

线形拱形组合梁式三稳态压电俘能器动力学特性研究

张旭辉, 陈路阳, 陈孝玉, 徐冬梅, 朱福林, 郭 岩

RESEARCH ON DYNAMICS CHARACTERISTICS OF LINEAR-ARCH COMPOSED BEAM TRI-STABLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER

Zhang Xuhui, Chen Luyang, Chen Xiaoyu, Xu Dongmei, Zhu Fulin, and Guo Yan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/0459-1879-21-392>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多柔体系统动力学建模与优化研究进展

ADVANCES IN DYNAMIC MODELING AND OPTIMIZATION OF FLEXIBLE MULTIBODY SYSTEMS

力学学报. 2019, 51(6): 1565-1586

附磁压电悬臂梁流致振动俘能特性分析

ENERGY HARVESTING ANALYSIS OF A PIEZOELECTRIC CANTILEVER BEAM WITH MAGNETS FOR FLOW-INDUCED VIBRATION

力学学报. 2019, 51(4): 1148-1155

曲梁压电俘能器强迫振动的格林函数解

CLOSED-FORM SOLUTIONS FOR FORCED VIBRATIONS OF CURVED PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTERS BY MEANS OF GREEN'S FUNCTIONS

力学学报. 2019, 51(4): 1170-1179

机械臂臂杆刚度主动控制下的末端振动特性研究

RESEARCH ON VIBRATION CHARACTERISTICS OF THE MANIPULATOR END UNDER ACTIVE CONTROL OF ARM STIFFNESS

力学学报. 2020, 52(4): 985-995

浮式垂直轴风机的动力学建模、仿真与实验研究

DYNAMIC MODELING, SIMULATION AND MODEL TESTS RESEARCH ON THE FLOATING VAWT

力学学报. 2017, 49(2): 299-307

多稳态串联折纸结构的非线性动力学特性

NONLINEAR DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF A MULTI-STABLE SERIES ORIGAMI STRUCTURE

力学学报. 2019, 51(4): 1110-1121



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

线形-拱形组合梁式三稳态压电 俘能器动力学特性研究¹⁾

张旭辉^{*,†,2)} 陈路阳^{*} 陈孝玉^{*} 徐冬梅^{*,†} 朱福林^{*} 郭岩^{*}

^{*}(西安科技大学机械工程学院, 西安 710054)

[†](陕西省矿山机电装备智能监测重点实验室, 西安 710054)

摘要 利用振动能量俘获技术将设备工况振动能转化为电能, 为实现煤矿井下无线监测节点自供电提供了新的思路. 通过引入非线性磁力设计了一种线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器, 分析了磁铁水平间距、垂直间距和激励加速度对动力学特性的影响规律. 利用磁偶极子法建立磁力模型, 通过实验测量线形-拱形组合梁的恢复力, 并采用多项式拟合得到恢复力模型, 基于欧拉-伯努利梁理论和拉格朗日方程建立系统的动力学模型, 从时域角度仿真分析了磁铁水平间距、垂直间距和激励加速度对系统动力学特性的影响规律. 研制线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器样机并搭建实验平台进行实验研究, 通过采集组合梁末端响应速度数据, 验证了理论分析的正确性. 研究表明: 引入非线性磁场能够使系统势能呈现单势阱、双势阱或三势阱, 激励一定时, 调整磁铁水平间距和垂直间距能够使系统实现单稳态、双稳态或三稳态运动, 且在三稳态运动时响应位移较大, 增大激励水平有利于系统越过势垒实现大幅响应. 研究为线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器的设计提供了理论指导.

关键词 三稳态压电俘能器, 线形-拱形组合梁, 非线性磁力, 动力学建模, 数值仿真

中图分类号: TN384TN712+.5 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-21-392

RESEARCH ON DYNAMICS CHARACTERISTICS OF LINEAR-ARCH COMPOSED BEAM TRI-STABLE PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER¹⁾

Zhang Xuhui^{*,†,2)} Chen Luyang^{*} Chen Xiaoyu^{*} Xu Dongmei^{*,†} Zhu Fulin^{*} Guo Yan^{*}

^{*}(College of Mechanical Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

[†](Shaanxi Key Laboratory of Mine Electromechanical Equipment Intelligent Monitoring,
Xi'an 710054, China)

Abstract Vibration energy harvesting technology can convert the vibration energy of equipment working conditions into electrical energy, which provides a new idea for realizing self-powered wireless monitoring nodes in coal mines. In this paper, we design a linear-arch composed beam tri-stable piezoelectric energy harvester by introducing nonlinear magnetic force, and analyse the influence of the horizontal distance, vertical distance and excitation acceleration on

2021-08-15 收稿, 2021-10-20 录用, 2021-10-21 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (51974228).

2) 张旭辉, 教授, 主要研究方向: 振动能量俘获. E-mail: zhangxh@xust.edu.cn

引用格式: 张旭辉, 陈路阳, 陈孝玉, 徐冬梅, 朱福林, 郭岩. 线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器动力学特性研究. 力学学报, 2021, 53(11): 2996-3006

Zhang Xuhui, Chen Luyang, Chen Xiaoyu, Xu Dongmei, Zhu Fulin, Guo Yan. Research on dynamics characteristics of linear-arch composed beam tri-stable piezoelectric energy harvester. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(11): 2996-3006

dynamic characteristics. The nonlinear magnetic force model is established by the magnetic dipole method, the nonlinear restoring force of the linear-arch composed beam is measured experimentally, and the restoring force model is obtained by polynomial fitting. The dynamic model of the system is established based on Euler-Bernoulli beam theory and Lagrange's equations. From the perspective of time domain, we analyse the influence of the horizontal distance, vertical distance of the magnets, and excitation acceleration on the dynamic characteristics of the system. A prototype of a linear-arch composed beam tri-stable piezoelectric energy harvester was fabricated, and an experimental platform was built for experimental research, by collecting the response speed data at the end of the composite beam after being excited, the speed-displacement data at the end of the composite beam was obtained, which verified the correctness of the theoretical simulation. The results show that the introduction of a nonlinear magnetic field can make the potential of the system have single potential well, double potential well or triple potential well. When we keep the excitation is constant, adjusting the horizontal and vertical spacing of the magnets can enable the system to achieve monostable, bi-stable or tri-stable motion, and the response displacement is relatively large during tri-stable motion. Increasing the excitation acceleration is beneficial for the system to across the barrier and achieve a large response. The research provides theoretical guidance for the design of linear-arch composed beam tri-stable piezoelectric energy harvester.

Key words tri-stable piezoelectric energy harvester, linear-arch composite beam, nonlinear magnetic force, dynamic modeling, numerical simulation

引言

无线监测技术在设备监测和安全监测等领域的应用越来越广泛^[1-3], 但无线监测系统的续航问题一直制约其发展, 化学电池供电存在维护成本高、环境污染和寿命有限等问题^[4]. 振动能量俘获技术可以将环境振动能收集并转换为电能, 有望实现无线监测系统自供电^[5-8].

