

基于自适应法向射线加密的笛卡尔网格流体仿真方法

邓 露, 宋伦继, 罗灿炎, 高 鹤, 毕 林

CARTESIAN GRID FLUID SIMULATION METHOD BASED ON ADAPTIVE NORMAL RAY REFINEMENT

Deng Lu, Song Lunji, Luo Canyan, Gao He, and Bi Lin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-25-073>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

可压缩流动问题笛卡尔网格模拟方法研究进展与展望

PROGRESS AND PROSPECTS OF CARTESIAN MESH SIMULATION METHODS FOR COMPRESSIBLE FLOW PROBLEMS

力学学报. 2025, 57(2): 285-314

基于格子玻尔兹曼方法的局部网格加密算法——粗细网格间的数据转换

LOCAL GRID REFINEMENT APPROACH FOR LATTICE BOLTZMANN METHOD: DISTRIBUTION FUNCTION CONVERSION BETWEEN COARSE AND FINE GRIDS

力学学报. 2023, 55(11): 2480-2503

爆轰驱动多介质问题的Lagrange多分区自适应数值模拟研究

MULTI-BLOCK LAGRANGIAN ADAPTIVE MESH REFINEMENT NUMERICAL SIMULATION ON THE MULTI-MATERIAL PROBLEM UNDER HIGH-EXPLOSIVE DETONATION DRIVING

力学学报. 2023, 55(11): 2675-2692

一类面向高阶精度自适应流动计算的流场插值方法

SOLUTION INTERPOLATION FOR HIGH-ORDER ACCURATE ADAPTIVE FLOW SIMULATION

力学学报. 2022, 54(6): 1732-1740

基于2D网格的轴对称浸没边界法

AN AXISYMMETRIC IMMERSED BOUNDARY METHOD BASED ON 2D MESH

力学学报. 2022, 54(7): 1909-1920

基于可拓决策法的车辆自适应避撞控制方法研究

EXTENSION-DECISION-BASED ADAPTIVE COLLISION AVOIDANCE CONTROL FOR VEHICLES

力学学报. 2023, 55(1): 213-222



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

基于自适应法向射线加密的笛卡尔网格流体仿真方法

邓露^{*,†} 宋伦继^{*} 罗灿炎^{**} 高鹤[†] 毕林^{†,1)}^{*}(兰州大学数学与统计学院, 兰州 730000)[†](空天飞行空气动力学科学与技术全国重点实验室, 四川绵阳 621000)^{**}(国防科技大学 高超声速技术实验室, 长沙 410073)

摘要 在黏性流动模拟中, 近壁流动在物面法向方向上的速度梯度远大于切线方向, 呈现出显著的各向异性特征. 传统的各向同性笛卡尔网格方法在捕捉边界层流动细节时面临网格数量剧增和计算效率下降的挑战. 针对这一问题, 提出了一种基于自适应法向射线加密 (adaptive normal ray refinement, ANRR) 的笛卡尔网格黏性流体仿真方法. 该方法的核心要义在于, 根据物面切线方向上的角度变化程度来自适应生成法向射线种子点, 在法向射线附近进行网格加密, 以精确捕捉边界层流动特征, 同时在射线之间采用较粗糙的网格过渡, 从而在保证计算精度的前提下有效减少整体网格数量. 然后利用插值构建了射线间的高效信息传递技术, 确保流场求解过程中的准确性. 最后, 对层流平板、低雷诺数圆柱绕流以及 NACA0012 翼型绕流等典型算例进行模型验证. 结果表明, 与传统几何自适应加密网格方法相比, ANRR 网格方法在边界层流动区域显著减少了网格规模, 在保持高精度的同时提升了计算效率, 为自适应笛卡尔网格的黏性流动问题高效求解提供了新的解决方案.

关键词 笛卡尔网格, 法向射线加密, 自适应, 流体仿真, 黏性流动

中图分类号: O354.1

文献标识码: A

DOI: 10.6052/0459-1879-25-073

CSTR: 32045.14.0459-1879-25-073

CARTESIAN GRID FLUID SIMULATION METHOD BASED ON ADAPTIVE NORMAL RAY REFINEMENT

Deng Lu^{*,†} Song Lunji^{*} Luo Canyon^{**} Gao He[†] Bi Lin^{†,1)}^{*}(College of Mathematics and Statistics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)[†](State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000, Sichuan China)^{**}(Hypersonic Technology Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract In viscous flow simulations, the velocity gradient in the normal direction of the wall is much larger than that in the tangential direction, presenting a significant anisotropic feature. Traditional isotropic Cartesian grid methods face the challenges of a sharp increase in the number of grids and a decline in computational efficiency when capturing the details of boundary layer flows. To address this issue, this paper proposes a Cartesian grid viscous fluid simulation method based on Adaptive Normal Ray Refinement (ANRR). The core of this method lies in adaptively generating normal ray seed points according to the degree of angle change in the tangential direction of the surface, and performing grid refinement near the normal rays to accurately capture the characteristics of boundary layer flows. Meanwhile,

收稿, 录用, 网络版发表.

1) 通讯作者: 毕林, 研究员, 主要研究方向为高空复杂流动机理研究与应用. E-mail: bzbaby1010@163.com

引用格式: 邓露, 宋伦继, 罗灿炎, 高鹤, 毕林. 基于自适应法向射线加密的笛卡尔网格流体仿真方法. 力学学报, 2025, 57(6): 1-10

Deng Lu, Song Lunji, Luo Canyon, Gao He, Bi Lin. Cartesian grid fluid simulation method based on adaptive normal ray refinement. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2025, 57(6): 1-10

coarser grids are used for transition between rays, effectively reducing the overall number of grids while maintaining computational accuracy. Then, an efficient information transfer technology between rays is constructed through interpolation to ensure the accuracy of the flow field solution process. Finally, typical cases such as laminar flow over a flat plate, low Reynolds number flow around a circular cylinder, and flow around an NACA0012 airfoil are used for model verification. The results show that compared with the traditional geometric adaptive grid refinement method, the ANRR grid method significantly reduces the grid scale in the boundary layer flow region, improves computational efficiency while maintaining high accuracy, and provides a new solution for the efficient solution of viscous flow problems using adaptive Cartesian grids.

