

El、Scopus 收录 中文核心期刊

具有任意阻抗边界的驻波热声压电系统的声学与俘能特性求解及参数研究

郭凡浩, 杜敬涛, 刘 杨

CHARACTERIZATION SOLVING AND PARAMETRIC STUDY OF THE ACOUSTIC AND ENERGY GENERATION OF STANDING WAVE THERMOACOUSTIC PIEZOELECTRIC HARVESTER WITH GENERAL IMPEDANCE BOUNDARIES

Guo Fanhao, Du Jingtao, and Liu Yang

在线阅读 View online: https://doi.org/10.6052/0459-1879-23-160

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

广义有限差分法在含阻抗边界空腔声学分析中的应用

APPLICATION OF GENERALIZED FINITE DIFFERENCE METHOD IN ACOUSTIC ANALYSIS OF CAVITY WITH IMPEDANCE BOUNDARY 力学学报. 2021, 53(4): 1183-1195

刀子手很. 2021, 55(4). 1185-1195

翼型颤振压电俘能器的输出特性研究

OUTPUT CHARACTERISTICS INVESTIGATION OF AIRFOIL-BASED FLUTTER PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER 力学学报. 2021, 53(11): 3016-3024

附磁压电悬臂梁流致振动俘能特性分析

ENERGY HARVESTING ANALYSIS OF A PIEZOELECTRIC CANTILEVER BEAM WITH MAGNETS FOR FLOW–INDUCED VIBRATION

力学学报. 2019, 51(4): 1148-1155

线形拱形组合梁式三稳态压电俘能器动力学特性研究

RESEARCH ON DYNAMICS CHARACTERISTICS OF LINEAR–ARCH COMPOSED BEAM TRI–STABLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER

力学学报. 2021, 53(11): 2996-3006

曲梁压电俘能器强迫振动的格林函数解

CLOSED-FORM SOLUTIONS FOR FORCED VIBRATIONS OF CURVED PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTERS BY MEANS OF GREEN'S FUNCTIONS 力学学报. 2019, 51(4): 1170-1179

局域共振型声子晶体板缺陷态带隙及其俘能特性研究

STUDY ON THE BANDGAPS OF DEFECT STATES AND APPLICATION OF ENERGY HARVESTING OF LOCAL RESONANT PHONONIC CRYSTAL PLATE

力学学报. 2021, 53(4): 1114-1123



关注微信公众号,获得更多资讯信息

2023 年 8 月

动力学与控制

具有任意阻抗边界的驻波热声压电系统的声学与 俘能特性求解及参数研究¹⁾

郭凡浩 杜敬涛2) 刘 杨

(哈尔滨工程大学动力与能源工程学院,哈尔滨150001)

摘要 文章为任意阻抗边界条件下热声压电俘能系统的声学特性和俘能特性提供一种新的求解方案. 热声压 电俘能系统包含任意阻抗边界、热缓冲管、板叠、谐振管和俘能元件, 当板叠两侧温差达到临界温差时, 工质 流体在板叠处发生热声耦合振荡, 进而引起压电薄膜发生形变, 为外接负载提供电能. 振荡频率、声压实部和 流速虚部的模态分布称为热声压电俘能系统的声学特性, 负载俘获的当量化能量称为热声压电俘能系统的俘 能特性. 文章在验证边界光滑傅里叶级数和 Galerkin 法稳定性和可靠性基础上, 预报驻波热声压电俘能系统的 声学特性和俘能特性, 研究热声管长、外接负载和边界阻抗对声学特性和俘能特性的影响规律. 研究表明, 驻 波热声压电系统振荡频率与热声管长呈反比; 外接负载与系统存在阻抗匹配关系, 但过高的负载会使系统失去 俘能能力; 且管长和边界阻抗对振荡频率的影响可以分为高敏感区、低敏感区和阻抗失效区, 同时发现边界阻 抗范围内存在"声学特性一致阻抗带", 因此在设计热声压电俘能系统时可根据不同的需求和应用场景选择其 工作区带. 本研究可快速预报热声压电俘能系统的声学特性和俘能特性, 并为通过改变结构参数或阻抗边界调 控系统声学特性和俘能特性、拓宽压电能量采集频带提供参考.

关键词 热声振荡, 热声压电俘能, 阻抗边界, 边界光滑傅里叶级数, Galerkin 法

中图分类号: TM61 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-23-160

CHARACTERIZATION SOLVING AND PARAMETRIC STUDY OF THE ACOUSTIC AND ENERGY GENERATION OF STANDING WAVE THERMOACOUSTIC PIEZOELECTRIC HARVESTER WITH GENERAL IMPEDANCE BOUNDARIES¹⁾

Guo Fanhao Du Jingtao²⁾ Liu Yang

(College of Power and Energy Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract Finding a new solution for the acoustic and energy generation characteristics of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester with general impedance boundaries is the core task of the paper. The thermoacoustic piezoelectric energy harvester includes a general impedance boundary, the hot buffer, stack, resonant tube, and energy harvester element. When the temperature difference on both sides of the stack reaches the critical temperature difference, the working fluid undergoes thermoacoustic coupling oscillation at the stack, causing deformation of the piezoelectric

²⁰²³⁻⁰⁴⁻²⁶ 收稿, 2023-07-02 录用, 2023-07-03 网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金 (U2241261, 11972125 和 12102101) 和哈尔滨工程大学高水平科研引导专项 (3072022TS0301) 资助项目.

²⁾ 通讯作者: 杜敬涛, 教授, 主要研究方向为结构声耦合系统建模与控制. E-mail: dujingtao@hrbeu.edu.cn

引用格式: 郭凡浩, 杜敬涛, 刘杨. 具有任意阻抗边界的驻波热声压电系统的声学与俘能特性求解及参数研究. 力学学报, 2023, 55(8): 1761-1773

Guo Fanhao, Du Jingtao, Liu Yang. Characterization solving and parametric study of the acoustic and energy generation of standing wave thermoacoustic piezoelectric harvester with general impedance boundaries. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(8): 1761-1773

film and providing electrical energy for the external load. The modal distribution of the oscillation frequency, the real part of the acoustic pressure, and the imaginary part of the flow velocity are called the acoustic characteristics of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester, while the equivalent quantized energy captured by the load is called the energy generation characteristic of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester. Based on verifying the stability and reliability of the smooth Fourier series and Galerkin method, the paper applies this method to solve the acoustic characteristics and energy generation characteristics of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester and explores the law of the effect of pipe length, external load, and boundary impedance on acoustic and energy generation characteristics. The studies show that the oscillation frequency of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester is inversely proportional to the length of the tube. There is an impedance-matching relationship between the external load and the system, but excessive external loads will cause the system to lose its energy capture capability. Besides, the influences of pipe length and boundary impedance on the acoustic characteristics of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester can be divided into high sensitivity, low sensitivity, and impedance failure zones, and an " acoustic characteristic identical impedance band " is found in the boundary impedance range. Hence the operating region can be chosen according to different demands and applications when designing the thermoacoustic piezoelectric energy harvester. The research achievements of the paper can provide a rapid prediction of the acoustic and energy generation characteristics of the thermoacoustic piezoelectric energy harvester and give a reference for regulating the acoustic and energy generation characteristics of the system by changing structural parameters or impedance boundaries and expanding the frequency band of piezoelectric energy collection.