压电悬臂梁俘能器具有结构简单、尺寸紧凑等优点, 国内外学者对此开展了大量的研究工作^[9-12]. 经典的线性压电俘能器只能在其共振频率附近有效工作, 当环境激励频率远离俘能器共振频率时, 俘能器可俘获的能量显著减少, 这一问题严重制约俘能器的实际应用^[13]. 为提升俘能器俘能性能, 研究人员提出了各种拓频方法, 根据不同原理, 可分为线性拓频和非线性拓频^[14], 线性拓频方式主要包括: 多悬臂梁阵列^[15]、L 型梁^[16]、多自由度梁^[17]. 尽管上述结构能够有效拓宽俘能频带, 但就其结构中单一悬臂梁而言, 其工作频带宽度仍然很窄, 系统结构尺寸较大, 单位体积的俘能效率并不高. 非线性拓频方式主要有: 加装弹簧^[18]、限制振幅^[19]和磁场耦合^[20]等方法, 非线性方法能够拓宽单一悬臂梁的工作带宽, 在各种非线性拓频方法中, 引入非线性磁力的俘能器结构较为简单, 在磁力作用下, 俘能器能够在双稳态、三稳态甚至更多稳态下运行^[21-23]. 为比较三稳态压俘能器和双稳态压电俘能器的性能, Zhou 等^[24]

对比分析了两种压电俘能器的频域响应特性. Zhu 等^[25] 分析了随机激励下两种压电俘能器的输出性能, 研究结果均表明: 三稳态压电俘能器具有更浅的势阱, 更宽的俘能频带以及较高的输出. Leng 等^[26] 的研究表明: 三稳态压电俘能器在低强度和较高强度下的最佳磁距较为接近, 意味着最佳磁距下的俘能器能够有效适应激励强度的变化. Jung 等^[27] 设计了一种外部磁铁可旋转的三稳态压电俘能器, 研究表明, 调整外部磁铁旋转至合适倾角能够有效提高输出性能. Wang 等^[28] 在考虑悬臂梁几何非线性 (GNL) 和引力效应 (GE) 的基础上, 建立分布式参数模型, 研究表明: 较低激励下, 具有 GNL 和 GE 的三稳态压电俘能器具有非对称势阱, 能够提升俘能器输出性能. Cao 等^[29] 分析了几何参数对三稳态压电俘能器势阱深度的影响, 较浅的势阱能够有效拓宽工作频带并且提升低频环境下的俘能性能. 由于环境中的激励具有多方向的特点, 采用直梁结构的压电俘能器难以在多方向激励环境中实际应用. Chen 等^[30] 通过仿真发现引入拱形结构的压电悬臂梁应变分布更加均匀, 有利于提高能量转换效率和电压输出. Zhao 等^[31] 设计了一种弧形梁俘能器, COMSOL 仿真表明弧形梁能够响应来自不同方向的激励. 针对曲梁的研究^[32-33]表明: 采用曲梁结构的俘能器有着良好的输出性能, 且曲梁可拉伸变形, 有望实现多方向的能量俘获.

引入非线性磁场的压电俘能器结构简单, 较传

统线性结构有着更宽的工作频带. 本文针对煤矿井下无线监测节点供电需求, 为适应采掘激励低频、多方向等特点, 引入拱形结构, 设计一种线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器, 建立线形-拱形组合梁式压电俘能器动力学模型, 借助数值仿真从时域角度分析了俘能器磁铁水平间距、垂直间距和激励加速度对动力学响应特性的影响规律, 并搭建实验平台, 验证理论分析的正确性, 研究可为线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器的优化设计提供理论指导.

1 三稳态压电俘能器结构

如图 1 为线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器结构示意图, 结构由线形-拱形组合梁、柔性压电材料 PVDF 和磁铁 A, B, C 组成. 线形-拱形组合梁上黏贴 PVDF, 外接负载电阻 R , 磁铁 A 固定于组合梁末端, 磁铁 B, C 对称布置于 X 轴两侧, 磁铁 A 与磁铁 B, C 间水平距离为 d , 磁铁 B, C 的垂直间距为 $2d_g$. 图中组合梁在 X 轴方向长度为 L , 组合梁宽度为 b , 厚度 h_s , 线形部分长度 L_1 , 拱形部分半径和弦长分别为 r 和 $2r$, 黏贴在组合梁上的 PVDF 宽度与组合梁一致, 厚度为 h_p , $w(L, t)$ 为悬臂梁末端在 t 时刻的振动位移.

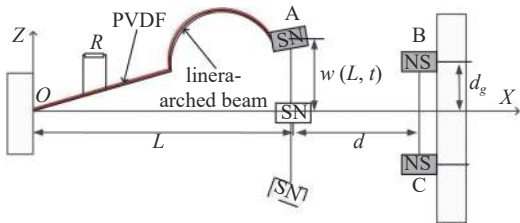


图 1 线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器结构示意图
Fig. 1 Schematic diagram of linear-arch beam TPEH

2 三稳态压电俘能器动力学模型

2.1 非线性磁力建模

为准确分析压电悬臂梁振动特性, 需要确定其末端受到的非线性磁力大小, 磁铁 A, B, C 间的几何关系如图 2 所示, 本文采用磁偶极子模型描述非线性磁力, 磁铁 B 在磁铁 A 处产生的磁通密度为^[34]

$$B_{BA} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{M_B r_{BA}}{\|r_{BA}\|_2^3} \quad (1)$$

式中, μ_0 为真空磁导率, ∇ 为向量梯度, r_{BA} 为磁铁 B 到 A 的方向向量, M_B 为磁偶极子 B 的磁矩.

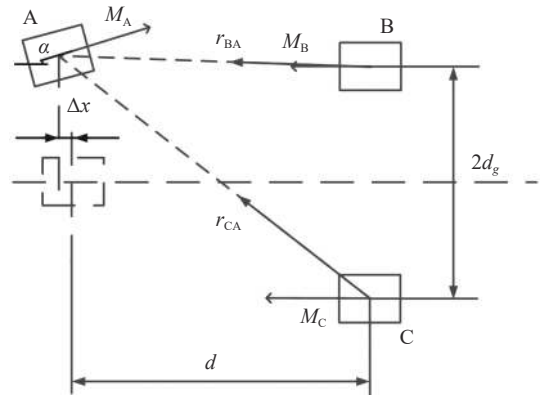


图 2 非线性磁力模型

Fig. 2 Nonlinear magnetic force model

磁铁 B 在磁铁 A 处产生的势能为

$$U_{BA} = -B_{BA} \cdot M_A \quad (2)$$

式中, M_A 为磁偶极子 A 的磁矩.