Key words Cartesian grid, normal ray refinement, adaptive, fluid simulation, viscous flow

引言

近年来, 基于笛卡尔网格的流体仿真方法发展迅猛, 已成为计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 在工程领域中应用的重要工具^[1-5]. 笛卡尔网格是一种基于笛卡尔坐标系的网格系统, 其所有网格单元的边或面与笛卡尔坐标系的各轴相互正交. 这种网格系统能够以非贴体的方式生成空间网格, 对物体表面的依赖程度较低, 易于实现网格的自动生成. 另外, 笛卡尔网格通常采用叉树结构, 这种独特的树状存储方式天然适用于动态自适应过程^[6-10]. 有学者认为^[11], 笛卡尔网格方法是实现 CFD 第三次技术突破的关键因素之一.

然而, 对于黏性流动, 尤其是高雷诺数湍流问题, 物面法向方向上流动梯度远大于切线方向, 呈现各向异性特征, 但笛卡尔网格因其各向同性特点, 需要较大规模的网格来求解边界层流动. 再者对于湍流问题, 物面附近的第一层网格尺度要求 $\Delta y^+ < 1$, 带来“网格灾难”问题, 是制约笛卡尔网格工程实用的主要问题之一^[12-13].

针对上述问题, 国际上尝试采用不同的方法进行研究^[14]. 比如各向异性自适应笛卡尔网格, Wang 等^[15]提出将流场变量梯度或者二阶导数作为各向异性自适应的判据, 实现了在各向异性特征明显的区域进行特定方向的加密或粗化. 还有许多学者^[16-18]发展了各向异性自适应笛卡尔网格方法用于减少网格量. 但是各向异性笛卡尔网格下流场变量值的计算将变得复杂, 且面临计算鲁棒性问题. 也有学者采用外部为笛卡尔网格, 物面附近为结构/非结构网格的混合/重叠网格技术^[19-26]来规避这个问题, 但这种方法需要多套网格之间的信息交互, 带来额外的插值误差, 且破坏了纯粹笛卡尔网格自动化及自适应优

势. 针对湍流问题, 有学者采用壁面函数方法^[27-31], 将壁面附近第一层网格尺度放宽到对数律区, 显著减少了计算资源的需求, 提高了模拟的效率. 然而, 目前的壁面函数方法多用于平衡湍流模拟, 对于非平衡湍流模拟能力欠缺. 此外, Ruffin 等^[32]提出了一种法向射线加密 (normal ray refinement, NRR) 方法. NRR 方法间歇地在物面放置法向射线, 每一条法向射线附近聚集了很多精细的网格, 而在两条法向射线之间则由粗网格隔开, 这样可以大幅减少附面层流动模拟的网格需求. 在此基础上, Zaki 等^[33]在 NRR 求解迭代过程中对法向射线长度自适应进行了测试, Arslanbekov 等^[34]提出一种新的法向射线放置方法, Bopp 等^[35]实现了 NRR 方法在三维流动模拟中的应用.

本文在 Ruffin 等^[32]的基础上, 拟依据物面切线角度变化自动生成法向射线种子点, 实现法向射线几何自适应放置, 发展射线间通信技术, 然后建立起一种基于自适应法向射线加密 (adaptive normal ray refinement, ANRR) 的笛卡尔网格流体仿真方法. 并用层流平板、低雷诺数圆柱绕流以及 NACA0012 翼型绕流等典型算例进行考核验证. 以期自适应笛卡尔网格的黏性流动问题高效求解提供新思路.

1 控制方程及数值离散

本文使用有限差分法来求解直角坐标系下 (横轴为 x 轴, 纵轴为 y 轴) 的二维可压缩 Navier-Stokes 方程. 通过无量纲化处理, 最终得到的守恒型方程可表示为以下形式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{U}$ 为守恒通量, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{F}$ 为无黏流项; $\mathbf{E}_v$ 和

F_v 为黏性流项. 在后续数值算例计算中, 采用浸入边界-虚拟单元法处理物面边界^[9]; 空间离散对流项采用 Roe-MUSCL 三阶 (Roe 近似 Riemann 解为代表的通量差分分裂方法^[36], MUSCL: monotonic upstream-centered scheme for conservation^[37]) 5 点模板格式离散, 黏性项采用二阶中心差分格式; 时间推进采用显式 Runge-Kutta 方法配合当地时间步长离散.

2 网格生成及自适应

笛卡尔网格得益于叉树结构, 叶子节点的可扩展性使得网格自适应易于实现. 叉树数据结构本质上是一种分层数据结构, 各层之间的划分依据是网格的层级大小. 在二维情况下对应四叉树结构, 如图 1 所示. 自适应笛卡尔网格的初始均匀网格由层级为 0 的网格单元构成, 是叉树结构的根节点, 并且这些单元没有父单元. 没有子单元的网格单元被称为叶子单元, 其具体层级取决于加密次数. 在各向同性的笛卡尔网格中, 每次加密网格时, 子单元的边长会减半, 同时网格的层级增加 1. 子单元的位置排列顺序遵循特定的规则 (逆时针方向) 进行编号 (son1 ~ son4).

在 ANRR 框架中, 具体的网格生成步骤如下.

步骤 1: 读入外形数据文件;

步骤 2: 根据计算域大小和初始网格间距 h 生成均匀的初始背景网格;

步骤 3: 将网格根据是否与物面相交分成流场中的外部网格、相交网格、以及物面内部网格;

步骤 4: 根据需要进行块加密, 在某一计算域加密所有网格到提前设定好的层级, 并进行光滑处理, 使得相邻网格的层次之差不能超过 1;

步骤 5: 根据物面切线角度变化, 绕物体表面自适应放置法向射线种子点, 形成自适应法向射线加密网格, 具体方法见第 3 节.

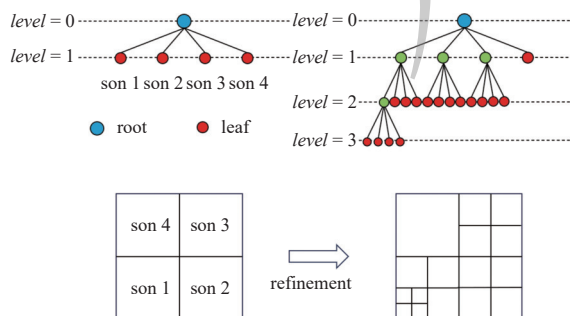


图 1 二维四叉树数据结构及网格图

Fig. 1 Two dimensional quadtree data structure and grid diagram

3 ANRR 框架

3.1 法向射线加密及自适应种子点生成

如图 2 所示, 物面内部单元为白色无填充区域, 法向射线沿着物面在外部网格和相交网格中放置. 具体来说, 物面会生成法向射线种子点, 从种子点出发, 法向射线延伸到预定的长度 (与几何自适应加密网格方法的最大加密层级法向方向上所有网格总高度一致); 与法向射线相交的初始网格会加密到提前设定好的网格层级; 同时, 加密后的网格会拓宽到一定程度, 以便于后续插值的使用. 即, 物面法向射线沿伸的地方放置非常精细的网格, 在两条法向射线之间则由较为粗的网格组成. 这也符合边界层流动在法向上较切向上变化显著的规律.

