(1-\mu)\left[1+kL+\frac{1}{6}(kL)^2\right]}{(4+3kL)\left(1+\frac{1}{2}kL\right)-3(1-\mu)\left(1+\frac{2}{3}kL\right)^2}$$
(12b)

根据式 (11) 和式 (12), 可得到自由梁的剪力和 弯矩分布如下

$$\frac{Q}{F_{\rm t}} = C \left[1 + \frac{2kL\left(1 + \frac{2}{3}kL\right)\bar{x}^3 + \frac{6 - 3(kL)^2}{2}\bar{x}^2 - (4 + 3kL)\bar{x}}{1 + kL + \frac{1}{6}(kL)^2} \right]$$
(13a)

$$\frac{M}{F_{t}L} = C \left[\frac{kL}{2} \left(1 + \frac{2}{3}kL \right) \bar{x}^{4} + \frac{6 - 3(kL)^{2}}{6} \bar{x}^{3} - \frac{(4 + 3kL)}{2} \bar{x}^{2}}{1 + kL + \frac{1}{6}(kL)^{2}} + \bar{x} \right]$$
(13b)

式中, $\bar{x} = x/L$ 为无量纲截面坐标. 当头部质量系数 $\mu = 0$,线密度拟合参数 k = 0时,上式即可退化为等 截面自由梁模型的剪力与弯矩分布,结果与朱超^[21] 的研究一致.

当
$$Q = 0$$
 时, 弯矩 M 取极值, 解得此时的根为
 $\bar{x}_1 = 1$
 $\bar{x}_{2,3} = \left(\frac{1}{6}K^2 - 2K - 3\right) \pm \sqrt{\frac{11}{12}K^4 + 6K^3 + \frac{49}{3}K^2 + 20K + 9}/4K\left(1 + \frac{2}{3}K\right)\right)$ (14)

式中, K = kL, \bar{x}_2 取正值. 显然, $M(\bar{x}_1) = 0$, 有效根应满 足 $0 < \bar{x} < 1$, 故最大弯矩为 $M(\bar{x}_2)$.

考虑到该自由梁左端部同时受轴向冲击载荷 F_a作用,根据式(6)得到弹体的质量分布,进一步得 轴力分布如下

$$\frac{N}{F_{a}} = (1-\mu) \cdot \frac{\left(1-\frac{x}{L}\right) \left[1+\frac{k(L+x)}{2}\right]}{1+\frac{kL}{2}}$$
(15)

采用上述公式, 计算了 $\rho_s = 7.9 \text{ g/cm}^3$, $\rho_p = 1.8 \text{ g/cm}^3$, $L/D_0 = 5$, $D_0/h = 10$ 和 $\mu = 0$ 的弹体结构参数下, 不同锥度弹体的无量纲弯矩和轴力分布规律, 结果分别如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 可见, 随着 θ 的增大, 弹身跨度内的弯矩与轴力均逐渐增大. 当 θ 从 0°增加到 4.5°, 弹体的最大弯矩增大 28%, 且最大弯矩位置略往弹体尾部移动. 由图 4(b) 及式 (15) 可知, 当 $\theta = 0$ °时, 弹体的轴力呈线性分布; $\theta \neq 0$ °时, 轴力分布按二次函数形式变化, 且当 θ 从 0°增加到 4.5°后, 弹身跨中位置的轴力增大 20%.

图 4(c) 和图 4(d) 给出了 θ = 3°条件下不同头部 质量弹体的内力分布规律.由式 (12b)、式 (13b) 和 式 (15) 可知, 头部集中质量分担了一部分冲击载荷, 降低了弹身的动态响应幅值, 但是不影响弹体的内力分布规律.因此, 如图 4(c) 和图 4(d) 所示, 头部质量占比越大, 弹体各位置的内力越小.

1.3 变截面自由梁结构的失效模型

在真实情况下,弹体结构的主要承载部分为壳体,针对圆形截面弹体,其壳体截面为圆环形.余同希等^[27]基于材料刚塑性假设,给出了圆环形截面梁 在轴力和弯矩共同作用下的完全塑性屈服极限的近 似解如下

$$\psi_{\rm p} = \frac{M}{M_{\rm P}} - \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{N}{N_{\rm Y}}\right) \tag{16a}$$

式中, N和 M分别为截面的轴力和弯矩, N_Y为弹性极限轴力, M_p为塑性极限弯矩

$$N_{\rm Y} = \pi dh \sigma_{\rm Y}$$

$$M_{\rm P} = d^2 h \sigma_{\rm Y}$$
(16b)

式中, d 为圆环中径, σ_Y 为材料屈服强度.