Δx 为磁铁 A 的水平位移, 由于磁铁尺寸相较于组合梁尺寸小, 所以 $\Delta x \approx 0$, 有 $l_a \sin \alpha \ll w(L, t)$, $\alpha = \arctan w'(L, t)$, 可得^[35-36]

$$\left. \begin{aligned} r_{BA} &= -d \cdot i + f \cdot j \\ M_A &= m_A V_A \cos \alpha \cdot i + m_A V_A \sin \alpha \cdot j \\ M_B &= -m_B V_B \cdot i \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{[w'(L, t)]^2 + 1}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, 分别 i 和 j 为 X 和 Z 轴方向的单位向量, m_A 和 m_B 分别表示磁铁 A, B 的磁化强度, V_A 和 V_B 表示磁铁 A, B 的体积. 将式 (1) 和式 (3) 代入式 (2) 可得

$$U_{BA} =$$

$$\frac{\mu_0 m_A V_A m_B V_B}{\sqrt{[w'(L, t)]^2 + 1} (d^2 + f_{BA}^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot \frac{1}{4\pi} [-f_{BA}^2 + 2d^2 - 3d f_{BA} w'(L, t)] \quad (4)$$

式中, $f_{BA} = w(L, t) - d_g$.

同理, 磁铁 C 在磁铁 A 处产生的势能

$$U_{CA} =$$

$$\frac{\mu_0 m_A V_A m_C V_C}{\sqrt{[w'(L, t)]^2 + 1} (d^2 + f_{CA}^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot \frac{1}{4\pi} [-f_{CA}^2 + 2d^2 - 3d f_{CA} w'(L, t)] \quad (5)$$

式中, $f_{CA} = w(L, t) + d_g$.

磁铁 B, C 在组合梁末端磁铁 A 处产生的总势能

$$U_m = U_{BA} + U_{CA} \quad (6)$$

因此磁铁 A 受到的非线性磁力

$$F_m = \frac{\partial U_m}{\partial w(L, t)} \quad (7)$$

2.2 线形-拱形组合梁恢复力

采用 YLK-10 测力计测量线形-拱形组合梁在 Z 轴方向的恢复力大小, 多次测量取平均值. 如图 3 所示为组合梁非线性恢复力的实验测量和拟合结果, 采用多项式拟合得到恢复力的表达式

$$F_r = 56\,681.2w(L, t)^3 - 254.586w(L, t)^2 + 14w(L, t) \quad (8)$$

式中, $w(L, t)$ 是组合梁末端在 t 时刻沿 Z 轴的位移.

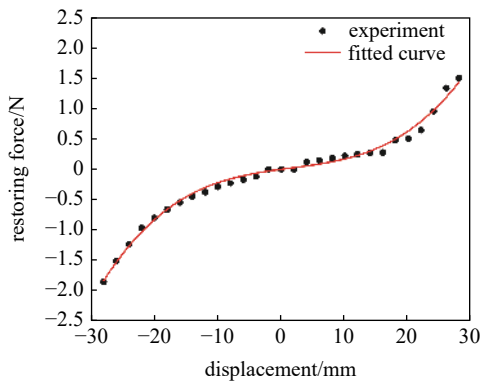


图 3 线形-拱形组合梁位移-恢复力曲线图

Fig. 3 Nonlinear restoring force of linear-arch beam

从图 3 中可以看出, 线形-拱形组合梁不同于传统的直梁, 其恢复力具有非线性, 以 $w(L, t) = 0$ 为悬臂梁的平衡位置, 组合梁在平衡位置两侧的恢复力大小并不相等, 这是由于拱形部分的存在, 其曲率变小时恢复力比曲率变大时要小.

2.3 压电俘能器动力学方程

为确定组合梁的振动位移 $w(x, t)$. 使用 Rayleigh-Ritz 法将组合梁的振动位移展开

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \quad (9)$$

其中, i 为组合梁的振动模态阶数, $\varphi_i(x)$ 表示组合梁的第 i 阶模态函数, $q_i(t)$ 表示第 i 个广义模态坐标.

由于环境中的激励以低频为主, 组合梁的一阶模态弯曲振动起主导作用, 因此本文仅考虑组合梁

的一阶模态. 对于线形-拱形组合梁, 由于结构复杂, 难以获取模态函数解析表达式, 由于其一端夹紧固定于基座之上, 另一端自由, 使用容许函数表示模态函数^[37]

$$\varphi(x) = 1 - \cos\left[\frac{(2i-1)\pi x}{2L}\right] \quad (10)$$

采用拉格朗日方程建立线形-拱形组合梁的运动方程

$$L_a(x, t) = T_S + T_P + T_M + W_P - U_r - U_M \quad (11)$$

式中, T_S , T_P , T_M 分别为金属基层、压电层和末端磁铁的动能, W_P 为 PVDF 的电能, U_r 为线形-拱形组合梁压电悬臂梁势能, U_M 为组合梁末端磁铁与外部磁铁之间作用力产生的势能.

金属基层和压电层的动能和组合梁的势能可表示为

$$T_S = \frac{1}{2} \rho_S A_S \int_0^L [\dot{w}(x, t) + \dot{z}(t)]^2 dx \quad (12)$$

$$T_P = \frac{1}{2} \rho_P A_P \int_0^L [\dot{w}(x, t) + \dot{z}(t)]^2 dx \quad (13)$$

$$U_r = \int F_r dq(t) \quad (14)$$

式中, “.” 为表示 t 求导, ρ_S 为金属基层的密度, A_S 为金属基层的横截面积, ρ_P 为压电层的密度, A_P 为压电层的横截面积, $z(t)$ 为基座振动位移.

组合梁末端磁铁的动能为

$$T_M = \frac{1}{2} M_t [\dot{w}(L, t) + \dot{z}(t)]^2 + \frac{1}{2} I_t \left[\frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t \partial x} \right]^2 \quad (15)$$

式中 M_t 为磁铁的质量, I_t 为磁铁的转动惯量.

压电层在 Z 方向的电场强度 E_3 和电位移 D_3 可由压电材料的本构方程给出

$$E_3 = -\frac{v(t)}{h_p} \quad (16)$$

$$D_3 = e_{31} S_1 + \epsilon_{33}^S E_3 \quad (17)$$

式中 $S_1 = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}$, e_{31} 是机电耦合系数, ϵ_{33}^S 是介电常数.

当组合梁受激振动形变, 金属基层上的 PVDF 随之形变, 由压电效应产生电能

$$W_P = \frac{1}{2} \int_{V_P} E_3 D_3 dV_P$$

$$= \frac{1}{4} e_{31} b (h_s + h_p) v(t) \frac{\partial w(L, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} C_P v^2(t) \quad (18)$$

$$\text{式中 } C_P = \frac{bL \epsilon_{33}^S}{h_p}.$$

结合非线性磁力、恢复力的分析, 根据欧拉-伯努利梁理论和基尔霍夫定律可得线形-拱形组合梁的系统动力学方程

$$M\ddot{q}(t) + 2\delta\omega\dot{q}(t) + F_r - \theta v(t) + F_M = -\beta\ddot{Z}(t) \quad (19)$$

$$\theta\dot{q}(t) + C_P\dot{v}(t) + \frac{v(t)}{R} = 0 \quad (20)$$

式中

$$M = (\rho_S A_S + \rho_P A_P) \int_0^L \varphi(x)^2 dx +$$

$$M_t \varphi(L)^2 + I_t \varphi'(L)^2 \quad (21)$$

$$\theta = \frac{1}{2} e_{31} b (h_s + h_p) \varphi'(L) \quad (22)$$

$$\beta = (\rho_S A_S + \rho_P A_P) \int_0^L \varphi(x) dx + M_t \varphi(L) \quad (23)$$

式中, “ $\varphi'(L)$ ”为对 x 求导.

