第 44 卷 第 2 期 力 学 学 报 Vol. 44, No.2
2012 年 3 月 Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics Mar., 2012

饱和地基上基础动力阻抗函数的一种分析方法 1)

陈少林 *,†,2) 甄 澄 †

*(东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 南京 210096)

†(南京航空航天大学土木工程系, 南京 210016)

摘要 提出了一种基础阻抗函数的时域求解方法, 并用于饱和地基情形. 通过给基础输入脉冲位移, 应用集中质量显式有限元方法结合局部透射人工边界, 得到地基施加于基础的反力时程, 然后根据阻抗函数的定义, 应用傅立叶变换求得基础阻抗函数. 通过算例, 与 Halpern 的结果进行了对比, 验证了该方法的有效性. 并以一方形基础为例, 分别讨论了泊松比、孔隙率、渗透系数和埋深对无量纲动力柔度的影响. 与以往方法相比, 该方法可以考虑复杂地基情形和不规则基础形式.

关键词 饱和多孔介质, 土–结构动力相互作用, 局部透射人工边界, 基础阻抗函数

中图分类号: TU311.3 **文献标识码**: A **文章编号**: 0459-1879(2012)02-393-08

引 言

对均匀或成层半空间上无质量刚性基础阻抗函数 (也称动力刚度) 的研究, 一直是考虑土–结相互作用影响的结构地震反应分析和动力基础振动分析的主要问题. 基础阻抗函数的确定在数学上为一混合边值问题: 在刚性基础与地基的接触面上位移受到给定基础位移和刚体一致性约束, 同时在自由地面应力为零. 这一问题在极简单的情况下可以解析地求解 [1-2], 对于复杂地基及几何形状不规则的基础, 需借助于数值方法进行求解 [3-4]. 目前大部分研究假设土体为弹性或黏弹性固体介质, 对基础置于饱和土体之上的情形, 由于其求解的复杂性, 考虑相对较少. Biot [5] 首先建立了饱和多孔介质动力问题的基础. 基于 Biot 理论, Halpern 等 [6] 分析了三维饱和弹性半空间表面上刚性板的动力柔度系数. 他们通过对基础所覆盖的单元域上的格林函数数值积分给出了方形板的竖向和摇摆情形的柔度系数, 但假定基础和地基之间光滑接触. Kassir 等 [7] 采用同样方法得到了二维均质饱和弹性半空间上的条形基础的动力刚度. Bougacha 等 [8] 采用基于空间离散振动模态的有限元方法得到了饱和弹性土层上长条型基础和圆形基础的动力刚度, 但该方法仅适合于基岩上水平成层土情形. Chopra 等 [9] 应用 Laplace 域的边界元形式也得到了一些饱和弹性土上刚性基础的阻抗函数. Japon 等 [10] 应用边界元方法分析了长条形基础的动力刚度. Jin [11] 通过数值求解第二类 Fredholm 积分方程得到了饱和弹性半空间上刚性圆盘的摇摆振动. Hu 等 [12] 采用近似解析方法分析了埋置圆柱形基础的摇摆运动. 以上方法对土层、基础形状和基础与土体的接触条件有一定的限制, 且一般不考虑平动和转动之间的耦合. 本文基于集中质量显式有限元方法, 发展一种求解饱和地基上基础阻抗函数的新方法, 该方法可以考虑更为复杂的基础和地基情形, 且可以考虑平动和转动之间的耦合.

1 基本理论

饱和多孔介质动力方程 [5] 为

$$N\nabla^2\boldsymbol{u}+\nabla[(A+N)e+Q\varepsilon]=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\boldsymbol{u}+\rho_{12}\boldsymbol{U})+b\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{U}) \tag{1}$$

$$\nabla(Qe+R\varepsilon)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\boldsymbol{u}+\rho_{22}\boldsymbol{U})-b\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{U}) \tag{2}$$

式中, $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 分别为固相和液相的位移矢量; e 和 ε

2011–08–25 收到第 1 稿, 2011–11–09 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (50978135, 51178222), 江苏省自然科学基金 (BK2008396) 和东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室开放课题资助项目.

2) E-mail: iemcsl@yahoo.com.cn

分别为固相和液相的体应变; A, N, Q, R 为材料常数; $A=\lambda+M(\alpha-n)^2$, $N=\mu$, $Q=n(\alpha-n)M$, $R=n^2M$, n 为孔隙率, λ 和 μ 为拉梅常数; $\alpha=1-E_{\rm b}/E_{\rm u}$, $M=\dfrac{(E_{\rm u})^2E_{\rm w}}{n(E_{\rm u})^2+(1-n)E_{\rm u}E_{\rm w}-E_{\rm b}E_{\rm w}}$, $E_{\rm b}$ 和 $E_{\rm u}$ 分别为不排水和排水时饱和多孔介质的压缩模量, $E_{\rm w}$ 为孔隙流体的压缩模量; $\rho_{11}=\rho_1+\rho_\alpha$, $\rho_{22}=\rho_2+\rho_\alpha$, $\rho_{12}=-\rho_\alpha$. $\rho_1=(1-n)\rho_{\rm s}$, $\rho_2=n\rho_{\rm w}$, $\rho_{\rm s}$ 为固相质量密度, $\rho_{\rm w}$ 为液相质量密度, ρ_α 为固、液两相惯性耦合质量密度; $b=\eta n^2/k$, η 为流体黏滞系数, k 为渗透系数.

基础阻抗函数的计算本质上为半无限地基基础系统的动力反应分析问题, 载荷作用在基础上, 属于土–结相互作用分析中的波源问题, 可用集中质量显式有限单元法结合局部透射人工边界的方法 [14] 对三维土体–基础系统的动力反应进行分析. 计算模型如图 1 所示, 基础与土体单元相连节点为 K, 人工边界点为 J.