我们根据物面外形设计了自动生成法向射线种子点. 生成方法如下.

判据 1: 如图 3 所示, 将黑色线段视为一部分物面 (示意图, 物面可以是曲折的, 即黑色线段可以是黑色曲线); 固定一个长度记为 Δs , 从 A 点出发沿着绿色线段到达 B 点的长度为 Δs ; 从 A 点到 B 点物面切线变化的角度记为 $\Delta\theta$. THR 是一个给定的阈值, 如果 $\Delta\theta \geq THR$, 且 $\Delta\theta \leq 90^\circ$, 则在 B 点生成法向射线种子点.

判据 2: 沿用上述的定义, 如果 $\Delta\theta \leq THR$, 将 Δs 乘以一个给定的系数 $Coef$, 绿色线段延伸到 C 点, 然后在 C 点生成法向射线种子点, 如图 4 所示.

判据 3: 物面外形是由点点连线构成的. 如图 5 所示, 当 3 个外形点 (绿色小圆) 形成了尖角. 即当 $\Delta\theta \geq 90^\circ$, 分别在尖角两边 (蓝色线段) 上的绿色小圆处生成法向射线种子点 (红色虚线为延伸出的法线);

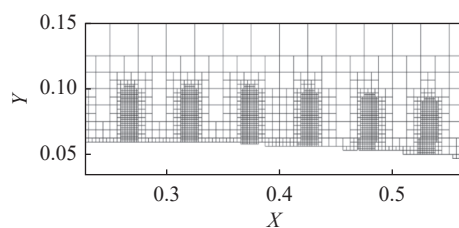


图 2 法向射线加密

Fig. 2 Normal ray refinement

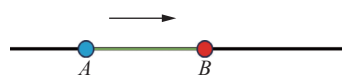


图 3 B 点生成种子点

Fig. 3 Generate seed points at point B

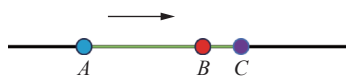


图 4 C 点生成种子点

Fig. 4 Generate seed points at point C

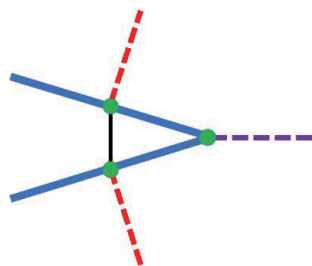


图 5 尖角处生成种子点

Fig. 5 Generate seed points at sharp corners

且在角尖处生成法向射线种子点 (紫色虚线为延伸出的法线), 它的方向是两条蓝色线段上的绿色小圆连接而成的黑色线段的法向. 图 6 中红色小圆处就是判据三法向射线加密的情况示意.

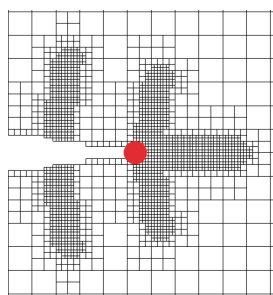


图 6 尖角处法向射线加密

Fig. 6 Refinement of normal ray at sharp corners

通过判据 1 和判据 2 可知, 在物面曲率大的位置, 所生成的法向射线间隔较短; 而在曲率小的位置, 所生成的法向射线间隔较长. 图 7 展示了这种自适应法向射线生成特征.

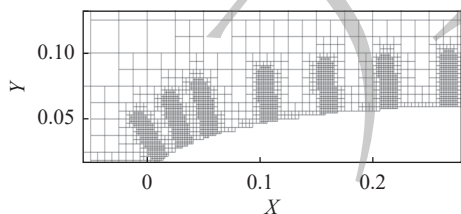


图 7 自适应法向射线生成特征

Fig. 7 Adaptive normal ray generation features

3.2 计算区域划分和射线间通信

定义了 3 种类型的计算区域^[32], 如图 8 所示. 在图 8 中, 蓝色区域表示法线高度外的流体网格, 红色区域表示法向射线上的精细网格, 绿色区域表示法

线高度内的粗网格, 位于两条法向射线之间. 为了将精细网格流场信息从一条法向射线传输到下一条, 实现法向射线间通信, 对绿色单元定义了指针 (PTR). 图 8 中, 对于黑色三角所代表的绿色网格单元来说, 它的指针#1 指向距离最近的法向射线上的精细网格 a (后续会利用到指向网格的流场信息); 指针#2 指向第二近的法向射线上的精细网格 b ; 指针#3 指向网格 a 和 b 构成的射线上的网格 c . 同时, 网格 b 和 c 在同一条法向射线上存在间隔. 这些指向的精细单元 (图 8 中橙色圆点) 与黑色三角所代表的绿色单元距离物面的距离是基本相同的. 同时, 为了保证插值的准确性, 指向的精细单元不在法向射线边缘. 特殊情况, 指针指向的位置可能位于不同精细单元共同的边上, 如图 9 所示, 黑色三角为被插值单元, 黑色圆点是指向位置; 这时取周围最近的 4 个单元的流场信息的均值替代指针指向的精细单元的流场信息, 即蓝色正方形框内 4 个单元.

图 10 所示是计算程序所使用的网格计算模板, 即使出现悬挂网格 (计算中心网格周围的网格层级水平和本身不同), 仍将周围的数据利用最小二乘法插值到计算模板中. 对于上述 3 种计算区域来说, 计算方法如下.

- (1) 对于所有位于法线高度外的网格 (蓝色单元) 使用有限差分法;
- (2) 粗网格 (绿色单元) 的流场信息用指针指向的两个相邻法向射线上的 3 个精细单元的流场信息

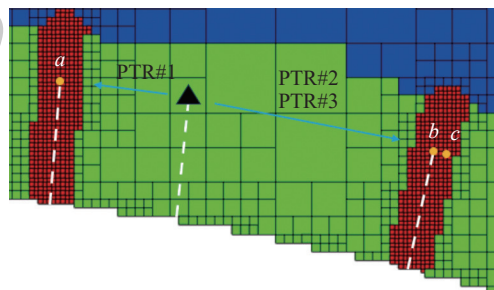


图 8 插值指针

Fig. 8 Interpolation pointer

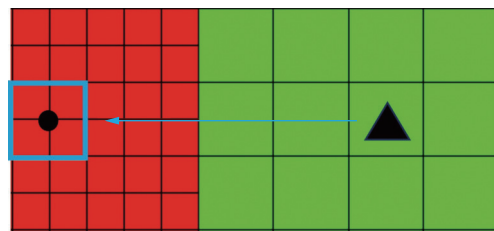


图 9 指针指向的特殊情况

Fig. 9 The special case pointed to by the pointer

进行插值替换. 精细网格单元的计算模板延伸到粗网格区域中和绿色单元重叠的位置被称为 NRR 虚拟单元^[13], 即图 11 中绿色单元, 它的流场信息同样被插值替换.