此前基于自由梁模型得到的弹体轴力 N 与弯矩 M 是壳体和装药的总和,而上述屈服函数仅针对壳体结构,因此,需要给出排除装药后壳体承担的弯矩 M_s和轴力 N_s.在装药条件下,弹体内部的弯矩主要由壳体部分承担,因此可认为 M_s = M. 与弯矩不同,弹体内的轴力主要为压力,需要排除内部装药的承担部分,在式 (15) 的基础上,可得壳体承受的轴力

$$\frac{N_{\rm s}}{F_{\rm a}} = (1-\mu) \frac{\rho_{\rm 0-s} \left[1 + \frac{1}{2} k_{\rm s} L - \bar{x} \left(1 + \frac{1}{2} k_{\rm s} x \right) \right]}{\rho_0 \left(1 + \frac{1}{2} k L \right)} \tag{17a}$$

式中, *ρ*_{0-s} 为壳体头部线密度, *k*_s 为沿轴线方向上壳体线密度的变化系数

$$\rho_{0-s} = \rho_s \pi h (D_0 - h), \quad k_s = \frac{2 \tan \theta}{D_0 - h}$$
(17b)

在上述公式基础上,设横向载荷和轴向载荷指 数分别为

$$\bar{m} = \frac{F_{\rm t}L}{M_{\rm P0}}, \quad \bar{n} = \frac{F_{\rm a}}{N_{\rm Y0}} \tag{18}$$

式中, N_{Y0} 和 M_{P0} 分别为锥形弹体壳体头部截面的 弹性极限轴力和塑性极限弯矩, $N_{Y0} = \pi (D_0 - h) h \sigma_Y$, $M_{P0} = (D_0 - h)^2 h \sigma_Y$.

以塑性极限式(16a)为屈服函数,代入上述分

析得到的壳体弯矩 *M*_s 和轴力 *N*_s,得到壳体的屈服 函数

$$\psi_{\rm p}(x) = \bar{m} \cdot \frac{M_{\rm s}(x)}{F_{\rm t}L} \left[\frac{D_0 - h}{D(x) - h} \right]^2 - \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \bar{n} \frac{N_{\rm s}(x)}{F_{\rm a}} \frac{D_0 - h}{D(x) - h} \right]$$
(19)

图 5(a) 给出了 $\rho_s = 7.9 \text{ g/cm}^3$, $\rho_p = 1.8 \text{ g/cm}^3$, $\mu = 0.2$, $\theta = 3^\circ$, $L/D_0 = 5 \approx D_0/h = 10$ 的弹体结构, 在 $\bar{m} = 5$ 时, 不同轴向载荷指数 \bar{n} 条件下屈服函数的分 布情况.可见, 随着头部轴向冲击载荷的增加, 其屈 服函数值不断提高, 且峰值位置会逐渐往头部移动. 图 5(b) 给出了不同轴向载荷指数 \bar{n} 下的极限横向载 荷指数以及屈服点位置.可见, 轴力越大, 极限弯矩 越小, 且屈服点位置越接近弹身头部.



1.4 动力响应模型的试验验证

考虑到目前尚未有锥形弹体高速斜侵彻下结构 变形和失效的试验结果报道,在此仅以等截面小尺 寸弹体的相关实验对上述理论分析进行部分验证, 更深入的分析验证将在下节通过仿真进行.王一楠 等^[18] 开展了小尺寸缩比弹体对混凝土靶的小攻角 侵彻试验,获得了弹体在侵彻过程中的失效情况. 图 6 给出了其中两发典型弹体的回收照片,弹体材 料为高强钢,弹体的速度≥1200 m/s,两发弹体的攻 角为 0.17°~0.28°. 弹体的断裂失效发生位置位于头 部与弹身 1/3 长度之间. 由图 4(a)可知,等截面弹体 的最大弯矩位置位于距离弹身头部 *L*/3 处. 而考虑 轴力和弯矩的耦合作用,失效位置将向头部移动. 可 见,回收弹体的断裂位置基本符合理论模型的预测.



(a) D1, 30CrMnSiNi2A, $v_s = 1308$ m/s



图 6 试验弹体回收照片^[18] Fig. 6 Post-test photographs of experimental projectile^[18]

2 头部受集中冲击载荷弹体的仿真研究

2.1 数值仿真模型

为了进一步验证理论模型的合理性和准确性, 并且深入分析弹体结构响应的细节,利用非线性有

限元程序 Abagus/Explicit 开展了锥形弹体受头部集 中冲击载荷的数值仿真.考虑结构的对称性,以弹体 的轴向中心剖面为对称面,采用 1/2 模型进行计算. 如图 7 所示, 分别建立了半锥角为 0°和 2°的圆形截 面弹体仿真模型,代号分别为 T0 和 T2 (T0 代表半 锥角 θ=0°). 弹体包括壳体、模拟装药和尾盖 3 部 分,详细结构参数如表1所示,其中,r₀为弹身头部 半径, m, 为弹体质量, 以C3 D8 R 单元划分网格, 单 元平均尺寸为2mm,并在结构的对称面上施加对称 边界条件,壳体与尾盖均为合金钢材料,密度为 7.85 g/cm³, 采用 Johnson-Cook 强度模型, 具体参数 见表 2, 其中 E 为弹性模量, v 为泊松比, éo 为参考应 变率, A 为准静态屈服强度, B 和 n 为应变硬化常数, C为应变率常数, m为温度软化系数. 根据刘晓明等^[29] 的研究,模拟装药可采用线弹性模型,其中密度为 1.8 g/cm³, 弹性模量为 10 GPa, 泊松比为 0.19.

