

## 基于单辆通行车激励的车桥耦合理论梁式桥阻尼比识别研究

杨仕骏, 阳 洋, 王者伟, 程 赞, 许文明, 陶 帅

### DAMPING RATIO IDENTIFICATION OF BEAM BRIDGE BASED ON VEHICLE BRIDGE COUPLING THEORY UNDER SINGLE VEHICLE

Yang Shijun, Yang Yang, Wang Zhewei, Cheng Yun, Xu Wenming, and Tao Shuai

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-23-477>

#### 您可能感兴趣的其他文章

##### Articles you may be interested in

#### 航行体水下发射流固耦合效应分析

STUDY ON COUPLING EFFECTS OF UNDERWATER LAUNCHED VEHICLE

力学学报. 2017, 49(4): 782-792

#### 考虑胎路多点接触的电动汽车路面耦合系统振动分析

VIBRATION ANALYSIS OF ELECTRIC VEHICLE-ROAD COUPLING SYSTEM CONSIDERING TIRE-ROAD MULTI-POINT CONTACT

力学学报. 2021, 53(9): 2554-2568

#### 功能梯度材料微梁的热弹性阻尼研究

ANALYSIS OF THERMOELASTIC DAMPING FOR FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL MICRO-BEAM

力学学报. 2017, 49(2): 308-316

#### 黏弹性阻尼作用下轴向运动Timoshenko梁振动特性的研究

VIBRATION CHARACTERISTICS OF AXIALLY MOVING TIMOSHENKO BEAM UNDER VISCOELASTIC DAMPING

力学学报. 2019, 51(6): 1897-1904

#### 航行体出水破冰的多场耦合效应与相似律

MULTI-FIELD COUPLING EFFECT AND SIMILARITY LAW OF FLOATING ICE BREAK BY VEHICLE LAUNCHED UNDERWATER

力学学报. 2021, 53(7): 1930-1939

#### 考虑间隙反馈控制时滞的磁浮车辆稳定性研究

STABILITY ANALYSIS OF MAGLEV VEHICLE WITH DELAYED POSITION FEEDBACK CONTROL

力学学报. 2019, 51(2): 550-557



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 基于单辆通行车激励的车桥耦合理论梁式桥阻尼比识别研究<sup>1)</sup>

杨仕骏<sup>\*,†</sup> 阳 洋<sup>\*,†,2)</sup> 王者伟<sup>\*,†</sup> 程 贇<sup>\*\*</sup> 许文明<sup>\*,†</sup> 陶 帅<sup>\*,†</sup>

<sup>\*</sup>(重庆大学土木工程学院, 重庆 400030)

<sup>†</sup>(重庆大学溧阳智慧城市研究院, 江苏溧阳 213332)

<sup>\*\*</sup>(军事科学院国防工程研究院, 北京 100036)

**摘要** 提出一种在单辆通行车激励的情况下, 基于车桥耦合理论识别桥梁阻尼比的方法. 首先, 将集成化检测车设计为单自由度体系, 利用集成在检测车上的传感器采集信号并滤波获取桥梁一阶响应信号, 通过相邻峰值点做比值并取平均得到桥梁一阶阻尼比, 理论推导出检测车停靠在桥面任一位置均可识别出桥梁一阶阻尼比. 其次, 考虑通行车车速、检测车停靠位置、环境噪音、桥梁阻尼比和通行车阻尼对识别结果的影响, 通过数值模拟验证该方法的有效性, 并与工程上经典的随机子空间法和文献方法进行对比. 最后, 在梁式桥实桥试验进行初步验证, 说明本文方法的工程适用性. 研究表明: 所提方法对检测车在桥面上的停靠位置没有具体要求, 避免了路面粗糙度对阻尼比识别结果的影响, 通行车的阻尼和车速在一定范围内对阻尼比识别无明显影响, 并且在信噪比 30 dB 以上可识别出桥梁一阶阻尼比, 具有较好的鲁棒性, 操作简单且不需要封桥, 可有效促推在实际工程中进行桥梁一阶阻尼比识别.

**关键词** 通行车激励, 车桥耦合, 阻尼比, 梁式桥

中图分类号: U44 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-23-477

## DAMPING RATIO IDENTIFICATION OF BEAM BRIDGE BASED ON VEHICLE BRIDGE COUPLING THEORY UNDER SINGLE VEHICLE<sup>1)</sup>

Yang Shijun<sup>\*,†</sup> Yang Yang<sup>\*,†,2)</sup> Wang Zhewei<sup>\*,†</sup> Cheng Yun<sup>\*\*</sup> Xu Wenming<sup>\*,†</sup> Tao Shuai<sup>\*,†</sup>

<sup>\*</sup>(School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

<sup>†</sup>(Institute for Smart City of Chongqing University in Liyang, Liyang 213332, Jiangsu, China)

<sup>\*\*</sup>(Institute of National Defense Engineering, AMS, PLA, Beijing 100036, China)

**Abstract** This paper comes up with a new method for identifying the bridge damping ratio based on the vehicle bridge coupling theory under the excitation of a single passing vehicle. Firstly, the integrated inspection vehicle is designed as a single degree of freedom system. The accelerometers integrated on the inspection vehicle are used to collect signals and filter to obtain the bridge frequency response signal of the first mode. The ratio of adjacent peak points is calculated and averaged to obtain the bridge damping ratio of the first mode. Theoretical derivation shows that the inspection vehicle can

2023-10-07 收稿, 2023-10-30 录用, 2023-10-31 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (52211002), 中央高校基本科研基金 (2022CDJQY-009) 和重庆高新区科技创新局揭榜挂帅项目资助.

2) 通讯作者: 阳洋, 教授, 主要研究方向为工程结构检测、监测及鉴定. E-mail: yangyangcqu@cqu.edu.cn

引用格式: 杨仕骏, 阳洋, 王者伟, 程贇, 许文明, 陶帅. 基于单辆通行车激励的车桥耦合理论梁式桥阻尼比识别研究. 力学学报, 2024, 56(4): 1098-1109

Yang Shijun, Yang Yang, Wang Zhewei, Cheng Yun, Xu Wenming, Tao Shuai. Damping ratio identification of beam bridge based on vehicle bridge coupling theory under single vehicle. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(4): 1098-1109

identify the bridge damping ratio of the first mode when the inspection vehicle parked at any position on the bridge deck. Secondly, considering the influence of the passing vehicle speed, parking position of the inspection vehicle, environmental noise, bridge damping ratio of the first mode and the damping of passing vehicle on the identification results, the effectiveness of this method is verified by the numerical simulation. And comparative studies were also conducted on the classical stochastic subspace method and literature method. Finally, the field test of beam bridge was used to demonstrate the practical applicability of the proposed new method. The research results indicate that the proposed method has no specific requirement on the parking position of the inspection vehicle, avoids the influence of the road roughness on the result of the damping ratio identification, and the passing vehicle damping and speed have no significant influence on the identification of the damping ratio within a certain range, besides, the proposed approach can identify the bridge damping ratio of the first mode with  $SNR \geq 30$  dB. It has good robustness, simple operation, and does not require bridge closures. It can significantly promote the identification of bridge damping ratio of the first mode in practical engineering.

**Key words** passing vehicle excitation, vehicle bridge coupling, damping ratio, beam bridge

## 引言

阻尼比是桥梁结构动力特性中的重要参数<sup>[1]</sup>, 表征结构能量耗散和振动衰减程度, 同时也是评价桥梁安全性能的重要指标<sup>[2]</sup>. 工程应用中, 由于客观条件和测试机理、阻尼模型及实测技术等方面落后于其他研究的影响, 导致阻尼比识别精度不高, 限制其在桥梁结构动力参数识别方面的应用<sup>[3]</sup>. 因此, 研究识别桥梁阻尼比的理论和方法很有必要, 且对桥梁安全评估有着重要意义<sup>[4-5]</sup>.

