

考虑最小尺寸精确控制的SIMP和MMC混合拓扑优化方法

廉睿超, 敬石开, 李 营, 肖登宝, 陈 阳

A HYBRID TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD OF SIMP AND MMC CONSIDERING PRECISE CONTROL OF MINIMUM SIZE

Lian Ruichao, Jing Shikai, Li Ying, Xiao Dengbao, and Chen Yang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-22-283>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向增材制造的应力最小化连通性拓扑优化

ADDITIVE MANUFACTURING-ORIENTED STRESS MINIMIZATION TOPOLOGY OPTIMIZATION WITH CONNECTIVITY

力学学报. 2021, 53(4): 1070-1080

考虑可控性的压电作动器拓扑优化设计

TOPOLOGY OPTIMIZATION OF PIEZOELECTRIC ACTUATOR CONSIDERING CONTROLLABILITY

力学学报. 2019, 51(4): 1073-1081

考虑表面层厚度不确定的稳健性拓扑优化方法

ROBUST TOPOLOGY OPTIMIZATION OF STRUCTURES CONSIDERING THE UNCERTAINTY OF SURFACE LAYER THICKNESS

力学学报. 2021, 53(5): 1471-1479

考虑破损-安全的连续体结构拓扑优化ICM方法

ICM METHOD FOR FAIL-SAFE TOPOLOGY OPTIMIZATION OF CONTINUUM STRUCTURES

力学学报. 2018, 50(3): 611-621

基于改进的双向渐进结构优化法的应力约束拓扑优化

STRESS-CONSTRAINED TOPOLOGY OPTIMIZATION BASED ON IMPROVED BI-DIRECTIONAL EVOLUTIONARY OPTIMIZATION METHOD

力学学报. 2018, 50(2): 385-394

基于固定网格和拓扑导数的结构拓扑优化自适应泡泡法

ADAPTIVE BUBBLE METHOD USING FIXED MESH AND TOPOLOGICAL DERIVATIVE FOR STRUCTURAL TOPOLOGY OPTIMIZATION

力学学报. 2019, 51(4): 1235-1244



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

考虑最小尺寸精确控制的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法¹⁾

廉睿超* 敬石开^{†, 2)} 李 营* 肖登宝* 陈 阳[†]

* (北京理工大学先进结构技术研究院, 北京 100081)

[†] (北京理工大学机械与车辆学院, 北京 100081)

摘要 拓扑优化作为一种先进设计方法, 已被成功用于多个学科领域优化问题求解, 但从拓扑优化结果到其工程应用之间仍存在诸多阻碍, 如在结构设计中存在难以制造的小孔或边界裂缝和单铰链连接等. 在拓扑优化设计阶段考虑结构最小尺寸控制是解决上述问题的一种有效手段. 在最小尺寸控制的结构拓扑优化方法中, 通用性较强的固体各向同性材料惩罚法 SIMP 优化结果边界模糊不光滑, 包含精确几何信息的移动变形组件法 MMC 对初始布局具有较强依赖性. 本文提出一种考虑最小尺寸精确控制的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法. 所提方法继承了二者优势, 避免了各自缺点. 在该方法中, 首先采用活跃轮廓算法 ACWE 获取 SIMP 输出的拓扑结构边界轮廓数据, 提出了 SIMP 优化结果到 MMC 组件初始布局的映射方法. 其次, 通过引入组件的 3 个长度变量, 建立了半圆形末端的多变形组件拓扑描述函数模型. 最后, 以组件厚度变量为约束, 构建了考虑结构最小尺寸控制的拓扑优化模型. 采用最小柔度问题和柔性机构问题验证了所提方法的有效性. 数值结果表明, 所提方法在无需额外约束的条件下, 仅通过组件厚度变量下限设置, 可实现整体结构的最小尺寸精确控制, 并获得了具有全局光滑的拓扑结构边界.

关键词 固体各向同性材料惩罚法, 移动变形组件法, 混合拓扑优化, 拓扑描述函数, 最小尺寸控制

中图分类号: O346 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-22-283

A HYBRID TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD OF SIMP AND MMC CONSIDERING PRECISE CONTROL OF MINIMUM SIZE¹⁾

Lian Ruichao* Jing Shikai^{†, 2)} Li Ying* Xiao Dengbao* Chen Yang[†]

* (Institute of Advanced Structure Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

[†] (School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract Topology optimization is an advanced design method, which has been successfully used to solve multidisciplinary optimization problems, but there are still many obstacles to the reliable use of topology optimization results in engineering manufacturing, such as tiny holes or boundary cracks and hinges in structural design. An effective means to solve the above problems is to consider the minimum size control of the structure in the topology optimization design stage. In the topology optimization method considering the minimum size control, the boundaries of the widely

2022-06-22 收稿, 2022-10-17 录用, 2022-10-18 网络版发表.

1) 国家重点研发资助项目 (2017YFB1102804).

2) 敬石开, 副教授, 主要研究方向: 面向增材制造的产品创新设计. E-mail: jingshikai@bit.edu.cn

引用格式: 廉睿超, 敬石开, 李营, 肖登宝, 陈阳. 考虑最小尺寸精确控制的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法. 力学学报, 2022, 54(12): 3524-3537

Lian Ruichao, Jing Shikai, Li Ying, Xiao Dengbao, Chen Yang. A hybrid topology optimization method of SIMP and MMC considering precise control of minimum size. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(12): 3524-3537

used solid isotropic material with penalization (SIMP) method optimization result are usually blurred and not smooth, and moving morphable component (MMC), which contains precise geometric information, has a strong dependence on the initial layout of components. This paper proposes a hybrid topology optimization method of the SIMP and MMC considering precise control of minimum size. The proposed method inherits the advantages of both and avoids their respective disadvantages. In this method, a mapping method from the SIMP optimization results to the initial layout of MMC components is firstly proposed, which uses the active contour without edges (ACWE) algorithm to obtain the topological boundary contour data of the SIMP and the geometric parameter matrix of the components. Secondly, the topological description function model of the multi-deformable component with the semicircular end is established by introducing three length variables of the component. Finally, a topology optimization model that considers the minimum size control of the structure is constructed with the component thickness variable as the constraint. The effectiveness of the proposed method is verified by the minimum compliance problem and the compliance mechanism problem. The numerical results show that, the proposed method can achieve precise control of the minimum size of the overall structure and obtain a globally smooth topological structure boundary only by setting the lower limit of the component thickness variable without additional constraints.

Key words SIMP, MMC, hybrid topology optimization, topology description function, minimum size control

引言

拓扑优化是一种新型的设计方法,它根据给定的负载情况、约束条件和性能指标,以一定的方式寻找设计域内材料的最优分布,可生成满足特定性能需求的最优结构构型^[1].与传统产品设计相比,拓扑优化可以突破设计者的思维定式,构建出更新颖、更具竞争力的创新产品.1988年 Bendsøe 等^[2]提出以均匀化理论为基础的拓扑优化法,经过几十年的发展和完善,此法已逐渐成为结构设计阶段的一个重要方法,被广泛应用到许多工程结构设计^[3-8].当前主流的拓扑优化方法有:固体各向同性材料惩罚法 (solid isotropic material with penalization, SIMP)^[9-10]、渐进结构优化法 (evolutionary structure optimization, ESO)^[11-13]、水平集方法 (level-set)^[14-15]和移动变形组件法 (moving morphable component, MMC)^[16-17].

拓扑优化已经被拓展到了许多领域,并取得了显著成果,但其理论设计的最小结构与可制造的最小尺寸限制之间的差距,仍然是拓扑优化设计结果应用到实际工程中的重大阻碍.若结构中存在横截面积过小的部件时,即使受较小的压力也容易产生弯曲,同时设计结果中出现的孔洞或边界裂缝和细小铰链,可能会导致结构制造过程中意外断裂^[18].在拓扑优化设计阶段考虑结构的最小尺寸控制可有效避免上述问题.一些学者对此开展了相关研究.

基于 SIMP 的结构最小尺寸控制. SIMP 法创造

性的将优化问题转变为材料的最优分布问题,极大简化了问题求解的复杂性,因其具有较高的计算效率和稳定性,已成为当前发展相对成熟且应用最广的技术. Sigmund^[19]提出一种敏度过滤技术消除优化中的网格依赖和棋盘格,并发现过滤半径具有控制结构最小尺寸的能力;随后,他们在该方法的基础上,通过引入改进的 Heaviside 过滤器和基于图像形态学过滤器,实现了材料相和空相的最小尺寸控制^[20-21]; Petersson 等^[22]提出拓扑优化梯度约束法,通过考虑密度梯度上的逐点边界,在保证有解的同时也可隐式的控制结构最小尺寸; Polusen^[23]提出基于单调性的最小尺寸方法,应用小波基函数对材料设计变量进行插值,实现了拓扑优化中的结构最小尺寸控制; Guest 等^[24]提出 Heaviside 投影法,以节点密度值作为设计变量,利用投影算子将密度场的节点值投影到单元空间,通过确定用于刚度插值的单元密度控制结构最小尺寸; Zhou 等^[25]提出几何约束的最小尺寸控制方法,结合过滤阈值拓扑优化技术,通过识别固相和空相材料实现了结构最小尺寸控制.上述研究基于 SIMP 实现了结构的最小尺寸控制,但优化结果边界模糊不光滑,同时采用隐式的表达方式描述拓扑构型,即结构不包含几何信息,难以进行精确的结构边界提取和最小尺寸控制,采用后处理工艺不仅增加了工作量和人为干预因素,而且会影响最终优化的结构性能^[26-28].