(3) 因为黏性区域中的红色精细网格单元足够小, 直接利用计算模板中的数据使用有限差分法求解.

无论是绿色粗网格区域的插值还是虚拟单元的插值, 都使用同样的插值公式. 插值点的状态矢量可以通过二项式插值方法^[32]确定

$$V_p'' = C_1 + C_2 d_{cP} + C_3 d_{cP}^2 \quad (2)$$

其中

$$C_1 = V_c \quad (3)$$

$$C_2 = \frac{V_b - V_c}{d_{cb}} \quad (4)$$

$$C_3 = \frac{V_a - C_1 - C_2 d_{ca}}{d_{ca}^2} \quad (5)$$

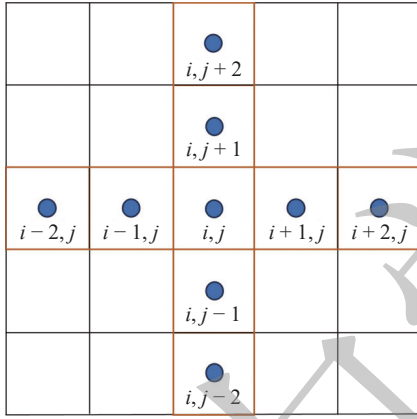


图 10 计算模板

Fig. 10 Calculation template

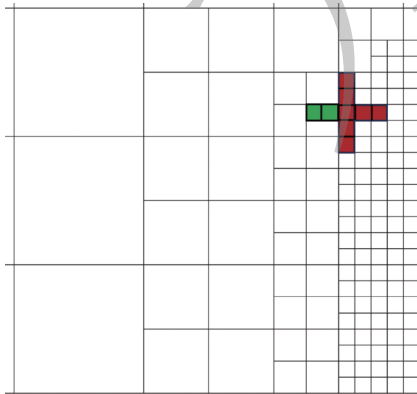


图 11 NRR 虚拟单元

Fig. 11 NRR ghost cell

式中, 见图 8, P 单元为被插值单元 (黑色三角), a 、 b 和 c 单元分别是指针 #1、#2 和 #3 指向的单元; V 是某个流场信息 (速度、压力和密度等); d 为距离, d_{cP} 则表示 c 单元和 P 单元之间的距离, 其余类似.

为增强稳定性, 不允许在指针指向的精细单元 a 和 b 之间引入新的最大值或最小值. 因此, 对单元 P 处的插值状态矢量使用以下表达式

$$V_p = \begin{cases} V_p'' & \text{if } V_{Pmin} < V_p'' < V_{Pmax} \\ V_p' & \text{if } V_p'' \leq V_{Pmin} \text{ or } V_p'' \geq V_{Pmax} \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$V_{Pmax} = \max(V_a, V_b) \quad (7)$$

$$V_{Pmin} = \min(V_a, V_b) \quad (8)$$

$$V_p' = \frac{\frac{V_a}{d_{Pa}} + \frac{V_b}{d_{Pb}}}{\frac{1}{d_{Pa}} + \frac{1}{d_{Pb}}} \quad (9)$$

4 典型算例验证

4.1 层流平板

首先采用自适应法向射线加密网格方法求解层流平板边界层. 基于来流参数的单位雷诺数 $Re = 10^5$, 马赫数 $Ma = 0.2$. 入口为自由来流, 出口为压力出口, 顶部为自由来流边界条件. 计算域大小设置为 $[-0.48, 1.28] \times [-0.08, 1.20]$, 其中平板底面 $x \in [-0.48, 0.0]$ 为对称滑移壁面, $x \in [0.0, 1.28]$ 为无滑移壁面. 初始网格尺寸为 $h = 0.04$, 设置无滑移壁面最大加密层数为 7 层, 滑移壁面最大加密层数为 6 层. 几何自适应加密网格方法^[9]的网格数为 134320, 网格图如图 12(a) 所示; 自适应法向射线加密网格方法的网格数为 82324, 网格图如图 12(b) 所示.

如图 13 所示, 对比了自适应法向射线加密 (ANRR) 网格方法和传统几何自适应 (geometric adaptive, GeoA) 加密网格方法以及 Blasius 平板解在 $x = 0.565$ 处的切向速度 (U) 分布的实验结果. 在图中可以看到, ANRR 网格方法得到的实验结果和 Blasius 平板解一致. 为了进一步验证 ANRR 网格框架计算的准确性, 还对表面摩擦阻力系数进行了对比, 如图 14 所示, 可以看到三者吻合良好.

