

基于机器学习的弯管固液两相流流动特性研究

肖盛鹏, 朱宏博, 周岱, 包艳

STUDY ON FLOW CHARACTERISTICS OF SOLID-LIQUID TWO-PHASE FLOW IN BEND BASED ON MACHINE LEARNING

Xiao Shengpeng, Zhu Hongbo, Zhou Dai, and Bao Yan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-23-356>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于机器学习的非结构网格阵面推进生成技术初探

PRELIMINARY INVESTIGATION ON UNSTRUCTURED MESH GENERATION TECHNIQUE BASED ON ADVANCING FRONT METHOD AND MACHINE LEARNING METHODS

力学学报. 2021, 53(3): 740-751

颗粒群碰撞搜索及CFD-DEM耦合分域求解的推进算法研究

RESEARCH ON PARTICLE SWARM COLLISION SEARCH AND ADVANCEMENT ALGORITHM FOR CFD-DEM COUPLING DOMAIN SOLVING

力学学报. 2021, 53(6): 1569-1585

扩展腔对方波型微混合器混合性能的影响研究

INFLUENCE OF EXPANDED CAVITY ON MIXING PERFORMANCE OF SQUARE-WAVE MICRO-MIXER

力学学报. 2018, 50(2): 254-262

基于人工神经网络的湍流大涡模拟方法

ARTIFICIAL NEURAL NETWORK-BASED SUBGRID-SCALE MODELS FOR LARGE-EDDY SIMULATION OF TURBULENCE

力学学报. 2021, 53(1): 1-16

页岩凝析气藏相平衡的快速准确计算方法

FAST AND ACCURATE PHASE EQUILIBRIUM CALCULATIONS FOR CONDENSATE SHALE GAS RESERVOIRS

力学学报. 2021, 53(8): 2156-2167

基于基因表达式编程的数据驱动湍流建模

DATA-DRIVEN TURBULENCE MODELLING BASED ON GENE-EXPRESSION PROGRAMMING

力学学报. 2021, 53(10): 2640-2655



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

基于机器学习的弯管固液两相流流动特性研究¹⁾肖盛鹏 朱宏博²⁾ 周岱 包艳

(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘要 管道水力输送是工业中常见运输方式, 具有运输距离长、安全性高、运营和维护成本低、环境友好和布置灵活的优点, 当前关于管道系统内水平、倾斜和垂直管道的两相流流动特征研究较多, 而关于系统内弯曲段管道研究较少, 亟需明确该段的两相流流动机理及阐明该段的磨损机制, 并作出准确预测. 本研究首先采用欧拉-拉格朗日框架下的 CFD-DEM 耦合方法, 针对弯曲管道压降和磨损率, 探究了弯曲角度、弯曲半径、输入速度、颗粒直径和颗粒浓度等 5 个因素的影响; 并基于上述 5 个变量, 通过 Pairwise 配对法进行工况组合并进行数值模拟计算, 得到数百个可用数据; 基于此数据集, 开发了 6 个机器学习模型进行训练, 比较了各自模型的准确率并得到各特征对于预测结果的相对重要性. 结果表明, 弯管的压降随输入速度、颗粒浓度、颗粒直径和弯曲角度增大而增大, 与弯曲半径关系较小; 磨损率随输入速度、颗粒浓度、颗粒直径和弯曲半径的增大而增大, 随弯曲角度的增大, 在 90°前先略有下降, 在 90°后增大. 最佳的机器学习模型对压降和磨损率的预测准确率评估指标 R^2 (越接近 1 越准确) 分别在 0.96 和 0.99 左右, 具有较好的预测能力, 可用于多参数影响下的弯曲管道固液两相流水力压降及管壁磨损率的预测, 且计算发现输入速度和颗粒浓度分别是对压降和磨损率预测的影响程度最大的因素.

关键词 弯管, 水力输送, CFD-DEM, 机器学习, 压降, 磨损率

中图分类号: O359 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-23-356

STUDY ON FLOW CHARACTERISTICS OF SOLID-LIQUID TWO-PHASE FLOW IN BEND BASED ON MACHINE LEARNING¹⁾Xiao Shengpeng Zhu Hongbo²⁾ Zhou Dai Bao Yan

(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract Pipeline hydraulic conveying is a common mode of transportation in industry, which has the advantages of long transportation distance, high safety, low operation and maintenance costs, environmental friendliness and flexible layout. At present, there are many researches on the flow characteristics of two-phase flow in horizontal, inclined and vertical pipelines in the pipeline system, while there are few researches on the bend in the system. It is urgent to clarify the two-phase flow mechanism of this section, identify the erosion mechanism of this section, and make an accurate prediction. In this study, firstly, the CFD-DEM coupling method under the Euler-Lagrange framework was used to investigate the influence of five factors including bending angle, bending radius, input velocity, particle diameter and particle concentration, on the pressure drop and erosion rate of bend. Based on the above five variables, the Pairwise

2023-07-31 收稿, 2023-10-08 录用, 2023-10-09 网络版发表.

1) 国家自然科学基金(52101322, 42076210, 12372270), 上海市政府间国际科技合作(2216071020)和上海交通大学深蓝计划(SL2022PT101)资助项目.

2) 通讯作者: 朱宏博, 助理研究员, 主要研究方向为深海采矿. E-mail: hongbozhu@sjtu.edu.cn

引用格式: 肖盛鹏, 朱宏博, 周岱, 包艳. 基于机器学习的弯管固液两相流流动特性研究. 力学学报, 2024, 56(3): 613-625

Xiao Shengpeng, Zhu Hongbo, Zhou Dai, Bao Yan. Study on flow characteristics of solid-liquid two-phase flow in bend based on machine learning. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2024, 56(3): 613-625

method was used to carry out the combination of cases and numerical simulation calculation was done, and hundreds of valid data were obtained. Based on this data set, six machine learning models were developed for training, the accuracy of each model was compared, and the relative importance of each feature for the prediction results was obtained. The results show that the pressure drop increases with the increase of input velocity, particle concentration, particle diameter and bending angle, and has little relationship with the bending radius; The erosion rate increases with the increase of input velocity, particle concentration, particle diameter and bending radius. With the increase of bending angle, it decreases slightly before 90° and increases after 90° . The prediction accuracy evaluation index R^2 (the closer to 1, the more accurate) of the best machine learning model for pressure drop and erosion rate are about 0.96 and 0.99, respectively, which have good prediction ability, and can be used to predict the pressure drop and erosion rate of solid-liquid two-phase flow in bend under the influence of multiple parameters. It is found that the input velocity and particle concentration are the most influential factors on the pressure drop and erosion rate prediction, respectively.

Key words bend, hydraulic conveying, CFD-DEM, machine learning, pressure drop, erosion rate

引言

管道水力输送作为典型的颗粒-流体的固-液两相流,是采矿和石油等工业中一种常见运输方式,具有运输距离长、安全性高、运营和维护成本低、环境友好的优点^[1],此外,输送系统中的直管之间通过弯曲短管进行连接,具有很好的布局灵活性.当固液两相流中的颗粒进入弯曲段,与弯曲壁面首次碰撞后,会减速并以一定角度向弯管出口偏转,在颗粒从弯曲段出口流入直管段,加速并恢复到完全发展状态之前,会经历与壁面一次或多次的碰撞,整个过程导致了管道压降与壁面磨损率的增加^[2].

管道压降是管道输运优化设计的主要物理量之一^[3-4].管道压降过大,输送两相流所需要的能量则越多,导致资源浪费;压降过小,则不能保证颗粒的顺利输送,甚至导致管道堵塞^[5].周游^[6]通过对垂直管道进行数值模拟,发现压降由颗粒重力、壁面摩擦等引起. Doron 等^[7]和 Song 等^[8]对直管道压降进行了测试,发现管道压降大小与流体速度、管道直径、固体进料浓度及其他参数有关. Peretz 等^[9]针对 90° 弯管,结合文献数据和数值模拟,建立了包含几何和流动条件的弯管压降经验方程.

壁面磨损是管道输运优化设计的另外一个主要的物理量. Vieira 等^[10]通过理论与实验相结合,提出了适用于不同流率和粒径的壁面磨损模型. Adedeji 等^[11]将数值模拟结果与前人的实验数据进行对比,发现颗粒碰撞角、速度和颗粒质量分数是磨损程度的主要影响因素. Chen 等^[12]研究了输送细颗粒的 45° , 60° 和 90° 弯管的壁面磨损,发现最大磨损率明显不同. Pei 等^[13]发现,改变弯曲段的曲率半径直接

影响颗粒的流动磨损特性. Zhang 等^[14]在计算磨损率时考虑了颗粒碰撞速度和角度并讨论了模型的适应性.