基于 MMC 的结构最小尺寸控制.在 MMC 中,采用显式几何特征信息描述的组件作为结构的基础

构件,通过它们的移动、变形和重叠实现拓扑优化. MMC 的参数化显式表达为拓扑优化结果与 CAD 的直接衔接提供了天然桥梁. Zhang 等^[18]基于 MMC 框架采用不规则四边形结构组件进行拓扑优化 (trapezoid-shaped structural components, TsSC),通过对组件相交区域约束实现了结构的最小尺寸控制; Wang 等^[29]采用基于骨架的有效连接技术 (effective connection status, ECS),利用组件本身的设计变量实现了结构最小尺寸控制. 基于 MMC 的最小尺寸控制,在拓扑结构描述和可制造边界信息获取上具有一定优势,但其优化结果存在裂缝或不完全连接问题,且对初始组件布局具有较强的依赖性.

为了避免 SIMP 优化结果边界模糊不光滑和 MMC 对初始组件布局的强烈依赖, Sun 等^[30]通过设定 SIMP 优化中的敏度阈值和组件影响区域来控制插入组件数量和位置,在 SIMP 基础上实现了组件的自适应分布; 范慧茹^[31]和 Zhang 等^[32-33]基于 SIMP 优化结果,采用阈值处理技术得到 0 和 1 表示的拓扑构型,利用图像处理技术识别结构骨架特征点和内切圆等几何特征,并拟合为 MMC 的初始组件布局,实现了 SIMP-MMC 混合结构拓扑优化,得到了尺寸精确表达的拓扑结构. 采用 SIMP 和 MMC 混合的方法可以解决结构边界模糊不光滑和组件初始布局依赖问题,但上述方法中合适阈值的选择需要反复试验,尤其对包含有非常薄构型的复杂结构,易出现断裂和难以制造的最小尺寸问题,且因组件变形受限和结构的不完全连接,很难实现具有整体结构边界光滑的最小尺寸精确控制. 因此,充分结合 SIMP 和 MMC 二者优势,避免各自缺点,在不依赖初始布局的情况下获得整体结构边界清晰平滑的优化结果,并实现对结构最小尺寸的精确控制具有重要的研究意义.

基于上述原因,本文提出一种考虑最小尺寸精确控制的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法. 采用活跃轮廓算法自动识别 SIMP 拓扑构型的轮廓数据,构建组件的几何参数矩阵,实现 SIMP 隐式结果到 MMC 显式表达组件初始布局的自动映射;通过构建具有半圆形末端的多变形组件拓扑描述函数,进一步提升优化方法构建几何模型的能力和整体结构边界的光滑性,并结合组件变量约束,实现拓扑优化结构的最小尺寸精确控制.

1 SIMP 和 MMC 数值模型

在 SIMP 中,设计域被离散为一定数量的有限单元网格,并将密度作为设计变量赋予每个单元,利用数学规划法或基于优化准则法决定单元密度的有无,1 表示有材料,0 表示无材料,如图 1(a) 所示. 采用材料插值模型 $E_i = E_{\min} + \rho_i^p (E_0 - E_{\min})$ 解决离散优化问题, E_i 为第 i 个单元插值后的弹性模量; E_0 和 $E_{\min}$ 分别为固体和空洞部分材料弹性模量; ρ_i 为第 i 个单元的相对密度, $\rho_i \in [0, 1]$; p 为惩罚因子,一般建议取 3^[34].

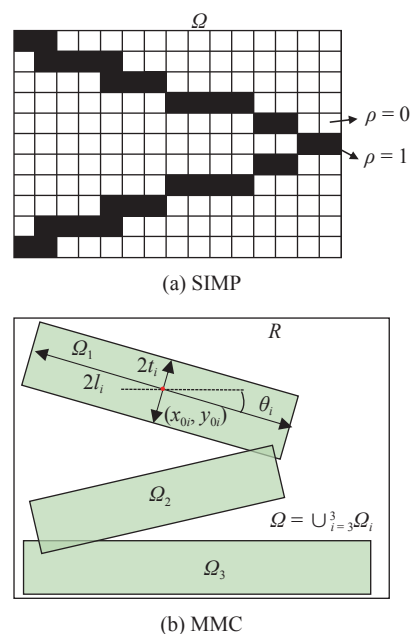


图 1 SIMP 和 MMC 拓扑优化示意图
Fig. 1 Schematic of SIMP and MMC

在 MMC 中,结构采用拓扑描述函数 (TDF, $\varphi(x)$) 表达

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x) &> 0, & \text{if } x \in \Omega \\ \varphi(x) &= 0, & \text{if } x \in \partial\Omega \\ \varphi(x) &< 0, & \text{if } x \in R \setminus \Omega \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, x 为设计域内的点, $\Omega \subset R$ 为实体材料组件所占据的区域, R 为整个设计区域. 当设计区域内包含 N 个组件时,实体材料结构区域 Ω 内组件的拓扑描述函数可表示为 $\varphi(x) = \max(\varphi_1(x), \dots, \varphi_i(x), \dots, \varphi_N(x))$, $i = 1, 2, \dots, N$ 表示组件的编号,第 i 个组件的拓扑描述函数可被表示为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(\mathbf{x}) &> 0, & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_i \\ \varphi_i(\mathbf{x}) &= 0, & \text{if } \mathbf{x} \in \partial\Omega_i \\ \varphi_i(\mathbf{x}) &< 0, & \text{if } \mathbf{x} \in R \setminus \Omega_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中

$$\varphi_i(x, y) = \left[\frac{\cos \theta^i \cdot (x - x_0^i) + \sin \theta^i \cdot (y - y_0^i)}{l^i} \right]^6 + \left[\frac{\cos \theta^i \cdot (y - y_0^i) - \sin \theta^i \cdot (x - x_0^i)}{f(x')} \right]^6 - 1 \quad (3)$$

$$f(x') = \frac{t_1 + t_2 - 2t_3}{2l^2} \left[\cos \theta^i \cdot (x - x_0^i) + \sin \theta^i \cdot (y - y_0^i) \right]^2 + \frac{t_2 - t_1}{2l} \left[\cos \theta^i \cdot (x - x_0^i) + \sin \theta^i \cdot (y - y_0^i) \right] + t_3 \quad (4)$$

式中, Ω_i 表示第 i 组件所占有的区域, $\Omega = \cup_{i=1}^N \Omega_i$; t_1 , t_2 和 t_3 分别为组件不同位置的 3 个厚度变量, l 为组件 $1/2$ 的长度, (x_0, y_0) 为组件中心点的坐标, θ 为沿水平方向逆时针旋转的角度, 如图 1(b) 所示。

2 SIMP 和 MMC 的混合拓扑优化方法

相比隐式表达的 SIMP, MMC 可以通过组件的显式参数控制结构的最小尺寸, 但二者结果均会出现不完全连接和细小铰链现象, 如图 1 所示, 难以通过简单变量设置实现结构中最小尺寸的精确控制。为了解决该问题, 在这一部分, 将通过悬臂梁模型介绍提出的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法实现过程。图 2 为悬臂梁示意图和 SIMP 优化输出结果。混合拓扑优化的实现主要包括 2 个部分: (1) 如何从 SIMP 优化输出结果中获得组件的几何信息; (2) 如何实现 SIMP 结构几何信息到 MMC 组件布局的映射。

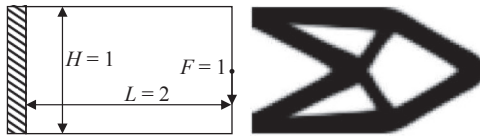


图 2 悬臂梁示意图及 SIMP 拓扑优化结果

Fig. 2 Schematic of the cantilever beam and the topology optimization result of SIMP

2.1 SIMP 优化结构的组件几何信息获取

以单元密度表示的 SIMP 优化结果通常不含几何信息, 难以对其进行精确尺寸控制和制造, 采用图像识别技术^[26]、图形插值技术^[35]、密度等值线技术^[36]可以获得结构的参数化模型, 但这些方法通常需要较多人为干预, 如密度等值线技术, 在获取合适

