

考虑材料各向异性的熔丝制造PLA点阵结构弹性各向同性设计

王书恒,戴时,吴鑫伟,马永彬,邓子辰

DESIGN OF ELASTICALLY ISOTROPIC PLA LATTICE STRUCRURE IN FUSED FILAMENT FABRICATION CONSIDERING MATERIAL ANISOTROPY

Wang Shuheng, Dai Shi, Wu Xinwei, Ma Yongbin, and Deng Zichen

在线阅读 View online: https://doi.org/10.6052/0459-1879-22-031

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

粒料固有各向异性的离散元模拟与细观分析

SIMULATION AND MICRO–MECHANICS ANALYSIS OF INHERENT ANISOTROPY OF GRANULAR BY DISTINCT ELEMENT METHOD

力学学报. 2018, 50(5): 1041-1050

短纤维增强三元乙丙橡胶横观各向同性黏-超弹性本构模型

A TRANSVERSELY ISOTROPIC VISCO-HYPERELASTIC CONSTITUTIVE MODEL FOR SHORT FIBER REINFORCED EPDM 力学学报. 2017, 49(3): 677-684

基于t准则的各向异性强度准则及变换应力法

ANISOTROPIC STRENGTH CRITERION BASED ON T CRITERION AND THE TRANSFORMATION STRESS METHOD 力学学报. 2020, 52(5): 1519–1537

一种横观各向同性强度准则及变换应力空间

ONE KIND OF TRANSVERSE ISOTROPIC STRENGTH CRITERION AND THE TRANSFORMATION STRESS SPACE 力学学报. 2018, 50(5): 1168–1184

孔隙率各向异性下饱和多孔弹性地基动力响应

DYNAMIC RESPONSE OF SATURATED POROUS ELASTIC FOUNDATION UNDER POROSITY ANISOTROPY 力学学报. 2020, 52(4): 1120–1130

考虑颗粒转矩的接触网络诱发各向异性分析

SHEAR–INDUCED ANISOTROPY ANALYSIS OF CONTACT NETWORKS INCORPORATING PARTICLE ROLLING RESISTANCE

力学学报. 2021, 53(6): 1634-1646



关注微信公众号,获得更多资讯信息

固体力学

2022 年 5 月

考虑材料各向异性的熔丝制造 PLA 点阵结构弹性 各向同性设计¹⁾

王书恒 戴 时 吴鑫伟 马永彬2) 邓子辰3)

(西北工业大学工程力学系,西安710129) (复杂系统动力学与控制工业和信息化部重点实验室,西安710072)

摘要 增材制造技术的兴起激发了国内外学者对结构创新设计的热情. 然而, 增材制造材料的各向异性为结构 力学性能的预测与设计带来了一定的困难. 为了准确预测熔丝制造聚乳酸 (PLA) 材料和点阵结构的弹性性能, 并实现点阵结构的弹性各向同性设计, 首先, 本文采用正交各向异性弹性模型来描述 PLA 材料的弹性行为, 通 过实验和计算得到了正交各向异性模型需要的 9 个独立的弹性常数. 然后, 设计了一种力学性能可调的二维组 合桁架点阵结构, 基于代表体元法, 在不考虑材料各向异性的情况下推导出了其平面内等效弹性性能的解析表 达式及弹性各向同性条件. 最后, 根据 PLA 材料的各向异性调整点阵结构内部杆件的弹性模量和厚度, 并基于 代表体元法重新推导出了点阵结构平面内等效弹性性能的解析表达式及其弹性各向同性条件. 研究结果表明, 正交各向异性弹性模型适用于描述熔丝制造 PLA 材料的弹性行为, 基于该模型能够准确预测 PLA 材料在任意 方向上的弹性模量. 在预测与设计熔丝制造点阵结构的力学性能时需要充分考虑材料的各向异性. 在考虑材料

关键词 熔丝制造, 正交各向异性, 点阵结构, 代表体元法, 弹性各向同性设计

中图分类号: O34 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-22-031

DESIGN OF ELASTICALLY ISOTROPIC PLA LATTICE STRUCRURE IN FUSED FILAMENT FABRICATION CONSIDERING MATERIAL ANISOTROPY¹⁾

Wang Shuheng Dai Shi Wu Xinwei Ma Yongbin²⁾ Deng Zichen³⁾

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China) (MIIT Key Laboratory of Dynamics and Control of Complex Systems, Xi'an 710072, China)

Abstract The rise of additive manufacturing technology stimulates researchers' enthusiasm for structural innovative design. However, the anisotropy of additive manufactured materials poses certain difficulties for the prediction and design of structural mechanical properties. To accurately predict the elastic properties of polylactic acid (PLA) materials and lattice structures made in fused filament fabrication and realize the elastically isotropic design of lattice structures, firstly, this paper adopts an orthogonal anisotropic elastic model to describe the elastic behavior of the PLA materials, and

3) 邓子辰, 教授, 主要研究方向: 复杂系统动力学与控制、先进材料结构一体化设计. E-mail: dweifan@nwpu.edu.cn

引用格式:王书恒,戴时,吴鑫伟,马永彬,邓子辰.考虑材料各向异性的熔丝制造 PLA 点阵结构弹性各向同性设计.力学学报,2022,54(5): 1291-1302

²⁰²²⁻⁰¹⁻¹⁶ 收稿, 2022-04-02 录用, 2022-04-03 网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目 (12072266, 12072280).

²⁾ 马永彬, 副教授, 主要研究方向: 结构轻量化多功能设计、结构振声特性分析. E-mail: mayb@nwpu.edu.en

Wang Shuheng, Dai Shi, Wu Xinwei, Ma Yongbin, Deng Zichen. Design of elastically isotropic PLA lattice structure in fused filament fabrication considering material anisotropy. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(5): 1291-1302

obtains the nine independent elastic constants needed for the orthogonal anisotropic model through experiments and calculations. Then, a 2D compound truss lattice structure with tunable mechanical properties is designed, and its analytical expressions for the in-plane effective elastic properties and elastic isotropy condition are derived based on the representative volume element (RVE) method without considering the material anisotropy. Finally, the elastic modulus and thickness of the struts in the lattice structure are adjusted according to the anisotropy of the PLA material, and the analytical expressions of the in-plane elastic properties and elastic isotropy condition of the lattice structur are derived based on the RVE method. The results show that the orthogonal anisotropic elastic modulus of PLA materials in arbitrary direction can be accurately predicted based on this model. The anisotropy of the material needs to be fully considered when predicting and designing the mechanical properties of the fused filament fabricated lattice structures. After considering the material anisotropy, the elastic isotropy design of part of lattice structures can be realized by adjusting their geometric sizes based on the RVE method.