Key words thermoacoustic oscillation, thermoacoustic piezoelectric energy generation, impedance boundaries, smooth Fourier series, Galerkin method

引 言

从 Rayleigh^[1]为"热源在管内激发出声音"的现 象给出定性解释开始,到 Rott^[2]提出线性热声理论, 再到 Swift等^[3-5]首次将热声理论应用于热机设计和 能量转化,经过 100 多年的理论研究及工程实践,热 声学 (thermoacoustics)已成为一门涉及热力学、流 体动力学、声学和非线性动力学的跨领域学科.基 于热声耦合振荡原理的热声装置可分为热致声的热 声发动机 (TAEs)和声泵热的热声制冷机 (TARs).根 据声压和流速之间的相位差异,热声发动机可分为 驻波热声发动机和行波热声发动机.与造价较高的 行波热声发动机相比,驻波热声发动机具有体积更 小、结构更简单、性价比更高的优点,因此众多学 者致力于低成本驻波热声发动机的研究设计与工程 应用^[6-16].

热声发动机可将废热、太阳能等能量转化为声 能,具有结构简单、无运动部件和无有害气体等优 点;压电换能器可将声能转化为电能,具有大带宽信 号、高能量转换率和快机电响应等的优点.热声压 电俘能系统 (thermoacoustic-piezoelectric energy harvester, TAPEH)将压电换能器引入热声发动机, 兼具两者的优点,在发电技术朝清洁低碳、安全高 效、灵活智能方向发展的今天吸引了众多学者的研 究兴趣. Matveev 等^[17] 在忽略板叠黏性和传热损失 的前提下探究了压电换能器对 TAPEH 起振行为的 影响,估算了声电能量转化效率. Nouh 等[18-20] 在经 典 TAPEH 基础上引入了应变放大器,用以提升压电 单元的俘能特性. Chen 等[21] 建立了一端开放、一端 为压电换能器的 TAPEH 理论模型, 利用传递矩阵法 预报了该模型的起振行为,并通过实验验证了预测 结果,在此基础上研究了温度分布、系统几何参数 和电学参数对系统起振特性的影响. Ahmed 等[22] 分 别利用根轨迹法和集中参数法确定了 TAE 的起振 条件和动力学响应,在此基础上采用电网络类比法 确定 TAPEH 的起振特性, 通过实验验证了上述方法 的正确性. Zheng 等^[23] 证明了高温环境下 PAN 纳米 纤维膜依然具有稳定的声电转换能力. 与此同时, 文 献 [24-27] 将热声发动机与直线发电机相结合,利用 软件进行参数寻优,提高了热声发电系统的俘能 特性.

上述研究在对 TAPEH 起振行为、声学特性和 俘能特性进行预报时,往往采用传递矩阵法、电网 络类比法等方法,以上方法本质上是对工质流体进 行空间离散的集总参数法,这种方法原理清晰、推导过程简单,能够有效预报经典声学边界条件下热声系统的声学特性.然而,在工程应用过程中,TAPEH的声学边界较为复杂,当声学边界变化时,上述方法须对理论模型进行重构,不利于TAPEH声学特性和 俘能特性的快速预报.

阻抗边界可以通过设定边界阻抗值模拟刚性边 界、软边界等经典边界,具有适用范围广、求解声 学特性快等优点, 被广泛应用于结构振动与声学领 域. Li^[28]利用边界光滑傅里叶级数对梁位移进行级 数展开,解决了位移导数在边界处不连续的问题,在 此基础上建立了任意阻抗/约束边界条件下梁的动 力学响应预报模型.因为结构振动与声的波动具有 相似性, Du 等^[29-30]利用边界光滑傅里叶级数对声压 函数进行展开,建立了任意阻抗边界条件下三维矩 形声腔的声学特性预报模型.在此研究基础上,本文 对任意阻抗边界条件下驻波 TAPEH 的声学特性和 俘能特性进行快速预报和参数研究. 分别对任意阻 抗边界条件下驻波 TAPEH 内部流场、压电换能器 和任意阻抗边界进行理论建模,利用边界光滑傅里 叶级数对声压函数进行展开,结合 Galerkin 原理得 到 TAPEH 的特征方程, 对其进行求解即可预报 TAPEH 系统的声学特性和俘能特性,在验证本文方 法稳定性和正确性的基础上,研究热声管长、外接 负载和阻抗边界等参数对各种工质流体的 TAPEH 声学特性和俘能特性的影响规律.

1 理论模型

图 1 为具有任意阻抗边界的驻波 TAPEH 物理 模型. TAPEH 由任意阻抗边界、热缓冲管、板叠、 谐振腔、压电薄膜及外接负载构成. 如图 1 所示, TAPEH 总长为 L, 阻抗值为 Z₀ 的阻抗边界位于 x = 0 处, 压电薄膜位于 x = L 处, 外接负载的值为 R_E. p(x) 为 TAPEH 内声压分布函数, m, Z_L 分别为压电 薄膜的等效质量和等效阻抗, V 为外接负载两端电 压. 通过设置 Z₀ 的值可以模拟包含经典声学边界条 件在内的任意阻抗边界条件. 理论上, 当 Z₀ 为零时, 表示软边界 (声压为 0); 当 Z₀ 虚部为无穷大时, 表示 刚性边界 (质点振速为零). 而在数值仿真中, 由于边 界阻抗出现在分母中, 无法将其设置为 0 和虚部无 穷大, 因此常设置一个接近于理论值的数值来模拟 软边界和刚性边界. 根据 Guo 等^[30] 确定经典声学边



impedance boundaries

界阻抗值的原理,本文通过设置不同的边界阻抗值 以观察系统的声学特征.观察发现,当 Z_0 的值分别 取为 $Z_0 = i \times 10^{-4}$ 及更小、 $Z_0 = i \times 10^6$ 及更大时,系 统的声学特征与软边界和刚性边界下系统的声学特 征一致并保持不变,因此本文通过设置 $Z_0 = i \times 10^6$ 和 $Z_0 = i \times 10^{-4}$ 模拟刚性边界和软边界. Z_L 的值由压 电薄膜和外接负载的物性参数决定.由于 TAPEH 是 流体、传热和压电等多物理场耦合系统,其声学特 性以及俘能特性由阻抗边界、TAE系统结构参数、 压电薄膜物性参数和外界负载共同决定.为简化求 解步骤,本文忽略了板叠处的黏性和传热损失,将压 电单元视作附加于系统边界处的单自由度系统.

1.1 流场模型

本节对 TAPEH 的内部流场进行建模,内部工质 流体需要满足流体的连续性方程、动量方程和能量 方程,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{\mathbf{D}\boldsymbol{u}}{\mathbf{D}t} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u} \tag{2}$$

$$oc_p \frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t} = \frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t} + \nabla \cdot (K \nabla T)$$
 (3)

式中, ρ , p, u, μ , c_p , K 和 T 分别为流体的密度、声 压、流速、动力黏度、定压比热、导热系数和温度; 其中, $\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u$.

将工质流体视作理想气体,因此工质流体还应 满足理想气体的状态方程

$$p = \rho RT \tag{4}$$

式中, R 为气体常数.