的密度阈值之前需多次反复修改模型和试验, 且对复杂结构易出现断裂和非常薄的杆件问题, 影响最终拓扑构型的最优性能^[37]。为此, 在该节中, 采用活跃轮廓算法 (active contour without edges, ACWE)^[38]对 SIMP 优化输出结果的几何信息进行自动识别与提取。

ACWE 的基本思想是依据给定图形的约束, 利用活跃轮廓模型通过曲线的变化识别目标对象。设在识别域 Ω 内任一变化曲线为 ξ , ω 为 Ω 内边界开放的一个子集, 则活跃轮廓模型可以被表示为^[38]

$$\xi_1(\psi) + \xi_2(\psi) = \int_{\xi_{in}} |\zeta_0(x, y) - m_1|^2 dx dy + \int_{\xi_{out}} |\zeta_0(x, y) - m_2|^2 dx dy \quad (5)$$

式中, ξ_{in} 表示区域 ω , ξ_{out} 表示区域 $\Omega \setminus \omega$, m_1 和 m_2 分别表示在 ξ_{in} 和 ξ_{out} 中 ζ_0 的平均值。

为了获取图像结构边界 ψ_0 , 式 (5) 需满足 $\xi_1(\psi) + \xi_2(\psi)$ 的最小化

$$\inf_{\xi} \{\xi_1(\psi) + \xi_2(\psi)\} \approx \xi_1(\psi_0) + \xi_2(\psi_0) \approx 0 \quad (6)$$

采用水平集描述曲线变化进行求解, 则活跃轮廓模型可以被重构为

$$\begin{aligned} \xi(\psi_1, \psi_2, \phi) &= \mu \int_{\Omega} \delta_{\xi}(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy + \\ &v \int_{\Omega} H_{\xi}(\phi(x, y)) dx dy + \\ &\lambda_1 \int_{\Omega} |\zeta_0(x, y) - m_1|^2 H_{\xi}(\phi(x, y)) dx dy + \\ &\lambda_2 \int_{\Omega} |\zeta_0(x, y) - m_2|^2 (1 - H_{\xi}(\phi(x, y))) dx dy \end{aligned} \quad (7)$$

式中, ϕ 是水平集函数; H 是 Heaviside 函数; $\mu \geq 0$, $v \geq 0$, $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ 为固定参数, 令 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $v = 0$ 。

采用迭代法求解得到水平集 ϕ 的迭代表达形式为

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = \delta_h(\phi_{i,j}^n) \left[\mu \text{curvat}_{i,j} - v - \lambda_1 (\zeta_{0,i,j} - m_1)^2 + \lambda_2 (\zeta_{0,i,j} - m_2)^2 \right] \quad (8)$$

式中

$$curvat_{i,j} = \frac{1}{h^2} \Delta_-^x \left[\frac{\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1})^2 / (h^2) + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)^2 / (2h)^2}} \right] + \frac{\mu}{h^2} \Delta_-^y \left[\frac{\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1})^2 / (h^2) + (\phi_{i+1,j}^n - \phi_{i-1,j}^n)^2 / (2h)^2}} \right] \quad (9)$$

通过式 (8) 求解 ϕ^{n+1} 并判断其是否满足收敛, 若满足收敛, 则可得到目标图像的边界轮廓数据.

图 3 展示了采用上述算法对 SIMP 优化结果边界几何信息获取过程. 为了从得到的结构边界数据中提取对应组件的边线, 根据得到的每个具有相同起点和终点的闭合环, 按照顺时针方向从上到下由内及外进行编号. 从任意环 C_i 的起点 (x_{si}, y_{si}) 开始, 计算它与紧邻的 5 个点之间形成线段的斜率 k , 比较点间线段的斜率差与给定阈值 δ 之间的关系, 若小于设定阈值 δ 则判定它们在一条直线上, 并从第 4 个点开始依次计算随后的 5 个点, 直到斜率差的变化大于设定的阈值 δ , 则认为在同一环中位于该条直线上的点已经结束, 将第一点 (x_{si}, y_{si}) 和最后一点 (x_{ei}, y_{ei}) 作为直线的两个端点, 确定一条直线. 依次对后续的点进行斜率与阈值之间的比较, 确定结构

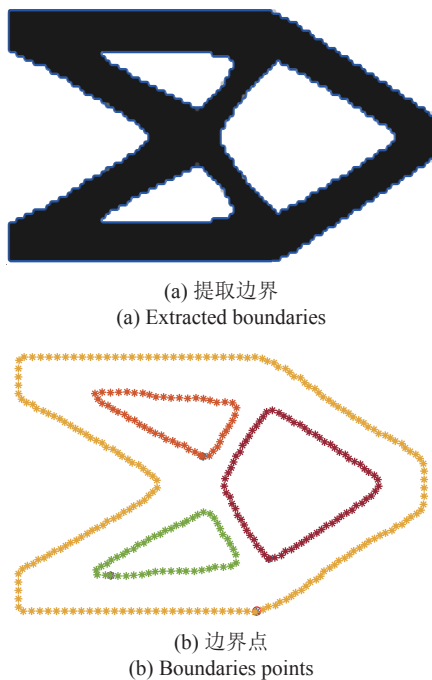


图 3 ACWE 边界识别

Fig. 3 Boundaries identification by using the ACWE

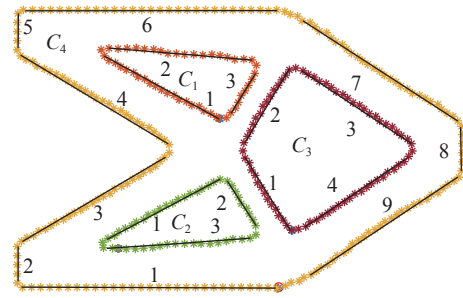


图 4 边界直线及平行线识别

Fig. 4 Identification of straight lines and parallel lines

中所有的直线, 并将其以顺时针方向按环的存储方式进行编号. 基于得到的直线, 从内部环的直线开始循环, 计算当前环中一条直线 l_i 与其他环中每条直线 l_j 的斜率差 Δk 的绝对值和中点间距 d_{ij} , 将具有最小斜率差的绝对值和满足中点距离约束值 d_t 的两条直线被视为一个组件的边界, 确定结构中组件的平行边, 如图 4 所示.

当每个组件的边被确定后, 设 χ_{1i} 和 χ_{2i} 为任意组件中的两条直线, $(x_{11i}, y_{11i}), (x_{12i}, y_{12i})$ 和 $(x_{21i}, y_{21i}), (x_{22i}, y_{22i})$ 分别为 χ_{1i} 和 χ_{2i} 的两个端点, 通过两点间的中点公式可以计算出两条直线两端连线的中点坐标. 连接两个平行线端点连线的中点便可计算出第 i 个组件的中心线所在位置. 然后, 将中心线延长可以得到它们的交点, 若出现多个交点, 将它们的重心作为共同交点, 通过连接各交点便可得到组件的中心线. 最后, 通过中点计算公式、两点间的距离公式 d_i 和斜率计算公式 k_i , 得到每个组件的中心坐标 (x_{0i}, y_{0i}) 、1/2 长度 l_i 和 1/2 厚度 d_i 、倾斜角度 θ_i , 如图 5 所示.

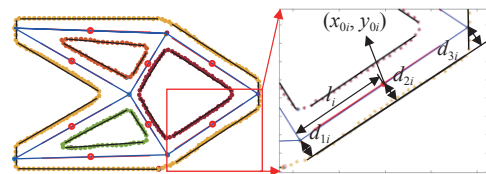


图 5 获取组件几何信息

Fig. 5 Obtaining the components geometry information

2.2 组件几何信息映射为 MMC 布局

在 MMC 中每个组件包含长度、宽度、中心坐标、倾斜角度等几何参数, 其中组件的厚度由 3 个变量控制, 需分别计算组件中心线两端点和中心点到对应边界的距离 d_{1i} , d_{2i} 和 d_{3i} . 组件的几何信息可以通过式 (10)、式 (11) 和式 (12) 计算求得

$$\begin{bmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \end{bmatrix} = [(x_i + x_{i+1})/2 \quad (y_i + y_{i+1})/2] \quad (10)$$

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \quad (11)$$

$$\theta_i = \arctan k_i \quad (12)$$

式中, 直线的斜率 $k_i = (y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)$.