如图 7 和图 8 所示,为了便于分析弹体结构响 应,将弹体头部和弹身分开建模,且对 T0 和 T2 两种 弹体模型采取相同的加载方式.为贴近弹体侵彻时 的实际载荷环境,在仿真模型的弹头曲面上同时施 加横向和轴向集中力.如图 8 所示,以"Coupling"的 方式将弹头外表面上的全部节点与某一参考点耦合 约束,在参考点上施加轴向集中力 F_a.考虑到弹体受 横向冲击载荷时仅有一侧受力,因此横向集中力 F_t的参考点只与弹头外表面上半部分的节点进行耦 合.设两个集中力大小相同,载荷时间曲线如图 9 所 示,上升沿时间和下降沿时间相等,均为 t_p.平台段载 荷大小为 100 kN 和 1000 µs 时开始卸载.



Fig. 7 Numerical simulation Model

表1 仿真模型的结构参数

| Table 1 Structural parameters of two simulation models | | | | | | |
|--|-------|--------------|-------|------|-------------------|--------------------|
| Model | r₀/mm | <i>h</i> /mm | θ/(°) | L/mm | m_0/kg | m ₂ /kg |
| Т0 | 12 75 | 0 | 0 | 2/2 | 2.30 | 10.98 |
| T2 | 43.73 | 0 | 2 | 545 | 2.26 | 13.24 |

表 2 弹体 35 CrMnSi 材料参数^[28]

| Table 2 | Material para | ameters of 35 Criv | InSI |
|-----------|---------------|--------------------|-------|
| Parameter | Value | Parameter | Value |
| E/GPa | 210 | п | 0.479 |
| v | 0.3 | т | 1 |
| A/MPa | 1300 | С | 0.04 |



 $\dot{\varepsilon}_0/\mathrm{s}^{-1}$

 1×10^{-3}

346





2.2 结果分析

B/MPa

通过研究发现, 弹体的内力时程曲线表现出明显的振荡特征, 根据文献 [30], 对于图 9 所示的斜坡加载方式, 可通过缩小上升段斜率减弱数据的振荡效果. 因此, 在不同 t_r 条件下, 通过数值模拟得到了 弹体的内力随时间的变化. 在此方面, T0 和 T2 两种 弹体的计算结果表现出的规律相似, 此处仅以 T2 弹体的结果为例进行说明. 根据理论模型可得, T2 弹体在距头部 0.34L 位置的弯矩最大. 通过数值模拟, 分别得到了不同 t_r 下弹体 0.34L 处轴力和弯矩随时间的变化规律, 结果如图 10 所示. 据图可知, 当 0 < $t < 1000 \, \mu s$ 时, 轴力和弯矩均在某一正值附近周期性



振荡,其中,弯矩的振荡周期较长,约为 500 μs;当 t> 1000 μs 时,两者在 0 周围振荡.此外,加载过程越缓, 内力曲线的振荡越弱,当载荷上升沿时间增加到 t_r = 500 μs 时,振荡效果显著减小,弹体内力随时间的变 化趋于稳定,研究发现这与动态载荷作用下弹体结 构振动效应有关.对 T2 弹体模型进行了模态分析, 结果表明弹体一阶弯曲振动的固有频率为 2 331.7 Hz, 当外部冲击载荷的 t_r = 500 μs 时,上升段瞬态频率低 于 2 331.7 Hz,因此振荡减弱.通过上述分析可得,当 外部载荷上升/下降沿时间大于弯矩曲线的振荡周 期时,可以得到较为稳定的内力计算结果.

考虑到本文基于刚塑性自由梁理论得到的载荷 分布为稳态解,而由图 10 可知,在 t_r = 500 µs 条件 下,当外部载荷到达平台值后,弹体的内力进入稳定 状态.因此,为了验证理论模型,本文以 t_r = 500 µs 时 的内力计算结果进行后续分析.在 t_r = 500 µs 条件 下,通过后处理提取了 800 µs 内不同时刻下 T2 弹 体各位置的内力,结果如图 11 所示.由图 11 可知, 从 600 µs 开始,弹体内力分布趋于稳定,仅在理论解 附近小幅度变化.根据以上分析,600 µs 时的内力结 第7期

果具有很好的代表性.

由上述分析可知,可在 t_r = 500 µs 条件下,以 600 µs 时弹体内力的分布结果对理论模型进行验证. 首先,通过数值模拟,分别得到了 600 µs 时 T2 弹体 整个结构和壳体部分的弹身段的弯矩分布,如图 12 所示.可见,弹体结构弯矩的绝大部分由壳体部分承 担,进一步印证了 1.3 节中对于壳体弯矩 M_s 的处理





图 11 不同时刻下 T2 弹体内力分布





Fig. 12 Comparison of bending moment distribution



图 13(a)~图 13(b)分别给出了上述条件下



T0 和 T2 两种弹体的壳体部分弯矩分布规律,并与 理论模型结果进行了对比.根据理论模型,随锥角增 大,最大弯矩值提高,最大弯矩位置后移,据图可知, 数值模拟结果也有相同的规律.此外,注意到前半段 理论模型的预测弯矩较大,后半段较小,弯矩分布曲 线整体朝头部方向移动,这是由于理论模型中忽略 了弹头的空间尺寸,因此理论模型给出的最大弯矩 位置与数值模拟结果之间存在一定误差.同时,由于 对弹头的简化考虑,理论模型中弹身头部为自由端, 弯矩为 0. 实际上弹身头部并非自由端,该位置截面 上仍有一定弯矩作用.