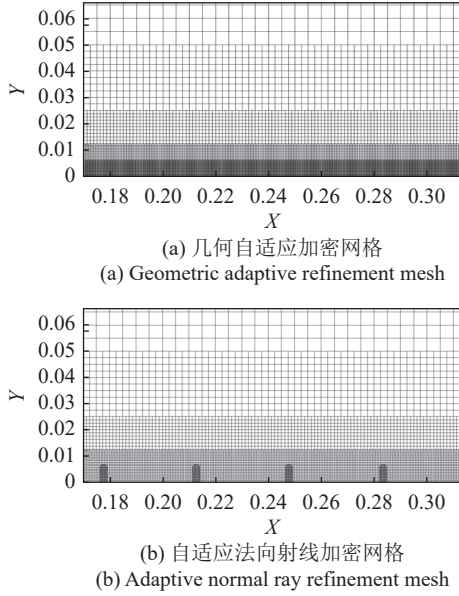


图 12 层流平板算例的网格图对比

Fig. 12 Comparison of grid diagrams for laminar flow flat plate examples

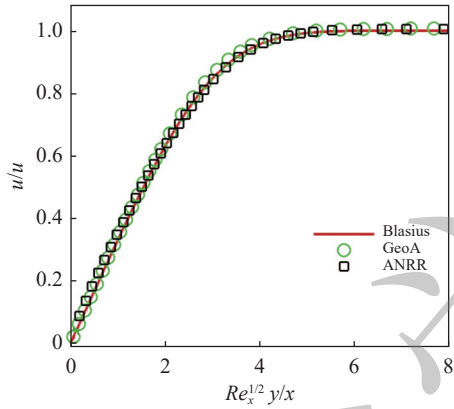
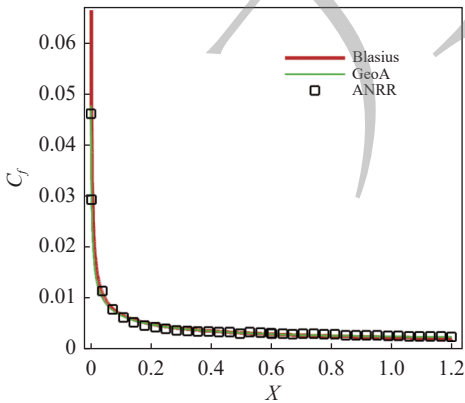
图 13 层流平板算例在 $x = 0.565$ 处的 U 速度对比Fig. 13 Comparison of U -velocity at $x = 0.565$ for laminar flow flat plate example

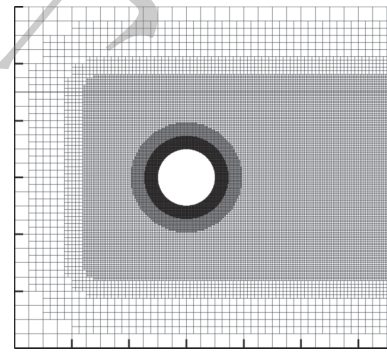
图 14 层流平板算例表面摩擦系数对比

Fig. 14 Comparison of surface friction coefficients for laminar flow flat plate examples

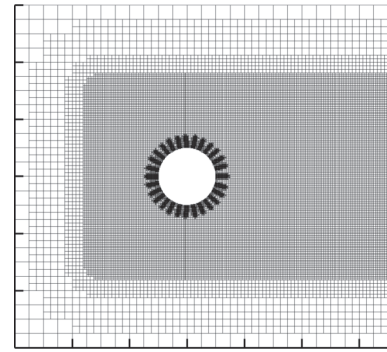
4.2 低雷诺数圆柱绕流

计算条件设置如下: 圆柱 $D = 1$, 来流马赫数 $Ma = 0.2$. 计算域大小设置为 $[-24, 64] \times [-34, 34]$. 初始网格尺寸为 $h = 2$, 设置最大加密层数为 7 层. 为了捕捉尾部产生的周期漩涡, 在 $x \in [-3, 15]$, $y \in [-3, 3]$ 设置了一个 5 层加密的加密块 (注: 圆柱中心位于 $(0, 0)$). 几何自适应的流场网格依据到壁面的距离逐渐加密, 网格数量为 58 244, 网格图如图 15(a) 所示; 自适应法向射线的流场网格数为 48 592, 网格图如图 15(b) 所示. 除来流面设置为速度入口边界条件外, 计算域的其他面设置为远场无反射边界条件, 圆柱壁面周围采用无滑移壁面边界条件.

利用 ANRR 方法分别计算了基于直径的雷诺数 $Re = 10, 20, 40, 60, 80$ 和 100 的流动. 在图 16 中可以看到 $Re \leq 60$ 的 Ma 流场和流线图, 观察其流动特征, 在低雷诺数下 ($Re \leq 40$ 时), 流体平行且有序地流动, 流动几乎保持在层流状态. 流线沿着圆柱表面流动, 在圆柱周围, 流线呈现出对称的特征. 在圆柱的后侧, 流动沿表面贴附, 不会立即分离, 形成一个尾迹区, 随着雷诺数的增加, 在尾迹区的漩涡逐渐被



(a) Geometric adaptive refinement mesh



(b) Adaptive normal ray refinement mesh

图 15 圆柱绕流算例的网格图对比

Fig. 15 Comparison of grid diagrams for flow around a cylinder calculation examples

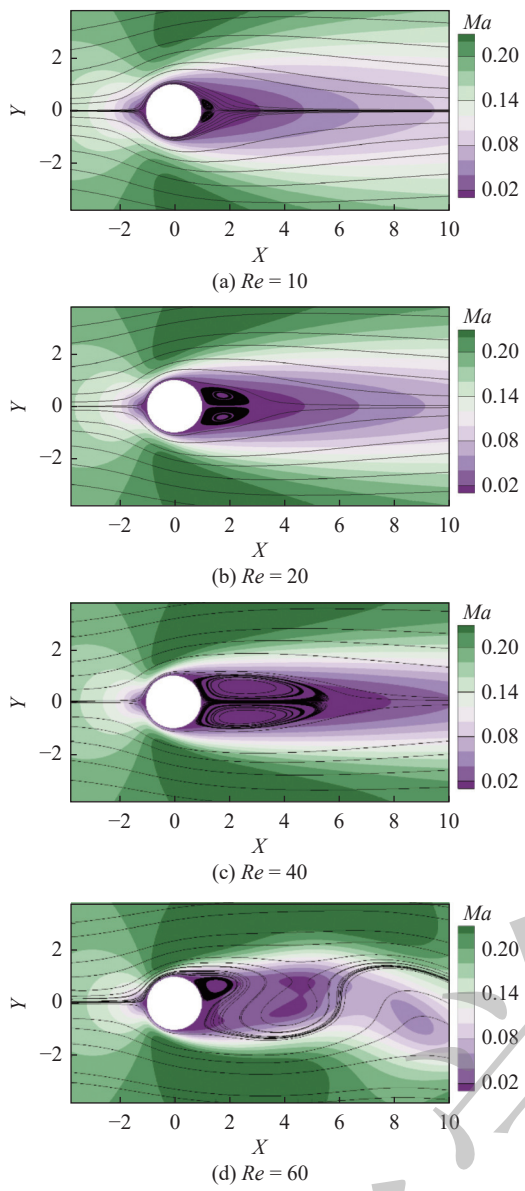


图 16 $Re \leq 60$ 的圆柱绕流场和流线图

Fig. 16 Flow field and streamline diagram around a cylinder with $Re \leq 60$

拉伸. 当 $Re = 60$ 时, 流动开始不稳定, 流线不再是平行且规则的, 而是出现了涡流分离和再附现象, 尾迹摆动明显.

对于 $Re = 100$ 的流动, 将几何自适应加密网格和法向射线加密网格计算的流场在推进过程中进行了对比, 如图 17 所示. 流场速度云图分布并无太大区别.