目前获取桥梁阻尼比主要包括直接和间接测量二方面<sup>[6]</sup>. 传统的直接测量法是将传感器直接安装在桥梁结构待测点处, 通过主动或者被动激励桥梁, 获取桥梁结构动力响应, 进而对信号进行分析得到模态信息<sup>[7]</sup>. Kim 等<sup>[8]</sup> 结合自然激励技术 (NExT) 和特征实现算法 (ERA), 基于主跨安装的大量传感器数据获取了桥梁运营状态下一阶阻尼比. Xiao 等<sup>[9]</sup> 将 15 个加速度传感器沿桥梁长度放置在中心线上, 同步采集后采用自由衰减法计算桥梁动力特性, 并使用希尔伯特-黄变换和快速傅里叶变换识别桥梁固有频率和一阶阻尼比. 封周权等<sup>[10]</sup> 推导出负对数似然函数的 Hessian 矩阵解析式, 提取和计算变异系数来量化模态参数最佳估计的不确定性, 基于某斜拉桥斜拉索上布置加速度计采集响应信号, 采用该方法在适当情况下获取该索一阶阻尼比最佳估计. 孙倩等<sup>[11]</sup> 构建桥梁结构响应功率谱传递比函数, 识别了特定谐波激励下的模型一阶阻尼比初步算例. 直接测量法能在一段时间内监测桥梁状态的发展与

变化, 对于重要桥梁监测十分必要. 但对于量大面广的中小跨径桥梁集群监测, 也存在安装众多传感器、调试设备费时费力及人力消耗成本等问题<sup>[12-15]</sup>.

为了改进传统直接量测法成本高、耗时长等特点, 近年来基于图像摄影、激光扫描等非接触式间接量测法受到了大量研究人员的关注. Kim 等<sup>[16]</sup> 基于视觉的无人机位移测量系统, 将摄像机与目标之间的距离最大设置为 2.5 m, 并传统的激光测距传感器进行对比, 结果表明两者识别出的阻尼比相似, 但该方法也需要消除无人机本身运动带来的影响, 需更进一步研究. 朱天煦等<sup>[17]</sup> 针对激光扫描测试中的噪声问题, 提出模态峰值汉克尔奇异值分解的阻尼比识别方法, 在多次累加迭代恢复模态信息后, 有效识别出结构的一阶阻尼比. Yang 等<sup>[18]</sup> 设计出双轴移动试验车, 在车上配备一定数量且均匀布置的加速度计和激光传感器, 利用两个独立扫描点之间时间引起的衰减特性, 使用希尔伯特变换识别出桥梁一阶阻尼比, 但该方法需要布设多个传感器保证测试精度, 实验经济性和便利性不足. 阳洋等<sup>[19]</sup> 通过假定的桥梁阻尼比值提取假定的桥梁第一阶振型, 通过不断试算循环判断该第一阶振型最大值点是否居中来识别桥梁真实阻尼比, 并基于数值算例和实桥试验进行验证. Xu 等<sup>[20]</sup> 推导出单对称梁垂直、横向和扭转振动响应的封闭解析解, 通过车体信号反算接触点响应来分离桥梁的垂直频率和弯扭频率进而识别薄壁桥梁一阶阻尼比, 并通过数值模拟进行分析并得到验证. 曲春绪等<sup>[21]</sup> 基于频域分解法正交模态分离来识别桥梁阻尼比, 当各阶模态分离的

越彻底识别结果越精准. Yang等<sup>[22]</sup>设计椭圆滤波器从接触点响应获得窄带信号从而改进传统的间接量测法,结果表明采用两辆质量更大的桥梁激励车识别出的阻尼比更准确.上述识别桥梁阻尼比的方法已经取得了丰硕的程度,然而路面粗糙度、环境噪音等因素依旧没有较好地解决,难以实现对桥梁阻尼比的高精度识别<sup>[23-26]</sup>.

有鉴于此,本文提出一种基于车桥耦合技术识别桥梁阻尼比新方法,以一辆静止检测车停靠在桥面除支座外的任一位置,基于单辆通行车激励,采集桥梁响应信号进而计算得到桥梁一阶阻尼比.从而改进直接测量法需要布置大量传感器费时费力的不足,解决车桥耦合间接量测法路面粗糙度参数影响模态识别等问题.本文在既有车桥耦合理论<sup>[27-30]</sup>的基础上,推导单车-桥耦合接触点响应解析解与桥梁阻尼比的关系,从理论上说明本文方法的可行性.然后采用数值模型分别考虑通行车车速、检测车停靠位置、环境噪音、桥梁阻尼比和通行车阻尼比等参数对阻尼比识别的影响,并与文献<sup>[19]</sup>基于假定的振型识别阻尼比方法和模态识别常用的随机子空间法<sup>[31-33]</sup>识别结果进行对比,进一步说明本文方法的有效性.最后在实桥试验中对该方法进行验证,说明本文方法的工程适用性.

## 1 理论基础

### 1.1 单辆通行车激励下的桥梁阻尼比识别

运营中的桥梁激励源主要以随机交通载荷为主,建立如图1所示的静止检测车简化模型,车辆被建模为单自由度弹簧-质量系统<sup>[34]</sup>.单辆通行车质量为 $m_v$ ,刚度为 $k_v$ ,阻尼为 $c_v$ , $q_v$ 为通行车的绝对竖向位移,以恒定速度 $v$ 行驶在桥面, $f_c(t)$ 为通行车随时间变化作用于桥梁上的载荷.检测车的质量、刚度和阻尼分别为 $m_{v1}$ , $k_{v1}$ 和 $c_{v1}$ ,距离桥梁左端的距离为 $d_1$ , $q_{v1}$ 为检测车的绝对竖向位移.桥梁被简化为欧拉简支梁,桥长为 $L$ ,抗弯刚度为 $EI$ ,单位长度质量为 $\bar{m}$ ,阻尼为 $c$ ,桥面的粗糙度用 $r(x)$ 表示, $u_b$ 为桥梁的绝对竖向位移.假定静止采集的检测车与桥梁是永久接触的,检测车相较于桥梁的质量可以忽略不计<sup>[35]</sup>.

桥梁振动微分方程为

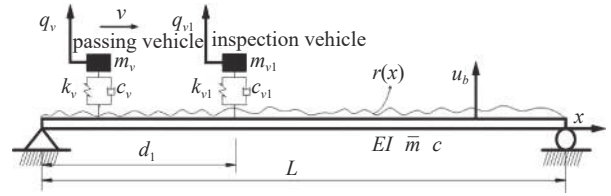


图1 静止检测车停靠在桥梁上的模型

Fig. 1 A stationary inspection vehicle parked on a bridge model

$$\bar{m}\ddot{u}_b(x,t) + c\dot{u}_b(x,t) + EIu_b''''(x,t) = f_c(t)\delta(x-vt) \quad (1)$$

通行车振动微分方程为

$$m_v\ddot{q}_v(t) + c_v(\dot{q}_v(t) - \dot{u}_b(x,t)|_{x=vt} - \dot{r}(x)|_{x=vt}) + k_v(q_v(t) - u_b(x,t)|_{x=vt} - r(x)|_{x=vt}) = 0 \quad (2)$$

式中, $(\cdot) = d(\cdot)/dt$ 表示对时间 $t$ 的一阶导数, $(\ddot{\cdot}) = d^2(\cdot)/dt^2$ 对时间 $t$ 的二阶导数, $u_b''''$ 为桥梁位移对位置 $x$ 的4次微分, $\delta$ 为狄利克雷函数.其中

$$f_c(t) = k_v(q_v(t) - u_b(x,t)|_{x=vt} - r(x)|_{x=vt}) + c_v(\dot{q}_v(t) - \dot{u}_b(x,t)|_{x=vt} - \dot{r}(x)|_{x=vt}) - m_v g \quad (3)$$

由振型叠加法知,桥梁竖向位移可表示为

$$u_b(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(x)q_j(t) \quad (4)$$

式中, $\phi_j(x) = \sin(j\pi x/L)$ 为桥梁第 $j$ 阶模态振型, $q_j(t)$ 是第 $j$ 阶模态振型对应的广义坐标.把式(4)代入式(1),等式两边分别乘以 $\sin(j\pi x/L)$ ,并沿着桥梁跨度方向积分<sup>[36]</sup>,利用振型正交性可得

