2021 年 7 月

生物、工程及交叉力学

不等径颗粒间液桥力学参数及形态的试验研究

蒲 诚 刘奉银²⁾ 王劭涵 钟丽佳

(西安理工大学土木建筑工程学院,西安710048)

摘要 作为一种自然界中广泛存在的力,液桥力的研究对制药、重金属回收、颗粒分离等领域具有十分重要 的意义.利用纳米多功能拉伸试验机测量不等径颗粒间液桥拉伸过程中的液桥力--位移曲线,同时配合 CCD 工 业相机记录拉伸全过程液桥形态的变化.首先分析了液桥力--位移曲线形态、最大液桥力、断裂距离随粒径比 及液桥体积的变化规律,其次基于圆环假设及 Y-L 方程对本文试验结果的合理性进行验算,最后针对圆环假设 在液桥力计算中存在的不足分析了其原因,并结合重力对液桥形态的影响对液桥拉伸全过程的形态变化进行 了具体分析.结果表明:最大液桥力受粒径比的影响较大而受液桥体积的影响较小,与最大液桥力相反,断裂距 离受液桥体积的影响较大而受粒径比的影响较大;圆环假设可以较好地预测最大液桥力大小但对拉伸过程中 的液桥力预测不准,这是由于当液桥力达到最大值后液桥的外轮廓已不能用圆环表示;根据重力对液桥形态的 影响,将拉伸过程液桥外轮廓的变化简化为重力影响可以忽略时的圆环形--抛物线形,重力影响处于过渡阶段 或影响较小时的长轴与短轴之比不断增大的椭圆形,以及重力影响不可忽略时的"冷却塔形"--双曲线形.

关键词 液桥,不等径颗粒,液桥轮廓,试验研究

中图分类号: TU43 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-21-019

THE FORCE PARAMETER AND PROFILE CHANGE OF LIQUID BRIDGE BETWEEN TWO UNEQUAL SPHERES—AN EXPERIMENT STUDY¹⁾

Pu Cheng Liu Fengyin²⁾ Wang Shaohan Zhong Lijia

(Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract The study of liquid force, which is commonly encountered in nature, has a special meaning to crystallization, removal of heavy metals from wastewater, and particle separation in industry. The Nano UTM T150 tensile machine and CCD camera were used respectively to record the force value and the profile change of liquid bridge between two unequal particles during stretching. The influences of radius ratio and liquid volume on the liquid force-displacement curves, maximum liquid force, and rupture distance were analyzed. And the experiment results were then compared with the calculating results according to the circle hypothesis and Y-L equation. Finally, the deficiency of the circle hypothesis in calculating the liquid force was analyzed, meanwhile, combining the influence of gravity, the changes of liquid profile in the whole process of stretch were further analyzed. The results show that the maximum liquid force was greatly influenced by radius ratio while the rupture distance was influenced by liquid volume a lot. What is more, the circle hypothesis can well predict the maximum liquid force, while its prediction of liquid force

引用格式: 蒲诚, 刘奉银, 王劭涵, 钟丽佳. 不等径颗粒间液桥力学参数及形态的试验研究. 力学学报, 2021, 53(7): 2090-2099 Pu Cheng, Liu Fengyin, Wang Shaohan, Zhong Lijia. The force parameter and profile change of liquid bridge between two unequal spheres—an experiment study. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(7): 2090-2099

²⁰²¹⁻⁰¹⁻¹³ 收稿, 2021-05-13 录用, 2021-05-13 网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目 (12072260, 51679198).

²⁾ 刘奉银, 教授, 主要研究方向: 颗粒土力学, 土力学. E-mail: liufy@xaut.edu.cn

第7期

during the whole stretch is not accurate, this can be attributed to the fact that the liquid profile cannot be expressed as a ring after the liquid force reaches its maximum. Last but not least, based on the influence of gravity, the changes of liquid profile during the experiment were simplified as a circular to a quadratic parabola when the influence of gravity can be neglected; An ellipse which ratio of the long axis to the minor axis gradually increased when the influence of gravity is in the transition stage or has little impact. And a "cooling tower shape" to a hyperbolic, which upper out curvature is small and lower out curvature is large, when the influence of gravity can not be neglected.

Key words liquid bridge, unequal particles, liquid profile, experiment study

引言

作为一种自然界中广泛存在的力,液桥力的研 究被广泛运用在制药、结晶提纯、废液中重金属回 收、纸张脱墨处理等领域,开展液桥力的研究对工 业制造具有积极的作用.