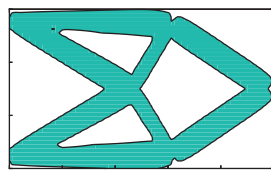
将计算得到的组件中心坐标 (x_{0i}, y_{0i}) 、 $1/2$ 长度 l_i 、 $1/2$ 厚度 d_i 以及倾斜角度的正弦值 $\sin \theta_i$ 组装成一个参数矩阵 $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_i]$, $\mathbf{c}_i = [x_{0i}, y_{0i}, l_i, d_{1i}, d_{2i},$

$d_{3i}, \sin \theta_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$, 式中 n 为组件的总数. 在 SIMP 优化中获得相应的结构刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 和参数矩阵 $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_i]$ 时, MMC 将直接调用, 形成包含 SIMP 输出数据的 MMC 组件自动布局.

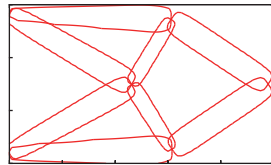
图 6 为悬臂梁 SIMP 优化结果映射到 MMC 的组件布局. 为了验证所提算法的有效性和可行性, 同时采用了具有更为复杂结构的 MBB 梁进行分析, 得到的组件布局结果如图 7 所示. 由图 6 和图 7 可知, 该算法可以有效的从 SIMP 隐式优化结果自动映射为 MMC 中包含精确几何信息且边界清晰光滑的显式表达. 但如图 6(b) 和图 7(c) 所示, 经映射后的结构边界因组件的不完全连接产生了裂缝, 无法简单的利用组件厚度变量对结构的最小尺寸进行控制. 如何实现混合拓扑优化中最小尺寸的精确控制将在下一小节展开讨论.

2.3 优化算法流程

本文提出的算法流程如图 8 所示. 在早期迭代



(a) 组件布局
(a) Components layout



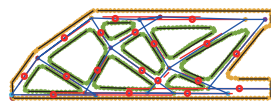
(b) 组件轮廓
(b) Components outlines

图 6 悬臂梁组件映射结果

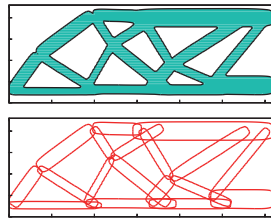
Fig. 6 Components mapping results for a cantilever beam



(a) SIMP 优化结果
(a) The result of SIMP



(b) 几何信息
(b) Geometry information



(c) 组件映射结果
(c) Components mapping results

图 7 MBB 梁混合拓扑优化组件映射过程

Fig. 7 Components mapping process of MBB beam with hybrid topology optimization

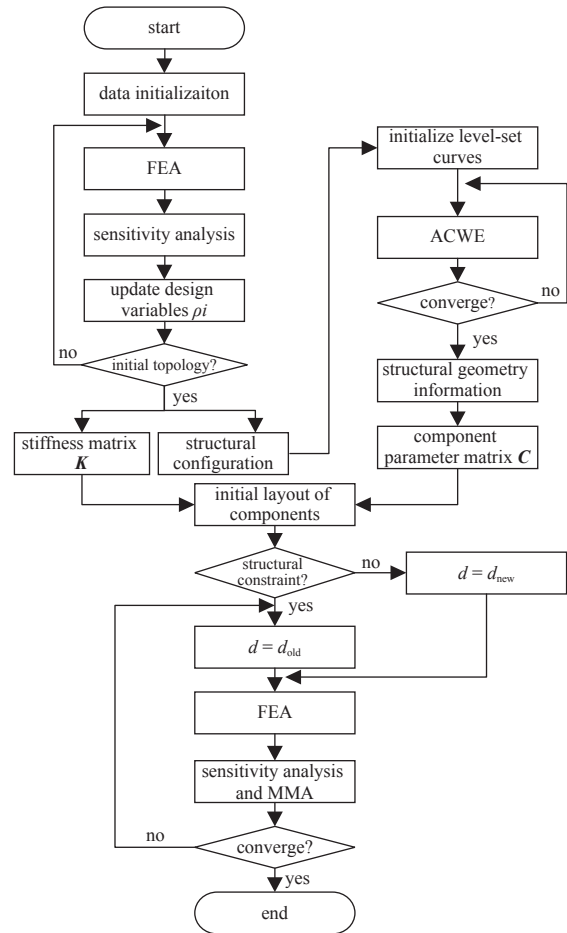


图 8 混合拓扑优化流程图

Fig. 8 Flowchart of the hybrid topology optimization

中,采用 SIMP 对设计域进行优化.在该过程中,过早的对拓扑结构进行几何信息提取,将可能会生成较多细枝结构,影响 MMC 组件的初始布局.为此,在 SIMP 优化过程中,当获得相对稳定的拓扑结构后,再输出结构刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 和结构构型.利用 ACWE 算法提取结构构型的几何信息,并构建组件参数矩阵 $\mathbf{C}$.然后,将输出的矩阵 $\mathbf{K}$ 和矩阵 $\mathbf{C}$ 作为 MMC 优化迭代的初始输入参数,确定构成拓扑结构中组件数量和布局,结合设定的结构制造约束,对组件设计变量进行更新.当满足收敛条件后,优化终止,输出最终的结构拓扑构型.

3 混合拓扑优化的最小尺寸精确控制

经 SIMP 优化结果映射到 MMC 组件布局后,由于组件末端采用直线表征,通过混合拓扑优化获得的构型通常会出现因组件连接不完全形成结构边界裂缝现象,无法直接利用厚度变量控制结构的最小尺寸.同时,采用直线表征组件形状,可变性受限,阻碍了其构建几何模型的灵活性,尤其是当组件数量相对较少时.为此,在 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化的基础上,该节提出一种形状多变的半圆末端组件拓扑描述函数,并通过构建距离约束函数和厚度变量约束函数,实现混合拓扑优化中组件的形状多变和结构最小尺寸精确控制.

3.1 半圆形末端的组件拓扑描述函数模型

设给定的任一组件 i 的 $1/2$ 厚度 t 分别通过 3 个变量 t_1 , t_2 和 t_3 表示,理论上设计域内结构的最小厚度尺寸为 $t_{\min} = \min(2t_{11}, 2t_{12}, 2t_{13}, \dots, 2t_{n1}, 2t_{n2}, 2t_{n3})$,但采用直线描述组件的末端,常常会出现组件间的不完全重叠或连接现象,无法简单地通过设定组件厚度下限 $\underline{t}$ 来满足结构最小尺寸控制.如图 9 所示,两个组件的厚度尺寸 $2t_{i1}, 2t_{i2}, 2t_{i3}$ 和 $2t_{j1}, 2t_{j2}, 2t_{j3}$ 都大于设定的最小尺寸 $\underline{t}$,但其相交区域的尺寸 t_c 却小于 $\underline{t}$,不能满足设定的结构最小尺寸约束.

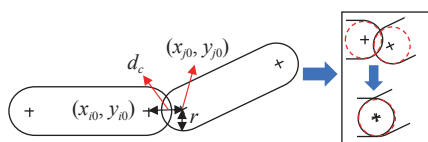


图 10 组件完全连接示意图

Fig. 10 Schematic of perfectly connections between components

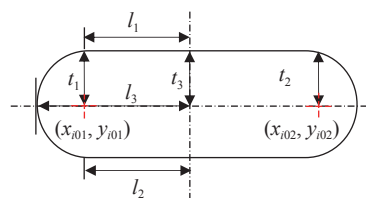


图 11 半圆形末端组件示意图

Fig. 11 Schematic of components with semicircular ends

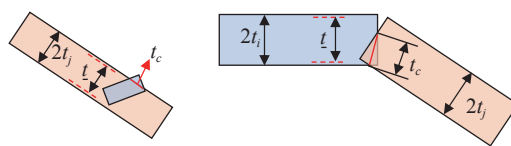


图 9 组件相交示意图

Fig. 9 Schematic of incomplete intersection and overlap between components

为此,本文提出具有半圆形末端的组件拓扑描述函数模型,如图 10 所示.当相交组件其邻近末端圆心间距小于设定的阈值时,将被新的圆心坐标替代,实现组件间的完全连接.

设一个组件的形状由 3 个长度变量和 3 个厚度变量协同控制,如图 11 所示, l_1 和 l_2 分别是组件对应的两个 $1/2$ 长度; t_1 为组件任意一端的 $1/2$ 厚度,则需要满足条件

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= l_2 \\ l_3 - l_1 &= t_1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

为了便于计算,将组件长度 l_1 和 l_2 统一用 l 表示.