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = \frac{f_c(t) \int_0^L \delta(x-vt) \sin \frac{j\pi x}{L} dx}{\int_0^L \bar{m} \sin^2 \frac{j\pi x}{L} dx} \quad (5)$$

式中, $\omega_j$ 为桥梁第 $j$ 阶模态频率, $\xi_j$ 为对应的桥梁第 $j$ 阶模态阻尼比.狄利克雷函数 $\delta$ 具有挑选性,即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-vt) \sin \frac{j\pi x}{L} dx = \sin \frac{j\pi vt}{L}$ ,把式(3)代入式(5)可得

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = 2\sin\left(\frac{j\pi vt}{L}\right) \frac{1}{\bar{m}L} [k_v(q_v(t) - u_b(x,t)|_{x=vt} - r(x)|_{x=vt}) + c_v(\dot{q}_v(t) - \dot{u}_b(x,t)|_{x=vt} - \dot{r}(x)|_{x=vt}) - m_v g] \quad (6)$$

结合式(2),不考虑车辆惯性力的贡献,即车辆的加速度远小于重力加速度 $g$ ,可以做出以下简化



$$\frac{k_v(q_v(t) - u_b(x, t)|_{x=v_l} - r(x)|_{x=v_l})}{\bar{m}L} + \frac{c_v(\dot{q}_v(t) - \dot{u}_b(x, t)|_{x=v_l} - \dot{r}(x)|_{x=v_l})}{\bar{m}L} = -\frac{m_v\ddot{q}_v}{\bar{m}L} \approx 0 \quad (7)$$

将式 (7) 代入到式 (6), 则式 (6) 简化为

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = -2\sin\left(\frac{j\pi v_l}{L}\right)\frac{m_v g}{\bar{m}L} \quad (8)$$

考虑到通行车在上桥之前, 桥梁是未受到激励的, 因此假设初始条件  $\dot{q}_j(t) = q_j(t) = 0$ , 从而求解式 (8) 二阶非齐次线性微分方程得到桥梁模态坐标响应为

$$q_j(t) = \Delta_{1,j}\Delta_{2,j}\{F_{\omega_{d,j}}(t) + e^{-\xi_j\omega_j t} [2\xi_j\beta_j\cos(\omega_{D,j}t) + \Delta_{3,j}\sin(\omega_{D,j}t)]\} \quad (9)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1,j} &= -\frac{2m_v g L^3}{EIj^4\pi^4} \\ \Delta_{2,j} &= \frac{1}{\sqrt{(1-\beta_j)^2 + (2\xi_j\beta_j)^2}} \\ \Delta_{3,j} &= \frac{\beta_j}{\sqrt{1-\xi_j^2}}(2\xi_j^2 + \beta_j^2 - 1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式 (9) 中  $F_{\omega_{d,j}}(t)$  是与通行车频率  $\omega_{d,j}$  有关的响应, 表达式为

$$F_{\omega_{d,j}}(t) = (1 - \beta_j^2)\sin(\omega_{d,j}t) - 2\xi_j\beta_j\cos(\omega_{d,j}t) \quad (11)$$

式 (11) 中  $\beta_j = \omega_{d,j}/\omega_{D,j}$  为频率比,  $\omega_{d,j} = j\pi v/L$  为驱车频率,  $\omega_{D,j} = \omega_j\sqrt{1-\xi_j^2}$  为桥梁第  $j$  阶模态频率, 以主梁振动为主的桥梁阻尼比在 0.03 以下<sup>[37-38]</sup>, 因此简化计算  $\omega_{D,j} = \omega_j$ , 式 (9) 可以表示为

$$q_j(t) = \Delta_{1,j}\Delta_{2,j}\{F_{\omega_{d,j}}(t) + e^{-\xi_j\omega_j t} [2\xi_j\beta_j\cos(\omega_j t) + \Delta_{3,j}\sin(\omega_j t)]\} \quad (12)$$

式 (12) 对时间  $t$  求二阶导, 可得

$$\ddot{q}_j(t) = \Delta_{1,j}\Delta_{2,j}\{\ddot{F}_{\omega_{d,j}}(t) + e^{-\xi_j\omega_j t} [\Delta_{4,j}\sin(\omega_j t) - \Delta_{5,j}\cos(\omega_j t)]\} \quad (13)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{4,j} &= 2\omega_j\xi_j\beta_j + \Delta_{3,j}\omega_j\xi_j + 2\omega_j^2\xi_j^2\beta_j - \Delta_{3,j}\omega_j^2 \\ \Delta_{5,j} &= -2\xi_j^2\omega_j\beta_j + \Delta_{3,j}\xi_j\omega_j^2 + 2\xi_j\omega_j^2\beta_j + \Delta_{3,j}\omega_j \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

根据式 (4) 和式 (13) 可知, 桥梁加速度响应为

$$\ddot{u}_b(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \Delta_{1,j}\Delta_{2,j}\{\ddot{F}_{\omega_{d,j}}(t) + e^{-\xi_j\omega_j t} [\Delta_{4,j}\sin(\omega_j t) - \Delta_{5,j}\cos(\omega_j t)]\} \cdot \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (15)$$

式 (1) ~ 式 (15) 即为桥梁竖向加速度响应的理论推导. 检测车与桥梁接触位置即为接触点, 从图 1 中可以看出, 检测车停靠在  $x = d_1$  处即为车桥接触点. 现场测试时桥梁第一阶模态振型易识别且较为精准, 因此, 取一阶振型对应的接触点响应为

$$\ddot{u}_{b,1}(x, t)|_{x=d_1} = \Delta_{1,1}\Delta_{2,1}\{e^{-\xi_1\omega_1 t} [\Delta_{4,1}\sin(\omega_1 t) - \Delta_{5,1}\cos(\omega_1 t)]\} \cdot \sin\left(\frac{\pi d_1}{L}\right) \quad (16)$$

从式 (16) 可以看出接触点响应信号仅包含桥梁模态信息, 这意味着在车桥耦合系统中提取接触点响应即可获得桥梁模态信息. 因此, 在桥梁模态测试中, 首先把传感器安装在检测车轮轴上收集车体响应信号, 进一步利用车体响应反算得到接触点响应. 检测车的运动微分方程为

$$m_{v1}\ddot{q}_{v1}(t) + c_{v1}(\dot{q}_{v1}(t) - \dot{u}_b(x, t)|_{x=d_1} - \dot{r}(x)|_{x=d_1}) + k_{v1}(q_{v1}(t) - u_b(x, t)|_{x=d_1} - r(x)|_{x=d_1}) = 0 \quad (17)$$

由式 (17) 可以看出, 在静止采集的情况下, 停靠位置  $x$  为定值, 而与路面粗糙度有关的变量  $\dot{r}(x)$  与  $r(x)$  只与检测车停靠位置  $x$  有关, 故  $\dot{r}(x)$  与  $r(x)$  在式 (17) 中为定值, 与动采时的  $\dot{r}(x)|_{x=v_l}$  和  $r(x)|_{x=v_l}$  相比, 是不随时间变化而改变的, 即式 (17) 可以进一步简化为

$$m_{v1}\ddot{q}_{v1}(t) + c_{v1}(\dot{q}_{v1}(t) - \dot{u}_b(d_1, t)) + k_{v1}(q_{v1}(t) - u_b(d_1, t)) = k_{v1}r(d_1) + c_{v1}\dot{r}(d_1) = k_{v1}r(d_1) = A \quad (18)$$

由式 (18) 易知, 当停靠位置不变时, 等式右边可以视作常数  $A$ , 即检测车静止时采集到的信号是不含粗糙度动态变化的, 因此本文所提出的方法是不受粗糙度影响的<sup>[39]</sup>.

在现场桥梁测试中, 车体加速度响应信号  $\ddot{q}_{v1}$  可由加速度传感器获取, 进一步采用 Newmark- $\beta$  法和中心差分法等常用的数值计算方法即可求得接触点响应.