表 3 给出了最大弯矩值、最大弯矩位置的理论 模型和数值模拟结果的对比,其中 *M*_{max} 为最大弯矩 值, *x*_M 为最大弯矩位置.如表所示,理论模型可以较 为准确地预测壳体的最大弯矩值,相对误差在 11% 以内,对弹体内部最大弯矩位置的预测误差在 16% 以内.

通过后处理提取了 600 µs 时时 T0 弹体和 T2 弹体壳体部分各位置的轴力,结果分别如图 13(c) 和 图 13(d) 所示, 图中同时给出了理论模型的计算结 果. 可以看到理论模型给出的轴力分布在弹体头部 位置低于数值模拟结果,并且对于 T2 弹体,数值模 拟得到的轴力在其尾部位置突然增大,造成理论值 明显低于数值模拟结果. 出现上述误差的原因是壳 体装药空腔的头部和尾部为过渡设计,其中T2模型 轴力突增的位置对应弹身段装药空腔与尾盖之间的 过渡位置,如图7(b)所示.此处壁厚为渐变设计,而 在理论模型中为简化分析以均匀壁厚考虑,因此对 弹身质量的预估偏小,从而导致头部质量系数的计 算结果与实际值相比偏大.由式(17a)可知,头部质 量系数偏大会使轴力偏小,因此理论模型在弹身首 尾两处对轴力的预测值偏小.整体来看,理论模型和 数值模拟结果能够较好吻合.

| Table 3 | Comparison | of the | distribution | of bending mon | ient |
|---------|------------|--------|--------------|----------------|------|
| | | | | | |

| Tuere s companison of the alpha and of contains moment | | | | | |
|--|---------------------|------------|--------|------------------|--|
| Model | | Simulation | Theory | Relative error/% | |
| Т0 | $\bar{M}_{\rm max}$ | 0.063 | 0.068 | 7.94 | |
| | \bar{x}_M | 0.388 | 0.333 | -14.18 | |
| T2 | $\bar{M}_{\rm max}$ | 0.075 | 0.083 | 10.67 | |
| | \bar{x}_M | 0.408 | 0.344 | -15.69 | |

3 参数影响的分析与讨论

报

基于上述理论模型,本节进一步分析了弹体结构的主要设计参数即头部形状系数 *CRH* (caliberradius-head)、长径比、径厚比和锥度等因素对弹体 结构响应的影响规律.需要注意的是,理论模型建立 在结构小位移的假设下,而本节参数影响分析的前 提是理论模型与数值模拟结果的一致性.图 14 给出 了 *t*_r = 500 µs 条件下 T2 弹体 600 µs 时的结构位移 和转角,可见弹身头部相对尾部的位移和转角大约 为 3.2 mm 和 0.56°,可以认为满足理论模型的小位 移前提.考虑到弹体位移与载荷作用时间密切相关, 因此外部载荷作用时间不宜过长.



3.1 弹体头部形状系数的影响

在其他参数保持不变的条件下, 弹体头部形状 系数 *CRH* 会直接影响头部集中质量 m_0 , 进而影响 头部质量系数 μ , 最终影响弹体的内力分布. 如图 15 所示, 设弹身头部截面半径为 r_0 , 尖卵形头部为实心 截面, 其母线圆弧半径为 R_h , 长度为 L_h , 弹头与弹身 的外表面在过渡处相切. 设 *CRH* = χ , 根据 *CRH* 定 义^[31], 有

$$\chi = \frac{R_{\rm h}}{2r_0} \tag{20}$$

根据图 15 所示的几何关系,可得

 $L_{\rm h} = \sqrt{(R_{\rm h}\sin\theta)^2 + 2r_0R_{\rm h}\cos\theta - r_0^2} - R_{\rm h}\sin\theta \qquad (21)$

则弹体头部集中质量为



Fig. 15 Section of projectile head

$$m_0 = \rho_{\rm s} \pi \int_0^{L_{\rm h}} r_x^2 {\rm d}x$$
 (22)

式中,r,为弹头在任意位置横截面的半径

$$r_x = \sqrt{(R_{\rm h}\cos\theta)^2 - x^2 - 2xR_{\rm h}\sin\theta - R_{\rm h}\cos\theta + r_0}$$