随着计算技术的发展,数值模拟已成为预测管道水力输送流动特性的有效工具^[15-16].对固液两相流进行数值模拟的方法主要分为两种: Euler-Euler 方法和 Euler-Lagrange 方法^[17].与 Euler-Euler 方法将固液两相均视为连续介质相比, Euler-Lagrange 方法将流体视为连续相而将颗粒视为离散相,更好地模拟了颗粒的碰撞^[18].对于运动中的各向异性大颗粒 ($>1\text{ mm}$), Euler-Lagrange 方法的计算结果更符合实际情况^[19].离散单元法 (DEM) 是 Euler-Lagrange 框架中模拟颗粒之间、颗粒与壁之间相互作用的最常用方法之一.在该方法中,有限数量的离散颗粒通过接触力和非接触力相互作用,并具有由牛顿运动方程描述的平移和旋转运动.

近年来,机器学习方法在解决工程应用和科学领域的复杂问题中表现出了优异性,为管道水力输送流动特性的预测提供了一种新的思路,目前已被应用于多相流流型识别、压力预测和颗粒系数等的预测^[20]. Liu 等^[21]采用卷积神经网络来计算不同体积分数下固液两相流的流速,精度比现有流速计算方法高 21%. Li 等^[22]使用 K 近邻回归模型对固液两相流的湍流波动进行预测,显示出很好的一致性.颜建国等^[23]研究了极限学习机等模型在螺旋流动条件下对过冷沸腾两相流的临界热流密度的预测效果,比传统经验公式有大幅提升.贺登辉等^[24]基于随机森林模型,实现了对离心泵气液两相流的压升问题的准确预测.但针对颗粒-液体两相流的压降和

磨损问题, 相关机器学习模型还鲜有应用。

另一方面, 与对管道水力输送系统中的垂直、水平和倾斜直管道的广泛研究相比^[7,18,25], 对弯管的研究要少得多。然而, 在管道系统的所有部件中, 弯管是最有可能出现问题的。与水力输送相类似的颗粒输送方式——气力输送已证明了这一情况, 在此系统中, 由颗粒在弯曲段碰撞后再恢复完全发展状态所引起的压降增加较为明显, 在一些系统中占总压降的 90%^[26], 同时, 弯曲段的磨损率可能比直管的磨损率高 50 倍^[27]。Wang 等^[28] 基于气固流动数据, 比较了不同机器学习模型对弯管最大磨损率的预测效果并与实验结果基本一致。然而, 对于大颗粒水力输送, 这些问题研究较少, 如果处理不好, 会导致输送过程中的流动不稳定、能耗增加和弯曲磨损破坏, 甚至导致整个输送过程的失败。因此, 有必要评估和预测弯曲段的压力损失、管道壁面磨损来确保输送稳定性, 以便更好地设计和规划输送系统。

本文采用 CFD-DEM 方法, 计算了弯曲段水力提升管道在不同的几何、流场和颗粒参数条件下的压降和磨损性质, 分析了各参数的影响机理, 并结合机器学习方法, 基于 CFD-DEM 方法计算的数据, 研究了不同机器学习模型对弯曲提升管的压降和磨损率的预测能力, 以期对管道系统的设计和优化提供参考。

1 两相流模型

1.1 流体控制方程

将流体视为连续相, 其控制方程以 N-S 方程为基础, 在动量方程中引入了由于颗粒存在而引起的流体扰动项。对于不可压缩黏性流体, 方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_f \rho_f) + \nabla \cdot (\varepsilon_f \rho_f \mathbf{u}_f) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_f \rho_f \mathbf{u}_f) + \nabla \cdot (\varepsilon_f \rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) &= -\varepsilon_f \nabla p_f + \nabla(\varepsilon_f \mathbf{R}_f) + \varepsilon_f \rho_f \mathbf{g} + \mathbf{f}_{sf} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, ρ_f 是流体密度, $\mathbf{u}_f$ 是流体速度, p_f 是流体压力, $\mathbf{g}$ 是重力加速度, $\mathbf{f}_{sf}$ 是颗粒对流体的体积力, $\mathbf{R}_f$ 是应力张量, 包括黏性应力和雷诺应力, ε_f 为流体体积分数, 表示为

$$\varepsilon_f = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n V_{i, \text{part}}}{V_{\text{cell}}} \quad (2)$$

其中 $V_{i, \text{part}}$ 是颗粒总体积, V_{cell} 是网格体积, n 是与网格体积重叠的颗粒数。

1.2 颗粒控制方程

在 DEM 模型中, 颗粒的平移和旋转运动分别通过动量和角动量方程来考虑

$$\left. \begin{aligned} m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} &= m_p \mathbf{g} + \mathbf{f}_{fs} + \mathbf{f}_c \\ I_p \frac{d\omega_p}{dt} &= \mathbf{M}_{ct} + \mathbf{M}_{fs} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 m_p 是颗粒质量, $\mathbf{u}_p$ 是颗粒速度, $\mathbf{f}_{fs}$ 是流体对颗粒的作用力

$$\mathbf{f}_{fs} = \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_l + \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_{am} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{f}_d$ 是曳力^[29], $\mathbf{f}_l$ 是升力^[30], $\mathbf{f}_p$ 是压力梯度力, $\mathbf{f}_{am}$ 是附加质量力, $\mathbf{f}_c$ 表示颗粒之间的接触力, 采用 Hertz-Mindlin 非滑动接触理论模型。 I_p 为质点转动惯量, ω_p 为颗粒的角速度, $\mathbf{M}_{ct}$ 为颗粒与其他所有颗粒的接触力矩, $\mathbf{M}_{fs}$ 为颗粒受流体作用的力矩。

1.3 磨损率方程

采用 Zhang 等^[31] 设计的 E/CRC 模型

$$\left. \begin{aligned} E_R &= C(BH)^{-0.59} F_s V_p^n F(\theta) / A_{\text{face}} \\ F(\theta) &= 5.40\theta - 10.11\theta^2 + 10.93\theta^3 - 6.33\theta^4 + 1.42\theta^5 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, E_R 为磨损率, 定义为单位时间和面积下管壁因颗粒碰撞而损失的质量; A_{face} 为管道系统内壁总面积; BH 为壁面材料的布氏硬度; F_s 为颗粒形状系数; V_p 为颗粒撞击速度; θ 是以弧度为单位的撞击角; n 与 C 为经验常数, 分别为 2.17×10^{-7} 和 2.41。

1.4 CFD-DEM 耦合过程

首先计算得到流场参数, 如流场压力和速度, 用于 DEM 计算, 计算颗粒所受的流场力和颗粒对流场的反作用力, 之后将颗粒对流场的作用力代入流体控制方程, 得到相应的流场信息。最后, 将所有信息作为下一次迭代的参数, 重复迭代直至收敛, 计算完成。

2 数值模拟设计与验证

针对由水平直管道、弯曲管道和提升直管道组成的组合管道系统, 研究其在不同的管道弯曲角度 A_b 、管道弯曲半径 R_b 、输入速度 U 、颗粒浓度 C_p 、颗粒直径 d_p 条件下的压降 ΔP 和磨损率 E_R 变化规律。假设管道变形极小, 并简化为刚性管道。水

平直管道和提升直管道的设置是为使进出弯曲管道的两相流发展到稳定状态,以便更完整准确地模拟两相流流经弯管的过程。

2.1 边界条件和参数设置

如图 1 所示,水平段和提升段均长 1 m(独立性验证见后),管径 D 为 3.06 cm,管道两端设置速度入口和压力出口边界条件,壁面采用无滑移边界条件。管道划分成六面体网格,通过 O 型网格拓扑结构,可以细化壁面附近的网格来更好地预测壁面附近的液体流动。边界层共有 9 层,伸长率为 1.2,第一层厚度为 5.0×10^{-4} m,网格数量为 1.25×10^5 左右。流体的密度与动力黏度分别为 998 kg/m^3 和 $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$,颗粒的杨氏模量、泊松比和密度分别为 $1.0 \times 10^7 \text{ Pa}$, 0.3 和 2450 kg/m^3 。颗粒彼此间碰撞恢复系数以及颗粒与壁面间的碰撞恢复系数分别为 0.85 和 0.95;颗粒间的滑动摩擦系数和静摩擦系数分别为 0.01 和 0.1;颗粒与壁面间的滑动摩擦系数和静摩擦系数分别为 0.01 和 0.2。