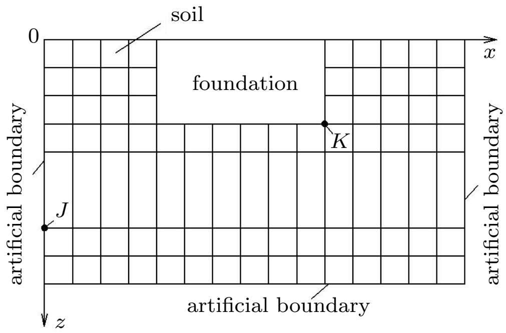


图 1 计算模型

Fig. 1 Calculation model

在半空间无限地基介质内按一定的原则确定一有限土体, 离散成八节点三维实体元, 每个实体元根据有限元法则形成单元刚度矩阵. 将土体划分成两个区域, 即人工边界区和内部计算区, 将土体单元节点划分为人工边界点、与基础相连的点和内结点 3 类. 对于内点采用集中质量显式有限单元法. 在人工边界上, 采用多次透射公式 [14] 模拟无限域的影响.

1.1 与基础相联的土结点运动

假设土体与基础之间无滑移, 与基础相连的土结点运动可以由基础位移和刚性基础约束条件确定.

对于与基础相连的土体单元节点, 由基础运动确定 (刚性基础假设). 基础的运动由 6 个分量描述, 即 3 个水平分量, 3 个转动分量. 给定基础形心位移

$$\boldsymbol{U}_F=\{u_{fx},u_{fy},u_{fz},\theta_{fx},\theta_{fy},\theta_{fz}\}^{\rm T} \tag{3}$$

设点 k 是有限单元土体与基础相连的一个结点, 则 k 点位移

$$\boldsymbol{U}_k=\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}_F \tag{4}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&\Delta Z_k&-\Delta Y_k\\0&1&0&-\Delta Z_k&0&\Delta X_k\\0&0&1&\Delta Y_k&-\Delta X_k&0\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中, ΔX_k, ΔY_k, ΔZ_k 分别为节点 k 对基础形心的相对坐标.

1.2 内结点运动

对于内结点而言, 对方程 (1) 和 (2) 进行有限元空间离散, 得到第 i 个节点的固相运动方程为 [13]

$$\begin{aligned}&\ddot{\boldsymbol{u}}_i\boldsymbol{M}_{\rm si}+\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}(\boldsymbol{C}^e_{{\rm ss}k(i)j}\dot{\boldsymbol{u}}^e_j-\boldsymbol{C}^e_{{\rm sw}k(i)j}\dot{\boldsymbol{U}}^e_j+\\&\qquad\boldsymbol{K}^e_{{\rm ss}k(i)j}\boldsymbol{u}^e_j+\boldsymbol{K}^e_{{\rm sw}k(i)j}\boldsymbol{U}^e_j)=\sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{F}^e_{\rm si}\end{aligned} \tag{6}$$

液相运动方程为

$$\begin{aligned}&\ddot{\boldsymbol{U}}_i\boldsymbol{M}_{\rm wi}+\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}(-\boldsymbol{C}^e_{{\rm ws}k(i)j}\dot{\boldsymbol{u}}^e_j+\boldsymbol{C}^e_{{\rm ww}k(i)j}\dot{\boldsymbol{U}}^e_j+\\&\qquad\boldsymbol{K}^e_{{\rm ws}k(i)j}\boldsymbol{u}^e_j+\boldsymbol{K}^e_{{\rm ww}k(i)j}\boldsymbol{U}^e_j)=\sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{F}^e_{\rm wi}\end{aligned} \tag{7}$$

其中, $\ddot{\boldsymbol{u}}_i$ 和 $\ddot{\boldsymbol{U}}_i$ 为结点 i (全局编号) 的固相位移矢量和液相位移矢量, $\boldsymbol{u}^e_j$ 和 $\dot{\boldsymbol{u}}^e_j$ 为单元 e 中节点 j (单元局部编号) 的固相位移和速度矢量, $\boldsymbol{U}^e_j$ 和 $\dot{\boldsymbol{U}}^e_j$ 为单元 e 中节点 j 的液相位移和速度矢量. $\boldsymbol{M}_{\rm si}$ 和 $\boldsymbol{M}_{\rm wi}$ 分别为结点 i 的固相和液相集中质量阵; $\boldsymbol{C}^e_{{\rm ss}k(i)j}$, $\boldsymbol{C}^e_{{\rm sw}k(i)j}$, $\boldsymbol{C}^e_{{\rm ws}k(i)j}$ 和 $\boldsymbol{C}^e_{{\rm ww}k(i)j}$ 为单元阻尼阵的子矩阵, 下标 $k(i)$ 表示结点 i (全局编号) 在单元中对应的局部结点编号为 k, 即全局结点编号和单元内的局部结点编号之间的对应关系. $\boldsymbol{K}^e_{{\rm ss}k(i)j}$, $\boldsymbol{K}^e_{{\rm sw}k(i)j}$, $\boldsymbol{K}^e_{{\rm ws}k(i)j}$ 和 $\boldsymbol{K}^e_{{\rm ww}k(i)j}$ 为单元刚度阵的子矩阵, $F^e_{\rm si}$ 和 $F^e_{\rm wi}$ 为单元 e 中分配给结点 i 的固相载荷矢量和液相载荷矢量. N 为包含结点 i 的单元个数, J 为单元 e 的结点个数. 对内结点方程 (6) 和 (7) 采用时域积分格式进行积分, 这里采用中心差分与 Newmark 常平均加速度法结合的积分格式, 可得内结点运动的计算格式 [13].