有别于经典的自由衰减法计算结构阻尼比, 本文方法的桥梁响应信号衰减段是单辆通行车在桥面

行驶时的时域曲线,而不是利用自由衰减法处理通行车出桥面后自由衰减段的时域曲线,即不需要封桥,可快速便捷实现桥梁阻尼比的识别.如图1所示,把检测车停靠在桥梁任意位置  $x = d_1$  处,利用三角函数对式(16)进行简化,可以得出

$$\ddot{u}_{b,1}(x, t)|_{x=d_1} = \Delta_{1,1} \Delta_{2,1} \left\{ e^{-\xi_1 \omega_1 t} [\sin(\omega_1 t + \varphi_1)] \right\} \cdot \sin\left(\frac{\pi d_1}{L}\right) \quad (19)$$

其中  $\varphi_1 = \tan^{-1}(-\Delta_{5,1}/\Delta_{4,1})$ . 可以得到在  $x = d_1$  处,任意两个相邻振动峰值之比为

$$\frac{R_{b,t}}{R_{b,(t+\Delta t)}} = e^{\xi_1 \omega_1 \Delta t} = B \quad (20)$$

其中  $\Delta t = 2\pi/\omega_1$ , 为桥梁基频对应的一个周期时长. 从式(20)可得,任意两个相邻振动峰值之比为常数  $B$ , 桥梁基频和对应的周期时长都可以通过傅里叶变换得到. 因此,阻尼比可由相邻振动峰值比的对数衰减率得到. 在小阻尼体系下,可以求得阻尼比如下

$$\xi_1 = \frac{\ln B}{\omega_1 \Delta t} \quad (21)$$

在实际操作中,为了获得更高的精度,采用振动峰值衰减至50%所需要的次数来计算阻尼比. 这意味着,通过把传感器和无线传输设备集成到检测车上,形成快速自动模块化巡检设备,即可在桥面任意位置求得阻尼比,可实现中小跨径桥梁集群快速检测.

具体而言,本文方法的流程如图2所示.

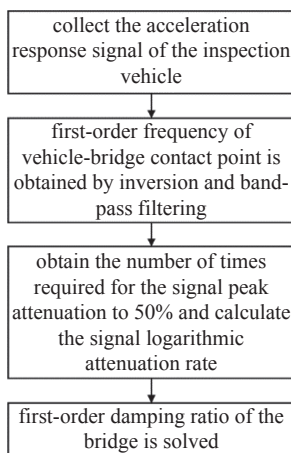


图2 阻尼比识别流程

Fig. 2 Damping ratio identification process

## 2 数值模拟

### 2.1 数值模型

以重庆市某大桥为基础模型,该桥为5跨,跨长均为30 m的简支梁桥. 基于该桥加固完成的第3跨,重点开展现场试验. 如图3所示为桥梁示意图. 第3跨长度为30 m,截面面积为4.621 m<sup>2</sup>,截面惯性矩为3.606 8 m<sup>4</sup>,桥梁材料的混凝土强度采用C50,其弹性模量为  $3.45 \times 10^4$  MPa. 激励源来自桥面上的一辆通行车,如图1所示,结合实桥试验检测车设备,检测车模型简化为单自由度弹簧质量模型,质量为1470 kg,车辆刚度为524 076 N/m,阻尼为100 N·s/m,检测车的一阶频率为3 Hz. 由式(16)可知,通行车的参数对识别桥梁一阶阻尼比无影响. 因此,把通行车同样简化为单自由度的弹簧质量模型,质量为5000 kg,车辆刚度为524 076 N/m,阻尼为100 N·s/m,可得通行车的一阶频率为1.63 Hz. 将该桥第3跨等间距划分为15个单元,每个单元长度为2 m. 如图4所示,通行车按照一定速度前行激起桥梁振动,集成在检测车上的传感器采集车体响应信号,采样频率设置为100 Hz,采样时间为30 s. 其中,数字1~16代表单元节点处的编号,带圈数字1~15代表桥梁单元编号. 将检测车停靠在节点处,待数据采集完成,即可按照图2流程识别桥梁一阶阻尼比.

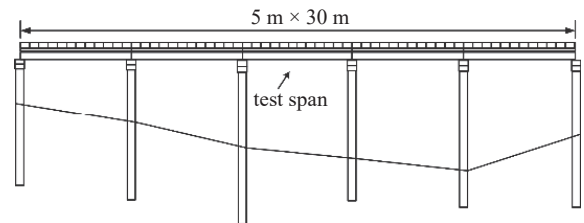


图3 大桥示意图

Fig. 3 Schematic diagram of a bridge

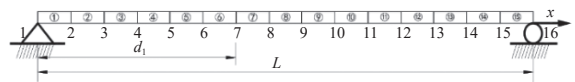


图4 桥梁单元及节点划分

Fig. 4 Bridge element and node partitioning

### 2.2 通行车车速分析

为研究不同车速对该方法识别效果的影响,设置通行车车速分别为1, 2, 5和2~4 m/s,其中非匀速行驶是从2 m/s增加到4 m/s,加速度为0.4 m/s<sup>2</sup>,再从4 m/s减少至2 m/s,加速度为-0.4 m/s<sup>2</sup>. 检测车

停靠在节点 8 处, 桥梁阻尼比设置为 0.01, 车桥其他参数与 2.1 节一致. 当得到车桥接触点响应信号后, 采用图 2 流程识别出桥梁一阶阻尼比. 如图 5 ~ 图 8 所示, 分别为不同车速下滤波后的接触点加速度响应, 阻尼比识别结果如表 1 所示.

从表 1 可知, 在 1, 2, 5 和 2~4 m/s 不同车速下均可识别出桥梁阻尼比, 相对误差分别为 2%, 2%,

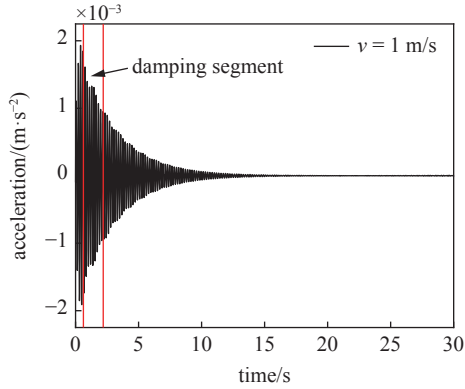


图 5 车速为 1 m/s 时接触点响应  
Fig. 5 Contact point response traveling at 1 m/s

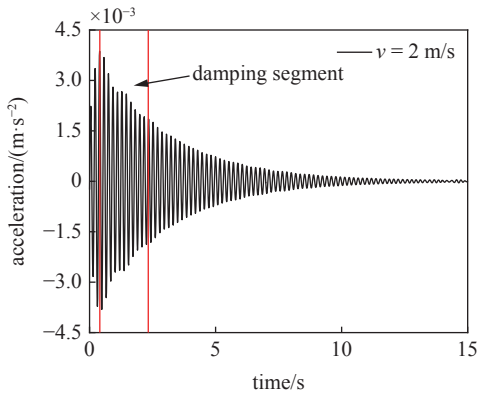


图 6 车速为 2 m/s 时接触点响应  
Fig. 6 Contact point response traveling at 2 m/s

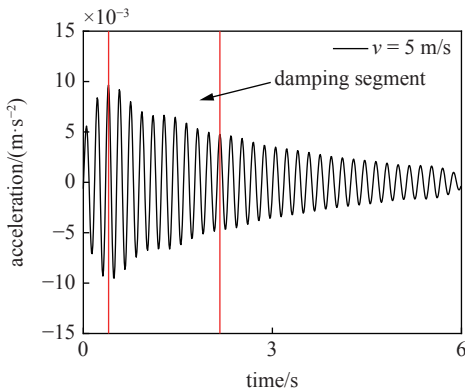


图 7 车速为 5 m/s 时接触点响应  
Fig. 7 Contact point response traveling at 5 m/s

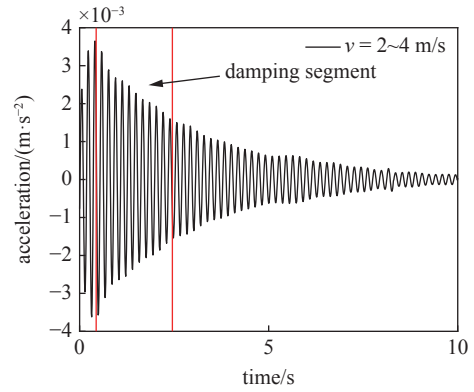


图 8 车速为 2~4 m/s 时接触点响应  
Fig. 8 Contact point response traveling at 2~4 m/s

表 1 不同车速下的阻尼比识别结果

Table 1 Damping ratio identification results under different vehicle speeds

Vehicle speed/ (m·s <sup>-1</sup> )	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
1	0.0098	0.01	0.0002	2%
2	0.0098	0.01	0.0002	2%
5	0.0097	0.01	0.0003	3%
2~4	0.0097	0.01	0.0003	3%

3% 和 3%. 因此, 在不同车速下, 均可识别出桥梁一阶阻尼比.