对液桥的研究最早可以追溯到 20 世纪 60 年代 表面科学领域, 1925 年 Hanines 率先研究了两等径 颗粒间的液桥力的大小.在此基础上, De Bisschop 等[1]、 Lian 等^[2] 从理论角度研究了拉伸过程中两光滑球体 颗粒间液桥力的变化规律; Darabi 等^[3] 建立了两不 等径颗粒间液桥力变化及液桥断裂距离的理论计算 模型; Pitois 等^[4-5] 研究了等径颗粒间钟摆状液桥的 断裂能以及液桥拉伸过程中黏滞力的变化规律.当 液桥体积足够大时,重力对液桥力力值及液桥形态 的影响已不可忽略, Mazzone 等^[6]、Bayramli 等^[7]分 别从理论推导和数值模拟的角度研究了重力对液桥 力大小及液桥形态的影响, Farmer 和 Bird^[8] 分析了 重力影响下非轴对称液桥出现的条件. 试验研究方 面,早期的研究者主要通过微分天平和悬臂梁法测 量液桥力. Soulié等^[9] 在微分天平背板上添加一竖向 位移装置,通过拉伸过程中天平读数的变化测量颗 粒间液桥力的大小; Willett 等[10] 测量了等径及不等 径人造蓝宝石颗粒间液桥力的变化规律; Lu 等[11]、 Rossetti 等^[12]利用小挠度的悬臂装置,通过拉伸过 程中悬臂的变形来间接测量液桥力的大小.随着试 验条件的不断改进,刚性试验机被广泛运用在液桥 拉伸试验中. Bozkurt 等^[13] 研究了浸润性对等径颗 粒间液桥力的影响; Lievano 等[14]、Wang 等[15] 测量 了三颗粒间液桥拉伸过程中液桥力的变化.

虽然我国对液桥的研究起步较晚,但仍取得了 一系列丰硕的成果.刘建林等^[16]依据最小势能原理 推导了控制液桥形状的 Y-L 方程,并通过数值计算 的方法研究了不同探头周围液桥形状及液桥力的大 小;王学卫和于洋^[17]从试验结合数值模拟角度研究 了重力影响下平板间液桥的断裂距离;庄大伟等^[18]、 朱朝飞等^[19]分别从试验和理论分析的角度研究了 狭长平板间液桥形态随拉伸距离的变化规律;王辉 等^[20]从理论角度研究了液桥力对湿颗粒分离速度 和分离距离的影响,并计算了100种不同初始条件 下湿颗粒分离所需的临界速度.试验研究方面,蒲诚 等^[21]利用刚性试验机揭示了一对等径颗粒间液桥 力及形态的变化规律;余莲英等^[22]利用微分天平对 不等径颗粒间的液桥力大小进行了测量.

然而,一方面国内对液桥的研究多集中在理论 计算及数值模拟层面,从试验角度探究液桥力变化 规律的研究较少;另一方面以往的研究大多以液桥 力学参数的变化规律为研究重点,对液桥形态变化 规律的研究关注不足. 鉴于此, 本文在文献 [21] 研究 的基础上以不等径颗粒及其间液桥为研究对象,选 取不同粒径的玻璃珠,用丙三醇模拟颗粒间的液桥. 利用纳米多功能拉伸试验机测量3种粒径比、5种 液桥体积下不等径颗粒间液桥力-位移曲线,研究不 等径颗粒间最大液桥力、断裂距离随粒径比及液桥 体积的变化规律.其次,通过理论计算结果与实测结 果的比较验证试验结果的合理性.最后,针对理论计 算结果中存在的不足,通过对拉伸过程中液桥形态 变化规律的分析,对液桥的外轮廓进行更加详细的 分类假设,以弥补现有圆环假设在描述拉伸过程中 液桥外轮廓变化的局限.

1 试验方法

1.1 试验仪器

采用美国 Keysight 公司研发的 Nano UTM T150 纳米多功能试验机进行试验,如图 1 所示. 在试验机 的前侧以及左侧分别放置高清度 CCD 工业电子显 微镜,确保上下颗粒处于同一轴线上并实时记录液 桥外轮廓的变化.试验机主要由刚性外壳、减振 台、测量装置及数据采集系统组成,仪器的主要力 学参数及仪器简介见文献 [21].



1.2 试验材料

选取直径 *D* = 2.5 mm, 4 mm, 5 mm 的玻璃珠, 采用表面张力与纯水相似的有机溶剂丙三醇代替纯 水模拟颗粒间的液桥以避免水分蒸发对试验结果的 影响. 根据 Bozkurt 等^[13]的研究成果, 当颗粒分离速 度大于 4 km/s 时黏滞力对液桥力产生显著的影响, 本试验是在静态拉伸的条件下进行因而黏滞系数的 差异可以忽略. 在 20 °C 时两种液体的性质如表 1 所示, 液桥体积选定为 0.1, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5 μL.