3 三稳态压电俘能器动力学分析

3.1 势能和磁力分析

表 1 给出了三稳态压电俘能器中组合梁和磁铁的结构、材料参数.

表 1 三稳态压电俘能器结构和材料参数

Table 1 Structure and material parameters of TPEH

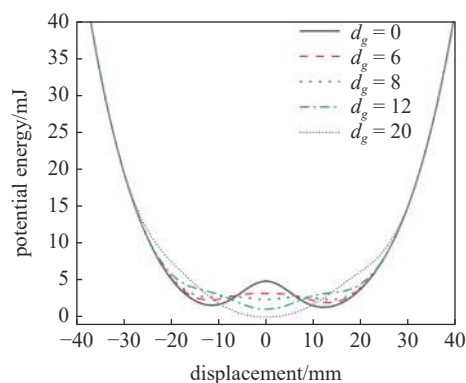
	Parameter	Value
linear-arch beam	L_1/mm	20
	h_s/mm	0.2
	b/mm	8
	r/mm	10
	density/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	8300
	Young's modulus/($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)	1.28×10^{11}
PVDF	permittivity constant/($\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$)	1.10×10^{-10}
	Young's modulus/($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)	3×10^9
	density/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	1780
	h_p/mm	0.11
magnet	structure size/mm	$10 \times 10 \times 5$
	$\mu_0/(\text{H}\cdot\text{m}^{-1})$	$4\pi \times 10^{-7}$

系统总势能为

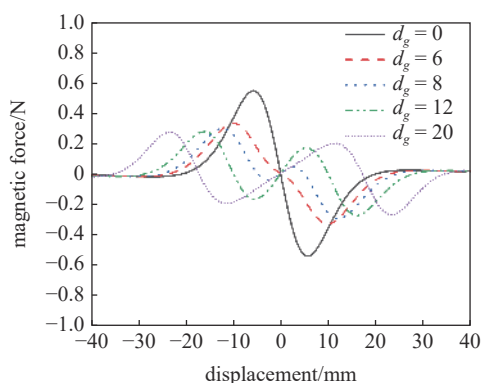
$$U = U_M - U_r \quad (24)$$

由式 (24) 可知, 水平磁距 d 和垂直磁距 d_g 对系统势能和磁力起决定性的影响, 本节将通过仿真分析上述参数对系统势能和磁力的影响.

图 4 显示了 $d = 16 \text{ mm}$, d_g 分别为 0 mm , 6 mm , 8 mm , 12 mm 和 20 mm 时压电俘能器系统势能和磁力仿真结果. 由图 4(a) 所示结果可知, 保持 d 不变的情况下, 随着 d_g 的逐渐增大, 系统势能曲线依次呈现双势阱、三势阱和单势阱. 当 $d_g = 0 \text{ mm}$ 时, 外部磁铁 B, C 重合在一起, 系统势能曲线有两个势阱, 此时俘能器为双稳态系统, 但两个势阱的深度和宽度都较大, 低激励下系统难以克服势垒的阻碍实现双稳态运动. 当 d_g 增至 6 mm , 系统势能曲线的两个势阱深度变浅, 宽度变窄, 低激励下的俘能器能够实现双稳态运动. 随着 d_g 的增大, 系统势能曲线由两个势阱向 3 个势阱转变, 系统中间势阱深度逐渐变深, 宽度增加, 两侧势阱深度逐渐变浅, 宽度减小. 从



(a) d_g 对系统势能的影响
(a) The influence of d_g on the potential energy



(b) d_g 对磁力的影响
(b) The influence of d_g on the magnetic force

图 4 d_g 对系统势能和磁力的影响

Fig. 4 The influence of d_g on potential energy and magnetic force

图 4(b) 可以看出, 随着 d_g 的增大磁力逐渐减小, 组合梁摆脱磁力约束所需的能量也越少。

图 5 显示了 $d_g = 0$ mm, d 分别为 0 mm, 10 mm, 13 mm, 15 mm 和 22 mm 时压电俘能器系统势能和磁力仿真结果, 如图 5(a) 所示: 随着 d 的逐渐减小, 系统势能曲线由单势阱变为三势阱, 势阱深度随着 d 的减小逐渐增大。 $d = 0$ mm 时, 势能曲线的 3 个势阱较深, 只有当外部激励较大时, 才能够使系统在阱间

运动, 实现三稳态运动。由图 5(b) 所示结果可知, 随着 d 的逐渐减小, 组合梁末端磁铁与外部两磁铁间作用力逐渐变大, 磁铁间作用力增强, 组合梁摆脱磁力约束所需的激励越大。从图 6(a) 和 5(a) 中可以看出, 当势能曲线出现 3 个势阱时, 位于外侧的两个势阱深度不同, 这是由于组合梁恢复力不对称导致的非对称势阱。