构建的含有半圆形末端的组件拓扑描述函数模型可以被描述为

$$\varphi_i(x, y) = \left[\frac{x'}{g(y')} \right]^6 + \left[\frac{y'}{f(x')} \right]^6 - 1 \quad (14)$$

$$f(x') = \frac{t_1 + t_2 - 2t_3}{2l^2} x'^2 + \frac{t_2 - t_1}{2l} x' + t_3 \quad (15)$$

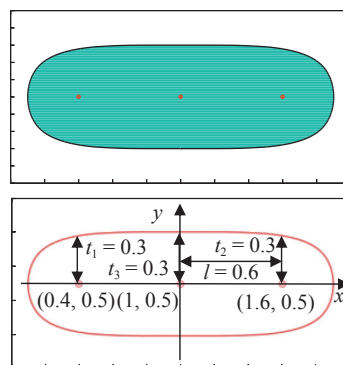


图 12 等厚度半圆形末端组件

Fig. 12 Component of equal thickness with semicircular ends

$$g(y') = \sqrt{r^2 - (y' - y_{i0})^2} + x_{i0} \quad (16)$$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x - x_{i0} \\ y - y_{i0} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

采用式 (14) 可实现组件半圆形末端形状. 图 12 绘制了半圆形末端的等厚度组件形状, 从图中可以看出, 该组件具有 $r = 0.3$ 的半圆末端, 其中 $l = 0.6$, $t_1 = t_2 = 0.3$, 两个末端圆心坐标分别为 $(0.4, 0.5)$ 和 $(1.6, 0.5)$. 图 13 为不同变量取值下获得的形状多变的半圆形末端组件. 从图 13 可以看出, 通过式 (14) 可有效提升组件构建拓扑几何模型的能力.

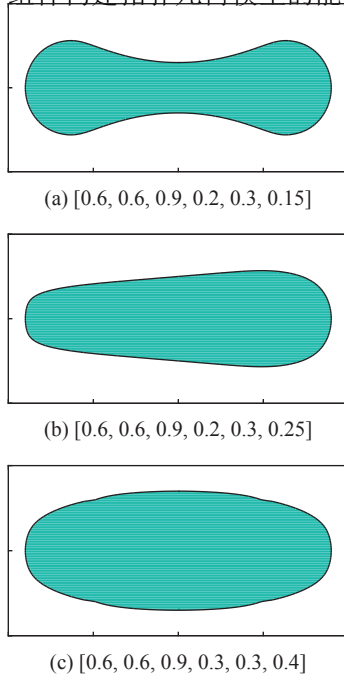


图 13 不同变量取值的半圆形末端组件

Fig. 13 Components of semicircular ends with different variable values

3.2 最小尺寸精确控制的多变形组件拓扑优化

为了实现通过组件厚度变量设置对结构最小尺寸精确控制, 本小节提出增强组件末端连接的局部约束函数. 令 i 和 j 是设计域内的任意两个组件, (x_{in}, y_{in}) 与 (x_{jn}, y_{jn}) 分别为组件的两端半圆圆心坐标, 其中 $n = 1$ 和 2 , 1 表示组件的一端, 2 表示组件的另一端. 位于不同组件中的两个末端圆心坐标间距离可以表示为

$$d_{ist} = \sqrt{(x_{in} - x_{jn})^2 + (y_{in} - y_{jn})^2} \quad (18)$$

距离约束函数可被表示为

$$d_{ist} \leq \tau \quad (19)$$

式中, τ 是设定的一个阈值, 取较小的正数 $0 < \tau \ll 1$.

当拓扑优化过程中满足组件的距离约束函数时, 构件的最小尺寸控制可通过设定组件厚度变量的下限轻松实现, 即

$$d_{min} > 2t \quad (20)$$

结合结构尺寸约束, 以 J 为目标函数的最小尺寸约束的拓扑优化模型可被描述为

$$\left. \begin{aligned} \min: J &= J(\mathbf{R}) \\ \text{s.t.}: \vartheta_k(\mathbf{R}) &\leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, M \\ \mathbf{R} &\subset u_R \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中, $J(\mathbf{R})$, ϑ_k , $k = 1, 2, \dots, M$ 分别是目标函数和约束函数 (如材料体积约束和最小尺寸约束等); u_R 是设计变量向量 $\mathbf{R}$ 所属于的集合.

在最小尺寸约束下柔度最小优化问题可被描述为

$$\left. \begin{aligned} \min: J &= \int_{\mathbf{R}} H(\varphi^S(\mathbf{x}; \mathbf{R})) \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} dV + \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} dS \\ \text{s.t.}: \int_{\mathbf{R}} H^q(\varphi^S(\mathbf{x}; \mathbf{R})) \mathbb{E} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) dV &= \\ \int_{\mathbf{R}} H(\varphi^S(\mathbf{x}; \mathbf{R})) \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} dS, \quad \forall \mathbf{v} \in u_I \\ \int_{\mathbf{R}} H(\varphi^S(\mathbf{x}; \mathbf{R})) dV &\leq \bar{V} \\ d_{ist} &< \tau \\ d_{min} &\geq 2t \\ \mathbf{R} &\subset u_R \\ \mathbf{u} &= \bar{\mathbf{u}}, \quad \text{on } \Gamma_u \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中, $\mathbf{R}$ 表示设计区域; $\mathbf{R}_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ 表示第 i 组件设计变量所组成的向量; J 为结构最小柔度, 与刚度最大化相一致; $\mathbf{f}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{t}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 分别为实体材料的体力密度、实际位移、纽曼边界 Γ_t 上的面力和二阶线性应变张量; $\bar{\mathbf{u}}$ 为狄利克雷边界 Γ_u 上规定的位移; $\mathbf{v}$ 表示满足 $u_I = \{\mathbf{v} | \mathbf{v} \in H(\Omega^S), \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ on } \Gamma_u\}$ 的试探位移场, 符号 $H = H(x)$ 表示 Heaviside 函数; $\varphi^S(\mathbf{x}; \mathbf{R})$ 表示整体组件的拓扑描述函数集; q 为整数, 通常取 2; $\mathbb{E} = E^S / (1 + \nu) \cdot \{\mathbf{II} + \nu^S / [(1 - 2\nu^S) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta}]\}$ 为各向同性的弹性张量, E 和 ν 分别为实体材料的弹性模量和泊松比, $\mathbf{II}$ 和 $\boldsymbol{\delta}$ 分别为四阶单位张量和二阶单位张量, $\bar{V}$ 为实体材料的体积的约束上限值.

4 数值求解

在本文中, 采用欧拉网格和拓扑描述函数来计

算每个节点, 同时将虚拟材料模型应用到了 FEM 分析中, 每个单元的材料杨氏模量表达式为

$$E^e = \frac{E_0 \left[\sum_{j=1}^4 (H(\varphi_j^e))^q \right]}{4} \quad (23)$$

式中, E_0 为单元材料的杨氏模量, H 为正则化的 Heaviside 函数

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > \sigma \\ \frac{3(1-a)}{4} \left(\frac{x}{\sigma} - \frac{x^3}{3\sigma^3} \right) + \frac{1+a}{2}, & \text{if } -\sigma \leq x \leq \sigma \\ a, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

式中, σ 为正则化参数, a 取 0.001 防止奇异解的发生. 第 i 个单元的刚度矩阵可以通过获取每个单元的杨氏模量得到

$$\mathbf{k}^i = E^i \mathbf{k}^s \quad (25)$$

其中, $\mathbf{k}^s$ 为单元的刚度矩阵, 与组件占有材料的多少无关.

由于组件中的设计变量可以被精确描述, 目标函数的敏度值计算与文献 [16, 39] 中求解相似, 在本文中不再对其进行详细讨论. 构建的半圆形末端多变形组件中 $g(y')$ 对应的变量敏度值可以被表示为

$$\frac{\partial g(y')}{\partial x_0} = \frac{\sin \theta [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]}{\sqrt{t_1^2 - [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]^2}} \quad (26)$$

$$\frac{\partial g(y')}{\partial y_0} = \frac{-\cos \theta [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]}{\sqrt{t_1^2 - [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]^2}} \quad (27)$$

$$\frac{\partial g(y')}{\partial l} = 1 \quad (28)$$

$$\frac{\partial g(y')}{\partial t_1} = \frac{t_1}{\sqrt{t_1^2 - [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]^2}} \quad (29)$$

$$\frac{\partial g(y')}{\partial \theta} = \frac{[-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)] [\cos \theta (x - x_0) + \sin \theta (y - y_0)]}{\sqrt{t_1^2 - [-\sin \theta (x - x_0) + \cos \theta (y - y_0)]^2}} \quad (30)$$

此外, 约束函数的敏度值可以利用已经成熟的计算几何算法和有限微分法快速计算获得.