2023 年第 55 卷

经由 Rott^[2] 提出的声学近似过程, 将声压、流 速和温度等物理量视作平衡量和振荡量之和

$$p(x, y, z, t) = p_{\rm m} + \operatorname{Re}\left(p_1(x)e^{i\omega t}\right)$$
(5)

$$u(x, y, z, t) = \operatorname{Re}\left(u_1(x)e^{\mathrm{i}\omega t}\right)$$
(6)

$$T(x, y, z, t) = T_{\mathrm{m}}(x) + \mathrm{Re}\left(T_{1}(x)e^{\mathrm{i}\omega t}\right)$$
(7)

式中, 下标 m 和 1 分别代表平衡量和振荡量, Re 为物理量的实部, i 为虚数单位, *ω* 为振荡圆频率.

将方程 (5)~(7) 代入方程 (1)~(4) 中, 忽略二阶 小量, 将速度 u 在 x 方向上的分量 u₁ 在横截面上进 行积分,得到 TAPEH 内部流场的热声控制方程

$$\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x} = \frac{-\mathrm{i}\omega\rho_{\mathrm{m}}}{S\left(1 - f_{\mathrm{v}}\right)}U_1\tag{8}$$

$$\frac{dU_{1}}{dx} = \frac{-i\omega S}{\gamma p_{m}} \left[1 + (\gamma - 1) f_{k} \right] p_{1} + \frac{f_{k} - f_{v}}{(1 - f_{v})(1 - Pr)} \frac{1}{T_{m}} \frac{dT_{m}}{dx} U_{1}$$
(9)

式中, *S* 为热缓冲管、板叠、谐振管的横截面积, *γ*, *U*₁ 和 *Pr* 分别为流体的比热容比、体积流速和普朗 特数, *f*_k, *f*_v 分别为流体与板叠之间的传热和黏性损 失. 忽略传热和黏性损失, 将方程 (8) 与方程 (9) 合 并, 约去体积流速, 得到流场声压的二阶微分方程

$$\frac{d^2 p_1}{dx^2} + \Omega^2 p_1 = 0$$
 (10)

式中, 2 为波数.

1.2 压电换能器模型

针对热声压电俘能系统压电单元的建模如下, 压电单元的本构方程为

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/c_{33}^{\rm E} & d_{33} \\ d_{33} & \varepsilon^{\rm T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_3 \\ E_3 \end{bmatrix}$$
(11)

式中, S_3 , D_3 , T_3 , E_3 , $c_{33}^{\rm E}$ 和 d_{33} 分别为 x 方向的压电应 变、电位移、压电应力、电场强度、杨氏模量和压 电应变系数, $\varepsilon^{\rm T}$ 为介电常数.

对图1中的压电薄膜建立力平衡方程

$$m\ddot{x} + b\dot{x} - S_{\rm E}P(L) + T_3S_{\rm E} = 0 \tag{12}$$

式中, *m*, *b* 和 *S*_E 分别为压电薄膜的等效质量、等效 阻尼和面积.

将方程(12)代入方程(11),得到

$$m\ddot{x} + b\dot{x} - S_{\rm E}P(L) + c_{33}^{\rm E}(S_3 - d_{33}E_3)S_{\rm E} = 0 \qquad (13)$$

同时, 压电薄膜应变和产生的电场强度可以表 示为

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ E_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{t_p} \begin{bmatrix} x \\ V \end{bmatrix}$$
(14)

式中, tp 为薄膜厚度, V 为负载两侧电压.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + sx - d_{33}V - SP(L)/k_{\rm s} = 0$$
(15)

式中, $s = c_{33}^{\text{E}} S_{\text{E}} / t_{\text{p}}$, s为压电刚度系数, k_{s} 为谐振管横截面积与压电薄膜面积比.

同时,电位移可以表示为

$$D_3 = q/S_{\rm E} \tag{16}$$

式中,q为电荷量.

报

将方程 (16) 代入方程 (11) 中, 并对时间进行求 导可以得到

$$\frac{S_{\rm E}c_{33}^{\rm E}}{t_{\rm p}}d_{33}\dot{x} + \left(1 - \frac{d_{33}^2c_{33}^{\rm E}}{\varepsilon^{\rm T}}\right)\frac{\varepsilon^{\rm T}S_{\rm E}}{t_{\rm p}}\dot{V} + \frac{V}{R_{\rm E}} = 0 \qquad (17)$$

令
$$k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2 c_{33}^{\text{E}}}{\varepsilon^{\text{T}}}, \xi = (1 - k_{33}^2) \frac{S_{\text{E}} \varepsilon^{\text{T}}}{t_{\text{p}}}, 则可将方程 (17)$$

简化为

$$sd_{33} + \xi \dot{V} + \frac{V}{R_{\rm E}} = 0 \tag{18}$$

结合方程(15)和方程(18),针对正弦波,将V消去,可以得到以下方程

$$\frac{k_{\rm s}}{S} \left(i\omega m + b + \frac{s}{i\omega} + \frac{\psi^2 R_{\rm E}}{1 + i\omega R_{\rm E}\xi} \right) = \frac{P(L)}{\dot{x}}$$
(19)

式中,ψ为压电耦合因子的倒数.

方程 (19) 左侧应和热声管内 *x* = *L* 处的声学阻 抗一致

$$Z_{\rm L} = \frac{k_{\rm s}}{S} \left(i\omega m + b + \frac{s}{i\omega} + \frac{\psi^2 R_{\rm E}}{1 + i\omega R_{\rm E}\xi} \right)$$
(20)

消耗在外接负载的电能为

$$\dot{E}_{\rm L} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\frac{V_{\operatorname{con}j}(V)}{R_{\rm E}}\right] \tag{21}$$

1.3 任意阻抗边界

声压和边界阻抗之间的关系满足

$$\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x} = \frac{-\mathrm{i}\omega\rho_{\mathrm{m}}}{Z_j}p_1 \tag{22}$$

式中, j = 0 或 j = L, Z_0 和 Z_L 表示 x = 0 和 x = L 处的 声学阻抗. 观察方程 (22) 可以发现, 当 $Z_j = 0$ 时, 相 当于 $p|_F = 0$, 可用以表示软边界; 当 Z_j 的虚部为无 穷大时, 相当于 $\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_F = 0$, 可用以表示刚性边界.

将声压利用标准傅里叶级数进行展开

$$p_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(\lambda_k x)$$
(23a)

$$\lambda_k = \frac{k\pi}{L} \tag{23b}$$

式中, k 为傅里叶级数截断数.