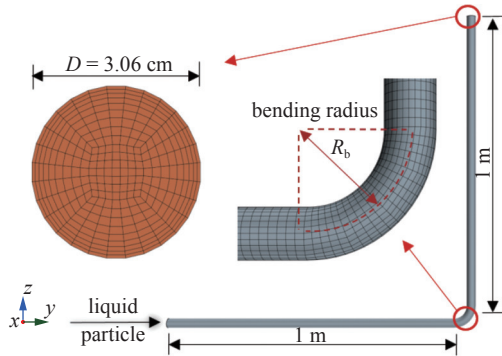


图 1 模拟弯管的几何和网格示意
Fig. 1 Geometry and mesh representation of the simulated bend

2.2 数值格式

控制方程采用有限体积法离散。瞬态问题时间离散采用二阶隐式格式,空间离散采用二阶迎风格式。液相模拟采用可实现的 $k-\varepsilon$ 湍流模型。在 CFD-DEM 模拟中,颗粒相的时间步长受 Rayleigh 时间 Δt_p 的限制, Li 等^[32] 计算的 Rayleigh 时间为

$$\Delta t_p = \frac{\pi D_p}{0.163 \mu_p + 0.8766} \sqrt{\frac{2\rho_p(1+\mu_p)}{E_p}} \quad (6)$$

其中, μ_p , E_p 分别为颗粒的泊松比和杨氏模量。考虑准确率和时间代价,颗粒时间步长设定为 1.0×10^{-5} s。根据 Tsuji 等^[33] 的工作,流体时间步长可以是固体

时间步长的 10 ~ 100 倍。为减少模拟时间,将液相时间步长定为 1.0×10^{-4} s。

2.3 模型验证

Toda 等^[34] 针对此类组合管进行了纯流体与流体-颗粒两相流的实验。实验的颗粒密度为 2.5 g/cm^3 ,弯曲半径为 12 cm,管道直径为 3.02 cm,输入速度为 2.18 m/s。实验取水平管中距离弯管入口 0.69, 0.48, 0.3 和 0.09 m 的横截面以及提升管中距离弯管出口 0.12, 0.33, 0.51 和 0.84 m 的横截面, 8 个截面之间的管道依次为 1 ~ 7 段,第 4 段主要为弯管,对每一段进行了压降测量。模拟结果与实验结果相似,每段的压降见图 2,证明了压降模拟的准确性,也说明了弯曲段的压降显著大于直管段,在管道系统总压降中占比较大。

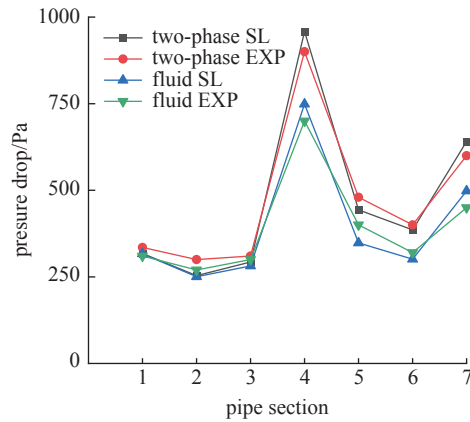


图 2 压降的模拟结果与实验结果验证
Fig. 2 Verification of simulated (SL) and experimental (EXP) results of pressure drop

利用 E/CRC 磨损模型, Zhang 等^[31] 进行了水-硅粉流的壁面磨损模拟, Chen 等^[12] 进行了管道直径为 4 cm、弯曲半径为 6 cm、输送速度为 3 m/s 的水-砂流管道磨损模拟,均与实验测量的结果基本一致,证明了在 CFD-DEM 框架中应用 E/CRC 磨损模型的计算准确性,本文不再验证。

2.4 独立性验证

网格独立性依次对细、中和粗网格进行验证,模拟结果相似,见图 3(a)。考虑到计算精度和计算时间,采用了中网格。计算时间独立性取每 0.5 s 结果的均值,见图 3(b),从第 2 s 以后,每 0.5 s 的均值基本相同,认为计算收敛,因此计算时间取 3.5 s。

管道长度独立性验证部分,对水平段和提升段均为 2 m 的同类管道系统进行模拟,得到管道各横

截面的颗粒径向体积分数分布, 如图 4, 可以发现在水平段和提升段内经过约 0.75 m 后两相流均发展到稳定状态. 因此, 水平段和提升段总计算域均取 1 m. 水平段的前 0.75 m 作为两相流发展段不计入组合管道的压降和磨损率测量, 后 0.25 m 作为组合管道的水平直管部分计入测量, 提升直管部分则全部测量.

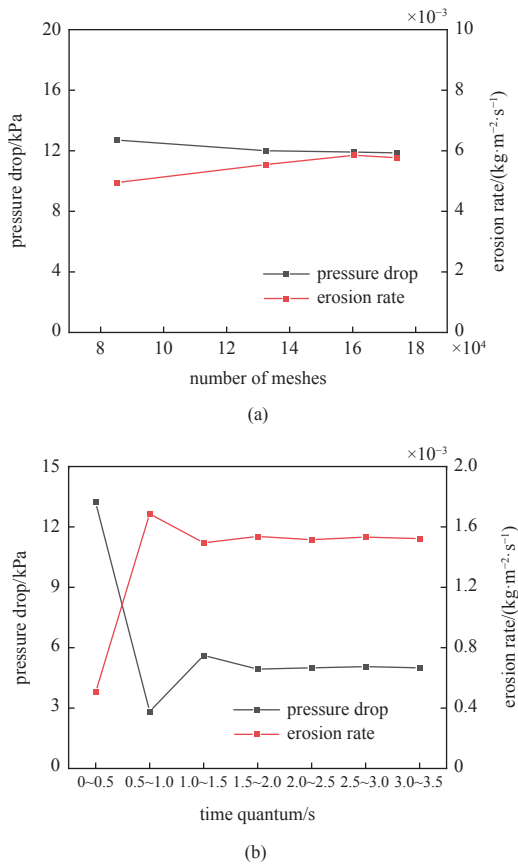
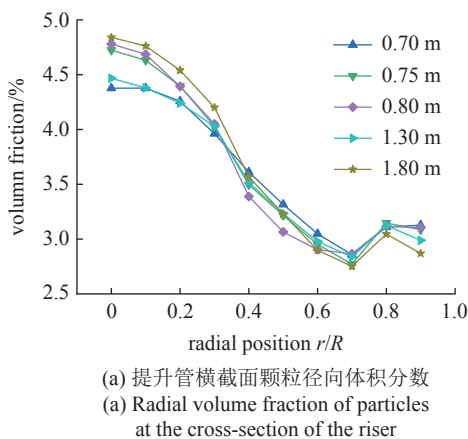
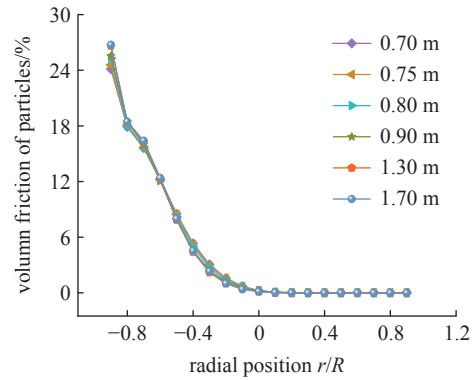


图 3 计算结果随 (a) 网格数量和 (b) 计算时间的变化曲线

Fig. 3 Curve of the change in calculation results with (a) the number of grids and (b) computing time



(a) 提升管横截面颗粒径向体积分数
(a) Radial volume fraction of particles at the cross-section of the riser



(b) 水平管横截面颗粒径向体积分数
(b) Radial volume fraction of particles at the cross-section of the horizontal pipe

图 4 长度独立性验证

Fig. 4 Length independence verification

3 数值模拟结果分析

管道压降与水力输送的能量消耗有关, 由颗粒与颗粒、颗粒与流体、颗粒与壁面、流体与壁面的相互作用以及颗粒重力等的耗能导致^[6], 管道磨损率则主要由于颗粒碰撞和冲击导致, 两者是工程实际应用中的主要关注点. 下面展开管道弯曲角度、管道弯曲半径、输入速度、颗粒浓度和颗粒直径这 5 个因素对压降和磨损率的影响分析.

3.1 输入速度 U

管道系统的弯曲角度为 90° , 弯曲半径为 0.06 m, 粒径 0.003 m, 颗粒浓度 4%, 输送速度分别为 2, 3.2, 4.4 和 5.6 m/s. 图 5 显示了颗粒的瞬时流动速度, 可划分为 3 个过程: 入口直管段充分发展状态, 弯曲段的碰撞减速状态以及出口直管段加速至恢复充分发展状态. 如图 6 所示, 随着输入速度增加, 管道系统的压降和磨损率增大.