Key words fused filament fabrication, orthogonal anisotropy, lattice structures, representative volume element method, elastically isotropic design

引 言

诸多国家重大工业装备及其极端服役环境均对 高性能、轻量化的结构提出了迫切需求.材料-结构 一体化设计是获得高性能、轻量化结构最有效的途 径之一. 以增材制造技术为代表的先进制造技术的 快速发展,极大地拓展了装备结构的选材和创新设 计空间[1-4],为实现材料-结构一体化设计提供了最有 力的保障.轻质点阵结构因具有极大的可设计空间 和多功能特性已广泛应用于航空航天、船舶汽车等 工程领域[5-7]. 然而, 目前多数点阵结构的力学性能 呈现明显的各向异性,它们仅在部分方向上具有较 高的承载能力[8]. 结构的各向异性在许多应用中被 视为一种有害的特性,特别是当各向异性结构被用 作结构构件或者能量吸收材料时,由于工程中的载 荷往往存在不确定性,在这种情况下自然不希望结 构部件在部分方向上的力学性能明显较弱[9-10].此 外,由于增材制造技术大多遵循"点-线-面-体"的"增 材"制造过程,材料在制备成形过程中往往会发生多 种相变,使得最终材料内部存在许多孔洞和裂纹等 缺陷,力学性能上也呈现不同程度的各向异性[4,11-17], 从而增加了增材制造材料与结构力学性能预测与设 计的难度.

熔丝制造技术,也称为熔融沉积成型技术,以成本低、操作方便以及原材料种类多而广泛使用.国内外学者围绕熔丝制造材料力学性能各向异性开展了广泛研究工作.Zou等^[18]采用各向同性和横观各向同性模型来预测不同打印角度下 ABS 材料的力

学性能,发现横观各向同性模型预测得到的结果更 为准确. Xia 等^[19] 和徐可^[20] 基于横观各向同性假设 建立了 ABS 材料的弹塑性本构模型并通过实验测 试和数值仿真验证了模型的准确性. 另有研究表明, 对于熔丝制造材料,采用正交各向异性模型比横观 各向同性模型更为合适^[21-23]. Casavola 等^[21]强调了 熔丝制造 PLA 材料和 ABS 材料的正交各向异性力 学行为,并采用经典层合板理论预测他们的力学行 为. Dai 等[22] 将熔丝制造 PLA 材料视为正交各向异 性复合材料,并推导出了任意方向上材料弹性模量 和屈服强度的理论预测公式. Biswas 等^[23]基于熔丝 制造 PLA 材料的微观 CT 模型,结合数值均匀化方 法得到了材料正交各向异性弹性本构矩阵,并指出 材料的孔隙率越大,其各向异性程度越明显.此外, 由于熔丝制造的工艺参数对其打印材料的性能有较 大的影响[16],通过调整工艺参数能够有效调整成形 材料的各向异性[24].

目前,已有大量工作围绕点阵结构的各向同性 设计或各向异性控制展开^[8-10, 25-32].在工程中使用各 向同性点阵结构,不仅可以不用考虑载荷可能出现 的方向,还可以避免装配偏差带来的影响.目前,获 得各向同性点阵结构或者调整点阵结构各向异性程 度的方法大致可分为两类.一类是基于算法通过形 状或者拓扑优化来获得弹性各向同性点阵结构^[25-27]. 另一类主要是基于研究者的经验,在固定的单胞结 构构型下,通过使用均匀化方法^[9, 33-35] 调整点阵结 构的几何参数和材料的性能参数来实现结构弹性性 能的各向同性设计或者是各向异性控制.主要设计 方法包括将两个或者多个各向异性互补的单胞结构 进行组合^[8-10, 28],采用变直径杆^[29]或者空心杆^[30]代 替桁架结构中的直杆,或者在单胞结构的不同部位 使用不同性能的材料^[31-32]等.然而,上述研究中大多 假设点阵结构的母体材料是理想各向同性的,很少 考虑到实际成形材料的各向异性,从而导致理论预 测与设计结果与实验结果之间存在较大的差距.因 此,在实际工程中使用增材制造材料或点阵结构时, 需要充分考虑材料的各向异性带来的一系列影响.

本文基于正交各向异性弹性假设,结合实验建 立了熔丝制造 PLA 材料的弹性模型,推导出了成形 后 PLA 材料任意方向上弹性模量的理论预测公式. 设计了一种力学性能可调的二维组合桁架点阵结 构,考虑材料的各向异性,基于代表体元法,推导出 了点阵结构的弹性性能的解析表达式和弹性各向同 性条件,结合实验验证了预测结果的准确性和设计 的有效性,以期为熔丝制造材料和点阵结构力学性 能的预测与设计提供参考.

1 材料与实验

1.1 3D 打印机器、材料与微观结构

本文使用 Raise3D Pro2 桌面级 3D 打印机来制 备所有实验所需的试件, Raise3D Pro2 配备电动双 喷嘴挤出系统,可以同时打印两种不同的材料,为了 使打印出的点阵结构效果更好,选取 0.2 mm 直径的 喷嘴,并且在打印过程中使用单一喷嘴模式.

选取上海 Ploymaker 公司生产的 Polylite PLA 材料 (直径 1.75 mm) 作为打印材料.在打印过程中, PLA 细丝在喷嘴中熔融,随着喷嘴在设置好的路线 上以熔丝的形式挤出并凝固成型,由点到线、由线 到面,逐层累加形成实体.打印试件的模型在 SolidWorks 2014[®] 中创建,并以 stl 格式输出到切片 软件中设置打印参数,由于工艺参数对打印材料力 学性能影响较大,整个打印过程中需要保持工艺参 数恒定,具体的工艺参数设置列于表 1.

图 1 是熔丝制造成形后 PLA 材料的扫描电镜 (SEM)结果,可以清楚观测到成形后 PLA 材料的微 观结构.如图 1 所示,成形熔丝呈现椭圆状,这是重 力作用和下一层打印时喷嘴的挤压导致.熔丝之间 存在明显的气隙,气隙的分布在不同方向上差距明 显.因此,成形后 PLA 材料的三维微观结构模型可 以简化为图 2, 并在图 1 和图 2 中定义了三个材料方向,包括熔丝方向、层内方向和重力方向,图 1 中的熔丝方向垂直于图片.由图 1 和图 2 可以看出,这三个方向相互垂直,且 PLA 材料的微观结构在这三个方向上具有明显的差异,因此材料在这三个方向上的力学性能可能会有一定的差异.