位移计算格式

$$\boldsymbol{u}_i^{p+1}=-\frac{\Delta t^2}{2}\boldsymbol{M}_{\rm si}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}(\boldsymbol{C}_{{\rm ss}k(i)j}^e\dot{\boldsymbol{u}}_j^{ep}-\boldsymbol{C}_{{\rm sw}k(i)j}^e\dot{\boldsymbol{U}}_j^{ep}+\boldsymbol{K}_{{\rm ss}k(i)j}^e\boldsymbol{u}_j^{ep}+\boldsymbol{K}_{{\rm sw}k(i)j}^e\boldsymbol{U}_j^{ep})+\boldsymbol{u}_i^p+\Delta t\dot{\boldsymbol{u}}_i^p+\frac{\Delta t^2}{2}\boldsymbol{M}_{\rm si}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{F}_{\rm si}^{ep} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{U}_i^{p+1}=-\frac{\Delta t^2}{2}\boldsymbol{M}_{\rm wi}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}(-\boldsymbol{C}_{{\rm ws}k(i)j}^e\dot{\boldsymbol{u}}_j^{ep}+\boldsymbol{C}_{{\rm ww}k(i)j}^e\dot{\boldsymbol{U}}_j^{ep}+\boldsymbol{K}_{{\rm ws}k(i)j}^e\boldsymbol{u}_j^{ep}+\boldsymbol{K}_{{\rm ww}k(i)j}^e\boldsymbol{U}_j^{ep})+\boldsymbol{U}_i^p+\Delta t\dot{\boldsymbol{U}}_i^p+\frac{\Delta t^2}{2}\boldsymbol{M}_{\rm wi}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{F}_{\rm wi}^{ep} \tag{9}$$

速度计算格式

$$\dot{\boldsymbol{u}}_i^{p+1}=\dot{\boldsymbol{u}}_i^p-\boldsymbol{M}_{\rm si}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}\big[\boldsymbol{C}_{{\rm ss}k(i)j}^e(\boldsymbol{u}_j^{e(p+1)}-\boldsymbol{u}_j^{ep})-\boldsymbol{C}_{{\rm sw}k(i)j}^e(\boldsymbol{U}_j^{e(p+1)}-\boldsymbol{U}_j^{ep})\big]+\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{M}_{\rm si}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\cdot\big\{(\boldsymbol{F}_{\rm si}^{e(p+1)}+\boldsymbol{F}_{\rm si}^{ep})-\sum_{j=1}^{J}\big[\boldsymbol{K}_{{\rm ss}k(i)j}^e(\boldsymbol{u}_j^{e(p+1)}+\boldsymbol{u}_j^{ep})+\boldsymbol{K}_{{\rm sw}k(i)j}^e(\boldsymbol{U}_j^{e(p+1)}+\boldsymbol{U}_j^{ep})\big]\big\} \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{U}}_i^{p+1}=\dot{\boldsymbol{U}}_i^p-\boldsymbol{M}_{\rm wi}^{-1}\sum_{e=1}^{N}\sum_{j=1}^{J}\big[-\boldsymbol{C}_{{\rm ws}k(i)j}^e(\boldsymbol{u}_j^{e(p+1)}-\boldsymbol{u}_j^{ep})+\boldsymbol{C}_{{\rm ww}k(i)j}^e(\boldsymbol{U}_j^{e(p+1)}-\boldsymbol{U}_j^{ep})\big]+\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{M}_{\rm wi}^{-1}\cdot\sum_{e=1}^{N}\big\{(\boldsymbol{F}_{\rm wi}^{e(p+1)}+\boldsymbol{F}_{\rm wi}^{ep})-\sum_{j=1}^{J}\big[\boldsymbol{K}_{{\rm ws}k(i)j}^e(\boldsymbol{u}_j^{e(p+1)}+\boldsymbol{u}_j^{ep})+\boldsymbol{K}_{{\rm ww}k(i)j}^e(\boldsymbol{U}_j^{e(p+1)}+\boldsymbol{U}_j^{ep})\big]\big\} \tag{11}$$

式中, 上标 $(p+1)$ 和 p 分别表示在 $(p+1)\Delta t$ 和 $p\Delta t$ 时刻的量, Δt 为离散时间步距.

1.3 人工边界结点运动

对于人工边界上的节点, 其运动状态可通过多次透射公式[14]进行确定

$$\varPhi\boldsymbol{u}_0^{p+1}=0,\quad \varPhi\boldsymbol{U}_0^{p+1}=0 \tag{12}$$

$$\varPhi=\prod_{m=1}^{L}\left(B_0^0-t_{1,1}^mB_0^1-t_{1,2}^m\delta_mB_1^1-t_{1,3}^m(\delta_m)^2B_2^1\right) \tag{13}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}\delta_m&=\exp(-\beta_{am}\Delta x)\\ t_{1,1}^m&=(2-S_m)(1-S_m)/2\\ t_{1,2}^m&=S_m(2-S_m)\\ t_{1,3}^m&=S_m(S_m-1)/2\\ S_m&=c_{am}\Delta t/\Delta x\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

其中, L 为透射公式的阶次, c_{am} 和 β_{am} 分别为第 m 个人工波速和人工衰减系数,

$$B_j^qu_n^p=u_{n+1}^{p-q}(p+1) \tag{15}$$

B_j^q 为后移算子, $\boldsymbol{u}_0^{p+1}$ 和 $\boldsymbol{U}_0^{p+1}$ 分别为人工边界结点在 $(p+1)\Delta t$ 时刻的固相位移和液相位移矢量, 式 (12) 即为衰减波的多次透射公式. 当衰减系数为零时, 此公式退化为 MTF [14].