### 2.3 检测车停靠位置影响分析

上一节已经验证在桥梁节点 8 位置处可以识别出阻尼比, 本节选择 2, 5 和 13 这 3 个节点来说明检测车停靠桥梁不同位置对阻尼比识别结果的影响. 除了节点位置不一样, 其他参数均与 2.1 节一致, 以通行车车速 1 m/s 为例, 按照图 2 所示流程识别桥梁阻尼比. 图 9 ~ 图 11 分别为不同停靠位置下滤波后

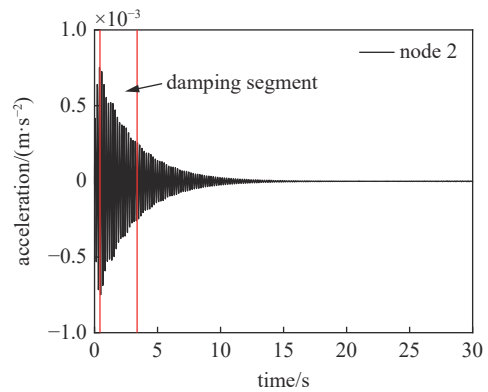


图 9 在节点 2 时接触点响应  
Fig. 9 Contact point response at node 2

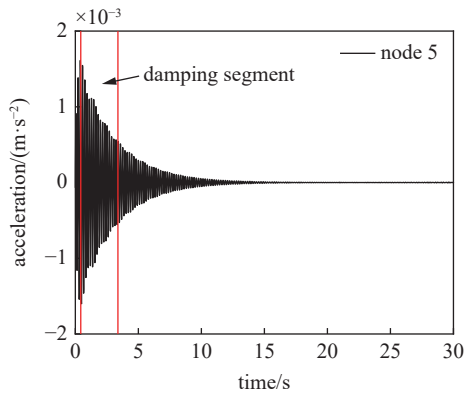


图 10 在节点 5 时接触点响应  
Fig. 10 Contact point response at node 5

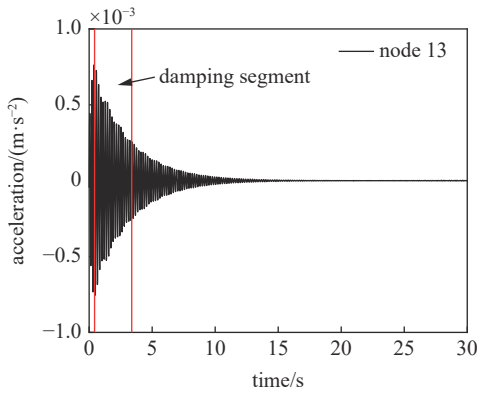


图 11 在节点 13 时接触点响应  
Fig. 11 Contact point response at node 13

的接触点加速度响应, 阻尼比的识别结果如表 2 所示.

从表 2 可知, 检测车停靠在不同位置处均可识别出桥梁阻尼比, 且相对误差均为 2%. 这意味着, 在现场测试时, 检测车停靠在除了支座之外任意位置均可识别出阻尼比, 无须考虑设置检测车停放位置, 更加省时高效.

表 2 检测车停靠不同位置处的阻尼比识别结果

Table 2 Damping ratio identification results for the inspection vehicle parked at different locations

Parking location	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
node 2	0.0098	0.01	0.0002	2%
node 5	0.0098	0.01	0.0002	2%
node 13	0.0098	0.01	0.0002	2%

### 2.4 噪音影响分析

通过在车体响应上添加白噪声, 分别选择信噪比为 40, 30 和 20 dB 的环境噪音下识别桥梁阻尼比.

选择检测车停靠在节点 8 处, 以桥梁阻尼比 0.01 为例, 行车速度 1 m/s, 其他车桥参数与 2.1 节一致. 按照图 2 流程, 不同信噪比下滤波后的接触点加速度响应如图 12 ~ 图 14 所示, 识别出的阻尼比如表 3 所示.

从表 3 可知, 在信噪比为 40 和 30 dB 时, 本文方法均可以识别出桥梁阻尼比, 且误差在 5% 以内.

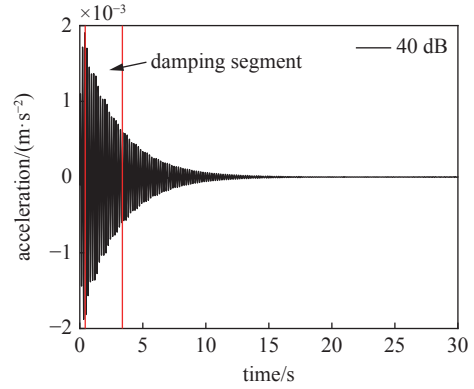


图 12 信噪比 40 dB 时接触点响应  
Fig. 12 Contact point response at 40 dB

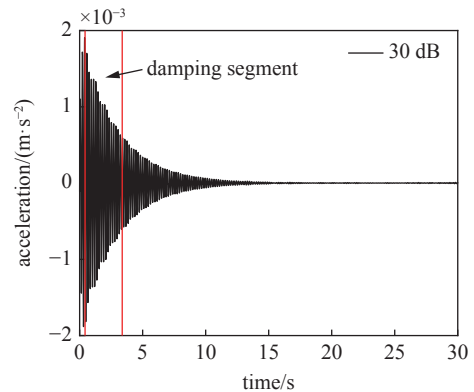


图 13 信噪比 30 dB 时接触点响应  
Fig. 13 Contact point response at 30 dB

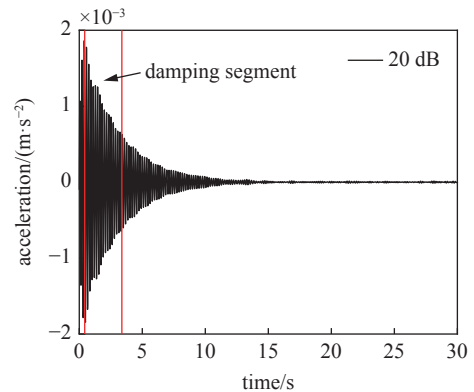


图 14 信噪比 20 dB 时接触点响应  
Fig. 14 Contact point response at 20 dB



表 3 不同信噪比下的阻尼比识别结果

Table 3 Damping ratio identification results under different signal-to-noise ratios

SNR/dB	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
40	0.0096	0.01	0.0004	4%
30	0.0095	0.01	0.0005	5%
20	0.0093	0.01	0.0007	7%

当信噪比为 20 dB 时, 识别的桥梁阻尼比虽然相对误差为 7%, 但其结果仍具有一定的参考值. 结果表明, 本文所提方法在识别桥梁阻尼比时, 具有一定的噪音抗干扰能力, 有助于在现场测试中应用.

2.5 桥梁阻尼比影响分析

在实际情况下, 不同桥梁的一阶阻尼比可能会有变化. 因此, 分别选择阻尼比 0.015, 0.02 和 0.025, 通行车速度为 1 m/s, 其他车桥参数与 2.1 节一致, 在信噪比为 30 dB 下的识别结果, 图 15 ~ 图 17 分别为不同桥梁阻尼比下滤波后的接触点加速度响应, 阻尼比的识别结果如表 4 所示.