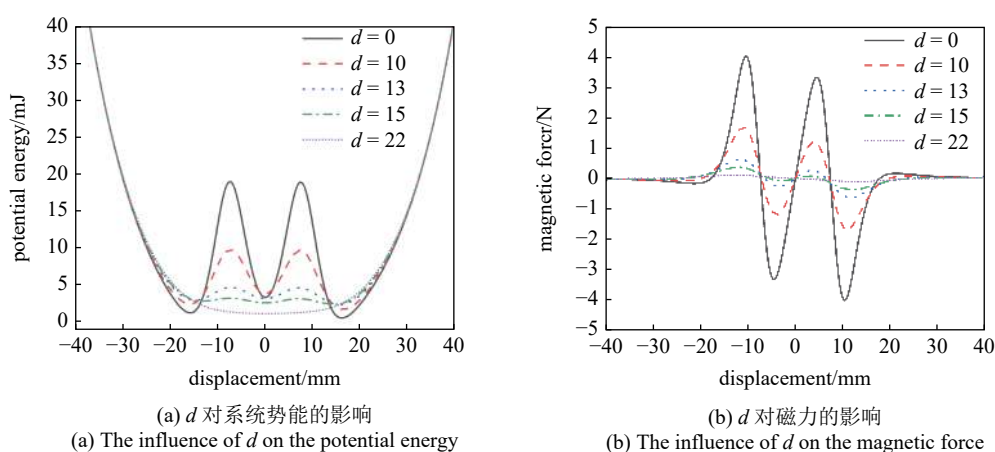


图 5 d 对系统势能和磁力的影响

Fig. 5 The influence of d on potential energy and magnetic force

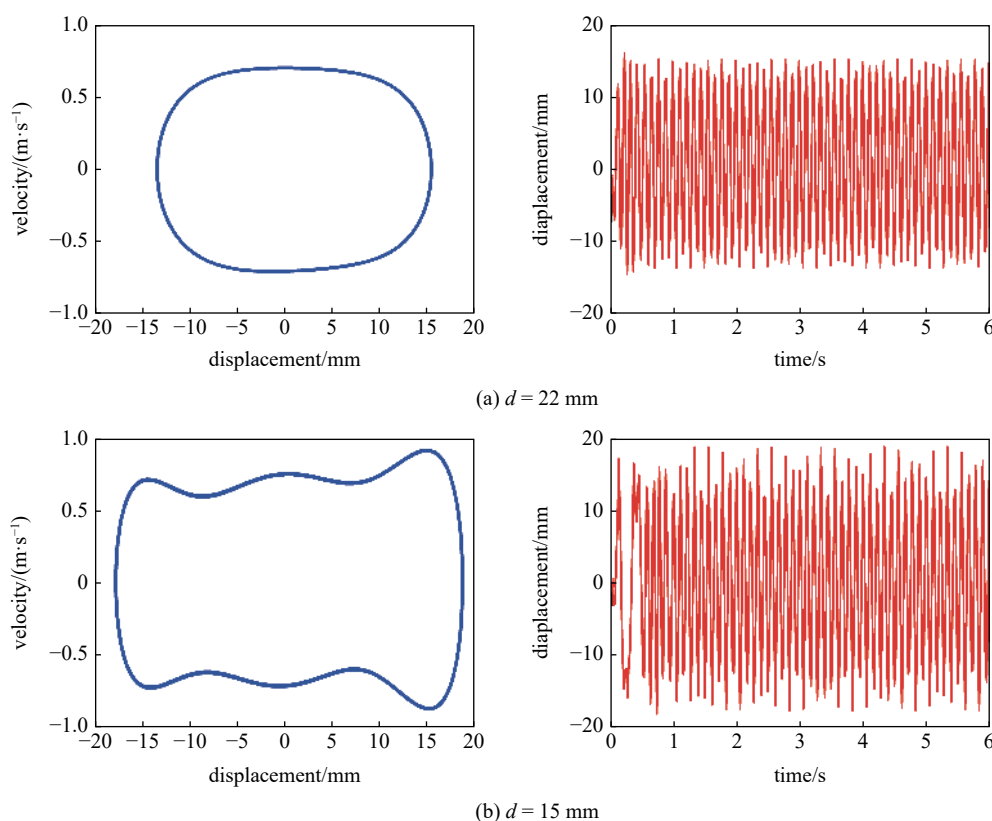
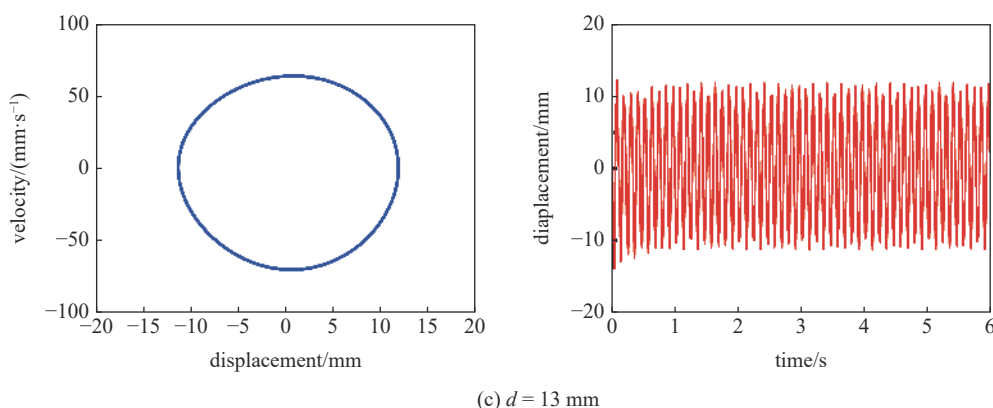


图 6 不同水平间距 d 下的系统相图和时间-位移图

Fig. 6 Phase portrait and time-displacement diagram of different magnetic distance d

图 6 不同水平间距 d 下的系统相图和时间-位移图 (续)Fig. 6 Phase portrait and time-displacement diagram of different magnetic distance d (continued)

3.2 系统动力学特性分析

系统势能和磁力分析结果表明: 磁铁间距对系统势能和磁力有着显著影响, 一定激励条件下, 调整磁铁间距能够使系统实现不同的运动状态, 当磁铁间距较小时, 磁铁 A 与磁铁 B、C 间作用力较大, 此时势阱较深, 低水平的激励下, 系统难以越过势垒, 脱离势阱较深的位置. 因此, 合理的选择磁铁间距显得尤为重要, 本节将对磁铁水平间距 d 、垂直间距 d_g 和激励加速度 a 对系统动力学响应特性的影响规律进行探究.