按基础动力阻抗 (动力刚度) 的定义, 即在基础某一自由度上施加单位幅值的简谐位移, 其他自由度的位移为零, 需要在各自由度上施加的简谐载荷的幅值, 通常求无质量刚性基础的阻抗函数, 且假定基础和土体之间无相对滑移. 本文求解基础动力刚度的基本思想为: 假定基础某一自由度的位移按一脉冲时程变化, 求得土体对基础质心的合力 $\boldsymbol{F}(t)$, 根据无质量刚性基础的力平衡方程, 需要对基础施加与 $\boldsymbol{F}(t)$ 大小相等但方向相反的作用力, 再通过 FFT 即可求得动力刚度矩阵中的一列元素, 其他元素可同样求得. 假定半无限饱和土体和基础组成的系统在 p 时刻的运动状态已知, 求系统 $(p+1)$ 时刻的运动状态, 其基本步骤如下:

(1) 由 $(p+1)$ 时刻给定的基础形心位移, 由刚性基础和土体之间的约束条件可由式 (4) 求得与基础相连的土结点在 $(p+1)$ 时刻的位移;

(2) 采用集中质量显式有限元方法, 由式 (8)~式 (11) 可求得内结点 $(p+1)$ 时刻固相和液相的响应;

(3) 人工边界点 $(p+1)$ 时刻的位移可由衰减波的透射公式 (12) 计算;

(4) 计算 $(p+1)$ 时刻土体对基础的合力 $\boldsymbol{F}[(p+1)\Delta t]$;

(5) 循环以上各步, 即可求得土体与基础系统的动力反应;

(6) 根据地基阻抗函数的定义, 可由下式求得基础的阻抗函数

$$\boldsymbol{K}_{\rm s}(\omega)=\frac{\boldsymbol{F}(\omega)}{U(\omega)} \tag{16}$$

其中, $\boldsymbol{F}(\omega)$ 和 $U(\omega)$ 分别为基础反力 $\boldsymbol{F}(t)$ 和基础位移 $u(t)$ 的傅里叶谱.

基于物理考虑, 地基阻抗矩阵 $\boldsymbol{K}_{\rm s}$ 取决于基础的尺寸和形状、地基介质的力学参数及强迫振动的频率. 对于任意形状的基础, 矩阵 $\boldsymbol{K}_{\rm s}$ 一般为 6×6 阶满阵. $\boldsymbol{K}_{\rm s}$ 的元素 $\boldsymbol{K}_{ij}$ 简称为动力刚度, 表示给定刚性基础第 j 个自由度的位移谱为 1, 而其余自由度固定不动时作用在刚性基础第 i 个自由度的外力谱. 下标 $i,j=1,2,\cdots,6$ 分别表示沿 x 轴平移、沿 y 轴旋转、沿 y 轴平移、沿 x 轴旋转、沿 z 轴平移和沿 z 轴旋转的自由度. 考虑到在土木工程中基础一般相对于坐标系 $oxyz$ 的坐标平面 xz 和 yz 对称, 基于对称性可以推断 $\boldsymbol{K}_{\rm s}$ 具有以下形式

$$\boldsymbol{K}_{\rm s}=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 & 0\\ K_{21} & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & 0 & 0\\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66}\end{bmatrix} \tag{17}$$

其中, 矩阵 $\boldsymbol{K}_{\rm s}$ 中包含的元素可划分为以下 5 类: (1) 沿 z 轴平移方向刚度 K_{55}; (2) 沿 x 轴平移方向和沿 y 轴平移方向刚度分别为 K_{11} 和 K_{33}; (3) 沿 y 轴旋转和沿 x 轴旋转刚度分别为 K_{22} 和 K_{44}; (4) 沿 z 轴旋转刚度 K_{66}; (5) 耦联刚度 $K_{12}=K_{21}$ 和 $K_{34}=K_{43}$.

无量纲化频率和柔度定义如下

$$\left.\begin{aligned} &A_{\rm p}=\frac{\omega B}{4\pi c_{\rm s}},\quad C_{ii}=\frac{G_{\rm s}B\varDelta}{K_{ii}}\quad (i=1,3,5)\\ &C_{ii}=\frac{NB^3\theta}{8K_{ii}}\quad (i=2,4,6)\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

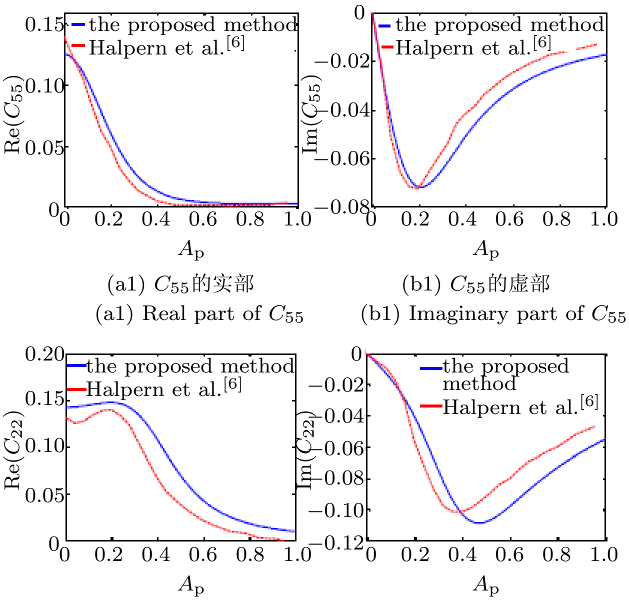
式中, $A_{\rm p}$ 为无量纲频率, C_{ii} 为无量纲动力柔度, ω 为频率, B 为基础宽度, $c_{\rm s}=\sqrt{G_{\rm s}/\rho_{\rm s}}$ 为固相剪切波速, $\varDelta$ 和 θ 为单位值 1.