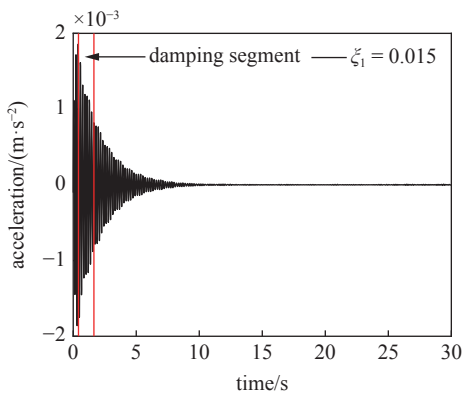


图 15 桥梁阻尼比为 0.015 时接触点响应

Fig. 15 Contact point response when bridge damping ratio is 0.015

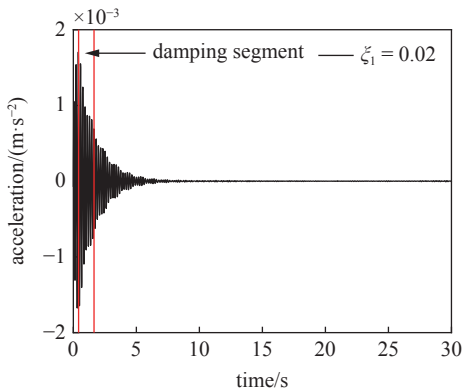


图 16 桥梁阻尼比为 0.02 时接触点响应

Fig. 16 Contact point response when bridge damping ratio is 0.02

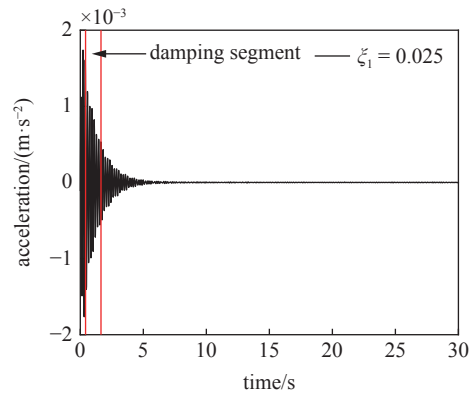


图 17 桥梁阻尼比为 0.025 时接触点响应

Fig. 17 Contact point response when bridge damping ratio is 0.025

表 4 不同桥梁阻尼比下的识别结果

Table 4 Identification results under different bridge damping ratios

SNR/dB	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
30	0.0145	0.015	0.0005	3.3%
	0.019	0.02	0.001	5%
	0.026	0.025	0.001	4%

从表 4 可知, 在信噪比 30 dB 条件下, 均可识别出不同的桥梁阻尼比工况, 最大误差不超过 5%. 由于式 (17) 是基于结构小阻尼的前提下近似推导得出的, 因此, 在现场测试时, 应尽量选择低阻尼的桥梁, 这样识别结果会更精准.

2.6 通行车阻尼影响分析

在实际情况下, 激励来源通行车的阻尼可能有变化. 因此, 分别选择阻尼 100, 500 和 800 N·s/m, 行车车速为 1 m/s, 其他车桥参数与 2.1 节一致, 在信噪比为 30 dB 下的识别结果, 如图 18 ~ 图 20 所示,

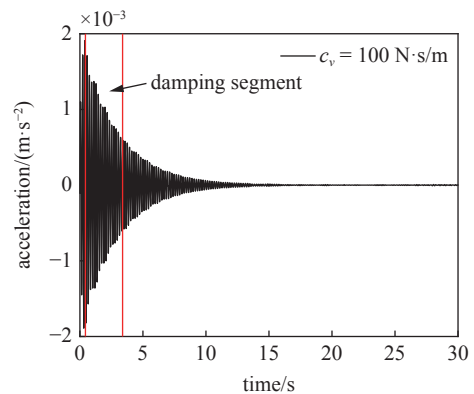


图 18 通行车阻尼为 100 N·s/m 时接触点响应

Fig. 18 Contact point response when passing vehicle damping is 100 N·s/m

分别为不同行车阻尼下滤波后的接触点加速度响应, 阻尼比的识别结果如表5所示。

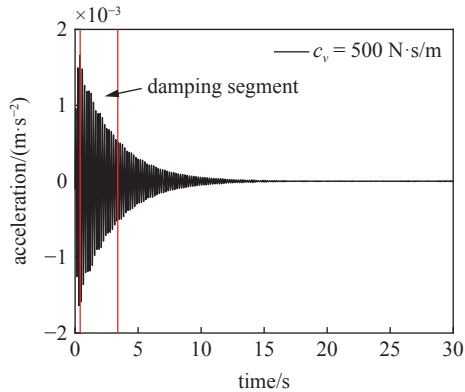


图19 通行车阻尼为500 N·s/m时接触点响应

Fig. 19 Contact point response when passing vehicle damping is 500 N·s/m

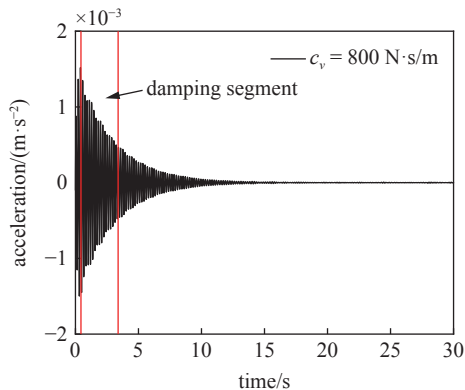


图20 通行车阻尼为800 N·s/m时接触点响应

Fig. 20 Contact point response when passing vehicle damping is 800 N·s/m

表5 不同通行车阻尼下的阻尼比识别结果

Table 5 Damping ratio identification results under different passing vehicle dampings

Vehicle damping/ (N·s·m <sup>-1</sup> )	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
100	0.0098	0.01	0.0002	2%
500	0.0098	0.01	0.0002	2%
800	0.0098	0.01	0.0002	2%

从表5可知, 在信噪比30 dB条件及不同行车阻尼比的情况下, 桥梁阻尼比均可以识别出来, 相对误差均在2%。结果表明, 通行车阻尼对本文所提方法几乎没有影响, 在实际应用中更具有普遍性。

## 2.7 方法对比

本文方法的主要优势体现在: 与文献[18]相比,

需要设计专用的双轴测试车, 且加速度计和激光传感器的安装要求比较高, 本文方法不需要布置较多传感器, 仅在检测车体上集成单个加速度传感器即可, 同时避免了路面粗糙度对识别结果的影响。与文献[19]相比, 本文方法是基于单辆通行车激励桥梁, 不需要封桥, 更加高效便捷; 同时也不需要事先假设阻尼比参数重复修正振型直至第一阶振型的最大值处于测试跨跨中的繁琐程序, 且抗噪性较好。

为进一步说明本文方法的优势, 选择车速为1 m/s、桥梁阻尼比为0.01、信噪比为50 dB下的工况, 基于同样采集的单个加速度数据与文献[19]基于假定的振型识别阻尼比方法和随机子空间法<sup>[31]</sup>做对比分析, 识别精度如表6所示, 可以看出, 本文方法在识别精度上较优于其他两种方法。更重要的是, 本文方法无需封桥, 同时避免了路面粗糙度对识别结果的影响, 检测车停靠在桥面除支座外任一位置均可识别出桥梁阻尼比, 更加经济高效, 适用于中小跨径桥梁集群的快速检测。

表6 不同方法识别结果

Table 6 Identification results using different methods

Identification method	Identification value	Theoretical value	Absolute error	Relative error
methodology used in this study	0.0098	0.01	0.0002	2%
Ref. [19]	0.0096	0.01	0.0004	4%
random subspace <sup>[31]</sup>	0.0097	0.01	0.0003	3%

## 3 现场实验

试验选取的梁式桥为重庆市某大桥, 桥面全宽: 2.30 m(人行道 + 栏杆) + 16.00 m(车行道) + 2.30 m(人行道 + 栏杆) = 20.60 m, 桥面铺装为沥青混凝土, 栏杆为钢筋混凝土栏杆, 为简支梁桥。其他资料可详见第3节数值模拟介绍。图21为桥梁检测车, 图22为集成化检测车传感器的布置示意图。