将方程(23)代入方程(22),有

$$\left. \frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x} \right|_{x=0} = \sum_{k=0}^{\infty} -\lambda_k a_k \sin\left(\lambda_k x\right) = 0$$
(24a)

$$\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=L} = \sum_{k=0}^{\infty} -\lambda_k a_k \sin\left(\lambda_k x\right) = 0$$
(24b)

可以发现,方程左侧声压的一阶导数在 x = 0 和 x = L 边界处均为 0,此时无法将声压和阻抗边界统一表 示.为解决声压导数在边界处不连续这一问题,本文 引入边界辅助函数,将引入边界辅助函数的标准傅 里叶级数称为边界光滑傅里叶级数.此时再将声压 利用边界光滑傅里叶级数展开

$$p_1 = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(\lambda_k x) + b_1 \varphi_1(x) + b_2 \varphi_2(x)$$
 (25)

式中, $\varphi_1 和 \varphi_2$ 为边界光滑辅助函数, $b_1 和 b_2$ 为辅助 函数系数. 边界光滑辅助函数可以是解决声压导数 在边界处不连续的任意函数, 本文采用以下函数

$$\varphi_1(x) = x \left(\frac{x}{L} - 1\right)^2 \tag{26a}$$

$$\varphi_2(x) = \frac{x^2}{L} \left(\frac{x}{L} - 1\right)$$
(26b)

该辅助函数满足

$$\begin{bmatrix} \varphi_1(x) & \varphi_2(x) \\ \varphi'_1(x) & \varphi'_2(x) \end{bmatrix}\Big|_{x=0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(27a)

$$\begin{bmatrix} \varphi_1(x) & \varphi_2(x) \\ \varphi'_1(x) & \varphi'_2(x) \end{bmatrix}_{x=L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(27b)

$$\frac{dp_1}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{-i\omega\rho_{\rm m}}{Z_0} p_1(0) = \frac{-i\omega\rho_{\rm m}}{Z_0} \sum_{k=0}^{\infty} a_k = b_1$$
(28a)

$$\frac{dp_1}{dx}\Big|_{x=L} = \frac{-i\omega\rho_{\rm m}}{Z_{\rm L}}p_1(L) = \frac{-i\omega\rho_{\rm m}}{Z_{\rm L}}\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k a_k = b_2$$
(28b)

将方程(28)写为矩阵形式

$$\boldsymbol{B} = \omega \boldsymbol{Z} \boldsymbol{A} \tag{29}$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(30)

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$
(31)

$$\mathbf{Z} = -i\rho_{\rm m} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & \frac{1}{Z_0} & \cdots & \frac{1}{Z_0} \\ \frac{1}{Z_{\rm L}} & \frac{-1}{Z_{\rm L}} & \cdots & \frac{(-1)^k}{Z_{\rm L}} \end{bmatrix}$$
(32)

2 模型求解

本节对具有任意阻抗边界的驻波 TAPEH 的理 论模型进行求解,预报 TAPEH 的声学特性和俘能特 性.本文将声学系统的声压分布函数展开为边界光 滑傅里叶级数形式,结合 Galerkin 原理建立了系统 的特征值方程,通过求解上述特征值方程得到系统 的声学特性和俘能特性.

对方程 (25) 进行求导, 得到声压的一阶导数和 二阶导数

$$\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\lambda_k a_k\right) \sin(\lambda_k x) + b_1 \varphi_1'(x) + b_2 \varphi_2'(x)$$
(33)

$$\frac{d^2 p_1}{dx^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\lambda_k^2 a_k \right) \cos(\lambda_k x) + b_1 \varphi_1''(x) + b_2 \varphi_2''(x)$$
(34)

将辅助函数及其导数进行标准傅里叶展开,联 合方程 (25),一同代入方程 (10),得到

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\lambda_k^2 a_k + b_1 g_{1k} + b_2 g_{2k} \right) \cos(\lambda_k x) - \frac{\omega^2}{c^2} \left[\sum_{k=0}^{\infty} (a_k + b_1 c_{1k} + b_2 c_{2k}) \cos(\lambda_k x) \right] = 0 \quad (35)$$

采用 Galerkin 法, 将 $\cos(\lambda_n x)$ (*n* = 0 ~ *k*) 作为权

1765

函数,代入方程(35),在0~L上进行积分,得到

$$T(F_2A + GB) - \omega^2 T(A + CB) = 0$$
(36)

力

其中,
$$c$$
 为声速, T 的第 k 行第 n 列元素 $T^{k,n}$ 为

$$T^{k,n} = \int_0^L \cos\left(\lambda_k x\right) \cos\left(\lambda_n x\right) dx \tag{37}$$

$$\boldsymbol{F}_{2} = \begin{bmatrix} -\lambda_{0}^{2} & \boldsymbol{0} & \\ & -\lambda_{1}^{2} & \\ & \boldsymbol{0} & \dots & \\ & & & -\lambda_{k}^{2} \end{bmatrix}$$
(38)

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1k} \\ c_{20} & c_{21} & \dots & c_{2k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(39)

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} d_{10} & d_{11} & \dots & d_{1k} \\ d_{20} & d_{21} & \dots & d_{2k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(40)

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} g_{10} & g_{11} & \dots & g_{1k} \\ g_{20} & g_{21} & \dots & g_{2k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(41)

将方程 (29) 代入方程 (36), 得到

$$\left(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{\omega}^{2}\boldsymbol{M} + \boldsymbol{\omega}^{3}\boldsymbol{Y}\right)\boldsymbol{A} = \boldsymbol{0}$$
(42)

其中

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{F}_2 \tag{43}$$

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{G}\boldsymbol{Z} \tag{44}$$

$$M = -\frac{1}{c^2}T_4 \tag{45}$$

$$Y = -\frac{1}{c^2}TCZ \tag{46}$$

方程 (42) 不能由传统求解矩阵特征值的方法进 行求解,因此将其转化为状态矩阵方程

$$(\mathbf{R} - \omega \mathbf{S})\mathbf{H} = \mathbf{0} \tag{47}$$

通过求解该方程的特征值,即可得到表 3 中的 模态频率.需要注意的是,矩阵 **R**, **S** 和 **H** 同样与振 荡频率 ω 有关.因此在求解广义特征值方程时,需要 先代入一试频率至系数矩阵中,求得方程的特征值 后,将该值与试频率进行对比.若不同,须将试频率 更新为该特征值并重复求解过程;若相同,此时的矩 阵特征值即为所求的模态频率.在此基础上,即可得 到声压和流速的模态分布

$$p_1(x) = N_1(\boldsymbol{E} + \omega \boldsymbol{C} \boldsymbol{Z}) \boldsymbol{A}$$
(48)

$$U_1(x) = \frac{-1}{\omega} (N_2 F_1 + \omega N_1 D Z) A$$
(49)

其中

报

$$N_1 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_0 x) & \cos(\lambda_1 x) & \dots & \cos(\lambda_k x) \end{bmatrix}$$
(50)

$$N_2 = \left[\sin(\lambda_0 x) \quad \sin(\lambda_1 x) \quad \dots \quad \sin(\lambda_k x) \right]$$
(51)

$$\boldsymbol{F}_{1} = \begin{bmatrix} -\lambda_{0} & \boldsymbol{0} & \\ & -\lambda_{1} & \\ & \boldsymbol{0} & \dots & \\ & & & -\lambda_{k} \end{bmatrix}$$
(52)

在求得声压和流速分布的基础上,便可进一步 得到外接负载两侧的电压

$$V = \frac{-\psi R_{\rm E} U(L)}{\mathrm{i}\omega\xi R_{\rm E} + 1}$$
(53)

求得电压后将方程 (53) 代入方程 (21) 即可求 出外接负载所能俘获的电能.

3 数值结果与分析

根据前文推导结果,本节采用数值仿真软件对 具有任意阻抗边界的 TAPEH 的声学和俘能特性进 行编程仿真.首先,研究边界光滑傅里叶级数的截断 数对 TAPEH 声学特性和俘能特性稳定性的影响.模 型验证所使用的 TAPEH 参数与文献 [18] 中保持一 致,将本文结果与文献结果进行对比,验证本文所提 方法在预报 TAPEH 声学特性和俘能特性时的正确 性.在此基础上,探究热声管长 L、外接负载 R_E 和 任意阻抗边界 Z₀ 对不同工质气体的 TAPEH 声学特 性和俘能特性的影响规律.