表1	20 °C	条件下丙三醇与水的物理力学参数	Į
Tał	ble 1	Physical mechanical parameters for	

glycerol and water at 20 °C

Liquid	Density/(g·cm ⁻³)	Surface tensile/($N \cdot m^{-1}$)	Viscosity/(Pa·s)
glycerol	1.26	0.063	0.15
water	1.00	0.071	1.009×10^{-3}

1.3 试验步骤

利用空调控制室温,试验前将空调温度调至 20 °C并保持 12 h,试验时记录室内温度及湿度.采 用无水乙醇和去离子水作为清洗剂清洗玻璃珠表 面,以清除颗粒表面灰尘和消除颗粒表面静电力的 影响.用硬基质胶将清洗干净的玻璃珠固定在刚性 机械臂上及 NMAT 延长头上.采用微型移液枪在下 部颗粒球冠处注入相应体积的液体,控制上部颗粒 向下移动,待形成液桥之后反复拉伸多次使液桥趋 于稳定.保持下部颗粒恒为直径 5 mm 的玻璃珠,将 上部颗粒依次替换为直径 2.5 mm, 4 mm, 5 mm 玻璃 珠,测量并获得粒径比 n = 0.5 (上 2.5 mm, 下 5 mm), n = 0.8 (上 4 mm, 下 5 mm), 以及 n = 1 (上 5 mm, 下 5 mm)时不同液桥体积下液桥拉伸过程 中液桥力-位移曲线.同时,开启 CCD 数码相机,全 程记录液桥外轮廓的变化.具体试验操作步骤见文 献 [21],装配好的试样如图 2 所示.



图 2 试样安装示意图 Fig. 2 Diagram of specimen installation

2 试验结果分析

2.1 液桥力-位移曲线

1

根据 Gorge 法^[23], 液桥力 *F*_{liq} 由液桥气-液交界 面处表面张力产生的 *F*^o 与液桥内部基质吸力产生 的 *F*^v 两部分组成, 如式 (1) 所示, *F*^o 与 *F*^v 表达式如 式 (2) 及式 (3) 所示

$$F_{\text{liq}} = F^{\sigma} + F^{\psi} = 2\pi r_2 \sigma + \pi r_2^2 \psi \tag{1}$$

$$F^{\sigma} = 2\pi r_2 \sigma \tag{2}$$

$$F^{\psi} = \pi r_2^2 \psi \tag{3}$$

在液桥的气-液交界面处,液桥的自由变形满足 Y-L 方程

$$\psi = \sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \tag{4}$$

第7期

同时,由于本文是在刚性试验机上进行,试验初始状态为位移零点而非力零点,因此在下球冠处作用有由液体内压产生的反作用力^[21],液桥的初始受力状态如图 3 所示.

将测量得到的结果绘制在图 4 中, 图 4(a)~图 4(e) 分别表示了液桥体积为 0.1 μL, 0.25 μL, 0.5 μL, 1.0 μL, 1.5 μL 时不等径颗粒间液桥拉伸过程的液桥 力-位移曲线.

由图 4 可以看出,液桥力-位移曲线分为上升段、下降段以及突然跌落段 3 部分.需要说明的是, 早先采用微分天平以及悬臂梁法测量液桥力时,最 大液桥力出现在位移为 0 处,即液桥力-位移曲线并 未观测到上升段^[4-5,10].然而,随着刚性试验机在液 桥力测量中的大量使用,众多学者观测到最大液桥 力出现在位移较小但非零处^[9,12-13].两种液桥力-位 移曲线产生差异的原因可能在于其试验初始点的选 择不同^[21].

结合图 3 可以猜想:在曲线的上升段,液桥内部



压力随拉伸距离的增大不断消散,作用在液桥下端固-液接触面处的反作用力逐渐减小,液桥力随着液桥拉伸距离的增大不断地增大,当液桥内压消散为0时液桥力达到最大^[21].随着拉伸距离的增大,液桥的外轮廓半径 r₁增加而液桥的颈部半径 r₂减小.由式(1)可知,表面张力产生的 F^o 随拉伸距离的增加



Fig. 4 Curves of liquid force-distance

正向减小,而由基质吸力产生的 F[♥] 先正向减小,当 r₁ > r₂ 后 F[♥] 负向增加.因而液桥力整体上随着拉伸 距离的增加不断减小.在曲线的突然跌落段,液桥的 颈部半径 r₂ 减至最窄,液桥不能再承受任何形式的 拉伸,液桥突然断裂,颗粒分离.

粒径比对液桥力-位移曲线形态的影响主要集 中在曲线的上升段,当液桥体积相同时,粒径比越大 曲线上升段越明显.在曲线的下降段粒径比对液 桥力-位移曲线形态的影响较小,不同粒径的液桥 力-位移曲线形态较为接近.

2.2 最大液桥力影响分析

将不同粒径比下最大液桥力与液桥体积的关系 绘制在图 5 中.



由图 5 可以看出,等粒径比条件下随着液桥体 积的增大,最大液桥力的增加速度均经历了由快向 慢的过程并最终保持恒定的过程.当液桥体积从 0 μL增加到 0.5 μL的过程中液桥力增速较快,当液 桥体积从 0.5 μL增加到 1.0 μL的过程中液桥力增 速逐渐放缓,当液桥体积从 0.5 μL增加到 1.0 μL的 过程中液桥力基本保持不变.将液桥力增加速度由 快向慢转变所对应的液桥体积定义为界限含液量, 可以猜想当液桥体积小于界限含液量时,随液桥体 积的增加液桥力增加速度较快.当液桥体积大于界 限含液量时,随液桥体积的增加液桥力增加速度变 慢并最终保持不变,即液桥力不会无限制随液桥体 积的增加而增大.