将 ANRR 方法计算的不同雷诺数下的平均阻力以及 S 数 (非定常时间变化尺度的无量纲数) 与 Tritton^[38] 和 Zhong 等^[39] 的计算结果进行了对比. 表 1 数据是 $Re = 10, 20$ 和 40 的平均阻力系数的比较. 图 18 分别展示了 $Re = 80$ 和 100 时 ANRR 方法和 GeoA 方法计算所得升力系数的对比, 图中

所示, 升力系数呈正弦波动, 幅值和频率彼此接近, 但由于二者收敛速度不同, 图像在初期的升力曲线不重合. 随着雷诺数的变大, 升力系数也逐渐增加,

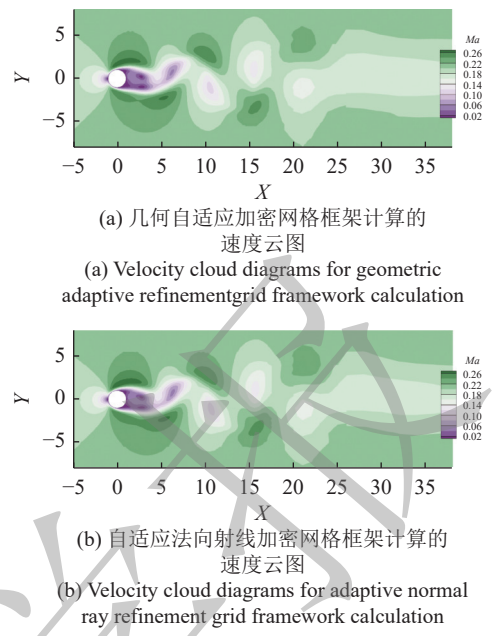


图 17 $Re = 100$ 时圆柱绕流算例的速度云图对比

Fig. 17 Comparison of velocity cloud diagrams for flow around a cylinder with $Re = 100$

表 1 $Re = 10, 20$ 和 40 时的圆柱绕流平均阻力系数的比较

Table 1 Comparison of average drag coefficients of flow around a cylinder at $Re = 10, 20$ and 40				
Re	Tritton	Zhong et al	GeoA	ANRR
10	2.926	3.015	2.964	2.996
20	2.103	2.115	2.131	2.144
40	1.605	1.557	1.589	1.595

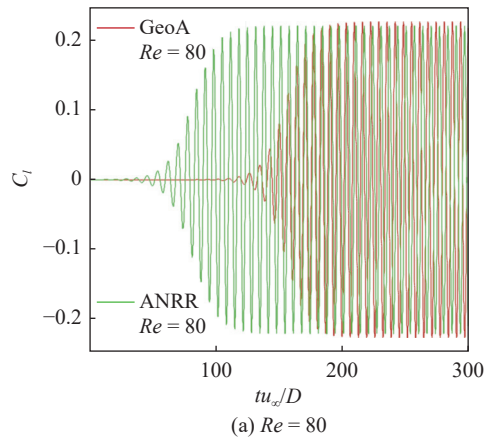
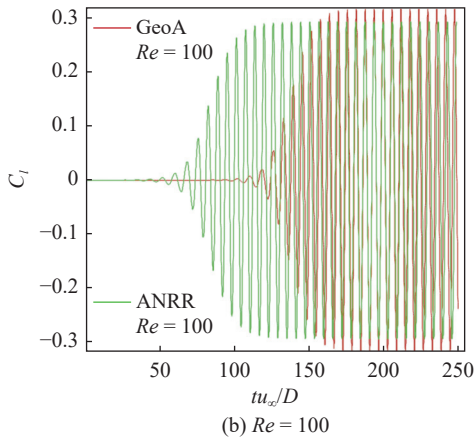


图 18 $Re = 80$ 和 100 时圆柱绕流升力系数对比

Fig. 18 Comparison of lift coefficients around flow in a cylinder with $Re = 80$ and 100

图 18 $Re = 80, 100$ 时圆柱绕流升力系数对比 (续)Fig. 18 Comparison of lift coefficients around flow in a cylinder with $Re = 80, 100$ (continued)

具有周期性, 也可据此计算 St 数. 表 2 数据是 $Re = 60, 80$ 和 100 的平均阻力系数 (C_{da}) 和 St 数的比较. 总体而言, 本文的数值结果与参考文献中的实验结果呈现出较好的一致性, 表明了 ANRR 方法流场求解的准确性.

表 2 $Re = 60, 80$ 和 100 时的圆柱绕流平均阻力系数以及 St 数的比较Table 2 Comparison of the average drag coefficient and St number of flow around a cylinder around $Re = 60, 80$ and 100

Re	Tritton	Zhong et al.		GeoA		ANRR	
	C_{da}	C_{da}	St	C_{da}	St	C_{da}	St
60	1.398	1.423	0.137 7	1.392	0.126 7	1.450	0.135 0
80	1.316	1.375	0.152 3	1.403	0.154 5	1.391	0.151 2
100	1.271	1.349	0.165 3	1.376	0.167 2	1.369	0.162 8

4.3 NACA0012 翼型绕流

本小节计算 NACA0012 翼型上的低雷诺数黏性流动, 机翼弦长 C 为 1. 设置流动参数: $Ma = 0.8$, $\alpha = 10^\circ$ (攻角), $Re = 500$; 计算域大小设置为 $[-8, 12] \times [-10, 10]$, 初始网格尺寸为 $h = 0.1$, 最大加密层数为 6 层. 在 $x \in [-0.2, 1.2]$, $y \in [-0.3, 0.3]$ 区域设置了一个 3 层加密的加密块. 几何自适应加密网格方法网格如图 19(a) 所示, 网格数为 116 552; 自适应法向射线加密网格如图 19(b) 所示, 网格数为 71 488.

将 GeoA 和 ANRR 网格计算的速度流场进行比较, 如图 20 所示. 图中可以看到, 流场和流场线分布基本相同.