表1 熔丝制造工艺参数

1 uole 1 11000000 purumeters of rused mument ruorieution	Table 1	Process parameters of fused filament fabrication
--	---------	--

Process parameters	Value
nozzle temperature/°C	210
bed temperature/°C	60
printing speed/(mm \cdot s ⁻¹)	60
fill rate/%	99
layer thickness/mm	0.1
fill angle/(°)	0



图 1 熔丝制造 PLA 材料微观结构 Fig. 1 Microstructure of PLA material in fused filament fabrication



图 2 熔丝制造 PLA 材料微观结构简化模型 Fig. 2 Simplified model of microstructure of PLA material in fused filament fabrication

1.2 拉伸试件尺寸与方向

为了通过实验获得成形后 PLA 材料的力学性

力

能,参考 ISO 527-2-2012 (国际标准,塑料拉伸性能 的测定,第二部分:模塑和挤塑塑料的试验条件),设 计了单轴拉伸试件,试件的几何尺寸如图 3 所示.根 据 PLA 材料的微观结构,可以采用正交各向异性弹 性模型来描述材料的弹性行为,因此需要通过实验 测得材料九个独立的弹性常数,它们分别是 *E*₁,*E*₂, *E*₃,*v*₁₂,*v*₁₃,*v*₂₃,*G*₁₂,*G*₁₃和*G*₂₃.为了通过单轴拉伸实 验测得这九个独立的弹性常数,设计了如图 4 所示 的九个不同方向上的试件,它们分别位于 *A*, *B* 和 *C* 三个平面内.同时,在图 4 中定义了两个三维直角 坐标系,它们是全局坐标系 (1-2-3)和局部坐标系 (*x*-*y*-*z*).



图 3 基于 ISO 527-2-2012 的拉伸试件的尺寸 Fig. 3 Dimensions of tensile specimen based on ISO 527-2-2012



图 4 不同方向上打印的拉伸试件、全局坐标系和局部坐标系示意图 Fig. 4 Schematic diagram of tensile specimens printed in different directions, global, and local coordinate systems

1.3 弹性常数

PLA 材料的弹性模量和泊松比可以直接通过单 轴拉伸实验测得,单轴拉伸实验在岛津电子万能试 验机 (AGS-X)上进行,拉伸的速度设为1mm/min. 在本文中,针对不同的弹性常数,采用两种方式来获 取应变. 一是采用引伸计记录单轴拉伸过程中标定 段的位移,如图 5(a) 所示,这种方式可以获得试件在 拉伸方向上的弹性模量.二是采用应变片 (35 BHI120-3 BB-E-L30) 记录单轴拉伸过程中试件在拉 伸方向及其垂直方向上的应变,如图 5(b) 所示,这种 方式可以获得试件的泊松比.对于图 4 中不同方向 的试件,通过单轴拉伸实验可以获得对应的弹性常 数,对应关系列于表 2 中.此外,若假设成形后 PLA 材料是正交各向异性的,其弹性模量与泊松比需要 满足以下约束条件

$$\frac{v_{ji}}{E_i} = \frac{v_{ij}}{E_j} \quad (i, j = 1, 2, 3; \ i \neq j)$$
(1)

$$|v_{ij}| < \left(\frac{E_j}{E_i}\right)^{1/2}$$
 $(i, j = 1, 2, 3; i \neq j)$ (2)



(a) 测弹性模量 (a) Measure elastic modulus



(b) 测柏松比 (b) Measure Poisson's ratio

图 5 单轴拉伸实验设置 Fig. 5 Setup of uniaxial tensile test

表 2 试件与弹性常数对应关系

Table 2 Correspondence between specimen and elastic

constants

Voliowito							
Elastic modulus	Specimens Poisson's ratio		Specimens				
E_1	A-3, C-1	v_{12}/v_{21}	A-3 / A-1				
E_2	A-1, B-3	v_{13}/v_{31}	C-3 / C-1				
E_3	B-1, C-3	v ₂₃ /v ₃₂	<i>B</i> -3 / <i>B</i> -1				

式中,v为泊松比,E为弹性模量.

材料的剪切模量难以通过拉伸标准试件直接获 得, 对于正交各向异性材料, 弹性常数间的关系较为 复杂, 公式*G_{ij}* = *E_i*/[2(1+*v_{ij}*)](*i*, *j* = 1,2,3; *i* ≠ *j*)已不 再适用. 由试件的尺寸可知, 在单轴拉伸下, 试件处 于平面应力状态. 因此, 正交各向异性材料的剪切模 量可以由以下公式^[24]得到

$$G_{ij} = \left(\frac{4}{E_{xy,yz,xz}^{45}} - \frac{1}{E_i} - \frac{1}{E_j} + \frac{2v_{ji}}{E_i}\right)^{-1}$$
(3)

式中, *E*⁴⁵_{*xy,yz,xz*}分别代表试件 *A*-2, *B*-2, 和 *C*-2 的弹性 模量, 它们可以通过单轴拉伸实验测得.

除了如图 4 所示的九个不同方向上的试件之

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \\ S_{31} & S_{32} \\ \end{bmatrix}$$

式中, *S* 是柔度矩阵, $S_{11} = \frac{1}{E_1}$, $S_{22} = \frac{1}{E_2}$, $S_{33} = \frac{1}{E_3}$, $S_{12} = S_{21} = -\frac{v_{12}}{E_2} = -\frac{v_{21}}{E_1}$, $S_{13} = S_{31} = -\frac{v_{13}}{E_3} = -\frac{v_{31}}{E_1}$, $S_{23} = S_{32} = -\frac{v_{23}}{E_3} = -\frac{v_{32}}{E_2}$, $S_{44} = \frac{1}{G_{23}}$, $S_{55} = \frac{1}{G_{13}}$, $S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$.

由于 3D 打印技术的灵活性,设计好的模型输出 到切片软件后可以旋转到任意的位置进行打印,并 能够对试件进行平移、缩放、旋转等操作,因此,通 过全局坐标系下测得的材料的本构模型去计算任意 局部坐标系下材料的力学性能具有重要意义.本节 采用 Bond 变换矩阵^[36],首先,将全局坐标系 (1-2-3)下测得的材料的柔度矩阵转换到局部坐标 系 (*x*-*y*-*z*),然后将柔度矩阵求逆得到局部坐标系 下材料的刚度矩阵,最后基于局部坐标系下材料的 刚度矩阵,得到材料在任意方向上弹性模量的预测 公式.

图 6展示了由全局坐标系 (1-2-3)转换到局 部坐标系 (*x*-*y*-*z*)的过程,首先,全局坐标系 (1-2-3)绕着 3 轴旋转角度φ,变为*x*'-*y*'-*z*'坐标系. 然 后, *x*'-*y*'-*z*'坐标系再绕着*y*'轴旋转角度θ,变为局 部坐标系 *x*-*y*-*z*. 由全局坐标系转换到局部坐标系 的方式有很多,本节介绍的只是其中一种. 全局坐标系 (1-2-3)与局部坐标系 (*x*-*y*-*z*)之间的转换关系 可由坐标之间的方向余弦来表示,按照如图 6 所示 的转换顺序得到的方向余弦矩阵为 外,还额外设计了其他三组不同打印方向的试件并进行制备和单轴拉伸测试,以验证理论模型的准确性,为了保证实验结果的可靠性,每组试件制备了五个,如图 3 所示的拉伸试件一共制备了 60 个.

2 弹性力学模型与理论预测公式

2.1 正交各向异性弹性模型

由上节的分析可知,成形后 PLA 材料在熔丝方向,层内方向和重力方向上的力学性能有一定的差异,且这三个方向互相垂直.因此,本节建立了熔丝制造 PLA 材料的正交各向异性弹性模型.