2 算例分析

2.1 算例一

Halpern 等采用 Green 函数, 通过数值积分, 得到饱和多孔介质半空间上方形基础 Z 方向的无量纲动力柔度和绕 Y 轴转动的无量纲动力柔度的结果[6]. 为了将本文结果与 Halpern 的结果进行对比, 基础采用明置基础, 尺寸为 200 m×200 m×1 m, 计算参数与文献 [6] 中相同: 土的泊松比 $\nu=0.3$, 固相密度 $\rho_{\rm s}=2\,673\,{\rm kg/m^3}$, 液相密度 $\rho_{\rm w}=994\,{\rm kg/m^3}$, 固相阻尼比 $\zeta=0.02$, 孔隙率 $n=0.48$, 渗透系数 $k=2.607\times10^{-7}\,{\rm sm^3/kg}$, 液相压缩模量 $E_{\rm s}=2.742\times10^8\,{\rm Pa}$, 固相剪切模量 $G_{\rm s}=9.78\times10^7\,{\rm Pa}$. 在基础形心处输入一脉冲位移 (或转角), 脉冲宽度的选取取决于所需要计算动力刚度的最大频率 ω, 要求脉冲的频谱大于该频率. 依据该最大频率确定所需模拟波动的最小波长, 进而选取合适的单元尺寸. 土体计算范围取 600 m×600 m×600 m 的正方形区域, 单元大小为 10 m×10 m×10 m.

下面给出 z 方向的无量纲动力柔度和绕 y 轴转动的无量纲动力柔度的计算结果, 如图 2 所示. 其中实线是本文方法计算的结果, 虚线是 Halpern 的计算结果, 两者在总体上比较接近. 由式 (18) 可知, 对于给定的土体参数, 若要计算某一方形基础的高频动力柔度, 可以通过计算相对低频的大尺寸基础无量纲动力柔度得到, 从而可以降低波动模拟中高频成分 (小波长) 对单元尺寸的要求, 可以减小单元数和计算量. 所以文中算例的基础尺寸和单元尺寸取得相对较大, 但不影响无量纲结果.



(a1) C_{55} 的实部
(a1) Real part of C_{55}

(b1) C_{55} 的虚部
(b1) Imaginary part of C_{55}

(a2) C_{22} 的实部
(a2) Real part of C_{22}

(b2) C_{22} 的虚部
(b2) Imaginary part of C_{22}

图 2 饱和地基上方形刚性基础 z 方向和绕 y 方向转动的无量纲动力柔度

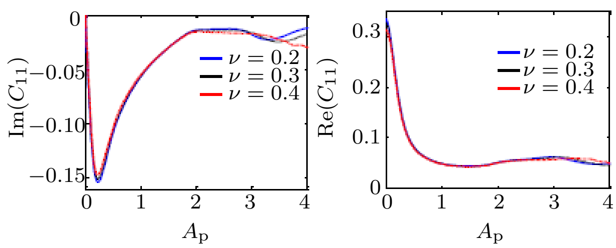
Fig. 2 Dimensionless vertical compliance function C_{55} and Rocking compliance function C_{22} for a rigid square plate

2.2 算例二

明置方形基础尺寸为 50 m×50 m×1 m. 土体计算范围取 300 m×300 m×300 m 的正方形区域, 单元

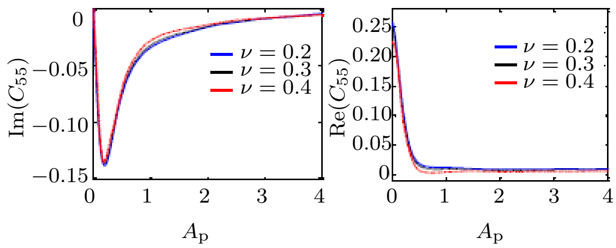
大小为 5 m×5 m×5 m. 计算参数同上. 基础为方形基础, 由于对称性, x 方向动力柔度 C_{11} 和 y 方向动力柔度 C_{33} 相等; 绕 y 轴转动柔度 C_{22} 和绕 x 轴转动柔度 C_{44} 相等; 所以只给出 C_{11}, C_{55}, C_{22}, C_{66} 和偶联项 C_{12} 的动力柔度计算结果.

(1) 泊松比对动力柔度的影响. 分别取泊松比为 0.2, 0.3, 0.4, 结果如图 3 所示. 从图 3 中可知, 动力柔度的实部一般随泊松比的增加而减小, 虚部的绝对值也减小. 而耦合项则例外.