同时, 将计算数据和 Jawahar 等^[40] 的非结构化网格及其论文中提到的结构三角网格 (STRI-V), 以及 GAMM 研讨会中记录的可压缩 Navier-Stokes 计算结果^[41] 进行了对比. 如图 21 所示, 比较了 ANRR 方法和 Jawahar 等得到的解, 展示了表面压力系数的对比, 可以看到表面压力系数吻合良好, ANRR 与参考文献相比, 在 $x = 0.1$ 的上表面附近出现最大偏差,

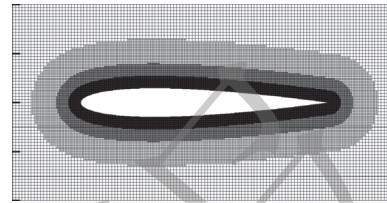
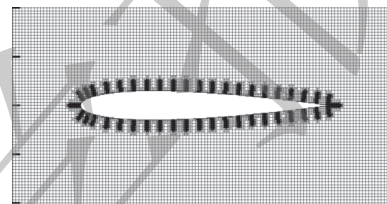
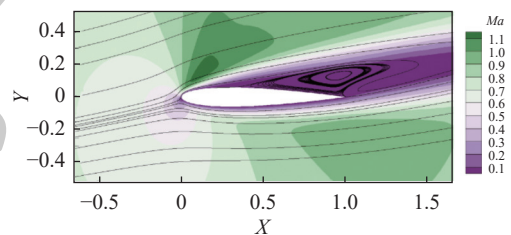
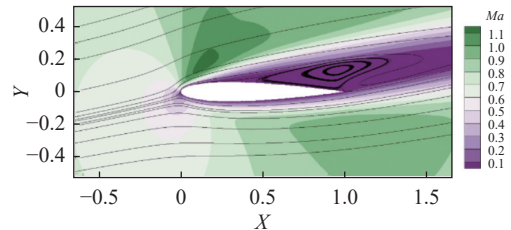
(a) 几何自适应加密网格
(a) Geometric adaptive refinement mesh(b) 自适应法向射线加密网格
(b) Adaptive normal ray refinement mesh

图 19 NACA0012 算例的网格图对比

Fig. 19 Comparison of grid diagrams for NACA0012 calculation example

(a) 几何自适应加密网格框架计算的
速度云图

(a) Velocity cloud diagrams for geometric adaptive refinement grid framework calculation

(b) 自适应法向射线加密网格框架计算的
速度云图

(b) Velocity cloud diagrams for adaptive normal ray refinement grid framework calculation

图 20 NACA0012 算例的速度云图对比

Fig. 20 Comparison of velocity cloud diagrams for NACA0012 calculation example

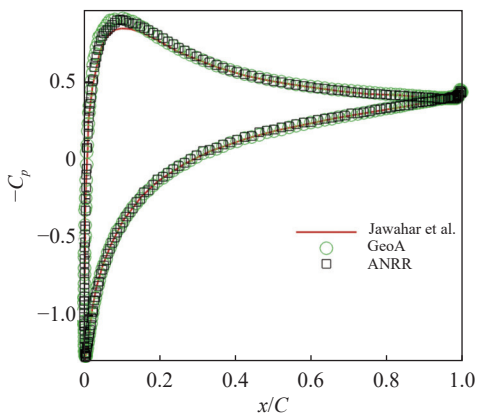


图 21 NACA0012 算例表面压力系数对比

Fig. 21 Comparison of surface pressure coefficient for NACA0012 calculation example

但不超过 7%。

表 3 展示了本文计算数据和参考文献压差阻力系数 (C_{dp})、摩擦阻力系数 (C_{df})、总阻力系数 (C_d) 和总升力系数 (C_l) 的对比, 它们的数值彼此接近, 并且完全在 GAMM 研讨会报告的范围

表 3 NACA0012 翼型算例的升力和阻力系数的比较

Table 3 Comparison of lift and drag coefficients for NACA0012 airfoil example

Parameter	C_{dp}	C_{df}	C_d	C_l
Jawahar et al.	0.15287	0.12439	0.27726	0.50231
STRI-V	0.14930	0.12286	0.27216	0.49394
GeoA	0.14981	0.12318	0.27299	0.46503
ANRR	0.15007	0.12238	0.27245	0.45484
GAMM	—	—	0.243 ~ 0.286 8	0.414 5 ~ 0.517

5 结论

在本文中, 开发和测试了一种基于自适应法向射线加密的笛卡尔网格流体仿真方法. 利用物面切线角度变化的 3 个判据, 自适应生成了法向射线种子点, 以此生成的法向射线加密网格具有几何适应性. 在此基础上搭建了法向射线加密网格框架, 构造了射线间通信方法以求解 Navier-Stokes 方程. 为了验证 ANRR 框架下的流场求解器的可行性, 通过层流平板、低雷诺数圆柱绕流以及 NACA0012 翼型绕流等典型算例测试了该方法. 与几何自适应加密网格方法相比, 笛卡尔网格的数量可以大幅减少, 并且得到了准确鲁棒性的数值结果, 与参考文献吻合。

下一步, 拟将该方法推广到三维, 实现其工程实用化。

参 考 文 献

- 1 Buning PG, Nichols RH. OVERFLOW2 training class-afternoon session//10th Symposium on Overset Composite Grids & Solution Technology, Moffett Field, 2010
- 2 Spurlock WM, Aftosmis MJ, Nemec M. Cartesian Mesh Simulations for the third AIAA sonic boom prediction workshop. *Journal of Aircraft*, 2021, 59(3): 708-724
- 3 陈坚强, 袁先旭, 涂国华等. 计算流体力学 2035 愿景. 北京: 科学出版社, 2023 (Chen Jianqiang, Yuan Xianxu, Tu Guohua, et al. Computational Fluid Dynamics 2035 Vision in China. Beijing: Science Press, 2023 (in Chinese))
- 4 Anderson GR, Aftosmis MJ, Nemec M. Cart3D simulations for the second AIAA sonic boom prediction workshop. *Journal of Aircraft*, 2019, 56(3): 896-911
- 5 Mani M, Dorgan AJ. A perspective on the state of aerospace computational fluid dynamics technology. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2023, 55(1): 431-457
- 6 Zeeuw De. A quadtree-based adaptively-refined Cartesian-grid algorithm for solution of the Euler equations. [PhD Thesis]. Ann Arbor: University of Michigan, 1993
- 7 Lourenço M A, Padilla EL. An octree structured finite volume based solver. *Applied Mathematics And Computation*, 2020, 365: 1-28
- 8 孟爽. 各向异性自适应笛卡尔网格方法研究及在高速列车中的应用. [博士论文]. 长沙: 中南大学, 2023 (Meng Shuang. Research on anisotropic adaptive Cartesian grid method and its application to high-speed trains. [PhD Thesis]. Changsha: Central South University, 2023 (in Chinese))
- 9 罗灿炎. 浸入式笛卡尔网格数值方法及高速列车气动性能应用研究. [博士论文]. 长沙: 中南大学, 2024 (Luo Canyon. Immersed boundary Cartesian grid numerical method and its application in high-speed train aerodynamics. [PhD Thesis]. Changsha: Central South University, 2024 (in Chinese))
- 10 Meng S, Zhou D, Yuan X, et al. Enhanced strategy for adaptive Cartesian grid generation with arbitrarily complex 3D geometry. *Advances in Engineering Software*, 2022, 174: 103304
- 11 Nakahashi K. Aeronautical CFD in the age of petaflops-scale computing: From unstructured to Cartesian meshes. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2013, 40: 75-86
- 12 Chawner JR, Dannenhoffer J, Taylor NJ. Geometry, mesh generation, and the CFD 2030 vision//46th AIAA Fluid Dynamics Conference, Washington, 2016
- 13 Verzicco R. Immersed boundary methods: Historical perspective and future outlook. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2023, 55(1): 129-155
- 14 赵宁, 刘剑明, 田琳琳等. 可压缩流动问题笛卡尔网格模拟方法研究进展与展望. *力学学报*, 2025, 57(2): 285-314 (Zhao Ning, Liu Jianming, Tian Linlin, et al. Progress and prospects of cartesian mesh simulation methods for compressible flow problems. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(2): 285-314 (in Chinese))
- 15 Wang ZJ, Chen RF. Anisotropic solution-adaptive viscous Cartesian grid method for turbulent flow simulation. *AIAA Journal*, 2002, 40(10): 1969-1978
- 16 Li K, Wu ZN. Nonet-cartesian grid method for shock flow computa-