对于正交各向异性材料,其弹性性能的本构关 系如下

$$\begin{bmatrix} S_{13} & & & \\ S_{23} & & & \\ S_{33} & & & \\ & S_{44} & & \\ & & S_{55} & & \\ & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ 1 \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\theta & \sin\varphi & -\cos\varphi \sin\theta \\ -\sin\varphi \cos\theta & \cos\varphi & \sin\varphi \sin\theta \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(5)

式中, a_{ij}(i, j = 1,2,3)是方向余弦.

材料在局部坐标系下的柔度矩阵*Š*与全局坐标 系下的柔度矩阵*S*有以下关系^[37-38]

$$\bar{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{S} \left(\boldsymbol{M}^{-1} \right)^{\mathrm{T}}$$
(6)



图 6 全局坐标系转换到局部坐标系示意图 Fig. 6 Diagram of transformation from global to local coordinate system

式中矩阵 $M \ge$ Bond 应力变换矩阵^[36], M^{-1} 是矩阵 用方向余弦表示为 M 的逆, $(M^{-1})^{T}$ 表示矩阵 M^{-1} 的转置, 矩阵M 可以

M	$\begin{bmatrix} a_{11}^2 \\ a_{21}^2 \\ a_{31}^2 \end{bmatrix}$	$a_{12}^2 a_{22}^2 a_{32}^2$	$a_{13}^2 a_{23}^2 a_{33}^2$	$2a_{12}a_{13} \\ 2a_{22}a_{23} \\ 2a_{32}a_{33}$	$2a_{11}a_{13} \\ 2a_{21}a_{23} \\ 2a_{31}a_{33}$	$\begin{array}{c} 2a_{11}a_{12} \\ 2a_{21}a_{22} \\ 2a_{31}a_{32} \end{array}$	(7)
<i>M</i> =	$a_{21}a_{31}$	$a_{22}a_{32}$	$a_{13}a_{23}$	$a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32}$	$a_{21}a_{33} + a_{23}a_{31}$	$a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31}$	(7)
	$a_{11}a_{31}$	$a_{12}a_{32}$	$a_{33}a_{23}$	$a_{12}a_{33} + a_{13}a_{32}$	$a_{11}a_{33} + a_{13}a_{31}$	$a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31}$	
	$a_{11}a_{21}$	$a_{12}a_{22}$	$a_{13}a_{33}$	$a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22}$	$a_{11}a_{23} + a_{13}a_{21}$	$a_{11}a_{23} + a_{12}a_{21}$	

通过式 (5)~式 (7) 可以获得材料在任意局部坐标系下的柔度矩阵 *s*,结合式 (4) 可以求得材料在任意方向上的弹性性能.

2.2 实验结果与弹性模量预测公式

通过单轴拉伸实验测得的材料弹性常数和基于 式(3)计算得到的剪切模量的平均值如表 3 所示,可 以看出,成形后 PLA 材料在熔丝方向、层内方向以 及重力方向上的弹性模量均有一定的差异,熔丝方 向上 PLA 材料的弹性模量最大,重力方向上次之, 层内方向最小.这是由于在熔丝方向上,材料的变形 主要取决于喷嘴挤出的 PLA 熔丝的变形,而材料层 内方向和重力方向上的变形能力不仅依赖于 PLA 熔丝的变形,还更多地依赖于 PLA 熔丝之间的粘结. 成形后 PLA 材料层内方向的弹性模量小于重力方 向上的弹性模量的主要原因有两种,一是在打印过 程中喷嘴是沿着重力方向逐层向上打印的,每一层 成形后都会在下一层打印时受到喷嘴的挤压,这样 会使得层间或者是重力方向上 PLA 熔丝之间的接

表 3 弹性常数测试结果 (弹性模量, 泊松比) 与计算结果 (剪 切模量) 的平均值

Table 3Average values of measureed (elastic modulus,Poisson's ratio) and calculated (shear modulus) results of elastic

constants						
Elastic modul	us/MPa	Shear modulu	ıs/MPa			
average values	STD	average values	STD			
$E_1 = 2787.43$	99.45	$G_{12} = 771.93$	29.62			
$E_2 = 1644.33$	57.93	$G_{13} = 977.77$	28.89			
$E_3 = 2442.12$	69.33	$G_{23} = 793.84$	32.65			
Poisson's ratio						
average values	STD	average values	STD			
$v_{12} = 0.22$	0.025	$v_{21} = 0.39$	0.042			
$v_{13} = 0.29$	0.032	$v_{31} = 0.33$	0.015			
$v_{23} = 0.36$	0.022	$v_{32} = 0.34$	0.023			

触面积增大,结合更加紧密,粘合增强;二是由于重力作用,导致层间或者是重力方向上PLA 熔丝之间的接触面积增大,粘合增强,这也可以从图1所示的PLA 材料微观结构扫描电镜图看出.

经过计算验证发现,表 3 中的弹性常数的值满 足式 (1) 和式 (2),具有一定的可靠性.将弹性常数代 入到式 (4) 中,可以获得材料在全局坐标系下的柔度 矩阵,并将其与式 (5)~式 (8) 结合,可以得到 PLA 材 料在任意局部坐标系下的柔度矩阵.同时,也能够得 到 PLA 材料在任意方向上的弹性常数值,例如以熔 丝方向为初始方向, PLA 材料任意方向上弹性模量 的预测公式可以表示如下

$$E(\theta,\phi) = \frac{1}{\bar{S}_{11}} =$$

 $[A\cos(4\theta+4\phi)+A\cos(4\theta-4\phi)+B\cos(4\theta+2\phi)+$ $B\cos(4\theta-2\phi)+C\cos(4\theta)+D\cos(2\theta+4\phi)+$ $D\cos(2\theta-4\phi)+E\cos(2\theta+2\phi)+E\cos(2\theta-2\phi)+$ $F\cos(2\theta)+G\cos(2\phi)+H\cos(4\phi)+I]^{-1}$ (8)

式中,参数 A, B, C, D, E, F, G, H 和 I 是常数, 其数值 列在表 4 中.

根据式 (8) 也可以得到材料任意平面内弹性模量的预测公式, 例如, 在 *A*, *B* 和 *C* 三个平面内材料 弹性模量的预测公式分别为

$$E(0, \phi) = \frac{1}{J\cos(4\phi) + K\cos(2\phi) + L}$$

$$E\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) = \frac{1}{M\cos(4\phi) + N\cos(2\phi) + O}$$

$$E\left(\theta, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{P\cos(4\theta) + Q\cos(2\theta) + R}$$
(9)

式中,参数 J, K, L, M, N, O, P, Q 和 R 是常数, 其数值 列在表 4 中.