当输入速度增加, 颗粒以更大的速度与弯曲壁

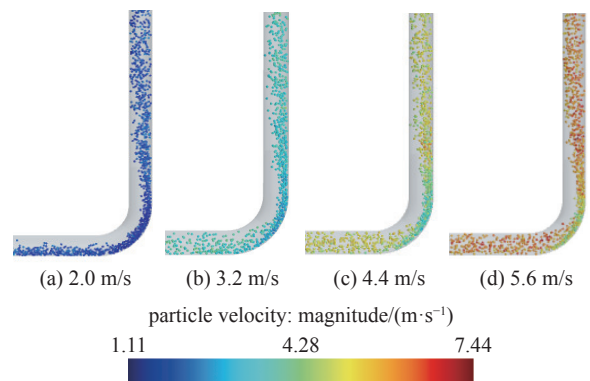


图 5 不同输入速度的颗粒流速

Fig. 5 Particle velocity at different input velocity

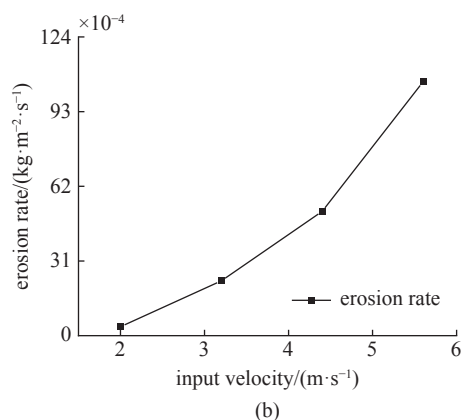
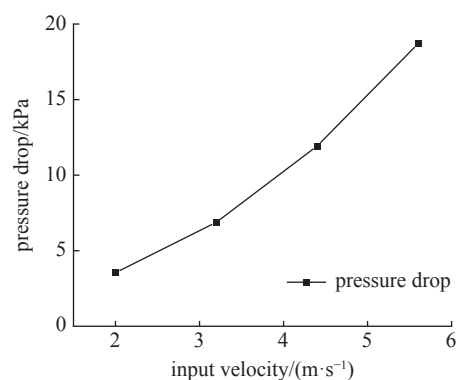


图6 压降、磨损率随输入速度的变化曲线

Fig. 6 Curve of pressure drop and erosion rate with input velocity

面碰撞,对壁面的磨损程度增加,与1.3节磨损率模型中磨损率与颗粒撞击速度的关系相符合,而且颗粒与壁面的碰撞耗能增大;同时,从图5可以看出碰撞后颗粒的速度减幅变大,动能损失增大,且随着输入速度增大,颗粒间的相互碰撞更加频繁和剧烈,碰撞后的颗粒一部分向管道壁面运动,导致颗粒与壁面的碰撞次数也增多,颗粒与壁面的每次碰撞都是一次减速再加速的耗能过程,导致壁面磨损与输送耗能增大;由于输送速度的增加,管道每秒输送的颗粒增多,导致颗粒总重力的增加,流体需提供更多能量给颗粒,增大耗能;随速度的增大,液体与壁面的相互作用也增加.管道系统总能耗增大,因此压降增加,且磨损率增大.

3.2 颗粒浓度 C_p

管道系统的弯曲角度为 90° ,弯曲半径为 0.06 m,粒径 0.003 mm,颗粒浓度分别为 1%, 2%, 4% 和 8%,输送速度为 3.2 m/s,颗粒瞬时流动速度见图7.由图8可知,随着输送浓度增大,管道系统的压降和磨损率增大.

当输送浓度增大,输送的颗粒数量增多,流体需

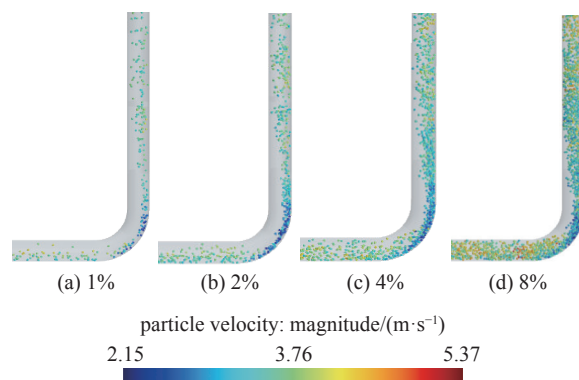


图7 不同输送浓度的颗粒流速

Fig. 7 Particle velocity at different particle concentration

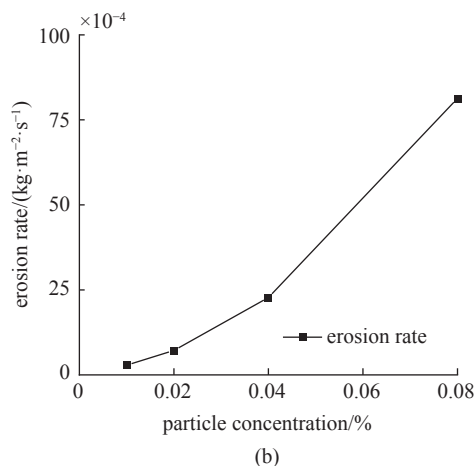
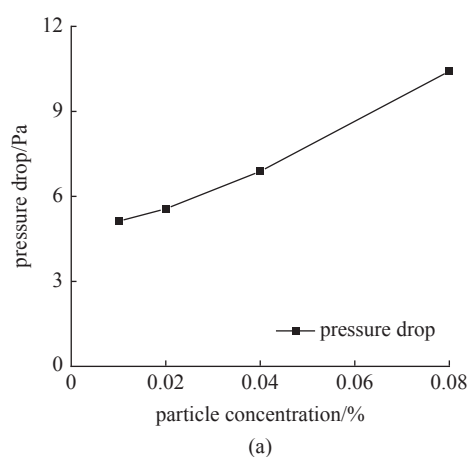


图8 压降、磨损率随颗粒浓度的变化曲线

Fig. 8 Curve of pressure drop and erosion rate with particle concentration

要传递更多的能量到颗粒以克服颗粒重力,同时,管道内颗粒数量的增多导致颗粒与颗粒以及颗粒与壁面的碰撞次数增加,颗粒产生的变速运动以及旋转同时也对流场产生极大扰动,颗粒与流体间相互作用增大.以上因素导致了耗能与磨损,因此压降增加,且管壁的磨损率增加.

3.3 颗粒直径 d_p

管道系统的弯曲角度为 90° , 弯曲半径为 0.06 m , 粒径分别为 0.0015 , 0.003 , 0.0045 和 0.006 mm , 浓度为 4% , 输入速度为 3.2 m/s , 颗粒瞬时流动速度见图 9. 图 10 表明, 随着粒径增大, 管道系统的压降和磨损率增大.

相同浓度下, 随着粒径增大, 颗粒数量急剧减少, 输送过程中颗粒间的相互碰撞减少, 因此颗粒的动量损失更少, 会以更大的速度与弯曲壁面相碰撞; 且大颗粒与小颗粒相比, 贴近弯曲壁面的一层颗粒之间距离更近, 具有一定的“屏障”作用, 减少了非最外层颗粒与弯曲壁面的碰撞, 如图 9(a) 和图 9(b) 中的弯曲段较内侧的颗粒比贴近壁面侧颗粒的速度减幅更小, 因此大颗粒比小颗粒对壁面的磨损率要大. 对于大颗粒, 在颗粒重力不变的情况下, 虽然颗粒间的相互碰撞减少导致耗能减少, 但由于颗粒与壁面碰撞的速度更大次数更多, 导致总能耗增大, 压降增大.