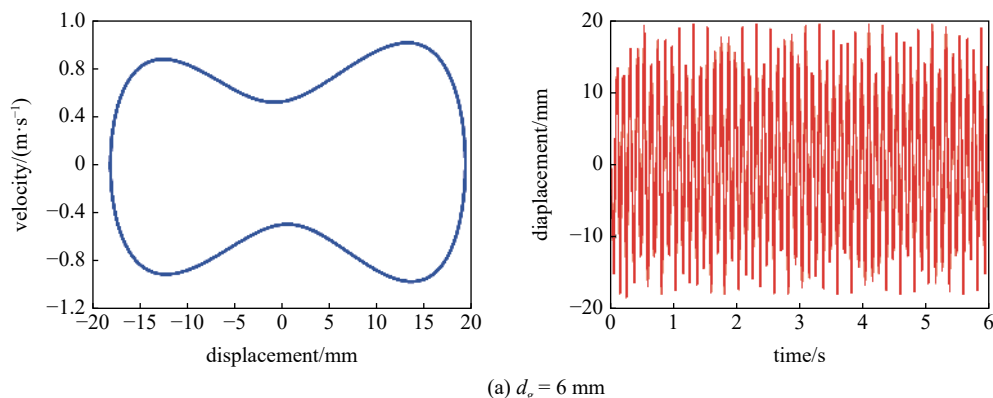
3.2.1 水平间距 d 对系统动力学特性的影响

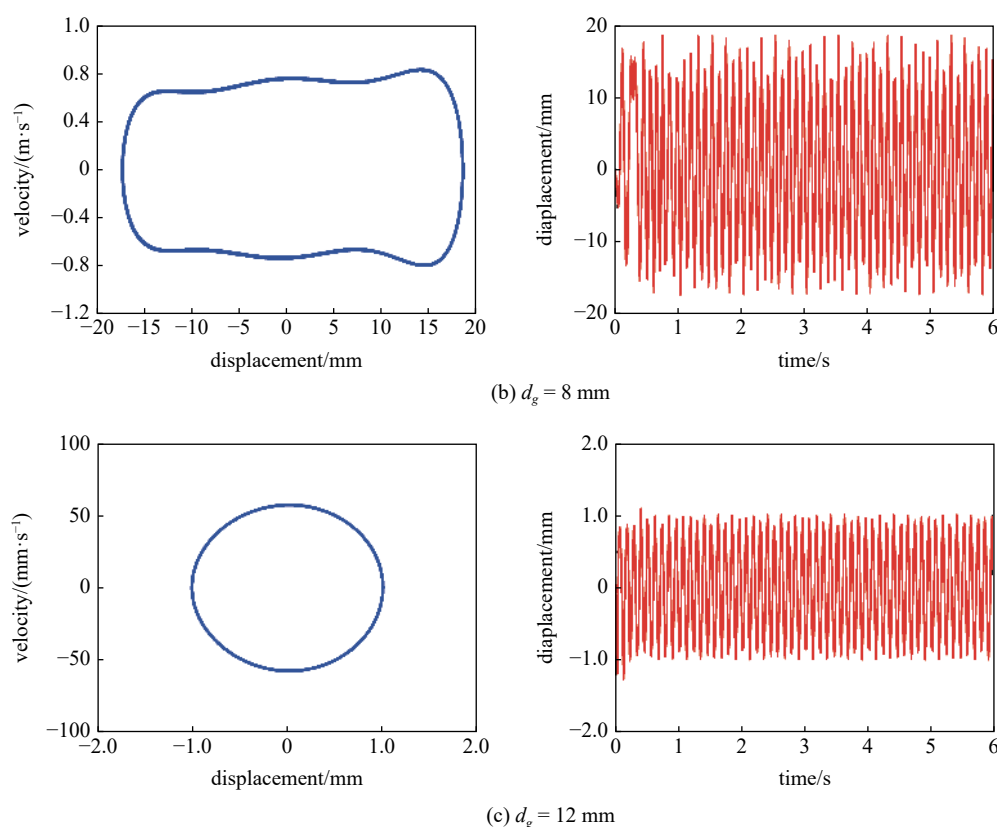
当 $a = 12 \text{ m/s}^2$, $d_g = 8 \text{ mm}$, $f = 9 \text{ Hz}$, d 分别为 22 mm , 15 mm , 13 mm . 如图 6 所示为压电俘能器的位移-速度相图和时间-位移图. 从图 6(a) 可以看出, 当磁铁水平间距 $d = 22 \text{ mm}$ 时, 由于此时磁力较小, 磁力对组合梁几乎不产生约束作用, 压电俘能器表现出单稳态运动特性. 当水平间距 $d = 15 \text{ mm}$, 结合图 5 可知, 磁铁间作用力增大, 磁力作用下系统出现

3 个势阱, 且势阱深度较浅, 因此系统能够轻易越过势垒, 如图 6(b) 所示, 组合梁末端在 3 个平衡位置之间往复运动, 系统实现三稳态运动, 组合梁的振动位移幅值大幅提高, 达到 18 mm . 当 d 减小至 13 mm , 由于磁铁之间作用力较大, 组合梁难以摆脱磁力束缚, 如图 6(c) 所示, 系统表现出单稳态特性, 在中心平衡点附近作小幅值的周期运动, 此时系统响应位移、振动速度和输出电压都非常小.

3.2.2 垂直间距 d_g 对系统动力学特性的影响

取 $a = 12 \text{ m/s}^2$, $d = 16 \text{ mm}$, $f = 9 \text{ Hz}$, d_g 分别为 6 mm , 8 mm 和 12 mm . 压电俘能器的位移-速度相图和时间-位移图如图 7 所示. 通过调整磁铁垂直间距 d_g , 系统具有不同的动力学特性, 随着 d_g 的增大, 系统依次经历双稳态、三稳态和单稳态 3 种运动状态. 如图 7(a) 所示, 当 $d_g = 6 \text{ mm}$, 磁力作用下系统具有两个势阱, 在给定激励下系统能够在阱间往复运动实现双稳态运动. 当 $d_g = 8 \text{ mm}$, 如图 7(b) 所示, 系统作三稳态运动, 在 3 个稳定位置间往复运动, 俘能器的

图 7 不同垂直间距 d_g 下的系统相图和时间-位移图Fig. 7 Phase portrait and time-displacement diagram of different magnetic distance d_g

图 7 不同垂直间距 d_g 下的系统相图和时间-位移图 (续)Fig. 7 Phase portrait and time-displacement diagram of different magnetic distance d_g (continued)

响应位移和输出性能都较高。随着磁铁间距的增大, 如图 7(c) 所示, 磁铁作用力减小, 系统表现出单稳态特征, 组合梁末端仅在中间平衡点附近作小幅值的周期运动。

3.2.3 激励加速度 a 对系统动力学特性的影响

取 $d = 15 \text{ mm}$, $d_g = 8 \text{ mm}$, $f = 9 \text{ Hz}$, 研究激励加速度 a 对系统动力学特性的影响规律。如图 8 所示为 5 m/s^2 , 7 m/s^2 和 12 m/s^2 的位移-速度相图和时间-位移图。当 $d = 15 \text{ mm}$, $d_g = 8 \text{ mm}$, 系统势能曲线

具有 3 个势阱, 但系统并不能在任意激励加速度下实现三稳态, 当 $a = 5 \text{ m/s}^2$, 系统不能越过势垒, 只能在中间稳定位置附近作小幅周期运动。当 $a = 7 \text{ m/s}^2$, 系统获得的动能增加, 响应位移相较于 $a = 5 \text{ m/s}^2$ 时有所增大, 但不足以使系统越过两侧的势阱, 仍然在中间稳定位置附近作阱内运动。当加速度增大至 $a = 12 \text{ m/s}^2$, 系统能够越过两侧的势垒, 在 3 个势阱间运动, 实现三稳态运动, 此时系统的响应位移和输出性能都将大幅提高。

从图 6 ~ 图 8 可以看出, 组合梁运动至两侧稳定位置时速度不相等, 这是由于线形-拱形组合梁非线性恢复力的不对称性所致。

4 实验验证

为验证俘能器动力学特性理论分析的正确性, 根据表 1 所示结构参数制作压电俘能器样机并搭建实验平台进行实验验证, 如图 9 所示, 实验平台由: 计算机、振动控制器、功率放大器、振动台、激光测振仪、COCO80 采集仪、线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器及基座组成。实验中, 通过计算机设