根据式(8)和式(9)可以分别绘制出熔丝制造 PLA 材料弹性模量在空间内的曲面图以及 A, B 和

Table 4 Values of the constants in Eqs. (9) and (10) Constants Values/MPa⁻¹ Values/MPa⁻¹ Constants 4.1216×10^{-7} -7.6205×10^{-6} I Α -1.6486×10^{-6} -1.2470×10^{-4} R K 2.4730×10^{-6} $4.910\,7 \times 10^{-4}$ С L -1.3738×10^{-6} -2.1254×10^{-6} D L 2.4833×10^{-5} -2.5363×10^{-4} N Ε 5.2415×10^{-5} 3.8624×10^{-4} 0 F $-7.173\,4\times10^{-5}$ $6.594\,6\times 10^{-4}$ G Р -5.6973×10^{-6} 9.9335×10^{-5} 0 Η 4.3618×10^{-4} 5.0222×10^{-4} R I

表 4 公式 (8) 和 (9) 中的参数值

C 平面内的曲线图,如图 7 所示,可以清晰地看出 PLA 材料弹性模量的各向异性程度及其在不同方向 上的大小,当实际应用中的载荷方向已知时,能够为 最大化的利用材料的性能提供一定的参考.

为了验证 PLA 材料正交各向异性弹性模型以 及弹性模量预测公式的准确性,在制备和拉伸如图 4 所示九个不同方向的标准试件的同时,也制备和测





图 7 (a) PLA 材料弹性模量在空间内的曲面图; (b)-(d) PLA 材料弹 性模量分别在 A, B 和 C 平面内的曲线图

Fig. 7 (a) Surface diagram of elastic modulus of PLA material in space.(b)-(d) Curves of elastic modulus of PLA material in *A*, *B* and *C* planes, respectively

试了三组其他不同方向的试件,它们的测试方向以 及测试结果平均值与实验结果的对比在表 5 中列 出.经过对比,可以发现实验测得的结果与理论预测 的结果吻合良好,误差均小于 8%,从一定程度上验 证了模型的准确性.

表 5 不同方向上 PLA 材料弹性模量测试结果平均值与预 测结果对比

Table 5Comparison of average measured and predicted resultsof elastic modulus of PLA material in different directions

Specimens	φ	θ	Measured results/MPa		Predicted results/	F
			average values	STD	MPa	EIIOIS/70
1	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	2418.56	62.24	2482.90	2.66
2	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	2 2 3 0.82	48.35	2122.28	-4.87
3	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	1 809.61	39.66	1951.77	7.86

力

弹性各向同性组合桁架点阵结构设计 3

3.1 组合桁架点阵结构设计

众所周知,正方形结构具有明显的各向异性,在 其边长方向上具有很高的刚度和强度,而在其他方 向尤其是对角线方向上的刚度和强度很弱.如图8 所示,将正方形点阵结构先缩放为原来的√2/2,然后 旋转 45°, 获得的新的正方形点阵结构在原结构的对 角方向上具有较高的刚度和强度,最后再将新旧两 个正方形点阵结构组合,得到的新的组合点阵结构 继承了原来两个正方形点阵结构的优点,在水平方 向、竖直方向以及对角方向均具有较高的刚度和强 度. 组合点阵结构单胞的尺寸也如图 8 所示, 结构的 面外厚度为b.由之前的研究可知,通过调整该组合 点阵结构的相对厚度 (t_1/t_2) , 能够有效地调整结构 力学性能的各向异性[10],实现该点阵结构的弹性各 向同性设计.



图 8 正方形组合桁架点阵结构设计 Fig. 8 Design of square compound truss lattice structure

3.2 等效弹性性能分析与弹性各向同性设计

针对如图 8 所示的正方形组合桁架点阵结构, 可以采用代表体元法计算其等效弹性性能. 代表体 元法是一种常用于计算点阵结构等效弹性性能的均 匀化方法,其计算过程如下:首先需要从点阵结构中 选取一个或者多个单胞作为代表体元,然后在代表 体积元的边界上施加均匀应变或者均匀应力边界条 件,最后基于应变能等效获得点阵结构的等效弹性 性能[34]. 根据作者最近的研究, 对于桁架类点阵结 构,可以用代表体元法推导出其弹性性能的解析表 达式[35].例如,均匀应变边界条件需要在代表体元的 边界上均匀位移,可以表示为

$$u(x)|_{\Gamma} = \varepsilon_0 x|_{\Gamma} \tag{10}$$

式中 Γ 表示代表体元的边界, ε_0 表示指定的应变, u表示节点位移.

根据应变能等效,点阵结构在1方向上的刚度 可以表示为

$$D_{11} = \boldsymbol{u}_{11}^{\rm T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{u}_{11} / V \tag{11}$$

式中, u1,表示代表体元在1方向上的对应于均匀应 $\overline{\mathfrak{S}}_{\iota_1}$ 的节点位移向量, \mathbf{K} 表示代表体元的总体刚度 矩阵, V表示代表体元的体积,

对于如图 8 所示的单胞结构,由于其边界上的 节点数为2,因此只需要一个单胞作为代表体元便能 得到准确的计算结果^[34-35],其节点编号如图 9(a) 所 示,在1方向上施加均匀应变(ε)边界条件,其对应 的节点位移向量为

$$\boldsymbol{u}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{11}L & 0 & \frac{\varepsilon_{11}L}{2} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}L & 0 \end{bmatrix}$$
(12)

由于组合点阵结构的变形模式属于拉伸主导 型,结构在变形过程中由杆件的弯曲以及节点的旋 转带来的影响可以忽略不计[39],在代表体元总体刚 度矩阵的组装过程中可以使用桁架单元. 假设使用 的材料是各向同性材料,弹性模量为E,将得到的总 体刚度矩阵,节点位移向量以及代表体元的体积代 入式(11)中,可以得到在1方向上的等效刚度

$$D_{11} = \frac{E}{2L} \left(4t_1 + \sqrt{2}t_2 \right) \tag{13}$$

同理可以得到代表体元刚度矩阵中其他的参数

$$D_{22} = \frac{E}{2L} \left(4t_1 + \sqrt{2}t_2 \right), \quad D_{12} = D_{21} = \frac{\sqrt{2}Et_2}{2L}$$
$$D_{66} = \frac{\sqrt{2}Et_2}{2L} \tag{14}$$

2L





因此,代表体元也就是单胞结构的弹性模量、剪切 模量以及泊松比可以用下列方法求解得到

$$E_{11} = \frac{D_{11}D_{22} - D_{12}^2}{D_{22}} = \frac{4Et_1(\sqrt{2}t_1 + t_2)}{L(2\sqrt{2}t_1 + t_2)}$$

$$E_{22} = \frac{D_{11}D_{22} - D_{12}^2}{D_{22}} = \frac{4Et_1(\sqrt{2}t_1 + t_2)}{L(2\sqrt{2}t_1 + t_2)}$$

$$v_{12} = \frac{D_{12}}{D_{22}} = \frac{t_2}{2\sqrt{2}t_1 + t_2}$$

$$v_{21} = \frac{D_{12}}{D_{11}} = \frac{t_2}{2\sqrt{2}t_1 + t_2}$$

$$G_{12} = D_{66} = \frac{\sqrt{2}Et_2}{2L}$$
(15)

根据式 (15) 可以求得, 当弹性各向异性参数^[40] $\omega = 2G_{12}(1 + v_{12})/E_{11} = 1$ 时, 结构的弹性各向同性条 件为 $t_2 = \sqrt{2}t_1$.