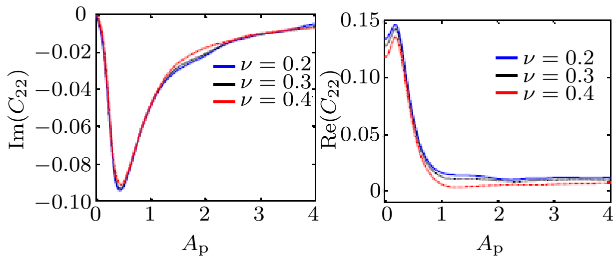
(a1) C_{11}的虚部　　(b1) C_{11}的实部

(a1) Imaginary part of C_{11}　　(b1) Real part of C_{11}



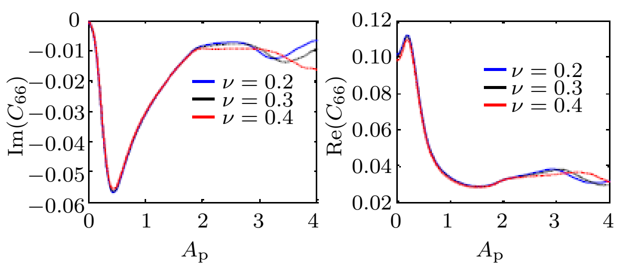
(a2) C_{55}的虚部　　(b2) C_{55}的实部

(a2) Imaginary part of C_{55}　　(b2) Real part of C_{55}



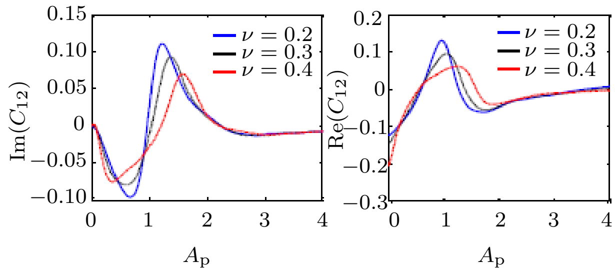
(a3) C_{22}的虚部　　(b3) C_{22}的实部

(a3) Imaginary part of C_{22}　　(b3) Real part of C_{22}



(a4) C_{66}的虚部　　(b4) C_{66}的实部

(a4) Imaginary part of C_{66}　　(b4) Real part of C_{66}



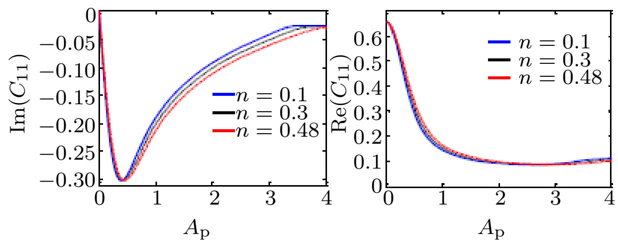
(a5) C_{12}的虚部　　(b5) C_{12}的实部

(a5) Imaginary part of C_{12}　　(b5) Real part of C_{12}

图 3　不同泊松比时方形刚性基础的无量纲动力柔度

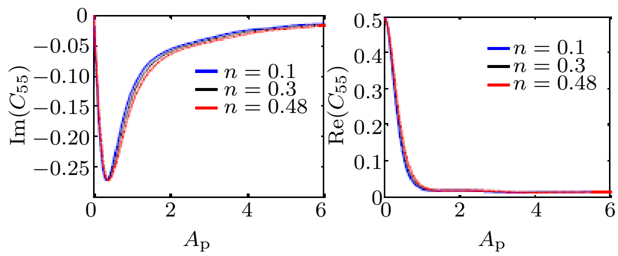
Fig. 3 Dimensionless compliance function for different Poisson ratios

(2) 孔隙率对动力柔度的影响. 取泊松比 $\nu = 0.3$, 孔隙率分别为 0.1, 0.3, 0.48 时的计算结果进行对比, 结果如图 4 所示. 由图 4 可知, 动力柔度的实部在中低频段随孔隙率的增大而增大, 在高频段则随孔隙率的增大而减小, 且孔隙率在高频段的影响不如中低频段明显. 柔度虚部的绝对值在低频段随孔隙率的增大而减小, 在中高频段则随孔隙率增大而增大, 但孔隙率在低频段的影响不如中高频段明显.



(a1) C_{11}的虚部　　(b1) C_{11}的实部

(a1) Imaginary part of C_{11}　　(b1) Real part of C_{11}

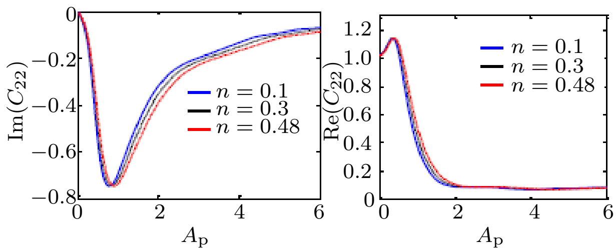


(a2) C_{55}的虚部　　(b2) C_{55}的实部

(a2) Imaginary part of C_{55}　　(b2) Real part of C_{55}

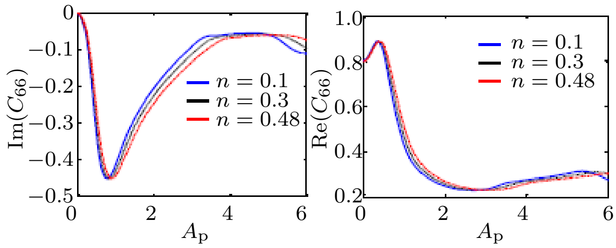
图 4　不同孔隙率时饱和地基上方形刚性基础的动力柔度

Fig. 4 Dimensionless compliance function for different porosities



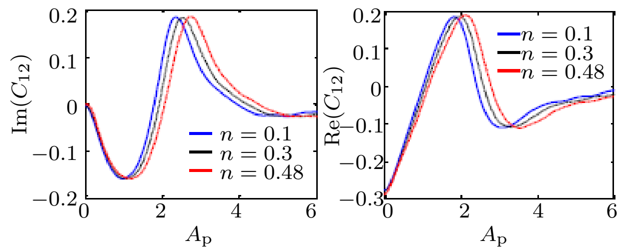
(a3) C_{22}的虚部 (b3) C_{22}的实部

(a3) Imaginary part of C_{22} (b3) Real part of C_{22}



(a4) C_{66}的虚部 (b4) C_{66}的实部

(a4) Imaginary part of C_{66} (b4) Real part of C_{66}



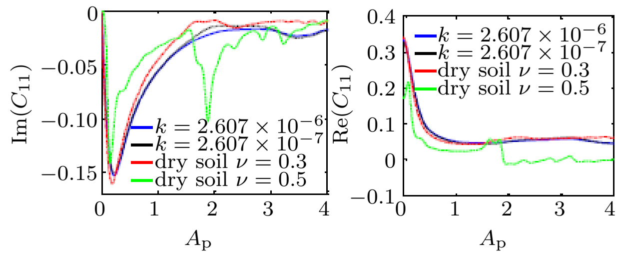
(a5) C_{12}的虚部 (b5) C_{12}的实部

(a5) Imaginary part of C_{12} (b5) Real part of C_{12}

图 4 不同孔隙率时饱和地基上方形刚性基础的动力柔度 (续)