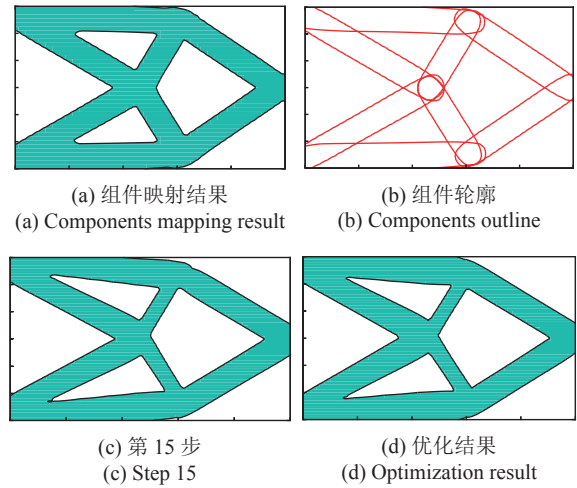


图 14 基于组件映射结果的悬臂梁优化过程

Fig. 14 Optimization process for the cantilever beam based on components mapping results

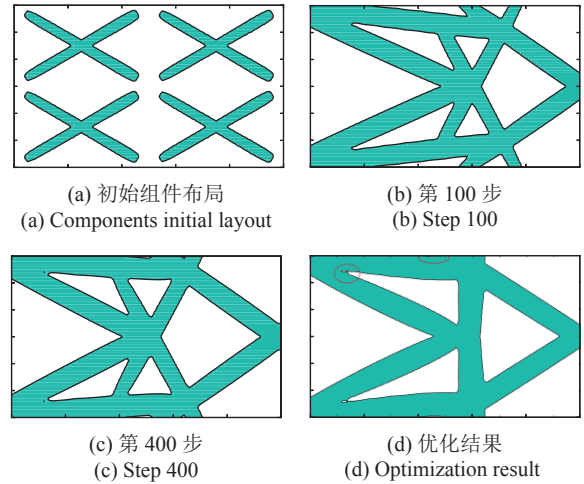


图 15 悬臂梁 MMC 拓扑优化过程

Fig. 15 Topology optimization process of the cantilever beam using MMC

5 算例验证

5.1 悬臂梁算例

基于 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化, 采用构建的半圆形末端组件对图 6 中的悬臂梁进行优化, 并与相同组件数量下的 MMC 优化对比, MMC 初始设置参数为 $ini_val = [2.5, 1.5, 1.2, 0.1, 0.12, 0.1, 0.5]$. 两种方法拓扑优化过程如图 14 和图 15 所示, 目标函数和约束函数的收敛过程如图 16 所示.

由图 14 和图 15 可知, 采用混合拓扑优化得到了组件间完全连接的拓扑构型, 如图 14(a) 和图 14(b) 所示, 最终优化的到结构与图 3 基本相同, 如图 14(d) 所示, 同时结构具有更精确的几何信息. 采用 MMC

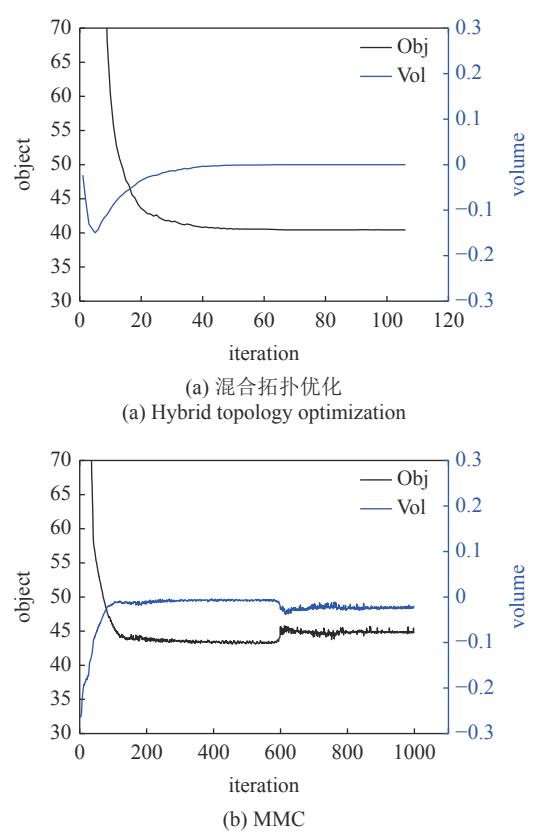


图 16 悬臂梁不同方法优化过程的收敛历史
Fig. 16 The iteration history of the cantilever beam using different methods

得到的优化结果与图 3 略有不同, 结构内部出现了一些未完全填充材料的空洞区域, 如图 15(d) 红圈区域所示. 这是由于 MMC 对初始组件布局依赖性造成的, 当给定的组件数量受限时, 一些组件会因定位不精确而被过早的视为结构的主承力件, 影响其余组件的布局, 如图 15(b) 和图 15(c) 所示, 最终导致优化结果不能得到相对合理的拓扑构型.

从图 16 的收敛历史可以看出, 在 MMC 中, 受组件初始布局的依赖性, 初始拓扑构型一直未能确定, 导致力的传递路径在优化过程中不断发生变化, 引起收敛过程发生明显震荡行为. 采用混合拓扑优化方法对悬臂梁进行优化, 得到目标函数值为 40.44; MMC 在设定的最大迭代次数 1000 步内并未收敛, 最终得到目标函数值为 44.75.

依据式 (22), 以悬臂梁为对象, 对本文提出最小尺寸控制方法进行验证. 组件的厚度变量下限分别设定为 0.08, 0.10 和 0.12, 对应的结构最小尺寸分别为 0.16, 0.20 和 0.24. 优化结果如图 17 所示. 由图 17 可知, 随着组件最小厚度变量的增大, 结构的最小尺

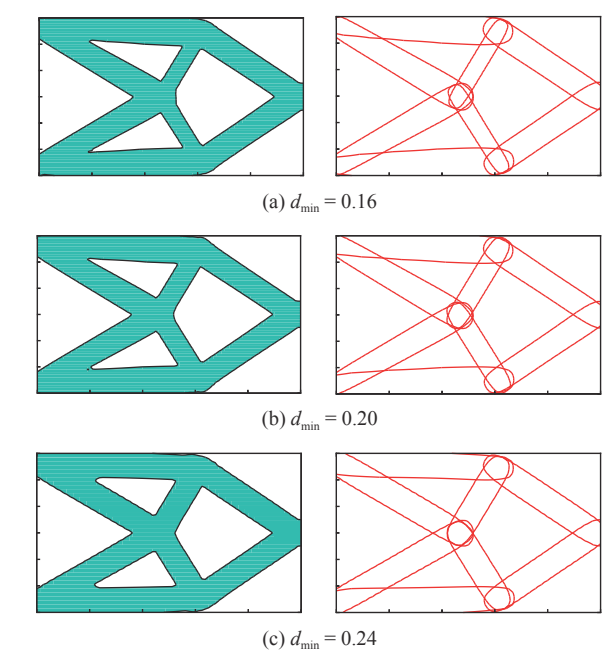


图 17 不同最小尺寸约束下的悬臂梁混合拓扑优化结果
Fig. 17 Hybrid topology optimization results of the cantilever beam with different minimum length scales

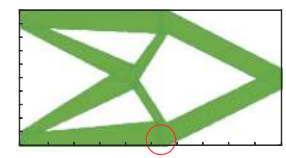


图 18 最小尺寸 $d_{\min} = 0.1$ 的悬臂梁 TsSC 拓扑优化结果
Fig. 18 TsSC topology optimization result of the cantilever beam with minimum length scales $d_{\min} = 0.1$

表 1 不同最小尺寸约束的悬臂梁目标函数					
Table 1 Object function of the cantilever beam with different minimum length scales					
Method	$d_{\min}$	t_1	t_2	t_3	Mean compliance
hybrid topology optimization	0.16	0.08	0.08	0.08	39.65
	0.20	0.10	0.10	0.10	38.14
	0.24	0.12	0.12	0.12	36.26
TsSC	0.10	0.05	0.05	0.05	67.78

寸也在不断的增加.

与采用 TsSC 法在厚度变量为 $d_{\min} = 0.10$ 下的拓扑优化结果相比, 如图 18 和表 1 所示. 两种方法通过组件厚度变量约束, 均实现了结构的最小尺寸控制, 但在 TsSC 法中, 存在因组件间的不完全连接产生的结构边界裂缝现象, 如图 18 中红圈区域所示. 混合拓扑优化方法在实现结构最小尺寸控制的同时, 得到了更加完整和光滑的拓扑构型边界, 验证了

所提方法的有效性. 此外, 本文所构建的组件拓扑描述函数同时具有形状的可变性, 具体细节将在下一个算例中进行详细讨论.

5.2 柔性机构算例

与柔度设计问题相比, 柔性机构在保证刚度的同时需要满足结构一定的柔度, 该设计问题求解更复杂、难度更大, 且优化结果中常常存在结构的单铰链连接现象, 是验证所提方法在结构连接性和含

约束模型的可制造性常用设计问题. 如图 19 所示, 以输出位移最大化为目标, $GA = -\Delta_{out}/\Delta_{in}$, 其中 $\Delta_{in} = F_{in}u_{1in} + F_{out}u_{2in}$, $\Delta_{out} = F_{in}u_{1out} + F_{out}u_{2out}$, u_{jout} 和 u_{jin} , $j = 1, 2$, 表示在点 j 施加单位力作用下的水平方向位移. 弹簧的弹性常数 $k_{out} = 0.1$. 已知设计区域被离散为 100×50 的单元网格, 在输入端施加大小为 1 水平向右的载荷, 输出端以弹簧模拟工件刚度, 体积约束为 0.3.