当液桥体积相同时,颗粒间液桥力随粒径比的

增加而增大,且不同粒径比颗粒间液桥力往往呈现 带状分布.当*n*=0.5时,最大液桥力的变化范围在 0.35~0.38 mN之间;当*n*=0.8时,最大液桥力的变 化范围在 0.42~0.47 mN之间;当*n*=1.0时,最大液 桥力的变化范围在 0.49~0.58 mN之间.结合文 献 [21] 对等径颗粒间最大液桥力的研究可以看出, 相较于液桥体积,粒径、粒径比对最大液桥力的影 响更为显著,粒径、粒径比对液桥力的大小起决定 性作用,而液桥体积仅在一定范围内影响液桥力的 大小.

2.3 断裂距离的影响分析

将液桥拉伸过程中突然断裂时的拉伸距离定义 为断裂距离,将不同粒径比下液桥断裂距离与液桥 体积的关系距离绘制在图6中.



由图 6 可以看出,随着液桥体积的增加,液桥的 断裂距离经历了从快速增加到缓慢增加的过程,与 最大液桥力不同,断裂距离随着液桥体积的增加持 续增大.相较于液桥体积,粒径比对断裂距离的影响 则较小,当液桥体积较小时不同粒径比颗粒间液桥 的断裂距离相差不大,而随着液桥体积的增加,粒径 比 *n* = 0.8 时液桥的断裂距离甚至小于粒径比 *n* = 0.5 时的断裂距离.

3 理论计算

1926年 Fisher^[24] 将液桥外轮廓表示为环形,对 两理想土颗粒间的毛细作用进行了系统的分析.此 后, Gillespie 和 Settineri^[25] 在计算颗粒间液桥力、 Clark 等^[26] 在计算颗粒-平板间液桥力的过程中均 将液桥的外轮廓简化为圆形,并且假定在拉伸过程 中液桥的外轮廓为一半径不断增大的圆.自此,圆环 假设成为了液桥力计算过程中被广泛采用的假设. 基于圆环假设及 Y-L 方程,将液桥颈部半径及外轮 廓半径利用数学方程式的形式予以表示,文献 [19, 27-30] 分别对颗粒间最大液桥力进行了计算.

采用 CCD 相机自带的数值测量软件 Image View 对液桥的颈部半径以及外轮廓半径进行测量, 测量示意图如图 7 所示.实际情况中液桥的形态往往是非轴对称的,因此本文对左侧液桥外轮廓半径 和右侧液桥外轮廓半径分别予以测量,将液桥左侧 外轮廓半径表示为 *r*_{1 左},将液桥右侧外轮廓半径表示为 *r*_{1 左}.

由表 1 可知, 丙三醇的表面张力 σ = 0.063 N/m, 将表面张力及测量得到 r_{1 ±}、r_{1 τ}、r₂ 代入式 (1) ~ 式 (4), 即可得到液桥力的大小.

不同粒径比及液桥体积下液桥颈部半径、液桥 外轮廓的测量结果及液桥力的计算结果如表 2 所 示.其中 *F*_{liq 左}为 *r*_{1 左}计算得到的液桥力, *F*_{liq 右}为 *r*_{1 右}计算得到的液桥力, *F*_{liq 平均}为 *F*_{liq 左}与 *F*_{liq 右}的平 均值,实测值为液桥拉伸试验实测的最大液桥力力值.



图 7 测量示意图 Fig. 7 Diagram of measurement

将表 2 中的 F_{liq 平均}与实测值绘制在图 8 中.图 8 为不同液桥体积下,不同粒径比颗粒间最大液桥力 计算值与实测值的对比图,其中,实点与实线表示计

表 2 测量及计算结果

rable 2 Results of measurement and calculation								
Radius ratio	Liquid volume/µL	$r_{1 \text{ left}}/\text{mm}$	r _{1 right} /mm	<i>r</i> ₂ /mm	$F_{\text{liq left}}/\mu\text{N}$	$F_{\rm liqright}/\mu N$	$F_{\rm liq\ equal}/\mu N$	Experimental results/µN
	0.1	0.40	0.23	0.70	0.38	0.57	0.48	0.42
	0.25	0.41	0.48	0.85	0.52	0.47	0.49	0.45
0.8	0.5	0.45	0.44	0.90	0.53	0.54	0.54	0.47
	1.0	0.35	0.80	1.00	0.76	0.45	0.60	0.47
	1.5	0.70	0.64	1.03	0.50	0.53	0.51	0.48
0.5	0.1	0.45	0.45	0.71	0.36	0.36	0.36	0.35
	0.25	0.39	0.50	0.75	0.43	0.37	0.40	0.37
	0.5	0.41	0.50	0.79	0.46	0.40	0.43	0.38
	1.0	0.65	0.80	0.90	0.42	0.38	0.40	0.39
	1.5	0.81	0.83	1.00	0.40	0.44	0.42	0.39
1.0	0.1	0.35	0.35	0.78	0.50	0.50	0.50	0.50
	0.25	0.41	0.43	0.88	0.55	0.53	0.54	0.52
	0.5	0.50	0.48	0.99	0.58	0.60	0.59	0.55
	1.0	0.58	0.63	1.08	0.61	0.58	0.60	0.58
	1.5	0.64	0.70	1.12	0.61	0.58	0.59	0.58