根据前述分析, 弹体头部集中质量降低了弹体的内力幅值, 但不影响其分布规律. 根据式 (13b) 和 (17a), 头部集中质量对弹体弯矩和轴力分布的影响分别由系数 C 和 k_N 决定. 其中, C 由式 (12b) 给出; k_N 为头部集中质量的轴力传递系数

$$k_{\rm N} = 1 - \mu \tag{23}$$

为了分析 *CRH* 对弹体内力分布的影响规律, 对 壳体密度 $\rho_s = 7.9 \text{ g/cm}^3$, 装药密度 $\rho_p = 1.8 \text{ g/cm}^3$, $\theta = 2^\circ$, $D_0/h = 10$ 和 $L/D_0 = 5$ 的弹体结构, 在弹身头部外 径 D_0 不变的条件下, 通过上述公式, 计算了不同 *CRH* 下的 *C* 和 k_N 两个系数, 结果如图 16 所示.其 中, *CRH* 的范围参考了文献 [32] 试验, 其范围为 0~ 6.25, 针对尖卵形弹头, 本文讨论的 *CRH* 范围为 0.5~6. 据图, 弹体头部形状系数越大, 传递到结构的 内力越小.其中, 对于弯矩传递系数 *C*, 当 *CRH* < 3 时, 内力水平下降迅速; 而当 *CRH* > 4 后, 下降速度 减缓. 实际上, 弹体设计过程中 *CRH* 的选择主要出 于对侵彻性能的要求^[33], 此处对 *CRH* 的探讨可从降 低结构内力的角度提供一定参考.





3.2 锥度的影响

由 1.2 节分析可知, 弹体锥度会明显影响其内力 分布规律. 对壳体密度 $\rho_s = 7.9 \text{ g/cm}^3$, 装药密度 $\rho_p =$ 1.8 g/cm³, $D_0/h = 10$, $L/D_0 = 5$ 和 CRH = 3 的弹体结 构, 设其弹身头部外径 D_0 保持不变, 在不同锥度下 对头部质量系数 μ 和弯矩传递系数 C 进行了计算, 结果如图 17(a) 所示. 其中, 锥度的取值范围参考了 文献 [34] 试验, 其弹体的最大半锥角为 θ = 4°. 由图 可见, 随着 θ 的增大, 弹身质量增大, 而头部集中质 量基本不变, 从而使头部质量系数 μ 减小, 导致头部 集中质量对结构弯矩的传递系数 C 增大. 设横向载 荷指数 m = 5, 轴向载荷指数 n = 0.4, 计算了不同锥 度弹体的屈服函数的分布情况, 结果如图 17(b) 所 示. 可见, 当弹体锥度增大时, 最大屈服函数值降低, 结构偏向安全, 危险位置向弹身头部移动. 考虑到在 图 17(b) 中所示的危险位置发生弯曲失效的概率更 大, 因此可采取在弹体危险位置加筋并避免截断, 以 此来保证弹体的抗弯刚度.



3.3 长径比与径厚比的影响

根据弹体结构动力响应模型,在外部载荷、弹体直径 D₀,以及其他无量纲结构参数保持不变的条件下,长径比越大,弹体越易出现塑性弯曲.万文乾等^[35]的研究表明,从抗弯能力方面考虑,弹体的长径比不宜超过 8.此处设弹体半锥角 θ = 2°,长径比 L/D₀范围为 5~8,其余参数同 3.2 节,设横向载荷指 数 $\bar{m} = 5$,轴向载荷指数 $\bar{n} = 0.4$,计算了不同长径比 弹体的屈服函数分布情况,结果如图 18(a)所示.可 见,当长径比从 5 增大为 8 后,屈服函数值提高,结 构偏向危险,但无量纲危险位置基本保持不变,根据 理论模型,弹体结构偏向危险与内力增大有关.在弹 体直径 D_0 及其他无量纲结构参数保持不变的条件 下,长径比增大即弹身长度增大,弹身质量增大,而 弹体头部质量不变,因此头部质量系数减小,所以传 递到结构的内力增大.另一方面,根据式(13b),弹身 长度增大会直接增大弹身内部弯矩,因此弹体更容 易发生弯曲.

图 18(b) 给出了不同轴向载荷下长径比对横向 临界载荷 *F_{cr}* 的影响规律,其中 *F_{cr}* 由式 (13b)、 (17a) 和式 (19) 联立可得.可见,随长径比增大,横向 临界载荷 *F_{cr}* 显著降低,如*n* = 0.4 时,当 *L/D*₀ 从 5 增加到 8 后,*F_{cr}* 降低 47%.这不仅与弹体长径比增 大导致弹体内部弯矩增大有关,而且如前所述,长径 比增大也会导致弹体内部轴力提高,从而通过屈服 函数式 (19) 影响横向临界载荷. 当弹体直径 D₀ 及其他无量纲结构参数保持不 变时,弹体径厚比变化会直接影响弹身质量,从而影 响弹体的无量纲内力分布.此处,设弹体半锥角 θ = 2°,除径厚比外其余参数同 3.2节,在不同径厚比条 件下计算了弹体无量纲内力的分布情况,结果如 图 19 所示.可见,随径厚比 D₀/h 增大,弹体各位置 的内力水平均有所降低,其中,当 D₀/h 从 10 增大到 30 后,最大轴力降低 51.8%,最大弯矩降低 21%,但 最大弯矩位置基本不变.这是因为在其他参数及弹 身头部外径 D₀ 相同的条件下,随径厚比 D₀/h 增大, 弹身质量减小,头部质量系数增大,从而使传递到结 构的内力减小.