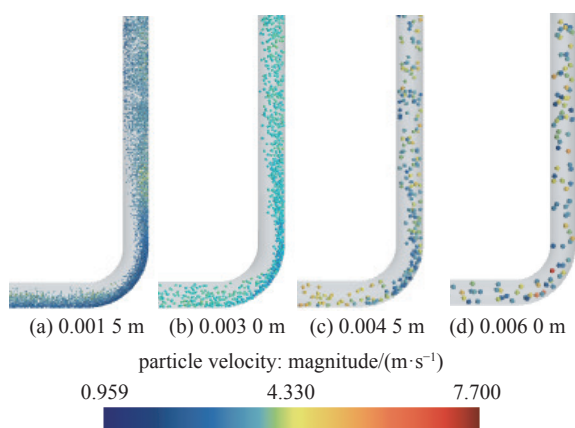


图 9 不同颗粒直径的瞬时颗粒流速

Fig. 9 Particle velocity at different particle diameter

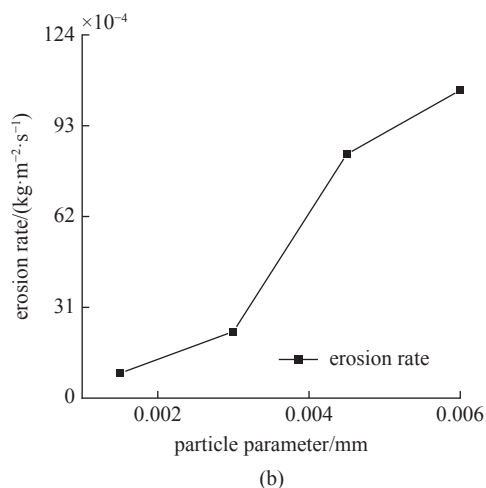
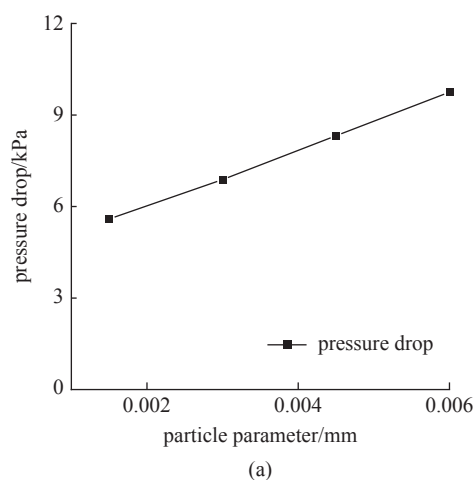


图 10 压降、磨损率随颗粒直径的变化曲线

Fig. 10 Curve of pressure drop and erosion rate with particle diameter

3.4 弯曲半径 R_b

管道系统的弯曲角度为 90° , 弯曲半径分别为 0.03 , 0.06 , 0.09 和 0.12 m , 粒径 0.003 mm , 浓度为 4% , 输入速度为 3.2 m/s , 颗粒瞬时流动速度见图 11.

由图 11 可以看出, 在颗粒流经弯曲段的过程中, 由于离心力的作用, 颗粒呈现贴近外侧壁面的流动状态并沿外侧壁面分散. 因碰撞外侧壁面而减速形成低速流, 且速度减小幅度的随弯曲半径的增大而减小, 即弯曲段半径越大越平缓, 其中的颗粒流速越接近完全发展状态的速度, 颗粒以更大的速度与弯曲壁面发生碰撞, 且弯曲段距离随弯曲半径的增大而增大导致颗粒贴近外侧壁面的流动距离增大, 碰撞范围更大, 碰撞和摩擦次数增加, 导致磨损率增加. 随弯曲半径的增大, 颗粒在弯曲段的速度减幅变小, 动能损失减小, 与颗粒和壁面间的相互作用增大导致的耗能的增量基本相抵消, 因此不同弯曲半径的

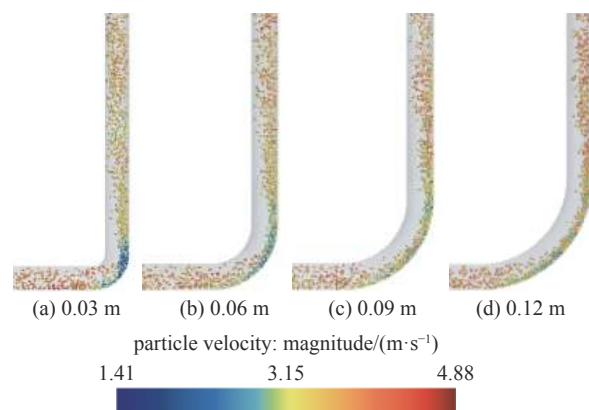


图 11 不同弯曲半径的瞬时颗粒流速

Fig. 11 Particle velocity at different bending radius

管道系统压降变化不大.

由图 12 可以看出, 随弯曲半径的增大, 压降基本不变, 磨损率增大.

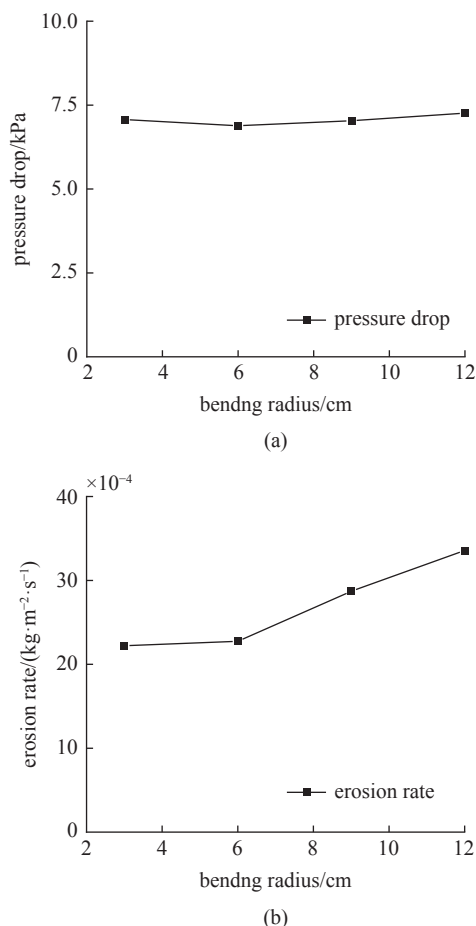


图 12 压降、磨损率随弯曲半径的变化曲线

Fig. 12 Curve of pressure drop and erosion rate with bending radius

3.5 弯曲角度 A_b

管道系统的弯曲角度分别为 30° , 60° , 90° , 120° 和 150° , 弯曲半径为 0.06 m, 粒径 0.003 mm, 浓度 4%, 输入速度 3.2 m/s, 颗粒瞬时流动速度见图 13.

如图 13 所示, 随着弯曲角度从 150° 减小到 90° , 弯折程度趋于平缓, 弯曲段的长度减小, 颗粒在弯曲段贴近壁面流动的距离减小, 与壁面的碰撞和摩擦减少, 磨损率降低, 同时造成了耗能降低, 导致压降的下降. 随着弯曲角度从 90° 减小到 30° , 弯折程度更加平缓, 接近于水平直管, 弯曲形状对颗粒的影响减小, 颗粒贴近弯曲壁面的程度降低而更加均匀地分散在管道中, 颗粒间的相互作用减少, 耗能减少, 压降变小; 颗粒速度减幅有所降低, 以相对大一些的速度与壁面碰撞, 导致颗粒与壁面的磨损率小幅上升.

如图 14 所示, 随着弯曲角度从 150° 减小到 90° , 压降和磨损率下降; 随着弯曲角度从 90° 减小到 30° , 压降下降, 磨损率小幅增加.

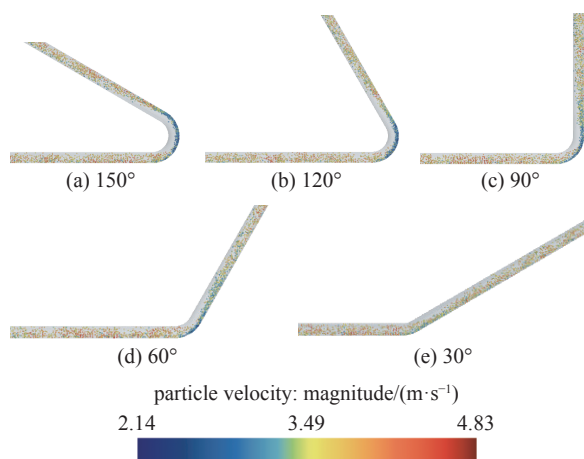


图 13 不同弯曲角度的瞬时颗粒流速

Fig. 13 Particle velocity at different bending angle

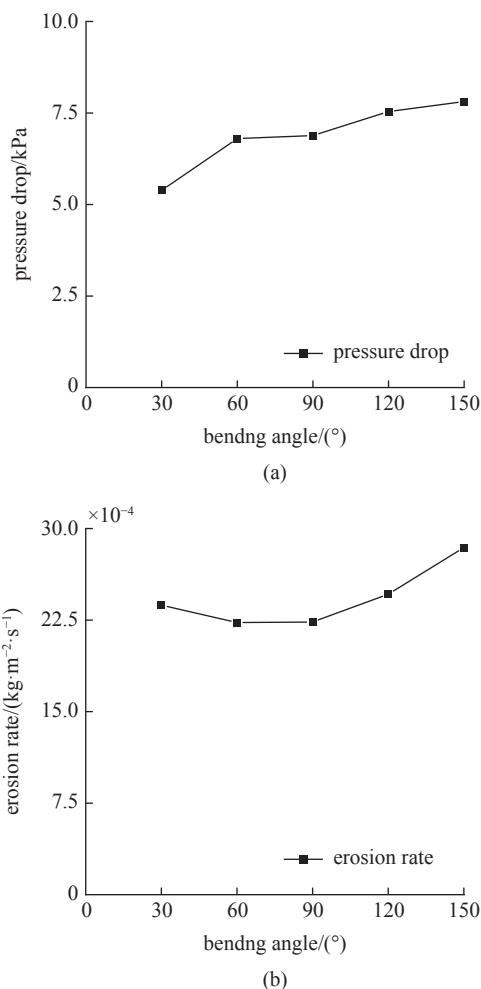


图 14 压降、磨损率随弯曲角度的变化曲线

Fig. 14 Curve of pressure drop and erosion rate with bending angle

4 机器学习数据集及模型

由于固液两相流不同条件下流动状态的复杂性, 以及弯管几何特征的多样性, 导致多参数条件下弯管的压降和磨损率预测难度较大, 基于 CFD-DEM 的方法将耗费大量的计算时间和资源. 因此, 采用机器学习方法, 通过对已有数据的学习, 来实现良好预测效果.