报

力





算值 F_{liq平均}, 虚点与虚线表示实测值. 由图 8 可以看出, 基于圆环理论及 Y-L 方程计算得到的液桥力大小与液桥拉伸试验实测得到的液桥力大小相差不大, 从理论角度证明了本文试验结果的合理性.

虽然利用圆环假设可以较好地预测最大液桥力 的大小,但仍存在一些问题.一方面在多数情况下计 算值的大小稍大于实测值,结合对 $r_{1\pm}$ 和 $r_{1\pm}$ 的测量 结果的分析可知,这主要是由于圆环假设是基于轴 对称液桥展开的,而在实际情况中液桥的形态大多 是非轴对称的.当液桥的实际形态越接近理论形态,即 $r_{1\pm}$ 与 $r_{1\pm}$ 的相差越小,如:n = 0.5, V = 0.1 µL; n = 0.8, V = 0.5 µL; 以及n = 1.0, V = 0.1 µL 时, 计算 结果与实测结果的相差较小.而当液桥形状为明显 的非轴对称,即 $r_{1\pm}$ 与 $r_{1\pm}$ 相差较大,如:n = 0.8, V = 1.0 µL 时,计算结果与实测结果的相差较大.

另一方面,圆环假设对动态拉伸过程中液桥力 的预测精度较差,主要是对液桥力-位移曲线下降段 以及突然跌落段液桥力的变化趋势预测不准^[21].这 主要是由于当液桥力最大时,液桥的外轮廓能较好 的满足圆环假设,但液桥在拉伸过程中的外轮廓是 不断变化的,并非一直保持圆形.因此,想要预测液 桥拉伸全过程中液桥力的变化,需要对液桥拉伸过 程中的液桥形态进行分析.

4 液桥形态分析

4.1 Bo 的引入

Adams 等^[31] 通过研究重力与颗粒间钟摆状液桥的液桥体积的映射关系,引入 Bo 的概念.采用无量纲的液桥体积 V*与 Bo 的乘积来定性反映重力对

钟摆状液桥力及形态的影响.认为:当 V*·Bo < 0.01 时,重力影响可以忽略;当 V*·Bo > 0.015 时,重力影 响不可忽略;当 0.01 < V*·Bo < 0.015 时,重力影响处 于过渡阶段^[31]. Bo 的计算如式 (5) 所示

$$Bo = \Delta \rho g d^2 / \sigma \tag{5}$$

式中, d 为特征长度, 是液桥体积的函数, m. d 的计算 式为

$$d = \sqrt{V/D} \tag{6}$$

 $\Delta \rho$ 为液体和外部气体的密度差值, kg/m³; g 为重力 加速度, m/s²; σ 为液体的表面张力, N/m; V 为液桥体 积; D 为液桥的直径, $D = 2r_2$.

无量纲的液桥体积表达式为

$$V^* = V/R_{\rm m}^3 \tag{7}$$

式中 R_m 为颗粒的平均半径

$$R_{\rm m} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$
(8)

由表 2 可知, $\Delta \rho = 1260 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\sigma = 0.067 \text{ N/m}$. 颗粒半径 R_{m} 分别为 1.875 mm, 2.25 mm, 2.5 mm. 将其分别代入式 (5) ~ 式 (7) 计算出不同粒径比、不同液桥体积所对应的 *Bo* 如表 3 所示.

4.2 液桥形态变化分析

将重力影响不同情形下的液桥形态绘制在图 9 中,图 9中白色实线所围成的区域即液桥形态.其 中图 9(a)为 n = 0.8, V = 0.1 μL 时的液桥形态,属于 重力影响可以忽略的情形;图 9(b)为 n = 0.5, V = 1.0 μL 时的液桥形态,处于重力影响过渡阶段的情 形;图 9(c)为 n = 0.5, V = 1.5 μL 时的液桥形态,属于 重力影响不可忽略的情形.图 9(a1)为液桥初始形 态,图 9(a2)以及图 9(a3)为液桥拉伸过程中形态, 图 9(a4)为液桥临近断裂时的形态,图 9(b),图 9(c) 的命名同图 9(a).在拉伸过程中,液桥的颈部半径 r₂不断减小,液桥高度及外轮廓半径r₁不断增大,液 桥与颗粒间的浸润线先产生少量滑移后保持不变.