同时,由式 (16b) 可知,弹身壳体的弹性极限轴 力 N_Y 和极限塑性弯矩 M_P 会随壳体壁厚减小而减 小.因此,为探究径厚比对弹体屈服情况的影响,针 对径厚比为 D₀/h = 5 的弹体,设其横向载荷指数 m̄ = 5,轴向载荷指数 n̄ = 0.4, 通过式 (19) 计算了弹体屈









服函数的分布情况, 然后在保证载荷相同的条件下, 对其余径厚比的弹体的屈服函数进行了计算, 结果 如图 20 所示. 可见, 随径厚比增大, 弹体无量纲危险 位置基本不变, 但是当 *D*₀/*h* 从 10 增大到 30 后, 最 大屈服函数值明显提高, 表明结构危险程度严重加剧.



图 20 径厚比对屈服函数分布的影响 Fig. 20 Influence of diameter-to-thickness ratio on yield function

根据以上分析,长径比或径厚比越大,弹体在危险位置越易发生塑性弯曲或失效,为了确保弹体的结构设计安全,除在弹体危险位置加筋外,还可采用渐变径厚比设计.根据图 17(b)、图 18(a) 和图 20,危险位置位于弹身前 1/3 段,可增大此段壁厚以增强抗弯刚度,而弹体尾部的屈服函数值较低,因此可适当减小弹体尾部的壁厚,根据图 19(a),此举也可降低惯性载荷.

4 结论

针对非正侵彻过程中弹体的结构强度问题,开 展了锥形弹体头部受冲击载荷时的结构动力响应模 型和失效规律研究,并进行了数值模拟验证.在此基 础上,深入分析了弹体头部形状系数、锥度、长径 比和径厚比等参数对弹体结构屈服函数和临界载荷 的影响规律.主要结论如下.

(1)基于空间自由梁理论,建立了头部受轴向和 横向冲击载荷耦合作用下锥形弹体的结构内力分布 解析模型和塑性极限函数,可用于对锥形弹体非正 侵彻条件下结构动态强度的分析和评估.

(2)数值模拟研究发现弹体内力表现出一定程度的振荡特性,振荡强弱与外部载荷的上升时间有关:当载荷上升时间接近弹体内部弯曲振动周期时, 弹体内力会在加载后快速稳定.此时,数值模拟获得的内力结果与自由梁模型的计算结果具有较好的一致性. (3) 锥形弹体头部质量的存在降低了弹体受冲 击时弹身的内力幅值, 但不影响其分布规律. 在弹体 头部直径和其他无量纲参数不变的条件下, 弹体头 部形状系数减小、锥度增大、径厚比减小或长径比 增大, 都会降低头部质量占比, 使头部集中质量对结 构内力的传递系数增大, 造成传递到结构的内力增大.

(4) 在轴力和弯矩的耦合作用下, 锥形弹体的危险位置位于弹身前 1/3 段, 且轴力越大或锥度越大, 危险位置越靠前.因此, 对于锥形弹体, 要注重加强 弹体前 1/3 段的抗弯刚度, 也可采用渐变径厚比以 优化结构设计.

数据可用性声明

支撑本研究的科学数据已在中国科学院科学数 据银行 (Science Data Bank) ScienceDB 平台公开发 布,访问地址为 https://www.doi.org/[10.57760/ sciencedb.j00140.00052] 或 http://resolve.pid21.cn/ [31253.11.sciencedb.j00140.00052].

🖻 考 文 献

- 1 黄小容,陈云伟,周海晨. 全球高超声速技术发展态势分析. 中国 科学院院刊, 2024, 39(6): 1106-1120 (Huang Xiaorong, Chen Yunwei, Zhou Haichen. Analysis on development trend of global hypersonic technology. *Bulletin of Chinese Academy of Sciences*, 2024, 39(6): 1106-1120 (in Chinese))
- 2 蒋腾, 武海军, 邓希旻等. 变截面弹体斜侵彻两层间隔钢靶弹道特性. 兵工学报, 2025, 46(2): 192-207 (Jiang Teng, Wu Haijun, Deng Ximinin, et al. Study on ballistic characteristics of variable cross-section projectile obliquely penetrating two-layer spacer steel target. Acta Armamentarii, 2025, 46(2): 192-207 (in Chinese))
- 3 韩明海, 刘闯, 李鹏程等. 弹体高速侵彻花岗岩靶体的结构响应特 性. 爆炸与冲击, 2025, 45(1): 104-124 (Han Minghai, Liu Chuang, Li Pengcheng, et al. A study on structural response characteristics of projectile penetrating on granite target. *Explosion and Shock Waves*, 2025, 45(1): 104-124 (in Chinese))
- 4 陈小伟,杨世全,何丽灵.动能侵彻弹体的质量侵蚀模型分析.力 学学报,2009,41(5): 739-747 (Chen Xiaowei, Yang Shiquan, He Liling. Modeling on mass abrasion of kinetic energy penetrator. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(5): 739-747 (in Chinese))
- 5 Forrestal MJ, Frew DJ, Hickerson JP, et al. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements. *International Journal* of Impact Engineering, 2003, 28(5): 479-497
- 6 Frew DJ, Forrestal MJ, Cargile JD. The effect of concrete target diameter on projectile deceleration and penetration depth. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 32(10): 1584-1594