4.1 机器学习数据集

表 1 列出了前文弯曲角度、弯曲半径、颗粒输送浓度、颗粒直径和输入速度 5 个参数的常见取值. 将参数组合为工况时, 若各参数一一组合, 工况数量将十分庞大, 故采用 Pairwise 配对法, 它是对正交分析方法优化后得到的方法, 在保证较大测试覆盖度的情况下, 缩减测试用例, 降低算例耗时. 本文在完成数值模拟验证的基础上, 对 5 个参数的不同取值进行组合, 共计 255 个工况. 经 CFD-DEM 数值模拟计算后, 检查并剔除计算异常的数据, 剩下 234 个有效数据, 组成了最终的数据集.

表 1 工况的各参数取值
Table 1 Parameter values for cases

Parameter	Values
$A_b/(\circ)$	15, 30, 60, 90, 120, 135, 150
R_b/cm	3, 4.5, 6, 7.5, 9, 10.5, 12
$U/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	2, 2.6, 3.2, 3.8, 4.4, 5, 5.6
$C_p/\%$	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8
d_p/mm	1.5, 2.3, 3, 3.8, 4.5, 5.3, 6

使用 Python 中 sklearn 库将此数据集按照 80% 和 20% 的比例随机划分为训练集和测试集, 并以训练集为标准对训练集和测试集进行归一化, 以提高数据的表现

$$x' = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (7)$$

其中 $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$ 数据所在特征列的最大值和最小值, 经归一化后 x 的范围为 $[0, 1]$. 利用训练集来训练机器学习模型, 并通过测试集来对模型的准确性进行评估.

4.2 机器学习模型

基于 4.1 节的数据集, 总共 6 个模型被开发和评估. 接下来对每个模型进行简要介绍.

4.2.1 线性回归 (LR)

线性回归是基于输入特征和输出是线性关系的假设, 进而求解线性方程. 当数据量较小时, 能达到与复杂模型相当的精度. 模型如下

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{j=1}^p x_j w_j \quad (8)$$

式中, $\hat{y}$ 是输出变量, b_0 是偏置, x_j 是输入特征, w_j 是输入特征的权重系数. 采用最小二乘法, 将数据拟合为线性模型.

4.2.2 K 近邻回归 (KNN)

K 近邻回归是回归分析中经典的非参数方法. 在给定输入变量 x 的情况下, K 近邻算法使用输入空间中最接近 x 的 K 个点的均值来确定输出值. 模型的预测效果受 K 值的影响.

4.2.3 支持向量回归 (SVM)

支持向量回归基于从训练数据确定的一维或多维超平面对数据进行拟合, 使靠超平面最远的样本点之间的间隔最大, 并限制超平面与真实值的偏差必须小于等于 ε . 同时, 由于无法保证所有点都在 ε 范围内, 故对每个样本设置超出范围上下界的松弛变量 ξ^+ 和 ξ^- , 并乘正则化参数 C . 模型如下

$$\left. \begin{aligned} \min_{w, b} \quad & \frac{1}{2} \|w\|_2^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i^+ + \xi_i^-) \\ \text{s.t.} \quad & -\varepsilon - \xi_i^- \leq y_i - (w^T x_i + b) \leq \varepsilon - \xi_i^-, i = 1, 2, \dots, N \\ & \xi_i^- \geq 0, \xi_i^+ \geq 0, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

SVM 的预测效果主要受到正则化参数 C 和范围 ε 这两个超参数的影响.

4.2.4 人工神经网络 (ANN)

人工神经网络由多个人工神经元组成, 这些神经元以一定权重相连组成神经网络, 并分为输入层、隐藏层和输出层. 整个过程为: 开始时为连接输入层、隐藏层和输出层中神经元的权重 w_{ij} 分配随机值, 输入值被馈送到输入层中的神经元中, 乘以权重 w_{ij} 并加偏置 b_j , 再经非线性激活函数的处理, 输出到隐藏层的神经元中, 并经过相同过程继续输出和传递, 最终传递到输出层输出. 每个神经元的计算过程为

$$\hat{y} = f \left(b_j + \sum_{j=1}^p x_j w_{ij} \right) \quad (10)$$

其中 f 为非线性激活函数. 将输出层输出的预测值与真实值进行比较, 两者之间的差值用于通过反向传播算法调整权重. 重复前馈和反向传播算法以迭代地调整权重, 直到真实值和预测值之间的误差达到可接受的范围. 模型的预测效果受到网络结构、学习率等较多超参数的影响.

4.2.5 随机森林 (RF)

随机森林是由许多决策树组成的集成模型, 即采用不同的随机选择的子集和特征属性建立多个独立的决策树, 最后将多个决策树的结果进行平均或加权平均, 合并成一个效果更佳的集成学习的模型

$$\hat{y} = \frac{1}{n_{\text{tree}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{tree}}} T_i(x_{\text{input}}) \quad (11)$$

式中, T_i 代表每颗决策树的结果, x_{input} 为决策每棵树采用的子集数据, n_{tree} 为决策树的数量. 模型的预测能力主要与决策树的最大深度和数量有关.

4.2.6 XGBoost

XGBoost 属于集成学习中的 boosting 框架里的算法, 采用多个基学习器, 即不断生成新的基学习器, 每个基学习器都是基于前面基学习器和目标值的差值来学习, 从而不断降低模型的偏差, 最终模型的预测结果是所有基学习器预测结果的加和

$$\hat{y}_i^T = \sum_{j=1}^T f_j(x_i) = \sum_{j=1}^{T-1} f_j(x_i) + f_j^T(x_i) \quad (12)$$

式中, $\hat{y}_i^T$ 是预测值, x_i 是特征值, $\sum_{j=1}^{T-1} f_j(x_i)$ 是前面 $T-1$ 个基学习器的预测结果的累加值, $f_j^T(x_i)$ 是第 T 个基学习器的预测结果. 模型效果受较多超参数影响.

4.2.7 模型评价指标

为了量化机器学习模型的预测准确性, 使用了 3 个评价指标, 即决定系数 (R^2) (范围在 0 ~ 1 之间)、均方根误差 ($RMSE$) 和平均绝对误差 (MAE)

$$\left. \begin{aligned} R^2 &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \\ MAE &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \\ RMSE &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 y_i 表示真实值, $\hat{y}_i$ 表示预测值, $\bar{y}$ 表示各真实值的平均值, n 是数据的数量.

R^2 表示模型能够解释数据方差的比例, 通常用于比较不同模型的表现, MAE 计算了预测值和真实值之间差异的确切幅度, $RMSE$ 计算了误差的平均大小, 并且对异常值敏感. 越接近 1 的 R^2 值和越低的 $RMSE$ 和 MAE 值表明模型准确性越高.

5 机器学习模型预测效果及讨论

5.1 特征相关性分析

图 15 给出了各特征之间的相关性, 可以初步看出, 5 个输入特征相互之间的相关性均在 0.1 以下, 相关性低, 独立性高, 较好地表示管道固液两相流的不同特征. 输出特征压降与弯曲角度、输入速度、颗粒浓度和颗粒直径呈正相关, 其中与输送速度正相关性程度最高, 与弯曲半径呈弱负相关; 磨损率与弯曲角度呈弱负相关, 与弯曲半径、输入速度、颗粒浓度和颗粒直径呈正相关; 两个输出特征压降与磨损率之间也存在一定的相关性, 即磨损率的增加代表着颗粒与壁面的相互作用增大, 产生的能量损耗增大, 一定程度导致压降增大. 各特征的相关性与前文第 3 节分析的规律大致吻合. 为了便于后续定量计算分析输入特征对于压降和磨损率各自的影响程度大小, 对这两个物理量分别建立机器学习模型并预测.