- tions. *Journal of Scientific Computing*, 2003, 20(3): 303-329
- 17 Capizzano F. A compressible flow simulation system based on Cartesian grids with anisotropic refinements//45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, 2007
- 18 Keats WA, Lien FS. Two-dimensional anisotropic cartesian mesh adaptation for the compressible Euler equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010, 46(11): 1099-1125
- 19 Steger JL, Dougherty FC, Benek JA. A chimera grid scheme//ASME Mini-Symposium on Advances in Grid Generation, Houston, 1982
- 20 Karman LJS. Splitflow-A 3D unstructured Cartesian/prismatic grid CFD code for complex geometries//33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, 1995
- 21 常兴华, 王年华, 马戎等. 并行重叠/变形混合网格生成技术及其应用. *气体物理*, 2019, 4(6): 12-21 (Chang Xinghua, Wang Nianhua, Ma Rong, et al. Dynamic hybrid mesh generator coupled with over-set and deformation in parallel environment. *Physics of Gases*, 2019, 4(6): 12-21 (in Chinese))
- 22 Ueno Y, Ochi A. Airframe noise prediction using Navier-Stokes code with Cartesian and boundary-fitted layer meshes//25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Delft, 2019
- 23 Chesshire G, Henshaw WD. Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 1990, 90: 1-64
- 24 Sitaraman J, Floros M, Wissink A, et al. Parallel domain connectivity algorithm for unsteady flow computations using overlapping and adaptive grids. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(12): 4703-4723
- 25 韩少强, 宋文萍, 韩忠华等. 高速共轴刚性旋翼非定常流动高精度数值模拟. *航空学报*, 2024, 45(9): 177-196 (Han Shaoqiang, Song Wenping, Han Zhonghua, et al. High-accuracy numerical-simulation of unsteady flow over high-speed coaxial rigid rotors. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, 45(9): 177-196 (in Chinese))
- 26 刘周, 周伟江. 适于黏性计算的自适应笛卡尔网格生成及其应用. *航空学报*, 2009, 30(12): 2280-2287 (Liu Zhou, Zhou Weijiang. Adaptive viscous Cartesian grid generation and application. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, 30(12): 2280-2287 (in Chinese))
- 27 Lee JD. Development of an efficient viscous approach in a Cartesian grid framework and application to rotor-fuselage interaction. [PhD Thesis]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2006
- 28 沈志伟, 赵宁, 胡偶. 可压缩黏性流动笛卡尔网格虚拟单元方法研究. *空气动力学学报*, 2014, 32(6): 748-754 (Shen Zhiwei, Zhao Ning, Hu Ou. Numerical research of Cartesian based ghost cell method for compressible viscous flows. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2014, 32(6): 748-754 (in Chinese))
- 29 Liu X, Yang B, Ji C, et al. Research on the turbine blade vibration based on the immersed boundary method. *Journal of Fluids Engineering*, 2018, 140(6): 061402 177
- 30 Yang B, Song M, Zhu G. Research on the ghost cell immersed boundary method for compressible flow. *Processes*, 2024, 12: 1182
- 31 罗灿炎, 毕林, 徐磊磊等. 笛卡尔网格下不同湍流模型的壁面函数方法研究. *工程力学*, 2024, 41(8): 11-22 (Luo Canyon, Bi Lin, Xu Jinglei, et al. Study on wall function method of different turbulence models based on cartesian grid. *Engineering Mechanics*, 2024, 41(8): 11-22 (in Chinese))
- 32 Ruffin SM, Sekhar S. A normal ray refinement technique for Cartesian-grid based Navier-Stokes solvers. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2012, 26(4): 231-246
- 33 Zaki M, Ruffin SM. Conservation and grid adaptation enhancements to a normal ray refinement technique for cartesian-grid based navier-stokes solvers//50th Aiaa Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Nashville, 2012
- 34 Arslanbekov R, Kolobov V, Ruffin SM, et al. Implementation and evaluation of normal ray refinement technique in adaptive cartesian framework//42nd Aiaa Fluid Dynamics Conference and Exhibit, New Orleans, 2013
- 35 Bopp MS, Dement DC, Ruffin SM, et al. An improved object-oriented cartesian grid framework implementing three dimensional normal ray refinement//32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference, Atlanta, 2014
- 36 Roe PL. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 1997, 135: 250-258
- 37 Leer BV. Towards the ultimate conservation difference scheme V. A second-order sequel to Godunov's Method. *Journal of Computational Physics*, 1979, 32: 101-136
- 38 Tritton DJ. Experiments on the flow past a circular cylinder at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1959, 6(4): 547-567
- 39 Zhong M, Zou S, Pan D et al. A simplified discrete unified gas kinetic scheme for incompressible flow. *Physics of Fluids*, 2020, 32: 093601
- 40 Jawahar P, Kamath H. A high-resolution procedure for euler and Navier-Stokes computations on unstructured grids. *Journal of Computational Physics*, 2000, 164(1): 165-203
- 41 Dervieux A, Rizzi A, Van Leer B, et al. Numerical simulation of compressible Euler flows. *Biotechnology Progress*, 1989, 30(3): 523-534