3.1 模型验证

本文利用边界光滑傅里叶级数将声压函数进行 展开,理论上声压函数由无穷项级数叠加而成.而在 数值仿真时,需要对傅里叶级数展开项进行截断.计 算结果对截断数的敏感程度以及计算精度称为稳定 性与可靠性.首先研究截断数对本文方法计算结果 的影响,验证本文方法的稳定性.然后将本文方法计 算结果与文献结果进行对比,验证本文方法的可靠性.

在本文中, TAPEH 的材料参数与几何参数见表 1. 不同工质流体的热力特性见表 2, He, N₂和 Ar 的热力参数参考文献 [7].

首先,研究截断数对边界光滑傅里叶级数法稳

表1 热声压电俘能系统材料参数与几何参数

表 3 不同截断数对应的前五阶模态频率

 Table 1
 Geometric and materials parameters of the TAPEH

Table 3	The first five modal frequencies with different series
	truncation numbers k

Parameter	Variable	Value
length of tube	<i>L</i> /m	0.04
area of tube	S/m ²	$8 imes 10^{-5}$
mean pressure	P _m /Pa	10 ⁵
temperature	$T_{\rm m}/{ m K}$	500
area ratio	K_s	2
effective mass	<i>m</i> /kg	$3.5 imes 10^{-7}$
effective damping	$b/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1})$	3.85×10^{-5}
effective stiffness	$s/(N \cdot m^{-1})$	580
reciprocal piezoelectric coupling factor	$\varPsi/(kg\!\cdot\!m^{-1}\!\cdot\!\Omega^{-1})$	9.44×10^{-9}
piezoelectric clamped capacitance	ξ /F	2.76×10^{-8}
impedance of electric load	$R_{ m E}/\Omega$	1000
boundary impedance ($x = 0$)	$Z_0/(\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^{-3})$	$i\times 10^8$

表 2 不同工质流体的热力性能

Table 2	Thermal	properties of different	working fluids

Gas	$M/(g \cdot mol^{-1})$	$C_{\rm p}/({\rm J}\cdot{\rm kg}\cdot{\rm K}^{-1})$	$\mu_0/(\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}))$	n _µ	$k_0/(W \cdot (m \cdot K^{-1})^{-1})$	n _k
H_2	2.016	14209	$8.41 imes 10^4$	0.68	0.168	0.72
He	4.003	5193	1.894×10^{5}	0.647	0.144	0.71
N_2	28.013	1042	$1.663 imes 10^5$	0.67	0.0242	0.74
Ar	39.948	520	2.125×10^5	0.72	0.0163	0.73
Air	28.96	1006	1.716×10^5	0.666	0.0241	0.81

定性的影响. TAPEH 材料参数与几何参数、工质流体的热力性能见表 1 和表 2. 采取 Ar 作为工质气体, 任意阻抗边界值与表 1 保持一致. 通过求解方程 (47)的特征值,得到 TAPEH 的前 5 阶模态频率见表 3.

从表 3 的计算结果可以看出,随着截断数的不断提高,前 5 阶模态频率的值有不断变化、直至稳定的趋势.在截断数 k = 35 时,前 5 阶模态频率已经全部收敛;在截断数 k = 40 时,前 5 阶模态频率已保持不变.且 TAPEH 通常在第一阶振荡频率 (起振频率)处运行,为保证之后的声学和俘能特性求解及参数研究结果的可靠性,将截断数 k 取为 40.

在上述研究的基础上,将本文所提方法的计算 结果与文献数据进行对比,验证本文方法计算 TAPEH 声学和俘能特性时的正确性.在进行对比分 析时,数据与文献[18]保持一致,当量化振荡频率、

truncation numbers κ					
Truncation	1st	2nd	3rd	4th	5th
number	/(104.	/(10 ⁴ ·	/(10 ⁴ ·	/(105.	/(105.
k	rad·s ⁻¹)	rad·s ^{−1})	rad·s ^{−1})	rad·s ^{−1})	rad·s ⁻¹)
5	2.279 3	5.554 8	8.841 2	1.215 2	1.552 5
10	2.278 9	5.550 4	8.823 2	1.209 8	1.537 7
15	2.278 8	5.549 8	8.821 3	1.209 3	1.536 6
20	2.278 8	5.549 7	8.820 8	1.209 2	1.536 4
25	2.278 8	5.549 6	8.820 6	1.209 2	1.536 3
30	2.278 8	5.549 6	8.820 5	1.209 2	1.536 3
35	2.278 8	5.549 6	8.820 5	1.209 1	1.536 2
40	2.278 8	5.549 6	8.820 5	1.209 1	1.536 2

归一化声压实部和流速虚部以及负载可俘获电能的 对比结果见图 2~图 4.图 4 中之所以用负载俘获的 当量化电能而非俘能效率作为衡量 TAPEH 的性能 指标,是因为 TAPEH 内的热声振荡涉及多物理场耦 合问题,能量流动情况复杂,为简化求解往往将板叠 处的温度梯度而非高温端的能量输入视作已知条 件,俘能效率较难得出.与此同时,TAPEH 旨在回收 常规手段无法利用的能量、提升能量品级,因此能 量俘获效率并非 TAPEH 的首要指标.综合考虑理论 研究与工程应用中的需求,本文的理论研究中沿用 负载俘获的当量化电能这一指标.

从图 2 的对比结果可以看出,当管长 L 由 0.015 m 变化至 0.04 m 时,本文方法计算得出的当量化振荡频率与文献结果吻合良好.



图 2 本文方法计算的当量化振荡频率与文献结果对比

Fig. 2 Comparison of the equivalent quantized oscillation frequencies calculated by this paper with respect to the results of reference

力





Fig. 3 Comparison of the modal shape by this paper with respect to the results of reference





由图 3 可知,本文方法得到的声压实部和流速 虚部的当量化振型与文献结果完全吻合.由于 TAPEH 最左侧为刚性边界,因此最左侧声压最大且流速为 0;最右侧为压电薄膜,并非单纯的刚性边界和软边 界,而是有一定阻抗值的阻抗边界,部分能量被薄膜 和外界阻抗所俘获,因此声压在此处并非为最大值, 流速虚部也并非为 0. 值得注意的是,与纯管的声压 波节出现于管长的 1/2 处不同, TAPEH 的波节位置 因压电薄膜及外接负载的存在发生改变.

由图 4 可知,本文方法计算得出的负载所俘获的能量与文献结果吻合良好.在系统振荡频率仅受管长影响时 (外接负载、横截面积及阻抗边界条件保持不变),负载俘获能量存在最大值,即存在 TAE 和压电换能器的阻抗匹配问题.

综上所述,针对本文的 TAPEH,截断数 k 取为 40 可保证边界光滑傅里叶级数法的稳定性.在此基 础上,本文方法在计算 TAPEH 的声学和俘能特性时 具有良好的稳定性和可靠性.