对于二维点阵结构, 当其二维平面与A平面保 持平行,且面外方向与重力方向保持一致时,打印的 效果最好.因此在实际制备过程中按照如图8所示 的方向来制备点阵结构,1方向对应于熔丝方向, 2方向对应于层内方向,A平面内材料的弹性模量对 应于式 (9) 中的 E(0, \u03c6). 由图 7(b) 可以清晰地看出, 此时材料在熔丝方向上的弹性模量要大于其在层内 方向上的弹性模量,图 9(a) 所示的单胞结构在考虑 材料的各向异性之后,其在1方向上的弹性模量必 然要大于其在2方向上的弹性模量,因此可以将单 胞结构中水平杆(沿2方向)的厚度增大以弥补差 距,调整之后的单胞结构如图 9(b) 所示.根据上述计 算弹性常数的过程可以得到图 9(b) 所示单胞结构弹 性性能的表达式,在计算过程中只需要调整结构的 总体刚度矩阵,即调整不同方向上杆件的弹性模量 和厚度,节点位移向量和体积保持不变,计算结果如 下所示

$$E_{11} = \frac{2\sqrt{2}E_{t2}t_2(E_{t1}t_1 + E_{t3}t_3) + 8E_{t1}t_1E_{t3}t_3}{L(\sqrt{2}E_{t2}t_2 + 4E_{t3}t_3)}$$
(16a)

$$E_{22} = \frac{2\sqrt{2}E_{t2}t_2(E_{t1}t_1 + E_{t3}t_3) + 8E_{t1}t_1E_{t3}t_3}{L(\sqrt{2}E_{t2}t_2 + 4E_{t1}t_1)}$$
(16b)

$$v_{12} = \frac{\sqrt{2}E_{t2}t_2}{\sqrt{2}E_{t2}t_2 + 4E_{t3}t_3}$$
(16c)

$$v_{21} = \frac{\sqrt{2}E_{t2}t_2}{\sqrt{2}E_{t2}t_2 + 4E_{t1}t_1}$$
(16d)

$$G_{12} = \frac{\sqrt{2}E_{t2}t_2}{2L}$$
(16e)

式中, *E*_{t1}, *E*_{t2}和*E*_{t3}分别表示图 9 (b) 中厚度为*t*₁, *t*₂和*t*₃的杆件的弹性模量. 根据这三类杆件的方向和式 (9), 可以求得*E*_{t1} = 2787.43 MPa, *E*_{t2} = 2005.25 MPa以及 *E*_{t3} = 1644.33 MPa.

当如图 9(b) 所示的单胞结构的弹性模量在 1 方 向和 2 方向上相等, 即满足 $E_{11} = E_{22}$, 且其弹性各向 异性参数满足 $\omega = 2G_{12}(1 + v_{12})/E_{11} = 1$ 时, 根据式 (16), 可以求得考虑了 PLA 材料弹性各向异性之后 点阵结构的弹性各向同性条件, 为 $t_1 = \frac{\sqrt{2}E_{13}t_3}{E_{11}} =$ 0.59 t_3 , $t_2 = \frac{\sqrt{2}E_{13}t_3}{E_{12}} = 1.16t_3$. **3.3 实验验证与讨论**

平面应力状态下,正交各向异性材料任意方向 上的弹性模量可以用以下公式^[37]计算求得

$$E(\varphi) = \left[\frac{1}{E_{11}}\cos^4\varphi + \frac{1}{E_{22}}\sin^4\varphi + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2v_{21}}{E_1}\right)\cos^2\varphi\sin^2\varphi\right]^{-1}$$
(16)

假设如图 9 (a) 所示的单胞结构的几何尺寸为 t₁=1 mm, t₂=1.41 mm, L=20 mm, 当不考虑材料 的各向异性时,材料弹性模量取为2787.43 MPa,将 结构的尺寸参数代入到式(15),并结合式(17),可以 得到单胞结构在面内任意方向上弹性模量的极坐标 图, 如图 10(a) 所示, 是各向同性的. 当考虑材料的各 向异性时,将结构的尺寸参数代入到式(16),令 t3=t1, 再结合式(17), 得到单胞结构在面内任意方 向上弹性模量的极坐标图,如图 10(a) 所示,此时结 构不再是弹性各向同性的, 而是与 PLA 材料在 A 平 面内的弹性模量类似(图 7(b)),是正交各向异性的, 其在1方向上的弹性模量大于在2方向上的弹性模 量. 假设图 9(b) 所示的单胞结构的几何尺寸为 $t_1 = 0.59 \text{ mm}, t_2 = 1.16 \text{ mm}, t_3 = 1 \text{ mm}, L = 20 \text{ mm},$ 将这些参数代入到式(16),并结合式(17),可以绘制 图 9(b) 所示的单胞结构在任意方向上等效弹性模量 极坐标图,如图 10(b)所示,是各向同性的.

为了验证上述点阵结构弹性模量的计算结果的 准确性与各向同性条件的有效性,按照上述假设的

1299

力



图 10 (a) 如图 9(a) 所示单胞结构在考虑材料各向异性和不考虑材 料各向异性情况下平面内任意方向上弹性模量的预测结果以及实验 结果; (b) 如图 9(b) 所示单胞结构在考虑材料各向异性时平面内任意 方向上弹性模量的预测结果与实验结果

Fig. 10 (a) Predicted results of elastic modulus in in-plane arbitrary directions with and without considering material anisotropy and experimental results for the unit cell shown in Fig. 9(a). (b) Predicted and experimental results of elastic modulus in in-plane arbitrary directions with considering material anisotropy for the unit cell shown in Fig. 9(b)

单胞结构的尺寸建立并制备了四种点阵结构,点阵结构的测试方向与几何尺寸如图 11 和表 6 所示,其中,试样 1 的单胞结构如图 9(a)所示,试样 2~4 其实是同一种点阵结构的不同选取形式,它们的单胞结构如图 9(b)所示.试件 1 和试件 2 可以测试 0°和 90°两个方向,试件 3 可以测试 45°方向,试件 4 可以测试 37°和 127°两个方向,每个测试方向的点阵结构制备五个以保证实验结果的可靠性,制备时采用的工艺参数与表 1 中的参数保持一致,以减小工艺参数对材料力学性能的影响.采用单轴压缩实验来获取点阵结构在不同方向上的弹性模量,实验同样

在岛津电子万能试验机 (AGS-X) 上进行, 单轴压缩的速度设为 1 mm/min, 取点阵结构压缩应力应变曲线线弹性阶段的斜率为弹性模量.