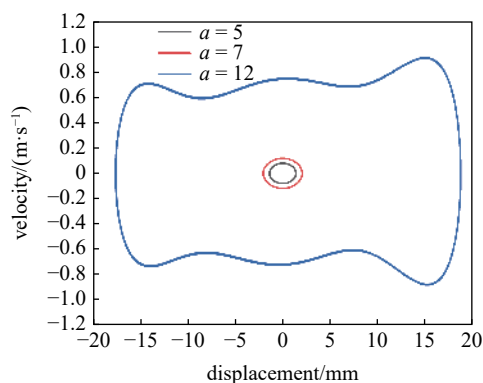


图 8 不同激励加速度下的系统相图

Fig. 8 Phase portrait of different excitation acceleration

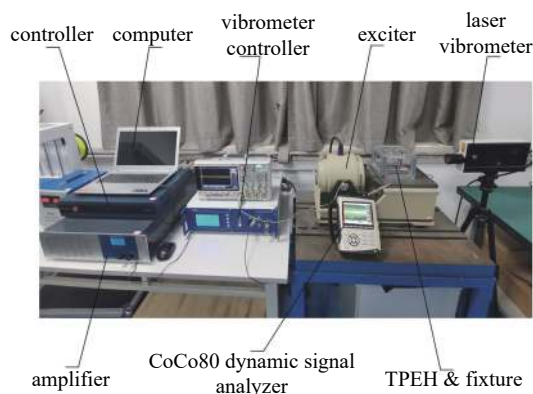


图9 实验平台

Fig. 9 Experimental platform

置激励条件,由振动控制器发出激励信号,经由功率放大器输出至振动台,振动台按照预设的激励信号运行,使用激光测振仪实时测量组合梁拱形部分的响应速度。

图10所示是 $d = 15\text{ mm}$, $d_g = 8\text{ mm}$, $f = 9\text{ Hz}$, 激励加速度分别为 5 m/s^2 , 7 m/s^2 和 12 m/s^2 时的线形-拱形组合梁位移-速度的实验结果。如图10(a)和图10(b)所示,当 $a = 5\text{ m/s}^2$ 时,位移幅值为 1.8 mm ,随着激励加速度的增大,位移幅值随之增大,当 $a =$

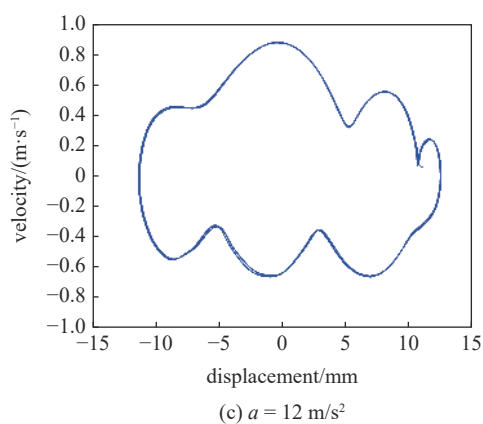
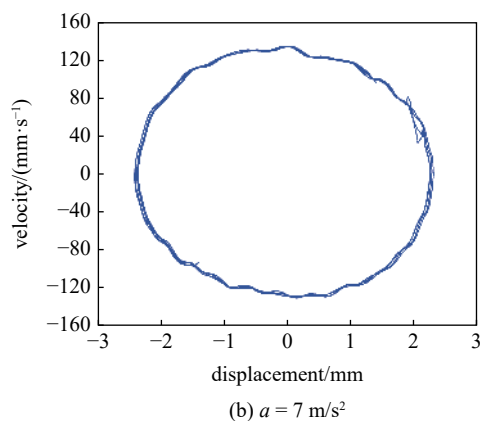
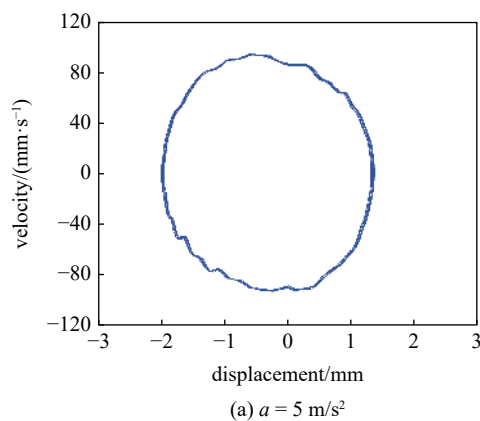


图10 不同激励加速度下的实验相图

Fig. 10 Experimental phase diagrams under different excitation accelerations

7 m/s^2 时,位移幅值为 2.5 mm ,表明在较低的激励下,系统无法越过两侧势垒,只能在阱内作周期运动。图10(c)是 7 m/s^2 下的俘能器位移-速度相图,此时系统能够越过势垒,表现出三稳态运动特征。

低激励下的实验结果与仿真结果较为吻合,但随着激励的增大,特别是当系统作三稳态运动时,由于组合梁形变较大,实验与仿真结果之间存在误差,其主要原因有:(1)线形-拱形组合梁压电俘能器样机制作产生的加工误差,造成实验条件与仿真存在偏差;(2)实验得到的相图倾斜明显,而仿真得到的相图倾斜并不明显,这是由于仿真中未考虑重力因素,且实验中由于拱形部分的存在,难以精准测量其形变位移,导致激光测振仪测量的数据存在偏差。

5 结论

本文针对线形-拱形组合梁式三稳态压电俘能器,基于拉格朗日方程建立了动力学模型,使用4阶龙格-库塔算法对动力学方程进行数值求解,分析了不同磁距对系统特征,初步揭示了不同加速度对系统动力学性能的影响规律,通过实验验证了理论分析的正确性。仿真与实验得到以下主要结论。

(1)保持 d_g 不变时,通过改变 d ,系统能够构成单稳态系统和三稳态系统。保持 d 不变时,增大 d_g ,系统将依次构成双稳态、三稳态和单稳态系统。当系统作三稳态运动时,系统振动响应位移将明显提高,特别地,当 $d = 16\text{ mm}$, $d_g = 8\text{ mm}$ 时,系统势能曲线有3个势阱,且势阱深度较浅,宽度较为一致,这有利于系统在低激励下产生大幅响应,并提高俘能