在正式上桥之前, 预先准备3个试验。首先, 将力锤作为激振器, 给检测车施加一个瞬态的冲击力, 进行动力特性测试获取检测车频率等模态信息。图23为经过快速傅里叶变换之后检测车的加速度信号频谱图, 可以看出, 检测车车体基频为3 Hz。其次, 在桥面布置加速度传感器获取大桥的基频, 如图24所示, 桥梁的基频为5.45 Hz。最后, 把集成加速度传感器、采集仪和电源等设备的检测车停靠在桥面, 分



图 21 桥梁集成化检测车

Fig. 21 Integrated bridge inspection vehicle

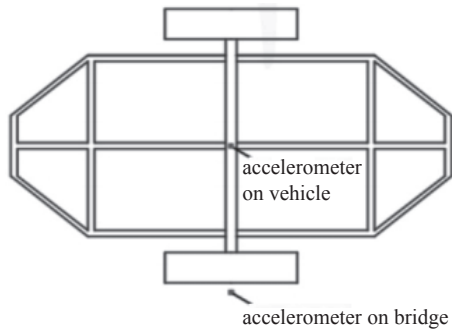


图 22 传感器布置示意图

Fig. 22 Sensor layout diagram

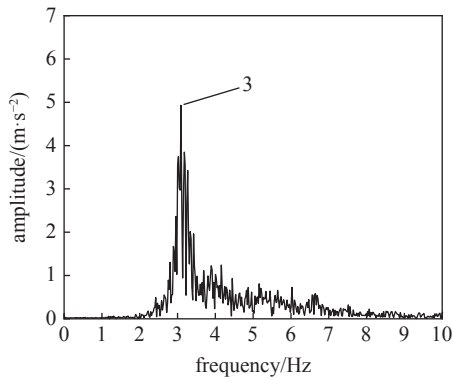


图 23 力锤敲击检测车的信号傅里叶变换

Fig. 23 Fourier transform of the signal from the impact of the hammer on the inspection vehicle

析采集到的信号是否包括车体信息和桥梁信息, 如图 25 可以看出, 频谱图包含两个峰值, 分别为检测车车体基频 3 Hz 和桥梁基频 5.45 Hz.

在凌晨时分进行试验, 当仅有单辆通行车经过时, 采集通过时的响应信号. 将检测车停靠在桥梁跨中位置, 采集到的检测车加速度响应以及接触点加速度响应如图 26 和图 27 所示.

基于衰减段的接触点响应信号, 采用本文方法

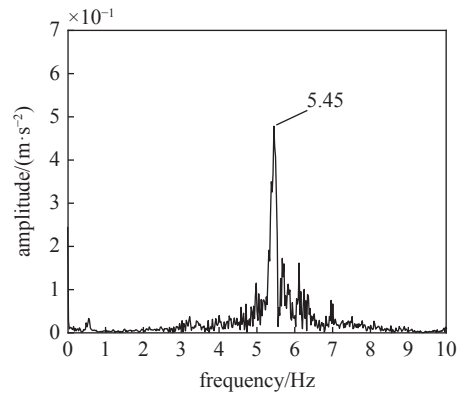


图 24 传感器布置在桥面信号的傅里叶变换

Fig. 24 Fourier transform of the bridge deck signals with sensors arranged

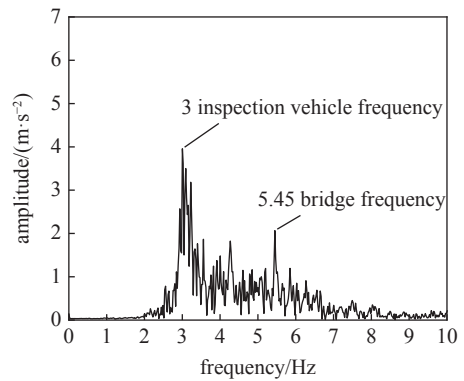


图 25 检测车停在桥面车体响应信号傅里叶变换

Fig. 25 Fourier transform of the vehicle response signal with the inspection vehicle parked on the bridge deck

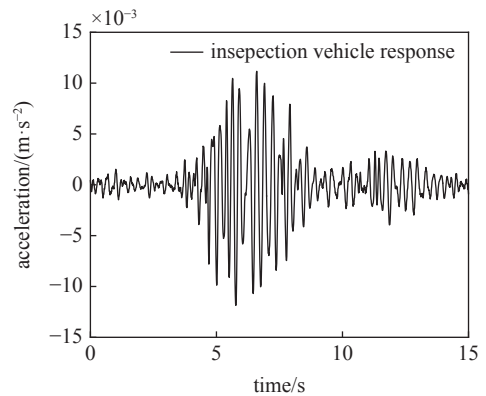


图 26 检测车车体响应

Fig. 26 Inspection vehicle response

得到的阻尼比为 0.0086. 为了说明本文方法的可行性, 与文献 [19] 基于假定的振型识别阻尼比方法和随机子空间法<sup>[31]</sup> 做对比分析. 如表 7 所示, 本文方法与随机子空间方法识别出的一阶阻尼比相对误差为 7.5%, 文献 [19] 方法与随机子空间方法识别出的一阶阻尼比相对误差为 8.75%. 结果表明本文方法

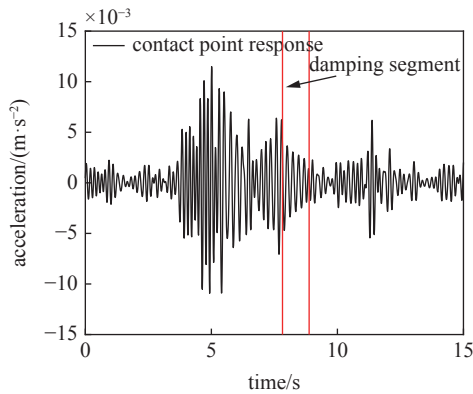


图 27 接触点响应

Fig. 27 Contact point response

表 7 不同方法识别结果

Table 7 Identification results using different method

Identification method	Identification value	Absolute error	Relative error
methodology used in this study	0.0086	0.0006	7.5%
Ref. [19]	0.0087	0.0007	8.75%
random subspace <sup>[31]</sup>	0.0080	—	—

具有一定的工程适用性。

## 4 结论

本文通过理论推导,证明在单辆通行车激励下,基于车桥耦合理论的车桥接触点响应包含桥梁阻尼比信息.分析通行车车速、检测车停靠位置、环境噪音、桥梁阻尼比和通行车阻尼比等参数对识别桥梁一阶阻尼比的影响,通过数值模拟初步验证本文方法的有效性.最终通过实桥试验说明了本文方法的可行性,并得出以下结论:

(1) 本文方法在单辆通行车激励下,适用于环境信噪比大于 30 dB 的条件;

(2) 通行车阻尼在 100 ~ 800 N·s/m 及行车速度在 1 ~ 5 m/s 范围内对阻尼比识别结果无影响,说明本文方法具有一定的适用性;

(3) 检测车在桥面上的停靠位置对阻尼比识别结果无影响,避免了路面粗糙度对阻尼比识别结果的影响;