通过单轴压缩实验,得到四种点阵结构的弹性 模量如图 10 所示,弹性模量测试结果的平均值与预 测结果的对比如表 7 所示.由图 10 (a)可以清晰地 看出,材料的弹性各向异性对点阵结构的弹性性能 有较大的影响,在不考虑材料各向异性性能时推导 得到的结构的各向同性条件实际上可能不再适用.



图 11 四种点阵结构试件及其测试方向 Fig. 11 Four types of lattice structures and their testing directions

表 6 点阵结构的几何尺寸

Table 6 Geometric parameters of the lattice structures

Specinens	L_1 /mm	L_2 /mm	b /mm	Numbers
1	60	60	10	10
2	60	60	10	10
3	84.85	84.85	10	5
4	10	10	10	10

表 7 点阵结构弹性模量实验结果平均值与预测结果对比

 Table 7
 Comparison of average measured and predicted results of elastic modulus of the lattice structures

Specinens	φ/(°) ·	Measured results/MPa		Predicted	F /0/
		average values	STD	results /MPa	Errors/%
1	0	219.10	12.16	238.01	8.63
1	90	317.91	9.25	340.91	7.23
2	0	222.46	9.94	219.26	-1.44
2	90	206.51	8.96	219.28	6.18
3	45	215.47	6.09	219.30	1.78
4	37	199.17	8.60	219.30	9.18
4	127	198.50	5.96	219.30	9.48

由图 10(b) 可以看出, 在考虑材料的弹性各向异性之 后, 重新对点阵结构进行设计, 也能够理论上获得使 其近似弹性各向同性的条件, 从实验结果来看, 总体 上结构在五个方向上弹性模量差距不大, 且均在理 论预测结果附近, 弹性模量在 90°方向上较 45°方向 略大, 在 45°方向上较 0°方向略大, 在 0°方向上较 37°和 127°方向略大, 最大误差小于 12%, 主要是由 于试件 4 相对不规则, 边界效应对测试结果的影响 较大, 导致测试结果偏小. 结合表 7 中的误差对比, 不难发现材料的正交各向异性弹性模型适用于预测 结构的力学性能, 实验结果的平均值与预测结果误 差均小于 10%, 产生误差的原因可能来源于设计模 型与理论模型之间的偏差、打印模型与设计模型之 间的偏差, 以及 PLA 材料拉伸性能与压缩性能存在 一定的差异等等.

4 结论

相对于传统制造技术,成形材料力学性能具有 各向异性是增材制造技术的独有特点,在结构设计 时充分考虑材料的各向异性能够有效地提高设计结 果的准确性.本文针对熔丝制造技术,采用正交各向 异性弹性模型描述成形后 PLA 材料的弹性行为,同 时推导出了其任意方向上弹性模量的预测公式,设 计了一种力学性能可调的二维组合桁架点阵结构, 基于代表体元法,推导出了该点阵结构的弹性性能 在考虑材料各向异性和不考虑材料各向异性情况下 的解析表达式以及其弹性各向同性条件.

研究结果表明, 熔丝制造 PLA 材料具有较强的 各向异性, 正交各向异性弹性模型能够较准确地描 述其弹性行为. 通过测试材料在其他方向上的弹性 模量, 验证了材料的弹性模量预测公式的准确性. 通 过对比理论预测结果和实验测试结果发现, 基于材 料各向同性假设得到的理论结果和各向同性条件不 再准确, 在预测与设计熔丝制造点阵结构的力学性 能时不能忽略材料的各向异性. 通过本文提供的设 计方法, 对于部分点阵结构, 即使材料是各向异性的, 也能够实现它们的弹性各向同性设计. 本文的研究 对增材制造聚合物材料各向异性本构模型的建立, 以及增材制造点阵结构的各向同性设计或各向异性 控制有一定的参考价值.

参考文献

1 卢秉恒,李涤尘. 增材制造 (3D 打印) 技术发展. 机械制造与自动

化, 2013, 42(4): 1-4 (Lu Bingheng, Li Dichen. Development of the additive manufacturing (3D printing) technology. *Machine Building* & *Automation*, 2013, 42(4): 1-4 (in Chinese))

- 2 吴斌, 王向明, 玄明昊等. 基于增材制造的新型战机结构创新. 航空材料学报, 2021, 41(6): 1-12 (Wu Bin, Wang Xiangming, Xuan Minghao. Structural innovation of new fighter based on additive manufacturing. *Journal of Aeronautical Materials*, 2021, 41(6): 1-12 (in Chinese))
- 3 Zhu JH, Zhou H, Wang C, et al. A review of topology optimization for additive manufacturing: Status and challenges. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(1): 91-110
- 4 Gu DD, Shi XY, Poprawe R, et al. Material-structure-performance integrated laser-metal additive manufacturing. *Science*, 2021, 372: eabg1487
- 5 卢天健, 何德, 陈常青等. 超轻多孔金属材料的多功能特性及应 用. 力学进展, 2006, 36(4): 517-535 (Lu Tianjian, He Deping, Chen Changqing, et al. The multi-functionality of ultra-light porous metals and their applications. *Advances in Mechanics*, 2006, 36(4): 517-535 (in Chinese))
- 6 熊健, 杜昀桐, 杨雯等. 轻质复合材料夹芯结构设计及力学性能最 新进展. 宇航学报, 2020, 41(6): 749-760 (Xiong Jian, Du Yuntong, Yang Wen, et al. Research progress on design and mechanical properties of lightweight composite sandwich structures. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(6): 749-760 (in Chinese))
- 7 雷红帅,赵则昂,郭晓岗等.航天器轻量化多功能结构设计与制造 技术研究进展. 宇航材料工艺, 2021, 51(4): 10-22 (Lei Hongshuai, Zhao Zeang, Guo Xiaogang, et al. Research progress on the design and manufacture technology of lightweight multifunctional spacecraft structures. *Aerospace Materials & Technology*, 2021, 51(4): 10-22 (in Chinese))
- 8 Latture RM, Begley MR, Zok FW. Design and mechanical properties of elastically isotropic trusses. *Journal of Materials Research*, 2018, 33(3): 249-263
- 9 Xu S, Shen J, Zhou S, et al. Design of lattice structures with controlled anisotropy. *Materials & Design*, 2016, 93: 443-447
- 10 Wang SH, Ma YB, Deng ZC, et al. Two elastically equivalent compound truss lattice materials with controllable anisotropic mechanical properties. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 213: 106879
- 11 陈泽坤,蒋佳希,王宇嘉等.金属增材制造中的缺陷、组织形貌和成形材料力学性能.力学学报,2021,53(12):3190-3205 (Chen Zekun, Jiang Jiaxi, Wang Yujia, et al. Defects, microstructures and mechanical properties of materials fabricated by metal additive manufacturing. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(12): 3190-3205 (in Chinese))
- 12 张江涛, 谭援强, 纪财源等. 增材制造中滚筒铺粉工艺参数对尼龙 粉体铺展性的影响研究. 力学学报, 2021, 53(9): 2416-2426 (Zhang Jiangtao, Tan Yuanqiang, Ji Caiyuan, et al. Research on the effects of roller-spreading parameters for nylon powder spreadability in additive manufacturing. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(9): 2416-2426 (in Chinese))
- 13 朱继宏, 曹吟锋, 翟星玥等. 增材制造 316 钢高周疲劳性能的微观 力学研究. 力学学报, 2021, 53(12): 3181-3189 (Zhu Jihong, Cao Yinfeng, Zhai Xingyue, et al. Micromechanical study of the high cycle fatigue property of additive-manufactured 316 steel. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(12): 3181-3189 (in Chinese))