器输出性能。

(2) 随着激励水平的提高, 系统更易越过势垒实现阱间运动, 俘能器响应位移随之增大。

(3) 线形-拱形组合梁的非对称恢复力导致势能曲线呈现非对称势阱, 这为低激励环境中的俘能器应用提供了新的解决思路。

参 考 文 献

- Li K, Xie Z, Zeng D, et al. Power cable vibration monitoring based on wireless distributed sensor network. *Procedia Computer Science*, 2021, 183: 401-411
- Joris L, Dupont F, Laurent P, et al. An autonomous sigfox wireless sensor node for environmental monitoring. *IEEE Sensors Letters*, 2019, 3(7): 1-4
- Fang L, Peng L. Design and research on wireless intelligent monitoring system for sewage pipeline leakage of textile mill. *Microprocessors and Microsystems*, 2021, 81: 103734
- 元有超, 赵俊青, 张弛. 微纳振动能量收集器研究现状与展望. *机械工程学报*, 2020, 56(13): 1-15 (Qi Youchao, Zhao Junqing, Zhang Chi. Review and prospect of micro-nano vibration energy harvesters. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(13): 1-15 (in Chinese))
- Tang X, Wang X, Cattley R, et al. Energy harvesting technologies for achieving self-powered wireless sensor networks in machine condition monitoring: A review. *Sensors*, 2018, 18(12): 4113
- Ahmad I, Hee LM, Abdelrhman AM, et al. Scopes, challenges and approaches of energy harvesting for wireless sensor nodes in machine condition monitoring systems: A review. *Measurement*, 2021, 183: 109856
- Yang Z, Zhou S, Zu J, et al. High-performance piezoelectric energy harvesters and their applications. *Joule*, 2018, 2(4): 642-697
- 高扬, 穆继亮, 何剑等. 煤机设备无线自供电状态监测系统. *机械工程学报*, 2020, 56(13): 41-49 (Gao Yang, Mu Jiliang, He Jian, et al. Wireless self-powered condition monitoring system for coal machine equipment. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(13): 41-49 (in Chinese))
- Yu L, Tang L, Yang T. Piezoelectric passive self-tuning energy harvester based on a beam-slider structure. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 489: 115689
- 曹东兴, 马鸿博, 张伟. 附磁压电悬臂梁流致振动俘能特性分析. *力学学报*, 2019, 51(4): 1148-1155 (Cao Dongxing, Ma Hongbo, Zhang Wei. Energy harvesting analysis of a piezoelectric cantilever beam with magnets for flow-induced vibration. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4): 1148-1155 (in Chinese))
- 何燕丽, 赵翔. 曲梁压电俘能器强迫振动的格林函数解. *力学学报*, 2019, 51(4): 1170-1179 (He Yanli, Zhao Xiang. Closed-form solutions for forced vibrations of curved piezoelectric energy harvesters by means of Green's functions. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4): 1170-1179 (in Chinese))
- Abdelkefi A, Nayfeh AH, Hajj MR. Global nonlinear distributed-parameter model of parametrically excited piezoelectric energy harvesters. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 67(2): 1147-1160
- Yildirim T, Ghayesh MH, Li W, et al. A review on performance enhancement techniques for ambient vibration energy harvesters. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, 71: 435-449
- 芮小博, 李一博, 曾周末. 压电悬臂梁振动能量收集器研究进展. *振动与冲击*, 2020, 39(17): 112-123 (Rui Xiaobo, Li Yibo, Zeng Zhoumo. Research progress of piezoelectric cantilever vibration energy collector. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(17): 112-123 (in Chinese))
- Li P, Liu Y, Wang Y, et al. Low-frequency and wideband vibration energy harvester with flexible frame and interdigital structure. *AIP Advances*, 2015, 5(4): 047151
- Liu D, Al-Haik M, Zakaria M, et al. Piezoelectric energy harvesting using L-shaped structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2018, 29(6): 1206-1215
- Zhou S, Hobeck JD, Cao J, et al. Analytical and experimental investigation of flexible longitudinal zigzag structures for enhanced multi-directional energy harvesting. *Smart Materials and Structures*, 2017, 26(3): 035008
- Rezaei M, Khadem SE, Firoozy P. Broadband and tunable PZT energy harvesting utilizing local nonlinearity and tip mass effects. *International Journal of Engineering Science*, 2017, 118: 1-15
- Mak KH, McWilliam S, Popov AA, et al. Performance of a cantilever piezoelectric energy harvester impacting a bump stop. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(25): 6184-6202
- 陈孝玉, 张旭辉, 左萌等. 拱形-线形非线性磁力耦合压电俘能器建模与特性分析. *振动与冲击*, 2021, 40(9): 110-119 (Chen Xiaoyu, Zhang Xuhui, Zuo Meng, et al. Modeling and characteristic analysis of arch-thready nonlinear magnetic coupled piezoelectric energy harvester. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(9): 110-119 (in Chinese))
- Wang W, Cao J, Bowen CR, et al. Multiple solutions of asymmetric potential bistable energy harvesters: numerical simulation and experimental validation. *The European Physical Journal B*, 2018, 91(10): 1-9
- Sun S, Leng Y, Su X, et al. Performance of a novel dual-magnet tristable piezoelectric energy harvester subjected to random excitation. *Energy Conversion and Management*, 2021, 239: 114246
- Zou D, Liu G, Rao Z, et al. Design of a multi-stable piezoelectric energy harvester with programmable equilibrium point configurations. *Applied Energy*, 2021, 302: 117585
- Zhou S, Cao J, Inman DJ, et al. Broadband tristable energy harvester: modeling and experiment verification. *Applied Energy*, 2014, 133: 33-39
- Zhu P, Ren X, Qin W, et al. Theoretical and experimental studies on the characteristics of a tri-stable piezoelectric harvester. *Archive of Applied Mechanics*, 2017, 87(9): 1541-1554
- Leng Y, Tan D, Liu J, et al. Magnetic force analysis and performance of a tri-stable piezoelectric energy harvester under random excitation. *Journal of sound and vibration*, 2017, 406: 146-160
- Jung J, Kim P, Lee JI, et al. Nonlinear dynamic and energetic characteristics of piezoelectric energy harvester with two rotatable external magnets. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, 92: 206-222

- 28 Wang G, Zhao Z, Liao WH, et al. Characteristics of a tri-stable piezoelectric vibration energy harvester by considering geometric nonlinearity and gravitation effects. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 138: 106571
- 29 Cao J, Zhou S, Wang W, et al. Influence of potential well depth on nonlinear tristable energy harvesting. *Applied Physics Letters*, 2015, 106(17): 173903
- 30 Chen X, Zhang X, Wang L, et al. An arch-linear composed beam piezoelectric energy harvester with magnetic coupling design, modeling and dynamic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 2021: 116394
- 31 Zhao J, Yang J, Lin Z, et al. An arc-shaped piezoelectric generator for multi-directional wind energy harvesting. *Sensors and Actuators A:Physical*, 2015, 236: 173-179
- 32 吴吉, 章定国, 黎亮等. 带集中质量的旋转柔性曲梁动力学特性分析. *力学学报*, 2019, 51(4): 1134-114 (Wu Ji, Zhang Dingguo, Li Liang, Chen Yuanzhao, Qian Zhenjie. Dynamic characteristics analysis of a rotating flexible curved beam with a concentrated mass. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4): 1134-114 (in Chinese))
- 33 Zhou W, Wang B, Lim CW, et al. A distributed-parameter electromechanical coupling model for a segmented arc-shaped piezoelectric energy harvester. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 146: 107005
- 34 张旭辉, 赖正鹏, 吴中华等. 新型双稳态压电振动俘能系统的理论建模与实验研究. *振动工程学报*, 2019, 32(1): 87-96 (Zhang Xuhui, Lai Zhengpeng, Wu Zhonghua, et al. Theoretical modeling and experimental study of a new bistable piezoelectric vibration energy harvesting system. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(1): 87-96 (in Chinese))
- 35 Zhu P, Ren X, Qin W, et al. Improving energy harvesting in a tristable piezomagnetoelastic beam with two attractive external magnets subjected to random excitation. *Arch Appl Mech*, 2017, 87: 45-57
- 36 唐炜, 王小璞, 曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析. *物理学报*, 2014, 63(24): 76-89 (Tang Wei, Wang Xiaopu, Cao Jingjun. Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetism. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(24): 76-89 (in Chinese))
- 37 Erturk A, Inman DJ. *Piezoelectric Energy Harvesting*. John Wiley & Sons, 2011