(4) 本文方法操作简单,不需要封桥,仅靠单辆通行车激励识别桥梁一阶阻尼比,经济高效。

后续将进一步开展在多辆通行车激励下的桥梁阻尼比识别研究,进一步推动该方法在实际工程中的应用。

## 参 考 文 献

- Kim S, Park KY, Kim HK, et al. Damping estimates from reconstructed displacement for low-frequency dominant structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 136: 106533
- Mao JX, Wang H, Feng DM, et al. Investigation of dynamic properties of long-span cable-stayed bridges based on one-year monitoring data under normal operating condition. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, 25(5): e2146
- Liu S, Zhao R, Yu K, et al. Output-only modal identification based on the variational mode decomposition (VMD) framework. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 522: 116668
- Yang Y, Lu H, Tan X, et al. Fundamental mode shape estimation and element stiffness evaluation of girder bridges by using passing tractor-trailers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 169: 108746
- Yang Y, Lu H, Tan X, et al. Mode shape identification and damage inspection of bridge by movable sensory system. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 24(1): 1299-1313
- 杨永斌, 王志鲁, 史康等. 基于车辆响应的桥梁间接测量与监测研究综述. *中国公路学报*, 2021, 34(4): 1-12 (Yang Yongbin, Wang Zhilu, Shi Kang, et al. Research progress on bridge indirect measurement and monitoring from moving vehicle response. *China Journal of Highway and Transport*, 2021, 34(4): 1-12 (in Chinese))
- Salawu OS, Williams C. Review of full-scale dynamic testing of bridge structures. *Engineering structures*, 1995, 17(2): 113-121
- Kim S, Park J, Kim HK. Damping identification and serviceability assessment of a cable-stayed bridge based on operational monitoring data. *Journal of Bridge Engineering*, 2017, 22(3): 04016123
- Xiao F, Chen GS, Hulsey JL, et al. Ambient loading and modal parameters for the Chulitna River Bridge. *Advances in Structural Engineering*, 2016, 19(4): 660-670
- 封周权, 张吉仁, 王亚飞等. 环境激励下斜拉索阻尼识别的贝叶斯方法研究. *中国公路学报*, 2023, 36(7): 114-124 (Feng Zhouquan, Zhang Jiren, Wang Yafei et al. Bayesian approach study for identifying damping of stay cables using ambient vibration measurements. *China Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(7): 114-124 (in Chinese))
- 孙倩, 颜王吉, 任伟新. 基于响应功率谱传递比的桥梁结构工作模态参数识别方法. *中国公路学报*, 2019, 32(11): 83-90 (Sun Qian, Yan Wangji, Ren Weixin. Operational modal analysis for bridge engineering based on power spectrum density transmissibility. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32(11): 83-90 (in Chinese))
- Hwang D, Kim S, Kim HK. Long-term damping characteristics of twin cable-stayed bridge under environmental and operational variations. *Journal of Bridge Engineering*, 2021, 26(9): 04021062
- Wu WH, Wang SW, Chen CC, et al. Application of stochastic subspace identification for stay cables with an alternative stabilization diagram and hierarchical sifting process. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016, 23(9): 1194-1213
- Sun L, Shang Z, Xia Y, et al. Review of bridge structural health monitoring aided by big data and artificial intelligence: From condition assessment to damage inspection. *Journal of Structural Engineering*, 2020, 146(5): 04020073
- Li Z, Feng MQ, Luo L, et al. Statistical analysis of modal parameters of a suspension bridge based on Bayesian spectral density ap-



- proach and SHM data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 98: 352-367
- 16 Kim H, Kim G. Reliability assessment of a vision-based dynamic displacement measurement system using an unmanned aerial vehicle. *Sensors*, 2023, 23(6): 3232
- 17 朱天煦, 臧朝平. 高温结构激光扫描模态测试的降噪与参数识别. *强度与环境*, 2020, 47(2): 46-55 (Zhu Tianxi, Zang Chaoping. Noise reduction and parameter identification of modal test on a high temperature structure measured by scanning laser doppler vibrometer. *Structure and Environment Engineering*, 2020, 47(2): 46-55 (in Chinese))
- 18 Yang YB, Zhang B, Chen Y, et al. Bridge damping identification by vehicle scanning method. *Engineering Structures*, 2019, 183: 637-645
- 19 阳洋, 许文明, 卢会城等. 基于车桥耦合理论的梁式桥阻尼比识别研究. *力学学报*, 2022, 54(5): 1387-1402 (Yang Yang, Xu Wenming, Lu Huicheng, et al. Research on damping ratio identification of beam bridge based on vehicle bridge coupling theory. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(5): 1387-1402 (in Chinese))
- 20 Xu H, Liu YH, Yang M, et al. Scanning and separating vertical and torsional-flexural frequencies of thin-walled girder bridges by a single-axle test vehicle. *Thin-Walled Structures*, 2023, 182: 110266
- 21 曲春绪, 刘宇飞, 周宇等. 基于频域分解法正交模态分离的阻尼比识别研究. *中国公路学报*, 2023, 36(7): 80-89 (Qu Chunxu, Liu Yufei, Zhou Yu, et al. Damping ratio identification through orthogonal separation frequency domain decomposition method. *China Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(7): 80-89 (in Chinese))
- 22 Yang DS, Wang CM. Bridge damage inspection using reconstructed mode shape by improved vehicle scanning method. *Engineering Structures*, 2022, 263: 114373
- 23 Eshkevari SS, Matarazzo TJ, Pakzad SN. Bridge modal identification using acceleration measurements within moving vehicles. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 141: 106733
- 24 He WY, Ren WX, Zuo XH. Mass-normalized mode shape identification method for bridge structures using parking vehicle-induced frequency change. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, 25(6): e2174
- 25 Tan C, Uddin N, O'Brien EJ, et al. Extraction of bridge modal parameters using passing vehicle response. *Journal of Bridge Engineering*, 2019, 24(9): 04019087
- 26 Kong X, Cai CS, Kong B. Numerically extracting bridge modal properties from dynamic responses of moving vehicles. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 142(6): 04016025
- 27 Yang Y, Tan X, Lu H, et al. Indirect approach to identify girder bridge element stiffness based on blind source separation. *Symmetry*, 2022, 14(10): 1963
- 28 Lei S, Ge Y, Li Q, et al. Frequency-domain method for non-stationary stochastic vibrations of train-bridge coupled system with time-varying characteristics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 183: 109637
- 29 Zhang X, Chen E, Li L, et al. Development of the dynamic response of curved bridge deck pavement under vehicle-bridge interactions. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2022, 22(11): 2241003
- 30 Hou J, Wang J, Xu W, et al. An analysis method of vehicle-bridge coupling vibration considering effects of expansion joint parameters and its application. *Structural Control and Health Monitoring*, 2022, 29(11): e3065
- 31 Pourgholi M, Gilarlue MM, Vahdani T, et al. Influence of Hankel matrix dimension on system identification of structures using stochastic subspace algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 186: 109893
- 32 Liu X, Wan HP, Luo YZ, et al. A data-driven combined deterministic-stochastic subspace identification method for condition assessment of roof structures subjected to strong winds. *Structural Control and Health Monitoring*, 2022, 29(10): e3031
- 33 Zhou KL, Qiu S, Han XL. Modal identification of civil structures via stochastic subspace algorithm with Monte Carlo-based stabilization diagram. *Journal of Structural Engineering*, 2022, 148: 6
- 34 阳洋, 谭小琨, 王欢等. 基于统计矩理论的梁式桥模态振型识别新方法研究. *中国公路学报*, 2022, 出版中 (Yang Yang, Tan Xiaokun, Wang Huan, et al. Research on a new method of beam bridge mode shape identification based on statistical moment theory. *China Journal of Highway and Transport*, 2022, in press (in Chinese))
- 35 Yang YB, Wang ZL, Yao H, et al. Weak-end and frequency inspection of elastically supported bridges by contact residual response of two-axle test vehicle in a round trip. *Journal of Bridge Engineering*, 2023, 28(3): 06023001
- 36 Yang YB, Zhang B, Qian Y, et al. Contact-point response for modal identification of bridges by a moving test vehicle. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2018, 18(5): 1850073
- 37 同济大学. 公路桥梁抗风设计规范. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2018, JTG/T3360-01-2018 (Tongji University. Wind-Resistant Design Specification for Highway Bridges. Beijing: People's Communications Press, 2018, JTG/T3360-01-2018 (in Chinese))
- 38 招商局重庆交通科研设计院有限公司. 公路桥梁抗震设计规范. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2020, JTG/T2231-01-2020 (China Merchants Chongqing Communication Technology Research & Design Institute Co. Ltd. Specifications for Seismic Design of Highway Bridges. Beijing: People's Communications Press, 2020, JTG/T2231-01-2020 (in Chinese))
- 39 阳洋, 梁晋秋, 袁爱鹏等. 基于桥梁单元刚度损伤识别的新型间接量测方法研究. *中国公路学报*, 2021, 34(2): 188-198 (Yang Yang, Liang Jinqiu, Yuan Aipeng, et al. Bridge element bending stiffness damage identification based on new indirect measurement method. *China Journal of Highway and Transport*, 2021, 34(2): 188-198 (in Chinese))