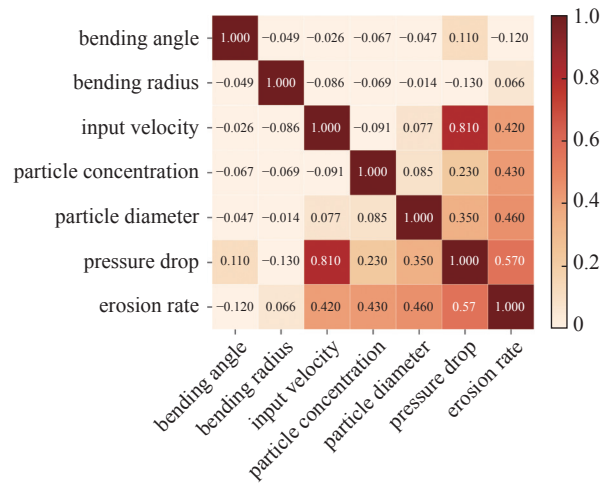


图 15 特征相关性

Fig. 15 Feature correlation

5.2 各机器学习模型对压降的预测效果

通过 Python 的 sklearn 库以及 torch 库建立机器

学习模型, 并对模型中由用户自行设置大小的超参数采用随机搜索方法进行自动寻优, 以得到最好的模型预测效果.

预测压降的各模型超参数设置和在测试集的预测结果见表 2, 以 R^2 为准确率的主要评估指标进行排序, 可以发现, 神经网络、随机森林和 XGBoost 的

准确率均为 0.96 左右, 其中以神经网络的 0.9654 为最高, 同时 3 个模型的 MAE 和 $RMSE$ 也较为相近, 以神经网络 $MAE = 0.0325$ 和 $RMSE = 0.0472$ 为最低, 3 个模型均有较好的预测效果, 在测试集的预测表现见图 16. 预测效果最差的为 K 近邻模型, R^2 仅为 0.8212.

表 2 预测压降的各模型超参数及预测效果

Table 2 Hyper parameters and prediction effects of various models for pressure drop

Model	Hyper parameters	Prediction effect of test set		
		R^2	MAE	$RMSE$
ANN	h1_n: 5, h2_n: 8, h3_n: 18, learning_rate: 0.008, batch_size: 64	0.965 4	0.032 5	0.047 2
RF	n_estimators: 205, max_depth: 13, random_state: 16	0.960 1	0.033 0	0.050 6
XGBoost	n_estimators: 591, learning_rate: 0.023, subsample: 0.4, colsample_bytree: 0.9, max_depth: 5	0.959 77	0.034 3	0.050 8
LR	—	0.923 2	0.055 2	0.070 2
SVM	C: 85.127, gamma: 0.003, kernel: 'rbf'	0.920 0	0.058 2	0.071 7
KNN	metric: 'euclidean', n_neighbors: 6, weights: 'distance'	0.821 2	0.085 5	0.107 2

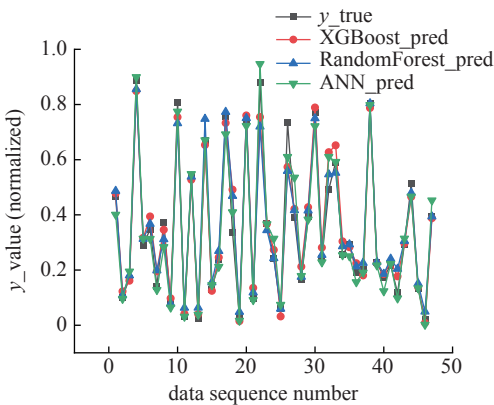


图 16 各模型对压降的预测效果

Fig. 16 Prediction effect of various models on pressure drop

5.3 各机器学习模型对磨损率的预测效果

预测磨损率的各模型超参数设置和在测试集的预测结果见表 3, 可以发现, 神经网络、随机森林和 XGBoost 的准确率同样较为相近, 其中以神经网络的 0.9907 为最高, 同时 3 个模型的 MAE 和 $RMSE$ 也较为相近, 以 XGBoost 的 $MAE = 0.0086$ 和神经网络 $RMSE = 0.0126$ 为最低, 3 个模型仍均有良好的预测效果, 在测试集的预测表现见图 17. 预测效果最差的为线性回归模型, R^2 仅为 0.6184.

表 3 预测磨损率的各模型超参数及预测效果

Table 3 Hyper parameters and prediction effects of various models for erosion rate

Model	Hyper parameters	Prediction effect of test set		
		R^2	MAE	$RMSE$
ANN	h1_n: 32, h2_n: 83, learning_rate: 0.004, batch_size: 16	0.990 7	0.009 1	0.012 6
XGBoost	n_estimators: 679, learning_rate: 0.048, subsample: 0.7, colsample_bytree: 1, max_depth: 5	0.988 9	0.008 6	0.013 7
RF	n_estimators: 31, max_depth: 15, random_state: 391	0.983 8	0.011 4	0.016 63
KNN	metric: 'euclidean', n_neighbors: 4, weights: 'distance'	0.868 5	0.027 8	0.047 4
SVM	C: 844.627, gamma: 0.027, kernel: 'poly'	0.795 7	0.044 9	0.059 1
LR	—	0.618 4	0.067 7	0.080 8

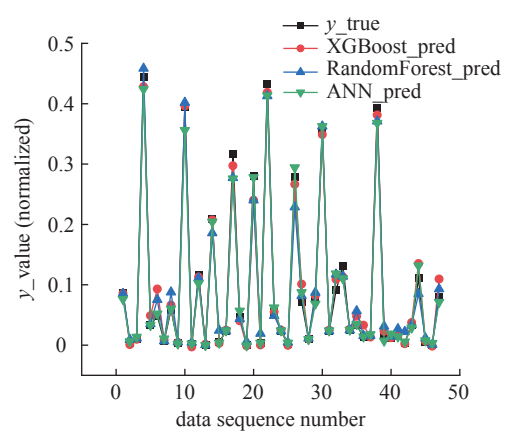


图 17 各模型对磨损率的预测效果
Fig. 17 Prediction effect of various models on erosion rate

5.4 数据量大小与预测准确率的关系

采用 5.2 节和 5.3 节中对压降和磨损率预测准确率最高的神经网络模型, 分别用数据量为 50, 100, 150, 200 和 234 的数据集进行训练和评估. 由表 4 可知, 对于压降, 当数据集从 50 增长到 150, 预测准确率总体呈增长的趋势, 从 150 增长到 234 后, 预测准确率基本持平, R^2 在 0.96 左右; 对于磨损率, 则更为明显, 当数据集从 50 增长到 150, 预测准确率显著增长, 从 150 增长到 234 后, 预测准确率基本持平, R^2 在 0.987 左右. 说明数据量已经基本达到机器学习模型的要求, 从计算成本的角度出发, 234 个数据的量可以实现模型的较高准确性.

表 4 数据集大小与预测准确性的关系
Table 4 The relationship between data size and prediction accuracy

Data size	$R^2 : \Delta P$	$R^2 : E_R$
50	0.942 7	0.898 1
100	0.939 2	0.961 4
150	0.963 2	0.987 7
200	0.955 7	0.982 5
234	0.965 4	0.990 7

5.5 特征相对重要性分析

机器学习模型可以计算每个输入特征的相对重要性, 以衡量每个特征对构建预测模型的相关性和贡献程度. 选取对压降和磨损率预测 R^2 分别最高的神经网络模型, 计算各特征的相对重要性, 结果见表 5. 可以看出, 输入速度对于压降的预测影响最大,

表 5 各特征对于压降和磨损率预测的相对重要性
Table 5 Relative importance of each feature for prediction of pressure drop and erosion rate

Feature	ΔP	E_R
U	0.285	0.225
d_p	0.223	0.213
C_p	0.215	0.238
A_b	0.155	0.141
R_b	0.122	0.183

弯曲半径对压降的预测影响最小; 颗粒浓度对磨损率的预测影响最大, 弯曲角度对磨损率的预测影响最小, 为弯管固液两相流的进一步研究指明了方向.

6 结论

通过 CFD-DEM 耦合方法和机器学习方法, 针对弯管内颗粒水力输送的压降和磨损率问题, 探讨了弯曲角度、弯曲半径、输入速度、颗粒浓度和颗粒直径这 5 个特征因素的影响并对结果进行预测, 主要结论如下.