在相同组件数量下, 分别采用混合拓扑优化方法与初始输入参数为 $ini_val = [2.3, 3.5, 1.5, 0.1, 0.1, 0.1, 0.6]$ 的 MMC 对该算例进行优化, 优化过程如图 20 和图 21 所示. 由图 20 可知, 在该算例中, 采用混合拓扑优化方法同样得到了光滑完整的拓扑构型, 优化结果与 SIMP 的拓扑优化结果基本相同. 同时, 由于构建的半圆末端的组件函数拥有组件间完全连接和形状的多变性能, 在构建复杂拓扑构型时也更具灵活性, 如图 20(c) 所示. 而相同组件数量下的 MMC 拓扑优化, 因其对初始组件布局的依赖性, 无法在有限组件数量下找到最优拓扑构型, 优化过程中出现了严重的材料缺失和细枝结构, 如图 21 所示. 当增加组件数量后, MMC 的柔性机构拓扑优化结果变得与 SIMP 结果相似, 但仍然存在难以制造的弱连接和细小结构尺寸, 如图 22 所示.

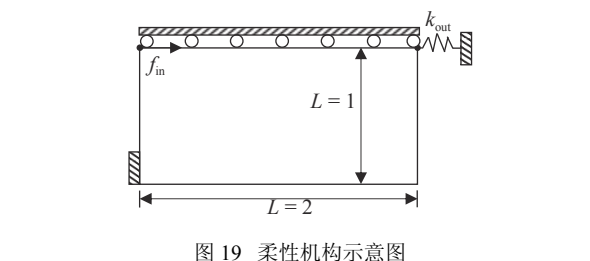


图 19 柔性机构示意图

Fig. 19 Schematic of the compliant mechanism example

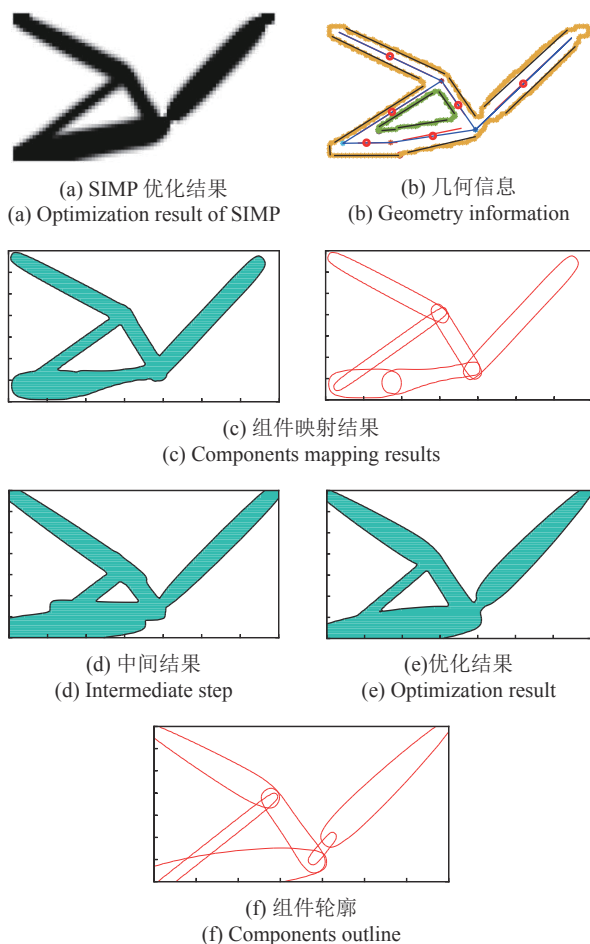


图 20 柔性机构混合拓扑优化过程

Fig. 20 Hybrid topology optimization process of the compliant mechanism

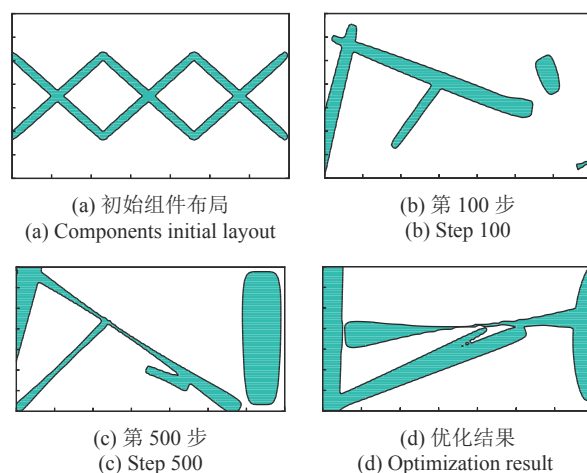


图 21 柔性机构 MMC 拓扑优化过程

Fig. 21 Topology optimization process of the compliant mechanism using MMC

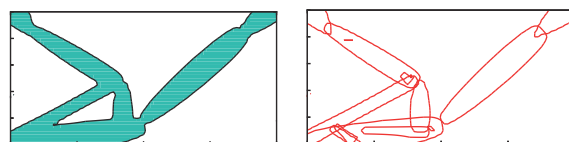
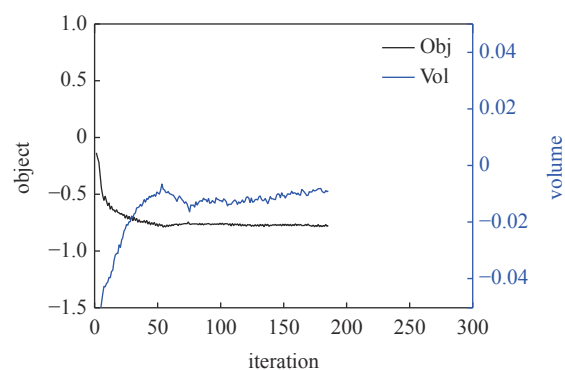
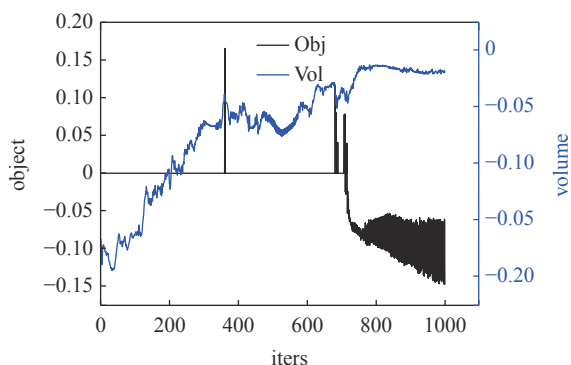


图 22 增加组件数量后的柔性机构 MMC 优化结果



(a) 混合拓扑优化
(a) Hybrid topology optimization



(b) MMC

图 23 柔性机构不同方法优化过程的收敛历史

Fig. 23 The iteration history of the compliant mechanism using different methods

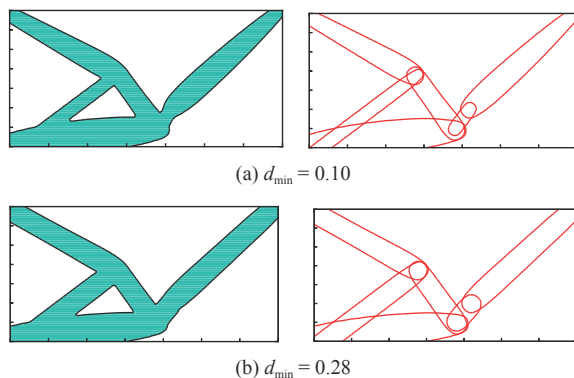


图 24 不同最小尺寸约束下柔性机构混合拓扑优化结果

Fig. 24 Hybrid topology optimization results of the compliant mechanism with different minimum length scales

Fig. 22 Optimization result of the compliant mechanism using MMC after increasing the number of components

图 23 为两种方法获得的目标函数和约束函数的收敛历史. 从图 23 可知, 在该设计问题中, 由于 MMC 对组件布局的依赖, 导致在较少组件数量下无法找到有效的传力路径, 使得优化过程产生了强烈震荡, 在给定最大迭代步内并未实现收敛.

针对该算例, 采用混合拓扑优化方法, 通过对组件厚度变量约束实现拓扑结构的最小尺寸控制, 厚度变量下限分别设定为 0.075 和 0.14, 对应的结构最小尺寸分别为 0.15 和 0.28. 图 24 为最小尺寸控制下的柔性机构拓扑优化结果和轮廓图. 由图 24 可知, 随着组件最小厚度变量的不断增大, 结构中的最小厚度尺寸也在不断的变大, 有效避免了优化结果中的单铰链弱连接现象.