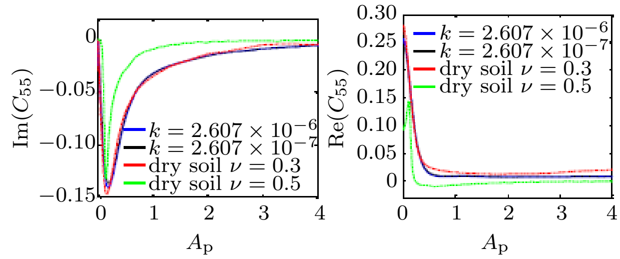
Fig. 4 Dimensionless compliance function for different porosities (continued)

(3) 渗透系数对动力柔度的影响. 取泊松比 $\nu = 0.3$, 分别考虑完全排水情形 (相当于干土)、不排水情形 (相当于泊松比 $\nu = 0.5$ 的干土) 以及渗透系数分别为 $2.607 \times 10^{-6}\mathrm{sm}^3/\mathrm{kg}$, $2.607 \times 10^{-7}\mathrm{sm}^3/\mathrm{kg}$ 时的结果进行对比, 结果如图 5 所示. 由图中可以看出, 除耦合项外, 总体而言, 随着渗透系数的增加, 阻抗函数的实部增大, 虚部的绝对值也增加. 对于泊松比为 0.5 的干土情况, 由于压缩模量无穷大, 需要非常小的单元尺寸才能模拟高频情形, 导致高频情形的结果误差较大, 还有待于进一步讨论.



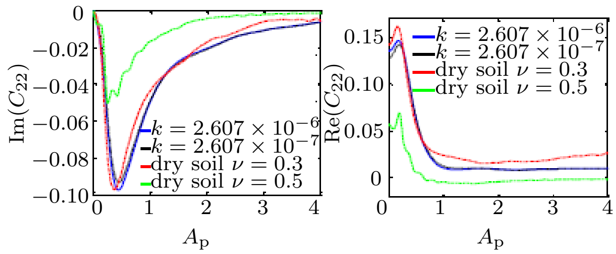
(a1) C_{11}的虚部 (b1) C_{11}的实部

(a1) Imaginary part of C_{11} (b1) Real part of C_{11}



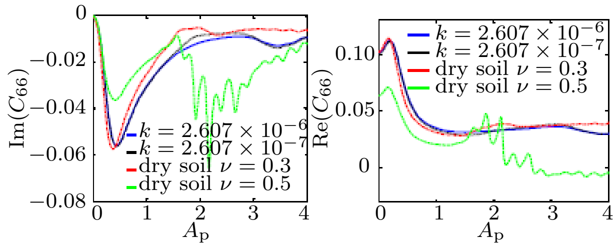
(a2) C_{55}的虚部 (b2) C_{55}的实部

(a2) Imaginary part of C_{55} (b2) Real part of C_{55}



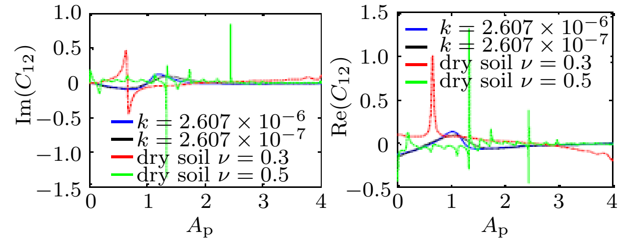
(a3) C_{22}的虚部 (b3) C_{22}的实部

(a3) Imaginary part of C_{22} (b3) Real part of C_{22}



(a4) C_{66}的虚部 (b4) C_{66}的实部

(a4) Imaginary part of C_{66} (b4) Real part of C_{66}



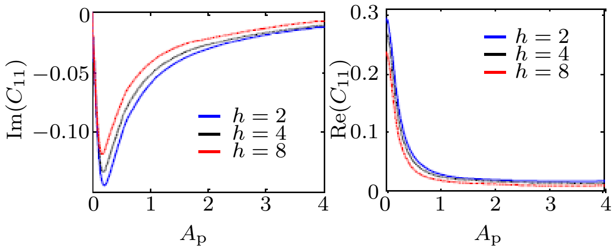
(a5) C_{12}的虚部 (b5) C_{12}的实部

(a5) Imaginary part of C_{12} (b5) Real part of C_{12}

图 5 不同渗透系数的饱和土地基上方形刚性基础的动力柔度计算结果

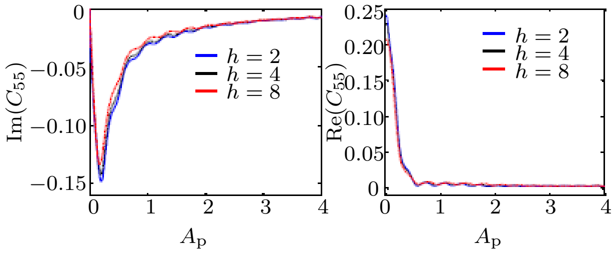
Fig. 5 Dimensionless compliance function for different permeabilities

(4) 埋置深度对动力柔度的影响. 分别取埋深 D 为 2 m, 4 m, 8 m, 结果如图 6 所示. 由图可以看出, 除耦合项外, 基础埋深较大时动力柔度的虚部绝对值要小于基础埋深较小时的情况, 其实部也随埋深的增加而减小. z 方向动力柔度受基础埋深的影响较小.