(1) 基于 CFD-DEM 数值模拟计算的结果, 发现弯管的压降随着输入速度、颗粒浓度、颗粒直径和弯曲角度的增大而增大, 受弯曲半径的影响较小; 弯管的磨损率随输入速度、颗粒浓度、颗粒直径和弯曲半径的增大而增大, 随弯曲角度的增大, 在 90° 前先略有下降, 在 90° 后增大.

(2) 根据 Pairwise 配对法确定了工况并进行数值模拟计算, 最终建立了包含数百个数据的数据集. 基于此数据集训练了 6 个机器学习模型, 分别对弯管的压降和磨损率进行预测. 其中, 神经网络、随机森林和 XGBoost 3 个模型的预测效果最为良好且相近, 对压降和磨损率的 R^2 表现分别在 0.96 和 0.99 左右. 并发现输入速度和颗粒浓度分别是对压降和磨损率的预测影响程度最大的因素.

相比于对磨损率 0.99 左右的准确率, 机器学习模型对压降的预测准确率仍有提升空间, 因此下一步的一项工作是将目前效果良好且相近的多个模型进行组合, 形成集成学习模型, 以进一步提高机器学习模型的准确性; 另一方面, 针对更加完整和复杂的输流管路, 增加对管道弯曲的垂直或水平朝向、管道直径等因素的考虑, 计算更多工况以训练适应度更高的机器学习模型.

参 考 文 献

- 1 王锋, 何炎平, 李铭志等. 颗粒物料垂直管道水力输送阻力计算方法探讨. 中国港湾建设, 2021, 41(2): 6-9, 75 (Wang Feng, He Yan-ping, Li Mingzhi, et al. Discussion on calculation methods of hydraulic transportation resistance of granular materials in vertical pipeline. *China Harbour Engineering*, 2021, 41(2): 6-9, 75 (in Chinese))
- 2 Zhou M, Kuang S, Xiao F, et al. CFD-DEM analysis of hydraulic conveying bends: Interaction between pipe orientation and flow regime. *Powder Technology*, 2021, 392: 619-631
- 3 Lu J, Liu J, Qian L, et al. Investigation of pressure pulsation induced by quasi-steady cavitation in a centrifugal pump. *Physics of Fluids*, 2023, 35(2): 025119
- 4 Sontti SG, Sadeghi M, Zhou K, et al. Computational fluid dynamics investigation of bitumen residues in oil sands tailings transport in an industrial horizontal pipe. *Physics of Fluids*, 2023, 35(1): 013340
- 5 Wan C, Xiao S, Zhou D, et al. Numerical simulation on transport behavior of graded coarse particles in deep-sea vertical pipe transportation. *Physics of Fluids*, 2023, 35(4): 043328
- 6 周游. 管道系统固-液两相流水力输送特性的数值研究. [博士学位论文]. 江苏: 江苏大学, 2022 (Zhou You. Numerical study on hydraulic transport characteristics of solid-liquid two-phase flow in pipe system. [PhD Thesis]. Jiangsu: Jiangsu University, 2022 (in Chinese))
- 7 Doron P, Granica D, Barnea D. Slurry flow in horizontal pipes—experimental and modeling. *International Journal of Multiphase Flow*, 1987, 13(4): 535-547
- 8 Song Y, Zhu X, Sun Z, et al. Experimental investigation of particle-induced pressure loss in solid-liquid lifting pipe. *Journal of Central South University*, 2017, 24(9): 2114-2120
- 9 Peretz MF, Levy A. Bends pressure drop in hydraulic conveying. *Advanced Powder Technology*, 2019, 30(8): 1484-1493
- 10 Vieira RE, Mansouri A, McLaury BS, et al. Experimental and computational study of erosion in elbows due to sand particles in air flow. *Powder Technology*, 2016, 288: 339-353
- 11 Adedeji OE, Yu W, Sanders RS. Analysis of local wear variables for high-precision erosion modelling in complex geometries. *Wear*, 2019, 426: 562-569
- 12 Chen J, Wang Y, Li X, et al. Erosion prediction of liquid-particle two-phase flow in pipeline elbows via CFD-DEM coupling method. *Powder Technology*, 2015, 275: 182-187
- 13 Pei J, Lui A, Zhang Q, et al. Numerical investigation of the maximum erosion zone in elbows for liquid-particle flow. *Powder Technology*, 2018, 333: 47-59
- 14 Zhang R, Liu H, Dong S. Approximate theoretical solution of the movement and erosion of solid particles in a 90° bend. *Wear*, 2019, 430: 233-244
- 15 Li L, Jiang B, Wei G, et al. Multiscale multiphase flow simulations using interface capturing and Lagrangian particle tracking. *Physics of Fluids*, 2022, 34(12): 121801
- 16 Zhao K, Xia Z, Ma L, et al. Large-eddy simulation of gas-particle two-phase jet into a supersonic crossflow. *Physics of Fluids*, 2023, 35(2): 023310
- 17 施卫东, 施亚, 高雄发等. 基于 DEM-CFD 的旋流泵大颗粒内流特性模拟与试验. 农业机械学报, 2020, 51(10): 176-185 (Shi Weidong, Shi Ya, Gao Xiongfa, et al. Simulation and experiment on flow characteristics of large particles in vortex pump based on DEM CFD. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(10): 176-185 (in Chinese))
- 18 张德胜, 周游, 赵睿杰等. 垂直管内固-液两相流全耦合 CFD-DEM 模型研究. 农业机械学报, 2022, 53(12): 212-222 (Zhang Desheng, Zhou You, Zhao Ruijie, et al. Solid-liquid two-phase flow based on fully coupled CFD DEM method in vertical pipe. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(12): 212-222 (in Chinese))
- 19 Liu L, Zhang X, Tian X, et al. Numerical investigation on dynamic performance of vertical hydraulic transport in deepsea mining. *Applied Ocean Research*, 2023, 130: 103443
- 20 张鹏. 颗粒输送过程的流型识别及固体质量流率的跨流型定量检测. [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2022 (Zhang Peng. Flow regime identification and quantitative detection of solid mass flux under various flow regimes during particle conveying process. [PhD Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2022 (in Chinese))
- 21 Liu N, Yue S, Wang Y. Flow Velocity computation in solid-liquid two-phase flow by convolutional neural network//IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2 MTC). IEEE, 2023: 1-6
- 22 Li K, Savari C, Sheikh HA, et al. A data-driven machine learning framework for modeling of turbulent mixing flows. *Physics of Fluids*, 2023, 35(1): 015150
- 23 颜建国, 郑书阔, 郭鹏程等. 基于机器学习的螺旋流动过冷沸腾 CHF 预测研究. 核动力工程, 2023, 44(3): 65-73 (Yan Jianguo, Zheng Shumin, Guo Pengcheng, et al. Research on prediction of subcooled flow boiling CHF for spiral flow based on machine learning. *Nuclear Power Engineering*, 2023, 44(3): 65-73 (in Chinese))
- 24 贺登辉, 李芮林, 孙帅辉等. 基于机器学习的离心泵气液两相压升预测. 农业工程学报, 2022, 38(4): 33-41 (He Denghui, Li Ruilin, Sun Shuaihui, et al. Prediction of gas-liquid two-phase pressure increment of a centrifugal pump based on machine learning. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2022, 38(4): 33-41 (in Chinese))
- 25 Doron P, Simkhis M, Barnea D. Flow of solid-liquid mixtures in inclined pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 1997, 23(2): 313-323
- 26 Bradley MSA. Understanding and controlling attrition and wear in pneumatic conveying. SHAPA Technical. Paper No. 5, 2002
- 27 Yao J, Zhang B, Fan J. An experimental investigation of a new method for protecting bends from erosion in gas-particle flows. *Wear*, 2000, 240(1-2): 215-222
- 28 Wang Z, Chen H, Wang M, et al. Solid particle erosion prediction in elbows based on machine learning and swarm intelligence algorithm. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, 218: 111042
- 29 Di Felice R. The voidage function for fluid-particle interaction systems. *International Journal of Multiphase Flow*, 1994, 20(1): 153-159
- 30 Saffman PG. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1965, 22(2): 385-400
- 31 Zhang Y, Reuterfors EP, McLaury BS, et al. Comparison of computed and measured particle velocities and erosion in water and air flows. *Wear*, 2007, 263(1-6): 330-338
- 32 Li Y, Xu Y, Thornton C. A comparison of discrete element simulations and experiments for ‘sandpiles’ composed of spherical particles. *Powder Technology*, 2005, 160(3): 219-228
- 33 Tsuji Y, Kawaguchi T, Tanaka T. Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed. *Powder Technology*, 1993, 77(1): 79-87
- 34 Toda M, Komori N, Saito S, et al. Hydraulic conveying of solids through pipe bends. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 1972, 5(1): 4-13