3.2 热声管长对不同工质流体 TAPEH 声学和俘能特性的影响

在工程实践中设计 TAPEH 时,振荡频率是核心 设计参数之一,其直接关系到之后的阻抗匹配和负 载俘能工作.改变管长是调控系统振荡频率难度最 小、调控范围最广的调控手段,因此探究管长对热 声压电俘能系统声学和俘能特性的影响具有重要意 义.同时,理论研究和工程应用中因建造维护成本、 俘能密度、结构材料和应用场景等的不同,往往采 用不同的流体作为工质.在进行理论研究时,研究人 员往往采用空气作为工质流体,旨在降低研究成 本、控制实验规模;而在工程应用中,常采用 H₂、 He 和 N₂ 等稀有气体作为工质,为了俘获较为可观 的能量,往往需要对工质流体进行加压,使用稀有气 体作为工质,将会使得 TAPEH 的制作和运行成本更 高.因此考虑工质流体对热声压电俘能系统的结构 设计和参数研究的影响显得尤为必要.

本节研究热声管长对不同工质流体 TAPEH 声 学和俘能特性的影响.首先探究管长对不同工质流 体热声压电俘能系统振荡频率的影响;在此基础上, 以空气作为工质流体,探究不同管长对声压实部和 流速虚部振型分布及负载俘能的影响.计算结果见 图 5~图 7.

由图 5 可知, TAPEH 振荡频率与管长呈反比关系.同时可以看出,以 Ar, N₂和 Air 为工质流体时, TAPEH 的振荡频率处于高频,且可调控范围较宽, 这一特点决定了使用这 3 种气体作为工质时, TAPEH





Fig. 5 Effect of tube length on oscillation frequency of TAPEH with different working fluids



(a) The modal shape of real part of the sound pressure





图 6 以空气为工质流体, 管长对 TAPEH 振型分布的影响 Fig. 6 Effect of tube length on the modal shape of TAPEH with air as working fluid

对振荡频率精度要求较低,且调控范围较广,适用的工业场景更多.由于空气中 N₂含量较高,因此二者



图 7 管长对不同工质流体 TAPEH 值为 100 Ω 的负载所俘获当量 化能量的影响



的热力性质和相同管长下系统的振荡频率相近.值 得注意的是,管长 L = 0.025 m 的 TAPEH 在以 Ar, N₂和 Air 为工质流体时,三者的振荡频率一致,这意 味着当管长和振荡频率符合要求时, TAPEH 对工质 流体有更多的选择.以 H₂和 He 为工质流体时,系统 共振频率较低,可调范围窄,当 TAPEH 的运行频率 为低频,且对振荡频率调控精度较高时可使用这两 种气体作为工质.

从图 6 的计算结果不难看出,管长对 TAPEH 声 压实部和流速虚部的振型分布影响较大.图 6(a) 的 结果显示,声压实部的振型分布在不同管长下的波 节的相对位置不同,且管长越长,波节的相对位置越 靠左.当*L*=0.01 m 和*L*=0.02 m 时,由于管长较短, 声压实部并未出现波节,*L*=0.01 m 的情况下,在压 电薄膜处尚有相对较大的波动声压;*L*=0.03 m 和*L*= 0.04 m 时,出现了声压波节,且管长越长、声压波节 的相对位置越靠左,声压进一步发展的空间越大,在 压电薄膜处的相对波动声压越高.图 6(b) 的结果显 示,管长对流速虚部的振型分布影响较大,但管长与 流速虚部的极值点位置关系无规律,流速虚部的振 型分布与管长和振荡频率间并非简单的线性关系.

图 7 的结果显示, 当 TAPEH 的外接负载为 $R_{\rm E}$ = 100 Ω 时, 各种工质流体下负载的俘能峰值出现的管 长不同, H₂ 和 He 的俘能峰值出现在管长为 L = 0.04 m 的情况下, N₂, Ar 和 Air 的俘能峰值出现在管长为 L = 0.015 m 的情况下. 可以看出, 以 H₂ 和 He 为工质流 体的低频范围内, 负载所俘获的当量化能量随管长 的增加和振荡频率的降低而提高; 以 N₂, Ar 和 Air 为工质流体的高频范围内, 负载所俘获的当量化 能量随管长的增加、振荡频率的降低而先提高后降低,存在极值点,且均为0.015m处.这是因为三者对应的固有频率相近,且与外接负载达成阻抗匹配关系.

综上所述, TAPEH 振荡频率与管长呈反比关系. 利用管长调控振荡频率时, 不同工质流体对振荡频 率精度要求和调控范围差别较大. 管长对声压实部 的振型分布影响较大, 管长越长, 波节的相对位置越 靠左. 各种工质流体下负载的俘能峰值出现说明达 成外接负载与 TAPEH 阻抗匹配.

3.3 外接负载、热声管长对不同工质流体 TAPEH 俘 能特性的影响

外接负载影响着 TAPEH 的运行效率,负载俘能 大小也是衡量 TAPEH 的核心参数.与此同时,为了 达成阻抗匹配,需要改变外接负载或者系统结构,但 在某些特殊情况下,系统的结构参数或者外接负载 无法改变,因此探究不同负载下管长对 TAPEH 的俘 能特性具有重要意义.

本节用以研究不同外接负载下,不同管长对不同工质流体的 TAPEH 俘获的当量化电能的影响.不同管长的 TAPEH 的负载为 $R_{\rm E} = 10 \Omega$, $R_{\rm E} = 1000 \Omega$, $R_{\rm E} = 10000 \Omega$ 时, 俘获的当量化能量如图 8 所示.

由图 8 可知,随着负载的不断提高,以Ar, N₂ 和 air 为工质流体的 TAPEH 的变化较大,结合图 7 中, R_E = 100 Ω 时, TAPEH 的当量化能量大小,可以 看出管长 L = 0.015 m 时,外接负载与 TAPEH 达成 阻抗匹配关系的外接负载阻值在 10 Ω~1000 Ω 之 间. 且当外接负载 R_E = 10000 Ω 时,以上述 3 种气体 作为工质的 TAPEH 已经失去了俘能能力,无论管长 和振荡频率如何变化,负载所俘获当量化能量几近 于 0. 从电网络理论的角度分析,引入过大的负载相 当于电路开路,此时微弱的声压波动已无法激起压 电薄膜的振动,从而无法产生电能.因此在接入负载 时,为保护俘能电路安全,可先接入大额电阻,然后 逐步减小负载电阻,直至俘能大小满足运行要求.

与之对应的,以H2和He为工质流体的TAPEH 停能变化并不明显,虽在个别管长处出现波动,但保 持管长越长、俘能越多的大体趋势.与此同时,从图 8 可以看出,以空气作为工质流体的TAPEH 俘获当量 化能量并未占据明显优势,且提前出现峰值.这使得 设计人员在进行TAPEH的前期设计时,需要根据具 体的应用场景合理选择工质流体和管长.以空气为 工质流体时,TAPEH 具有工质流体容易获取、运行 成本低的优点,但其俘获当量化能量并未占据明显



图 8 管长对不同工质流体 TAPEH 外接负载所俘获当量化能量的 影响



优势,且由于空气中含有氧气,对金属管、板叠具有 一定的侵蚀能力,使得 TAPEH 的维护成本较高.