文献 [21] 分析了不同条件下等径颗粒间液桥形态的变化规律,结合文献 [21] 及图 9,将液桥形态简 化为图 10 中所示的形式.其中 AB 为上部颗粒与液桥的固-液浸润线,CD 为下部颗粒与液桥的固-液 浸润线,AC 和 BD 为液桥的外轮廓线.AB 和 CD 的 长度与颗粒粒径有关,颗粒粒径越大,AB 和 CD 越长.

表 3 Bo 数及重力的影响

		Table 3	Bo number and e	ffects of gravity		
Radius ratio		V*	d^2	Во	$V^* \cdot Bo$	Gravity effect
	0.1	0.015	0.071	0.013	1.9×10^{-4}	No
	0.25	0.038	0.147	0.027	0.001	No
0.5	0.5	0.076	0.278	0.051	0.004	No
	1.0	0.152	0.500	0.092	0.014	Transition
	1.5	0.228	0.732	0.135	0.031	Yes
	0.1	0.009	0.070	0.013	1.1×10 ⁻⁴	No
	0.25	0.022	0.167	0.031	0.0007	No
0.8	0.5	0.044	0.316	0.058	0.0026	No
	1.0	0.088	0.556	0.102	0.0090	No
	1.5	0.132	0.750	0.138	0.0182	Yes
	0.1	0.006	0.064	0.012	7.6×10 ⁻⁵	No
	0.25	0.016	0.142	0.026	0.0004	No
1.0	0.5	0.032	0.253	0.047	0.0015	No
	1.0	0.064	0.463	0.085	0.0054	No
	1.5	0.096	0.670	0.124	0.0119	Transition



(a1)



(b1)



(c1)



(c2)

(a2)



(a3)

-





(c4)

图 9 液桥形态变化图 Fig. 9 Changes of liquid bridge shape



(a4)



(b4)



报



Fig. 10 Diagram of the liquid bridge profile change

图 10(a) 为重力影响可以忽略的情形,图 10(b) 为重 力影响处于过渡阶段的情形,图 10(c) 为重力影响不 忽略的情形.图 10(a1) 为液桥初始形态,图 10(a2) 为液桥力达到最大时的液桥的形态,图 10(a3) 为液 桥拉伸过程中形态,图 10(a4) 为液桥临近断裂时的 形态,图 10(b),图 10(c) 的命名同图 10(a).

从图 10(a) 可以看出, 当重力对液桥的影响可以 忽略时,液桥的初始形态为如图 10(a1) 所示的符合 圆环假设的钟摆形; 当液桥力达到最大时, 液桥形态 为图 10(a2) 所示的圆环形; 在拉伸过程中液桥的外 轮廓始终保持为圆环形,如图 10(a3) 所示;在临近断 裂时,液桥的外轮廓可以视为二次抛物线形,如 图 10(a4) 所示. 当重力对液桥的影响处于过渡状态 或影响较小时,液桥的初始形态多为图 10(b1) 所示 的梯形,液桥体积较小时存在图 10(a1) 所示的钟摆 形; 当液桥力达到最大时, 液桥的外轮廓为图 10(b2) 所示的圆环形; 拉伸过程中液桥的外轮廓可以近似 简化为长轴与短轴之比逐渐增大的椭圆形,如图 10(b3) 所示;当处于临界状态时液桥外轮廓为一扁椭圆,如 图 10(b4) 所示. 当重力对液桥的影响已不可忽略时, 液桥的初始形态多为图 10(c1) 所示的外凸形^[21], 当 液桥体积较小时存在如图 10(b1) 所示的梯形; 当 液桥力达到最大时,液桥的外轮廓依然可以假设为 图 10(c2) 所示的圆环形; 在拉伸过程中液桥形状类 似于发电厂的冷却塔,如图 10(c3) 所示. 临近断裂时 液桥外轮廓可以视为如图 10(c4) 所示上部外轮廓半 径较小而下部外轮廓半径较大的双曲线形, 与图 10(a4) 不同的是,由于重力的影响此时液桥的上、下外轮 廓半径往往是不相等的且外轮廓曲线顶点处的曲率

较图 10(a4) 所示更为平滑. 最终液桥断裂时下部颗 粒上残留的液体体积大于上部颗粒.

可以看出,液桥的外轮廓形态是随着液桥体积 以及拉伸距离的变化而不断改变的,而圆环假设所 设想的液桥形态仅为其中某一时刻的液桥外轮廓形 态,且多为液桥力到达最大时的液桥形态.当液桥力 达到最大值以后,在继续拉伸的过程中液桥的外轮 廓己不能用圆环来表示,这或许就是为什么基于圆 环假设可以较为准确地预测最大液桥力却不能反应 液桥力-位移曲线的下降段及突然跌落段^[21].如果想 要进行全过程的液桥力计算,则应结合重力对液桥 形态的影响,对拉伸全过程的液桥形态进行进一步 的假设.