报

力

- 14 廉艳平, 王潘丁, 高洁等. 金属增材制造若干关键力学问题研究进展. 力学进展, 2021, 51(3): 648-701 (Yan Yanping, Wang Panding, Gao Jie, et al. Fundamental mechanics problems in metal additive manufacturing: A state-of-art review. *Advances in Mechanics*, 2021, 51(3): 648-701 (in Chinese))
- 15 Wang SH, Ma YB, Deng ZC, et al. Implementation of an elastoplastic constitutive model for 3D-printed materials fabricated by stereolithography. *Additive Manufacturing*, 2020, 33: 101104
- 16 Wang SH, Ma YB, Deng ZC, et al. Effects of fused deposition modeling process parameters on tensile, dynamic mechanical properties of 3 D printed polylactic acid materials. *Polymer Testing*, 2020, 86: 106483
- 17 张登辉. 3D 打印纤维增强高分子复合材料的各向异性研究. [硕 士论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2019 (Xu Ke. Constitutive modeling of acrylonitrile butadiene styrene material in fused deposition modeling and the application. [Master's Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019 (in Chinese))
- 18 Zou R, Xia Y, Liu S, et al. Isotropic and anisotropic elasticity and yielding of 3 D printed material. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 99: 506-513
- 19 Xia Y, Xu K, Zheng G, et al. Investigation on the elasto-plastic constitutive equation of parts fabricated by fused deposition modeling. *Rapid Prototyping Journal*, 2019, 25(3): 592-601
- 20 徐可. 熔融沉积增材制造 ABS 材料本构模型研究及其应用.[硕 士论文]. 大连: 大连理工大学, 2018 (Xu Ke. Constitutive modeling of acrylonitrile butadiene styrene material in fused deposition modeling and the application. [Master's Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018 (in Chinese))
- 21 Casavola C, Cazzato A, Moramarco V, et al. Orthotropic mechanical properties of fused deposition modelling parts described by classical laminate theory. *Materials & Design*, 2016, 90: 453-459
- 22 Dai S, Deng ZC, Yu YJ, et al. Orthotropic elastic behaviors and yield strength of fused deposition modeling materials: Theory and experiments. *Polymer Testing*, 2020, 87: 106520
- 23 Biswas P, Guessasma S, Li J. Numerical prediction of orthotropic elastic properties of 3D-printed materials using micro-CT and representative volume element. *Acta Mechanica*, 2020, 231: 503-516
- 24 张志威. 熔融沉积打印试样各向同性和力学承载的研究和优化. [硕士论文]. 天津: 天津大学, 2018 (Zhang Zhiwei. Research and optimization of isotropic and load-bearing properties of fused deposition modeling parts. [Master's Thesis]. Tianjin: Tianjin University, 2018 (in Chinese))
- 25 Guth DC, Luersen MA, Muñoz-Rojas PA. Optimization of three-dimensional truss-like periodic materials considering isotropy constraints. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, 52: 889-901
- 26 Chen W, Watts S, Jackson JA. Stiff isotropic lattices beyond the Maxwell criterion. *Science Advance*, 2019, 5: eaaw1937
- 27 Wang Y, Groen JP, Sigmund O. Simple optimal lattice structures for

arbitrary loadings. Extreme Mechanics Letters, 2019, 29: 100447

- 28 Berger JB, Wadley HNG, McMeeking RM. Mechanical metamaterials at the theoretical limit of isotropic elastic stiffness. *Nature*, 2017, 543: 533-537
- 29 Feng J, Liu B, Lin Z, et al. Isotropic octet-truss lattice structure design and anisotropy control strategies for implant application. *Materials & Design*, 2021, 203: 109595
- 30 Tancogne-Dejean T, Mohr D. Elastically-isotropic elementary cubic lattices composed of tailored hollow beams. *Extreme Mechanics Letters*, 2018, 22: 13-18
- 31 Mukhopadhyay T, Naskar S, Adhikari S. Anisotropy tailoring in geometrically isotropic multi-material lattices. *Extreme Mechanics Letters*, 2020, 40: 100934
- 32 Kulagin R, Beygelzimer Y, Estrin Y, et al. Architectured lattice materials with tunable anisotropy: design and analysis of the material property space with the aid of machine learning. *Advanced Engineering Materials*, 2020, 22: 2001069
- 33 王飞, 庄守兵, 虞吉林. 用均匀化理论分析蜂窝结构的等效弹性参数. 力学学报, 2002, 34(6): 914-923 (Wang Fei, Zhuang Shoubing, Yu Jilin. Application of homogenization FEM to the equivalent elastic constants of honeycomb structures. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2002, 34(6): 914-923 (in Chinese))
- 34 阎军,程耿东,刘书田等.周期性点阵类桁架材料等效弹性性能预测及尺寸效应.固体力学学报,2005,26(4):421-428 (Yan Jun, Cheng Gengdong, Liu Shutian, et al. Perdition of equivalent elastic properties of truss materials with periodic microstructure and the scale effects. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2005, 26(4):421-428 (in Chinese))
- 35 Wang SH, Ma YB, Deng ZC. Two-node method for the effective elastic properties of periodic cellular truss materials and experiment verification via stereolithography. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2021, 86: 104201
- 36 Auld BA. Acoustic Field and Waves in Solids. New York: John Wiley and Sons. Inc., 1973
- 37 沈观林, 胡更开, 刘彬. 复合材料力学 (第二版). 北京: 清华大学出版 社, 2013 (Shen Guanlin, Hu Gengkai, Liu Bin. Mechanics of Composite Materials (Second Edition). Beijing: Tsinghua University Press, 2013 (in Chinese))
- 38 桂俊川,陈平,马天寿. 正交各向异性岩石弹性参数的空间展布. 西南石油大学学报(自然科学版),2019,41(3):13-28 (Gui Junchuan, Chen Ping, Ma Tianshou. The spatial distribution of elastic parameters of orthotropic rocks. *Journal of Southwest Petroleum University (Science & Technology Edition)*, 2019, 41(3):13-28 (in Chinese))
- 39 Deshpande VS, Ashby MF, Fleck NA. Foam topology: bending versus stretching dominated architectures. *Acta Materialia*, 2001, 49: 1035-1040
- 40 Nye JF. Physical Properties of Crystals. Oxford: Clarendon Press, 1985