力

- 7 杜华池,张先锋,刘闯等. 弹体斜侵彻多层间隔钢靶的弹道特性. 兵工学报, 2021, 42(6): 1204-1214 (Du Huachi, Zhang Xianfeng, Liu Chuang, et al. Trajectory characteristics of projectile obliquely penetrating into steel target with multi-layer space structure. *Acta Armamentarii*, 2021, 42(6): 1204-1214 (in Chinese))
- 8 Jones N, Wierzbicki T. Dynamic plastic failure of a free-free beam. *International Journal of Impact Engineering*, 1987, 6(3): 225-240
- 9 Yu TX, Yang JL, Reid SR, et al. Dynamic behaviour of elasticplastic free-free beams subjected to impulsive loading. *International Journal of Solids and Structures*, 1996, 33(18): 2659-2680
- 10 Yang JL, Yu TX, Reid SR. Dynamic behaviour of a rigid, perfectly plastic free-free beam subjected to step-loading at any cross-section along its span. *International Journal of Impact Engineering*, 1998, 21(3): 165-175
- 11 Yang JL, Xi F. Experimental and theoretical study of free-free beam subjected to impact at any cross-section along its span. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(7): 761-781
- 12 Yang JL, Xi F. Dynamic Response of an elastic-plastic free-free beam subjected to impact at any cross-section along its span. *Key Engineering Materials*, 2000, 177-180: 273-278
- 13 Ahmed TU, Ramachandra LS, Bhattacharyya SK. Elasto-plastic response of free–free beams subjected to impact loads. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(7): 661-681
- 14 Ahmed TU, Ramachandra LS, Bhattacharyya SK. Elasto-plastic response of a free-free beam subjected to pulse loads at any cross-section. *International Journal of Crashworthiness*, 2001, 6(1): 83-94
- 15 陈柏翰, 邹慧辉, 沈子楷等. 侵彻弹体冲击响应模型研究进展. 现 代应用物理, 2024, 15(6): 3-28, 36 (Chen Baihan, Zou Huihui, Shen Zikai, et al. Research progress of impact response models for penetrating projectile. *Modern Applied Physics*, 2024, 15(6): 3-28, 36 (in Chinese))
- 16 皮爱国,黄风雷. 大长细比弹体斜侵彻混凝土靶的动力学响应. 爆 炸与冲击, 2007, 27(4): 331-338 (Pi Aiguo, Huang Fenglei. Dynamic behavior of a slender projectile on oblique penetrating into concrete target. *Explosion and Shock Waves*, 2007, 27(4): 331-338 (in Chinese))
- 17 皮爱国,黄风雷. 大长细比动能弹体弹塑性动力响应数值模拟. 北 京理工大学学报, 2007(8): 666-670 (Pi Aiguo, Huang Fenglei. Numerical simulation of the elastic-plastic dynamic response of a slender kinetic energy penetrator. *Transactions of Beijing institute of Technology*, 2007(8): 666-670 (in Chinese))
- 18 王一楠,黄风雷,段卓平.小攻角条件下动能弹体高速侵彻混凝土 靶的弹体弯曲.爆炸与冲击,2010,30(6):598-606 (Wang Yinan, Huang Fenglei, Duan Zhuoping. Bending of kinetic energy projectile penetrating concrete target at high speed at small angle of attack. *Explosion and Shock Waves*, 2010, 30(6): 598-606 (in Chinese))
- 19 王景琛. 非圆截面弹体斜侵彻薄靶的结构动力响应研究. [硕士论 文]. 北京: 北京理工大学, 2022 (Wang Jingchen. Study on the dynamic response of non-circular cross-section projectile obliquely penetrating thin target. [Master's Thesis]. Beijing: Beijing Institute

of Technology, 2022 (in Chinese))