图 25 和图 26 分别为 TsSC 法和 ECS 法对柔性机构的最小尺寸拓扑优化结果. 对比图 24、图 25 和图 26 可知, 3 种方法优化结果基本相同, 但图 25 和图 26 因组件间的重叠或不完全连接, 以及初始组件布局的依赖性, 导致了结构内部存在浮岛、结构边界不完整和不光滑等现象. 图 25 中随着对结构最小尺寸的控制, 其结构边界裂缝并没有明显变化. 本文方法在构建的组件末端完全连接约束下, 通过简单的厚度变量调节实现了对整个拓扑结构最小尺寸精确控制, 并形成了较为完整和光滑的可制造拓扑优化结构边界. 该算例也进一步验证了所提方法的可行性与有效性.

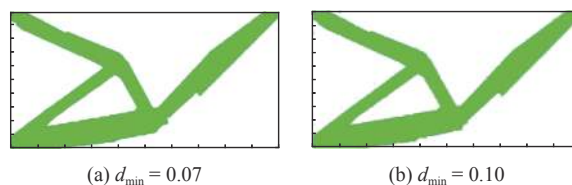


图 25 不同最小尺寸约束下的柔性机构 TsSC 拓扑优化结果
Fig. 25 TsSC topology optimization results of the compliant mechanism with different minimum length scales

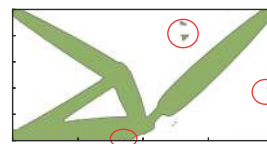


图 26 最小尺寸 $d_{\min} = 0.02$ 的柔性机构 ECS 拓扑优化结果
Fig. 26 ECS topology optimization result of the compliant mechanism with minimum length scales $d_{\min} = 0.02$

6 结论

在本文中, 提出一种考虑最小尺寸精确控制的 SIMP 和 MMC 混合拓扑优化方法. 该方法将 SIMP 拓扑优化结果映射为 MMC 组件初始布局, 并提出半圆形末端形状多变的组件函数模型和组件完全连接的最小尺寸约束拓扑优化模型, 通过控制组

件的最小厚度变量实现了结构最小尺寸的精确控制. 采用最小柔度和柔性机构拓扑优化设计问题验证了该方法的可行性与有效性. 与其他方法相比, 该方法具有以下优点: (1) 提升了组件构建拓扑构型的能力; (2) 克服了 SIMP 拓扑结构边界难提取的问题; (3) 克服了 MMC 对初始组件布局强烈依赖问题; (4) 仅利用组件的厚度变量便可实现整个结构的最小尺寸的精确控制; (5) 形成了整体结构相对完整和光滑的拓扑优化结构边界. 在本文方法的基础上通过设置组件厚度变量的最大和最小约束, 也可同时实现整体结构的最大和最小尺寸精确控制. 当前的工作仅对 2 维拓扑构型进行了研究, 在后续工作中将针对复杂几何形状和三维结构构型提出一种更高效的混合拓扑优化方法.

参 考 文 献

- 1 Sigmund O, Maute K. Topology optimization approaches. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 48(6): 1031-1055
- 2 Bendsoe MP, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 71(2): 197-224
- 3 Zhu JH, Zhang WH, Xia L. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2016, 23(4): 595-622
- 4 Shi GH, Guan CQ, Quan DL, et al. An aerospace bracket designed by thermo-elastic topology optimization and manufactured by additive manufacturing. *Chinese Journal Aeronautics*, 2019, 33(4): 1252-1259
- 5 Baandrup M, Sigmund O, Polk H, et al. Closing the gap towards super-long suspension bridges using computational morphogenesis. *Nature Communications*, 2020, 11(1): 2735
- 6 Jankovics D, Barari A. Customization of automotive structural components using additive manufacturing and topology optimization. *IFAC-PapersOnLine*, 2019, 52(10): 212-217
- 7 Jewett JL, Carstensen JV. Topology-optimized design, construction and experimental evaluation of concrete beams. *Automation in Construction*, 2019, 102: 59-67
- 8 Tian XJ, Sun XY, Liu GJ, et al. Optimization design of the jacket support structure for offshore wind turbine using topology optimization method. *Ocean Engineering*, 2022, 243: 110084
- 9 Bendsoe MP, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, 69: 635-654
- 10 Bendsoe MP, Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. Springer Science and Business Media, 2013
- 11 Xie YM, Steven GP. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computers and Structures*, 1993, 49(5): 885-896
- 12 Querin OM, Young V, Steven GP, et al. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 189(2): 559-573
- 13 Huang X, Xie YM. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2007, 43(14): 1039-1049
- 14 Michael YW, Wang XM, Guo DM. A level set method for structural topology optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, 192(1-2): 227-246
- 15 Mei YL, Wang XM. A level set method for structural topology optimization and its applications. *Advances in Engineering Software*, 2004, 35(7): 415-441
- 16 Guo X, Zhang WH, Zhong WL. Doing topology optimization explicitly and geometrically—a new moving morphable components based framework. *Journal of Applied Mechanics*, 2014, 81(8): 081009
- 17 Zhang WS, Yuan J, Zhang J, et al. A new topology optimization approach based on moving morphable components (MMC) and the ersatz material model. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, 53(9): 1243-1260
- 18 Zhang WS, Li D, Zhang, J, et al. Minimum length scale control in structural topology optimization based on the Moving Morphable Components (MMC) approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, 311(1): 327-355
- 19 Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. *Mechanics of Structures Machines*, 1997, 25(4): 493-524
- 20 Sigmund O. Morphology-based black and white filters for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007, 33(4-5): 401-424
- 21 Sigmund O. Manufacturing tolerant topology optimization. *Acta Mechanica Sinica*, 2009, 25(2): 227-239
- 22 Petersson J, Sigmund O. Slope constrained topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, 41(8): 1417-1434
- 23 Poulsen TA. A new scheme for imposing a minimum length scale in topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, 57(6): 741-760
- 24 Guest JK, Prévost JH, Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 61(2): 238-254
- 25 Zhou MD, Lazarov BS, Wang FW, et al. Minimum length scale in topology optimization by geometric constraints. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, 293: 266-282
- 26 Garrido-Jurado S, Muñoz-Salinas R, Madrid-Cuevas FJ, et al. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion. *Pattern Recognition*, 2014, 47(6): 2280-2292
- 27 Li C, Kim IY, Jeswiet J. Conceptual and detailed design of an auto-

- motive engine cradle by using topology, shape, and size optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, 51(2): 547-564
- 28 Meng L, Zhang WH, Quan DL, et al. From topology optimization design to additive manufacturing: Today's success and tomorrow's roadmap. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2019, 27: 805-830
- 29 Wang RX, Zhang XM, Zhu BL. Imposing minimum length scale in moving morphable component (MMC)-based topology optimization using an effective connection status (ECS) control method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 351(1): 667-693
- 30 Sun YX, Chen WW, Cai SY. An adaptive feature-driven method for structural topology optimization. *Advances in Mechanical Design*, 2022, 111: 2195-2209
- 31 范慧茹. 考虑表面层异质及其不确定性的增材制造结构拓扑优化方法. [博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2018 (Fan Huiru. Topology optimization method of additive manufacture structures with surface layer heterogeneity and uncertainty considered. [PhD Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018 (in Chinese))
- 32 Zhang JF, Liu EH, Liao JY. An explicit and implicit hybrid method for structural topology optimization. *Journal of Physics:Conference Series*, 2021, 1820(1): 012283
- 33 张军锋, 廖靖宇, 刘恩海. 基于 SIMP-MMC 结构尺寸精确控制拓扑优化方法. 机械强度, 2022, 44: 102-110 (Zhang Junfeng, Liao Jingyu, Liu Enhai. Topology optimization method based on SIMP-MMC for structure size precise control. *Journal of Mechanical Strength*, 2022, 44: 102-110 (in Chinese))
- 34 Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, et al. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, 43: 1-16
- 35 Olhoff N, Bendsøe MP, Rasmussen J. On CAD-integrated structural topology and design optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991, 89(1-3): 259-279
- 36 Hsu YL, Hsu MS, Chen CT. Interpreting results from topology optimization using density contours. *Computers and Structures*, 2001, 79(10): 1049-1058
- 37 Liu ST, Li QH, Liu JH, et al. A realization method for transforming a topology optimization design into additive manufacturing structures. *Engineering*, 2018, 4(2): 277-285
- 38 Chan TF, Vese LA. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266-277
- 39 Cui TC, Sun Z, Liu C, et al. Topology optimization of plate structures using plate element-based moving morphable component (MMC) approach. *Acta Mechanica Sinica*, 2020, 36(2): 412-442