综上所述,随着负载的不断提高,以Ar, N₂和 Air 为工质流体的 TAPEH 在管长 *L* = 0.015 m 时,与 其达成阻抗匹配关系的外接负载阻值在 $10 \Omega \sim 1000 \Omega$ 之间. 且外接负载 $R_{\rm E} = 10000\Omega$ 时, TAPEH 丧失俘 能能力. 与此同时, 以 H₂ 和 He 为工质流体的 TAPEH, 保持管长越长、俘能越多的大体趋势.

3.4 边界阻抗、热声管长对 TAPEH 声学特性的影响

除了改变管长,作为另一种通过改变系统结构 进而改变系统俘能特性手段,改变系统的边界阻抗 也可以调控系统的振荡频率和声压及流速分布,进 而影响系统的俘能特性.在工程实践中,TAPEH无 俘能元件的一侧常用固体端板进行封闭,但此时无 法利用阻抗边界改变系统声学和俘能特性.为拓宽 系统应用场景,增加系统可控手段,边界可调是TAPEH 发展的方向之一.因此探究管长和边界阻抗对TAPEH 声学特性的影响具有重要意义.

本节用以探究阻抗边界和管长对 TAPEH 声学 特性的影响.首先探究管长从 0.005 m 变化至 0.04 m、边界阻抗从 i × 10⁻⁶ 变化至 i × 10⁸ 时对振 荡频率的综合性影响,在此基础上,缩小边界阻抗范 围,探究管长从 0.005 m 变化至 0.04 m、边界阻抗 从 i × 10⁻² 变化至 i × 10⁴ 时对振荡频率的综合性影 响.然后选取管长为 *L* = 0.04 m,探究边界阻抗对声 压实部和流速虚部分布的影响.管长和边界阻抗对 振荡频率的影响见图 9 和图 10,边界阻抗对声压实 部和流速虚部沿管长的分布影响见图 11.

图 9 的计算结果显示出,在以空气为工质时, TAPEH 的振荡频率受管长和边界阻抗的影响可分



图 9 管长和边界阻抗 (i×10⁻⁶~i×10⁸) 对以空气为工质流体 TAPEH 振荡频率的影响





图 10 管长和边界阻抗 (i × 10⁻² ~ i × 10⁴) 对以空气为工质流体 TAPEH 振荡频率的影响







图 11 以空气为工质流体,边界阻抗对 TAPEH 振型分布的影响

Fig. 11 Effect of tube length and boundary impedance on the modal shape of of the velocity of TAPEH with air as working fluid

为A低敏感区、B阻抗失效区和C高敏感区、划分依据为系统频率对管长和边界阻抗的敏感程度,就 图 9 而言, B 阻抗失效区的范围为 (0.005~0.025 m, i×10⁻⁶~i×10⁻²), C 高敏感区的范围为 (0.005~ 0.025 m, i×10⁻²~i×10⁶), 其余区域为A低敏感区. 然而,这种分区方法是一种较为直观粗略的分区手 段,旨在设计前期根据应用的工业场景不同选择相 应的管长和边界阻抗,因此,针对不同结构尺寸和负 载的 TAPEH, 其分区界限以及限定数值并不相同. 在区域A中,振荡频率对管长和阻抗的变化并不敏 感,因此当热声压电俘能系统对环境要求较低、运 行频率单一时,可使热声压电俘能系统工作于区域 A; 在区域 B 中, 振荡频率随管长变化较明显, 但阻抗 的变化对振荡频率不能起调控作用,因此当系统对 边界阻抗无要求,但有调控振荡频率的需要时,可使 TAPEH 工作于区域 B; 在区域 C 中, 振荡频率的变 化范围较大,且对管长和边界阻抗较敏感,因此当系 统需要运行的振荡频率范围较宽、想用较小的成本 实现振荡频率调控时,可使 TAPEH 工作于区域 C.

因为区域 C 具有较高的调控价值,为了进一步 探究高敏感区内管长和边界阻抗对振荡频率的影 响,绘制了较小边界阻抗范围的图 10.图 10 的结果 显示,在边界阻抗 Z₀ = i × 10³ 及以上时,改变管长对 振荡频率的影响较小.在一定的管长范围内,如 L = 0.015 m 时,随边界阻抗的不断增大,振荡频率先降 低后升高.而在全边界阻抗范围内,保持边界阻抗不 变时,振荡频率随管长的增加而降低,这一结论与 图 5 结论一致.

图 11 中给出了管长不变时,不同边界阻抗下声 压实部和流速虚部的当量化幅值沿管长的分布.之 所以选择 "x/L" 而非管长这一具体的物理量作为其 横坐标,是为了体现边界阻抗对声压实部和流速虚 部振型沿某一方向影响的广适性.从其结果可以看 出,声压实部和流速虚部沿管长的振型分布受边界 阻抗影响较大.随着边界阻抗的不断提高,左侧边界 处的声压实部的当量化幅值不断增大,且声压实部 当量化幅值为零时的位置(波节)不断右移.与此同 时,声压实部的当量化振幅沿管长的分布在边界阻 抗值为 i×10⁻⁴~i和 i×10⁴~i×10⁸之间时一致,说 明当边界阻抗在这两个阻抗带之间时 TAPEH 的声 学特性一致,这一结论也同样适用于流速虚部的当 量化幅值沿管长的分布结果,因此可将边界阻抗值 为 i × 10⁻⁴~i 与 i × 10⁴~i × 10⁸ 划归为"声学特性一 致阻抗带".

综上所述,管长和边界阻抗对 TAPEH 振荡频率 的影响分为低敏感区、阻抗失效区和高敏感区,在 设计系统时可根据不同的需求选择工作区域.同时, 边界阻抗范围内存在"声学特性一致阻抗带",在"声 学特性一致阻抗带"内,系统的声学特性表现一致.

4 结论

本文建立了基于任意阻抗边界的驻波 TAPEH 声学和俘能特性的预报模型.采用边界光滑傅里叶 级数对声压分布函数进行级数展开,结合 Galerkin 原理得到 TAPEH 的特征方程,通过求解该方程得到 系统振荡频率、声压实部与流速虚部的振型分布以 及负载俘能等核心参数.研究了截断数对边界光滑 傅里叶级数稳定性的影响,在保证其计算精度的基 础上,将计算结果与文献结果进行对比,验证了本文 所提方法求解任意阻抗边界条件下 TAPEH 声学特 性和俘能特性的准确性.在上述研究的基础上,研究 了热声管长、外接负载和边界阻抗对系统振荡频 率、声压实部及流速虚部振型分布和负载俘能的影 响.本文得到主要结论如下.

(1)结合边界光滑傅里叶级数和 Galerkin 原理 能够在模态域上准确预报具有任意阻抗边界条件 的 TAPEH 的声学和俘能特性. 当截断数为 40 时, TAPEH 的前 5 阶振荡频率收敛.

(2) TAPEH 振荡频率与管长呈反比关系. 在利 用管长调控振荡频率时, 若系统对振荡频率精度要 求较低且调控范围较广时, 可采用 N₂, Ar 和空气作 为工质流体; 相反, 若 TAPEH 对振荡频率精度要求 较高、调控范围较窄时, 可采用 H₂ 和 He 为工质流 体. 各种工质流体下 TAPEH 在俘能极大值处与外接 负载达成阻抗匹配关系.