- 20 张欣欣, 武海军, 黄风雷等. 斜侵彻混凝土靶的刻槽弹体的结构响 应. 爆炸与冲击, 2019, 39(3): 80-85 (Zhang Xinxin, Wu Haijun, Huang Fenglei, et al. Structural response of the concrete target obliquely penetrated by a grooved-tapered projectile. *Explosion and Shock Waves*, 2019, 39(3): 80-85 (in Chinese))
- 21 朱超. 椭圆截面弹体斜侵彻典型靶标的动态响应与结构设计方法. [硕士论文]. 北京:北京理工大学, 2023 (Zhu Chao. Dynamic response and structural design method of elliptical cross-sectional projectile obliquely penetrating into typical targets. [Master's Thesis]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2023 (in Chinese))
- 22 刘波, 程祥利, 杨荷等. 基于弹-靶参数匹配的侵彻多层目标引信 载荷特性分析. 兵工学报, 2024, 45(7): 2240-2250 (Liu Bo, Cheng Xiangli, Yang He, et al. Analysis of load characteristics of fuze during penetrating a multi-layer target based on the matching relation of projectile and target. *Acta Armamentarii*, 2024, 45(7): 2240-2250 (in Chinese))
- 23 刘波,杨黎明,李东杰等. 侵彻弹体结构纵向振动频率特性分析. 爆炸与冲击, 2018, 38(3): 677-682 (Liu Bo, Yang Liming, Li Dongjie, et al. Analysis of axial vibration frequency for projectile structure in penetration. *Explosion and Shock Waves*, 2018, 38(3): 677-682 (in Chinese))
- 24 郑卓扬, 武海军, 董恒等. 大长径比弹体侵彻混凝土结构强度、稳定性及振动特性研究. 兵器装备工程学报, 2023, 44(11): 1-12 (Zheng Zhuoyang, Wu Haijun, Dong Heng, et al. Analysis on structural strength, stability and vibration characteristics of slender projectile on penetrating into concrete. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2023, 44(11): 1-12 (in Chinese))
- 25 郝慧艳,李晓峰,孙运强等. 侵彻过程弹体结构响应频率特性的分 析方法. 振动, 2013, 33(2): 307-310, 343 (Hao Huiyan, Li Xiaofeng, Sun Yunqiang, et al. Projectile structural response frequency characteristics analysis method in penetration process. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2013, 33(2): 307-310, 343 (in Chinese))
- 26 Shahba A, Rajasekaran S. Free vibration and stability of tapered Euler–Bernoulli beams made of axially functionally graded materials. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(7): 3094-3111
- 27 余同希, 斯壮 WJ. 塑性结构的动力学模型. 北京: 北京大学出版 社, 2002 (Yu Tongxi, Stronge WJ. Dynamic Models for Structural Plasticity. Beijing: Peking University Press, 2002 (in Chinese))
- 28 朱擎,李述涛,陈叶青等. 高强钢-钢筋混凝土复合防护结构厚度 极限计算方法. 力学学报, 2024, 56(7): 2077-2090 (Zhu Qing, Li Shutao, Chen Yeqing, et al. Calculation of the thickness limit of high-strength steel-reinforced concrete composite protective structures. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(7): 2077-2090 (in Chinese))
- 29 刘晓明,张世联,吴迪等.加筋板架和均质靶板抗截卵形动能弹穿 甲数值模拟研究.振动与冲击,2007(8):116-121,174 (Liu Xiaoming, Zhang Shilian, Wu Di, et al. Numerical simulation for the effect of broadside structure on resisting truncated-ogive nose projectile penetration. *Journal of Vibration and Shock*, 2007(8): 116-121, 174

(in Chinese))

- 30 Xia Y, Zhu J, Wang K, et al. Design and verification of a strain gauge based load sensor for medium-speed dynamic tests with a hydraulic test machine. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 88: 139-152
- 31 陈小伟,李小笠,陈裕泽等. 刚性弹侵彻动力学中的第三无量纲数. 力学学报, 2007, 39(1): 77-84 (Chen Xiaowei, Li Xiaoli, Chen Yuze, et al. The third dimensionless parameter in the penetration dynamics of rigid projectiles. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(1): 77-84 (in Chinese))
- 32 徐翔云, 冯顺山, 何翔等. 不同头部形状弹体高速侵彻混凝土试验研究. 北京理工大学学报自然版, 2013, 33(Z2): 113-116 (Xu Xi-angyun, Feng Shunshan, He Xiang, et al. Study on different nose profile projectiles penetration into concrete targets with high-velocity. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2013, 33(Z2): 113-116 (in Chinese))
- 33 陈小伟. 动能深侵彻弹的力学设计 (I): 侵彻/穿甲理论和弹体壁厚

分析. 爆炸与冲击, 2005(6): 499-505 (Chen Xiaowei. Mechanics of structural design of EPW(I): The penetration/Perforation theory and the analysis on the cartridge of projectile. *Explosion and Shock Waves*, 2005(6): 499-505 (in Chinese))

- 34 王浩, 武海军, 闫雷等. 椭圆横截面弹体斜贯穿双层间隔薄钢板失效模式. 兵工学报, 2020, 41(S2): 1-11 (Wang Hao, Wu Haijun, Yan Lei, et al. Failure mode of oblique perforation of truncated ogive-nosed projectiles with elliptic cross-section into double-layered thin steel plate with gap space. *Acta Armamentarii*, 2020, 41(S2): 1-11 (in Chinese))
- 35 万文乾, 龙源, 岳小兵等. 弹体长径比影响钢筋混凝土侵彻规律的 数值研究. 弹箭与制导学报, 2005, 25(2): 3 (Wan Wenqian, Long Yuan, Yue Xiaobing, et al. Ressearch on projectile's ratio of length to diameter influencing penetration of steel reinforced concrete by numerical simulation. *Journal of Projectiles. Rockets. Missiles and Guidance*, 2005, 25(2): 3 (in Chinese))