5 结论

选用球形玻璃珠,用丙三醇模拟颗粒间的液桥. 以不等径颗粒及其间液桥为研究对象,利用纳米多 功能拉伸试验机记录3种粒径比、5种液桥体积下 不等径颗粒间的液桥力-位移曲线,配合 CCD 高清 工业相机记录液桥形态的变化规律.首先分析了粒 径比、液桥体积对不等径颗粒间液桥力学参数的影 响,其次基于 Gorge 法对试验结果进行了验证,最后 针对计算结果的偏差分析了其出现的原因,并结合 重力对液桥形态的影响对液桥外轮廓进行进一步的 假设.研究发现:

(1)液桥力-位移曲线分为上升段、下降段以及 突然跌落段3部分.粒径比对液桥力-位移曲线形态 的影响主要集中在曲线的上升段,在曲线的下降段 粒径比对液桥力-位移曲线形态的影响较小,不同粒 第7期

径的液桥力-位移曲线形态较为接近.

(2) 最大液桥力随粒径比及液桥体积的增加而 增加. 相对于液桥体积, 粒径比对最大液桥力的影响 更为显著, 粒径比对液桥力的大小起决定性作用而 液桥体积仅在一定范围内影响液桥力的大小. 与最 大液桥力不同, 液桥断裂距离受液桥体积的影响较 大而受粒径比的影响较小, 断裂距离随液桥体积的 增加不断增大, 但与粒径比之间的关系不明显.

(3)利用圆环假设可以很好的计算最大液桥力的大小但对液桥力--位移曲线下降段以及突然跌落段的预测不准,这是由于当液桥力达到最大值以后,在继续拉伸的过程中液桥的外轮廓已不能用圆环来表示.

(4)根据重力对液桥形态的影响,可以将液桥外轮廓的初始形态-最大液桥力时形态-中间形态-临近断裂形态分为3种:重力的影响可以忽略时的钟摆形-钟摆形-钟摆形-二次抛物线形;重力的影响处于过渡阶段或影响较小时的钟摆形/梯形-钟摆形-长轴短轴之比不断增大的椭圆形-扁椭圆形;重力的影响不可忽略时梯形/外凸形-钟摆形-"冷却塔形"-上部外轮廓曲率半径较小下部外轮廓曲率半径较大的双曲线形.

参考文献

- 1 De Bisschop FRE, Rigole WJL. A physical model for liquid capillary bridges between adsorptive solid spheres: the nodoid of plateau. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1982, 88(1): 117-128
- 2 Lian GP, Thornton C, Adams MJ. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1993, 161(1): 138-147
- 3 Darabi P, Li TW, Pougatch K, et al. Modeling the evolution and rupture of stretching pendular liquid bridges. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(15): 4472-4483
- 4 Pitois O, Moucheront P, Chateau X. Rupture energy of a pendular liquid bridge. *European Physical Journal B*, 2001, 23(1): 79-86
- 5 Pitois O, Moucheront P, Chateau X. Liquid bridge between two moving spheres: an experimental study of viscosity effects. *Journal* of Colloid and Interface Science, 2000, 231(1): 26-31
- 6 Mazzone DN, Tardos GI, Pfeffer R. The effect of gravity on the shape and strength of a liquid bridge between two spheres. *Journal* of Colloid and Interface Science, 1986, 113(2): 544-556
- 7 Bayramli E, Abou-Obeid A, Van De Ven TGM. Liquid bridges between spheres in a gravitational field. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1987, 116(2): 490-502
- 8 Farmer TP, Bird JC. Asymmetric capillary bridges between contacting spheres. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2015, 454(4): 192-199
- 9 Soulié F, Cherblanc F, El Youssouh MS, et al. Influence of liquid

bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2006, 30(3): 213-228

- 10 Willett CD, Adams MJ, Johnson SA, et al. Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 2000, 16(24): 9396-9405
- 11 Lu N, Lechman J, Miller KT. Experimental verification of capillary force and water retention between uneven-sized spheres. *Journal of Engineering Mechanics*, 2008, 134(5): 385-395
- 12 Rossetti D, Pepin X, Simons SJR. Rupture energy and wetting behavior of pendular liquid bridges in relation to the spherical agglomeration process. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2003, 261(1): 161-169
- 13 Bozkurt MG, Fratta D, Likos WJ. Capillary forces between equally sized moving glass beads: an experimental study. *Canadian Geo*technical Journal, 2017, 54(5): 1300-1309
- 14 Lievano D, Velankar S, McCarthy JJ. The rupture force of liquid bridges in two and three particle systems. *Powder Technology*, 2017, 313(2): 18-26
- 15 Wang JP, Gallo E, Franois B. Capillary force and rupture of funicular liquid bridges between three spherical bodies. *Powder Technology*, 2017, 305(6): 89-98
- 16 刘建林,李广帅, 聂志欣. 轴对称液桥的形貌与液桥力. 西华大学 学报 (自然科学版), 2010, 29(3): 1-5 (Liu Jianlin, Li Guangshuai, Nie Zhixin. Morphology and liquid bridge force of an axisymmetric liquid bridge. *Journal of Xihua University (Natural Science*), 2010, 29(3): 1-5 (in Chinese))
- 17 王学卫, 于洋. 重力影响下板间液桥断裂距离研究. 实验力学, 2012, 27(1): 70-76 (Wang Xuewei, Yu Yang. Study of gravitation effect on rupture distance of liquid bridge between two flat substrates. *Journal of Experimental Mechanics*, 2012, 27(1): 70-76 (in Chinese))
- 18 庄大伟,杨艺菲,胡海涛等. 竖直平板间液桥形状的观测与预测模型开发. 化工学报, 2016, 67(6): 2224-2229 (Zhuang Dawei, Yang Yifei, Hu Haitao, et al. Visualization and prediction model on shape of liquid bridge. *CIESC Journal*, 2016, 67(6): 2224-2229 (in Chinese))
- 19 朱朝飞, 贾建援, 付红志等. 狭长平行板间液桥形态及受力研究. 工程力学, 2016, 33(6): 222-229 (Zhu Zhaofei, Jia Jianyuan, Fu Hongzhi, et al. A Study of shape and forces of liquid bridge between two slender parallel flat plates. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(6): 222-229 (in Chinese))
- 20 王辉, 焦杨, 辛文字等. 湿颗粒分离中的液桥力作用及临界分离初速度. 大学物理, 2015, 34(7): 44-48 (Wang Hui, Jiao Yang, Xin Wenyu, et al. Effect of liquid bridge force and critical velocity for the separation of wet granule. *College Physics*, 2015, 34(7): 44-48 (in Chinese))
- 21 蒲诚, 刘奉银, 张昭等. 不同含液量下颗粒间液桥力及形态的试验研究. 水利学报, 2020, 51(1): 81-91 (Pu Cheng, Liu Fengyin, Zhang Zhao, et al. Liquid force and profile between two moving sphere particles under different liquid content condition: An experiment study. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2020, 51(1): 81-91 (in Chinese))
- 22 余莲英,周丹洋,徐春晖等. 基于拟土颗粒 DEM 数值模型的静态 液桥力测试方法. 中国农业大学学报, 2017, 22(11): 68-74 (Yu Lianying, Zhou Danyang, Xu Chunhui, et al. Method of measuring the static liquid bridge force of soil particles based on DEM modeling. *Journal of China Agricultural University*, 2017, 22(11): 68-74 (in

Chinese))

- 23 Kazuyuki H, Kazuo T, Koichi I. The capillary binding force of a liquid bridge. *Powder Technology*, 1974, 10(2): 231-242
- 24 Fisher RA. On the capillary forces in an ideal soil: correction of formulae given by WB Haines. *The Journal of Agricultural Science*, 1926, 16(3): 492-505
- 25 Gillespie T, Settineri WJ. The effect of capillary liquid on the force of adhesion between spherical solid particles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1967, 24(2): 199-202
- 26 Clark WC, Haynes JM, Mason G. Liquid bridges between a sphere and a plane. *Chemical Engineering Science*, 1968, 23(7): 810-812
- 27 张昭, 刘奉银, 齐吉琳等. 粗颗粒间液桥毛细力演化规律的动态计 算方法. 岩土力学, 2016, 37(8): 2263-2270 (Zhang Zhao, Liu Fengyin, Qi Jiling, et al. A dynamic calculation method for evolution law of capillarity forces of liquid bridge between coarse particles. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(8): 2263-2270 (in Chinese))
- 28 贺炜,赵明华,陈永贵等.土-水特征曲线滞后现象的微观机制与

计算分析. 岩土力学, 2010, 31(4): 1078-1083 (He Wei, Zhao Minghua, Chen Yonggui, et al. Theoretical study of microscopical mechanisms and computational method of hysteresis in SWCCs. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(4): 1078-1083 (in Chinese))

- 29 周凤玺, 曹小林, 马强. 颗粒间的毛细作用以及吸应力特征曲线分析. 岩土力学, 2017, 38(7): 2036-2042 (Zhou Fengxi, Cao Xiaolin, Ma Qiang. Analysis of capillary cohesion and suction stress characteristic curve between two spheres. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(7): 2036-2042 (in Chinese))
- 30 杜友耀,李锡夔. 二维液桥计算模型及湿颗粒材料离散元模拟. 计 算力学学报, 2015, 32(4): 496-502 (Du Youyao, Li Xikui. 2D computational model of liquid bridge and DEM simulation of wet granular materials. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, 32(4): 496-502 (in Chinese))
- 31 Adams MJ, Johnson SA, Seville JPK, et al. Mapping the influence of gravity on pendular liquid bridges between rigid spheres. *Langmuir*, 2002, 18(16): 6180-6184