(3) 以 Ar, N₂ 和空气为工质流体的 TAPEH 在管 长 L = 0.015 m 时, 与其达成阻抗匹配关系的外接负 载阻值在 10 $\Omega \sim 1000 \Omega$ 之间, 且外接负载 $R_E =$ 10000 Ω 时, TAPEH 失去俘能能力; 以 H₂ 和 He 为 工质流体的 TAPEH 管长与俘能能力间的变化趋势 与负载无关.

(4) 管长和边界阻抗对 TAPEH 振荡频率的影响 分为低敏感区、阻抗失效区和高敏感区,在设计 TAPEH 时可根据不同的需求和应用场景选择其工 作区域. 边界阻抗范围内存在"声学特性一致阻抗 带",在阻抗带内, TAPEH 的声学特性表现一致.

参考文献

- 1 Rayleigh L. The explanation of certain acoustical phenomena. *Nature*, 1878, 18(455): 319-321
- 2 Rott N. Thermoacoustics. Advances in Applied Mechanics, 1980, 20: 135-175
- 3 Swift GW. Thermoacoustic engines. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1988, 84(4): 1145-1180
- 4 Swift GW, Spoor PS. Thermal diffusion and mixture separation in the acoustic boundary layer. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, 106: 1794-1800
- 5 Backhaus S, Swift GW. A thermoacoustic-stirling heat engine: Detailed study. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, 107(6): 3148-3166
- 6 Qiu LM, Lai BH, Zhao YT, et al. Study on the onset temperature of a standing-wave thermoacoustic engine based on circuit network theory. *Science China Technological Sciences*, 2012, 55(10): 2864-2868
- 7 Boroujerdi AA, Ziabasharhagh M. Analytical determination of oscillating frequencies and onset temperatures of standing wave thermoacoustic heat engines. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, 98: 401-414
- 8 Ding X, Chen Z, Kang H, et al. Research on thermoacoustic refrigeration system driven by waste heat of industrial buildings. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 2023, 55(8): 102971
- 9 Ja'fari M, Jaworski AJ. On the nonlinear behaviour of oscillatory flow in a high pressure amplitude standing-wave thermoacoustic heat engine. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2023, 201(9): 123595
- 10 Luo J, Chen Y, Zhang L, et al. Numerical simulation of regenerative heat-driven cryocoolers for zero boil-off storage of liquid hydrogen. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2023, 44(1): 38-46
- 11 Luo J, Zhou Q, Jin T. Investigation on transient process of thermoacoustic oscillation in a gas-liquid standing-wave thermoacoustic engine. *Journal of Applied Physics*, 2023, 133(5): 054901
- 12 鄂青, 吴锋, 雷霆. 广义一维势热声发动机微循环的性能分析. 中 南大学学报, 2021, 52: 1883-1891 (E Qing, Wu Feng, Lei Ting. Performance analysis of microcirculation in a generalised one-dimensional potential thermoacoustic engine. *Journal of Central South University*, 2021, 52: 1883-1891 (in Chinese))
- 13 王海涛, 罗靖, 张丽敏等. 热声发动机中的交变流动换热器特性研究. 西安交通大学学报, 2023, (5): 1-12 (Wang Haitao, Luo Jing, Zhang Liming, et al. Characterizations of an alternating flow heat exchanger in a thermoacoustic engine. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2023, (5): 1-12 (in Chinese))
- 14 雷霆. 热声热机热力学优化. [硕士论文]. 武汉: 武汉工程大学, 2022 (Lei Ting. Thermodynamic optimisation of thermoacoustic heaters. [Master Thesis]. Wuhan: Wuhan Institute of Technology, 2022 (in Chinese))
- 15 李伟康. 基于船舶余热型热声发动机模拟研究. [硕士论文]. 镇 江: 江苏科技大学, 2022 (Li Weikang. Ship waste heat-based thermoacoustic engine simulation study. [Master Thesis]. Zhenjiang: Jiangsu University of Science and Technology, 2022 (in Chinese))
- 16 刘俊彦, 王健儒, 许团委等. 燃烧室声腔结构对固体火箭发动机热 声振荡影响的实验研究. 固体火箭技术, 2023, 46(1): 41-49 (Liu

Junyan, Wang Jianru, Xu Tuanwei, et al. Experimental study of the effect of combustion chamber acoustic cavity structure on thermoacoustic oscillations in solid rocket motors. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2023, 46(1): 41-49 (in Chinese))

- 17 Matveev KI, Wekin A, Richards CD, et al. On the Coupling between standing-wave thermoacoustic engine and piezoelectric transducer//ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2007: 765-769
- 18 Nouh M, Aldraihem O, Baz A. Energy harvesting of thermoacousticpiezo systems with a dynamic magnifier. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2012, 134(6): 67-75
- 19 Smoker J, Nouh M, Aldraihem O, et al. Energy harvesting from a standing wave thermoacoustic-piezoelectric resonator. *Journal of Applied Physics*, 2012, 111(10): 104901
- 20 Nouh M, Aldraihem O, Baz A. Theoretical modeling and experimental realization of dynamically magnified thermoacoustic-piezoelectric energy harvesters. *Journal of Sound Vibration*, 2014, 333(14): 3138-3152
- 21 Chen G, Tang LH, Mace BR. Modelling and analysis of a thermoacoustic-piezoelectric energy harvester. *Applied Thermal Engineering*, 2019, 150: 532-544
- 22 Ahmed F, Yu GY, Luo EC. Multi-method modeling to predict the onset conditions and resonance of the piezo coupled thermoacoustic engine. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2022, 151(6): 4180-4195
- 23 Zheng YD, Wang WY, Niu JR, et al. Thermoacoustic energy harvesting using thermally-stabilized polyacrylonitrile nanofibers. *Nano Energy*, 2022, 95: 106995
- 24 Somu S, Lacoste D, Saxena S, et al. Design optimization and performance analysis of a multi-kilowatt thermoacoustic electric generator using deltaec model. *Journal of Energy Resources Technology, Transactions of the ASME*, 2021, 143(10): 1-19
- 25 王宇琛. 热声系统 15 kW 直线发电机的设计与优化. [硕士论文]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2021 (Wang Yuchen. Design and optimisation of a 15 kW linear generator for thermoacoustic systems. [Master Thesis]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2021 (in Chinese))
- 26 张健, 夏加宽, 王雪等. 热声发电系统最大声功捕获特性分析. 沈阳工业大学学报, 2021, 43: 132-137 (Zhang Jian, Xia Jiakuan, Wang Xue, et al. Characterizations of the loudest power capture in thermoacoustic power systems. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2021, 43: 132-137 (in Chinese))
- 27 张健, 夏加宽, 何新等. 热声发电系统自主协同起振控制策略. 电 工技术学报, 2021, 36: 1169-1178 (Zhang Jian, Xia Jiakuan, He Xin, et al. Autonomous cooperative vibration control strategy for thermoacoustic power systems. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2021, 36: 1169-1178 (in Chinese))
- 28 Li WL. Free vibrations of beams with general boundary conditions. Journal of Sound and Vibration, 2000, 237(4): 709-725
- 29 Du JT, Li WL, Liu ZG, et al. Acoustic analysis of a rectangular cavity with general impedance boundary conditions. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2011, 130(2): 807-817
- 30 Du JT, Li WL, Xu HA, et al. Vibro-acoustic analysis of a rectangular cavity bounded by a flexible panel with elastically restrained edges. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2012, 131(4): 2799-2810