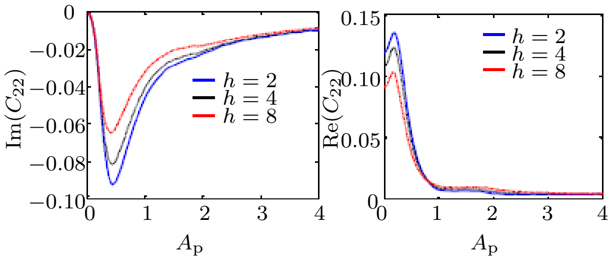
(a1) C_{11}的虚部　　(b1) C_{11}的实部

(a1) Imaginary part of C_{11}　　(b1) Real part of C_{11}



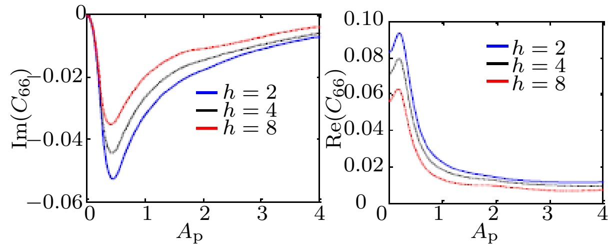
(a2) C_{55}的虚部　　(b2) C_{55}的实部

(a2) Imaginary part of C_{55}　　(b2) Real part of C_{55}



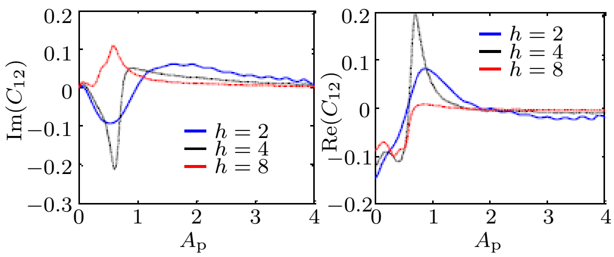
(a3) C_{22}的虚部　　(b3) C_{22}的实部

(a3) Imaginary part of C_{22}　　(b3) Real part of C_{22}



(a4) C_{66}的虚部　　(b4) C_{66}的实部

(a4) Imaginary part of C_{66}　　(b4) Real part of C_{66}



(a5) C_{12}的虚部　　(b5) C_{12}的实部

(a5) Imaginary part of C_{12}　　(b5) Real part of C_{12}

图 6　不同埋置深度的饱和土地基上方形刚性埋置基础动力柔度计算结果

Fig. 6 Dimensionless compliance function for different embedded depth

3 结　论

(1) 本文提出了一种基础阻抗函数的求解方法, 并应用于饱和地基情形, 通过算例验证了该方法的有效性. 该方法可以考虑较为复杂的地基情形和不规则基础形式.

(2) 对于输入脉冲宽度的选取, 要根据所需求解动力刚度的频率范围而定, 要求用于输入的脉冲其频谱要覆盖该频率范围.

(3) 分别考察了泊松比、孔隙率、渗透系数和埋深对无量纲动力柔度的影响. 针对本文算例的结果, 总体而言, 除耦合项外, 动力柔度的实部随泊松比、埋深的增加而减小, 随渗透系数的增加而增加, 虚部的绝对值规律相同. 而孔隙率的对柔度的影响则与频段有关, 其实部在中低频段随孔隙率的增大而增大, 在高频段则随孔隙率的增大而减小, 且孔隙率在高频段的影响不如中低频段明显. 柔度虚部的绝对值在低频段随孔隙率的增大而减小, 在中高频段则随孔隙率增大而增大, 但孔隙率在低频段的影响不如中高频段明显.

参　考　文　献

1 Luco JE, Westmann RA. Dynamic response of circular footings. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1971, 97(5): 1381-1395

2 Veletsos AS, Wei YT. Lateral and rocking vibration of footings. *Journal of Soil Mechanics and Foundation, ACSE*, 1971, 97(5): 1227-1248

3 Wong HL, Luco JE. Dynamic response of rigid foundation of arbitrarily shape. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1976, 4(6): 3-16

4 Gazetas G, Tassoulas JI. Horizontal stiffness of arbitrarily shaped embedded foundations. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1987, 113(5): 440-457

5 Biot MA. General theory of three-dimensional consolidation. *J Appl Phys*, 1941, 12: 155-164

6 Halpern MR, Christiano P. Steady-state harmonic response of a rigid plate bearing on a liquid-saturated poroelastic halfspace. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 1986, 14: 439-454

7 Kassir MK, Xu J. Interaction functions of a rigid strip bonded to saturated elastic half-space. *International Journal of Solids and Structures*, 1988, 24(9): 915-936

8 Bougacha SJ, Roesser M, Tassoulas JL. Dynamic stiffness of foundations on fluid-filled poro-elastic stratum. *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, 119(8): 1649-1662

9 Chopra MB, Dargush GF. Boundary element analysis of stresses in an axisymmetric soil mass undergoing consolida-

tion. *Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1995, 19: 195-218

10 Japon BR, Gallego R, Dominguez J. Dynamic stiffness of foundations on saturated poroelastic soils. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123(11): 1121-1129

11 Jin B, Liu H. Rocking vibration of rigid disk on saturated poroelastic medium. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 2000, 19: 469-472

12 Hu XQ, Cai YQ, Wang J, et al. Rocking vibrations of a rigid embedded foundation in a poro——elastic soil layer. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2010, 30: 280-284

13 陈少林, 廖振鹏, 陈进. 两相介质近场波动模拟的一种解耦有限元方法. 地球物理学报, 2005, 48(4): 909-917 (Chen Shaolin, Liao Zhenpeng, Chen Jin. A decoupling FEM for simulating near-field wave motions in two-phase media. *Chinese J Geophys*, 2005, 48(4): 909-917 (in Chinese))

14 陈少林, 廖振鹏. 多次透射公式在衰减波场中的实现. 地震学报, 2003, 25(3): 272-279 (Chen Shaolin, Liao Zhenpeng. Multi-transmitting formula for attenuating waves. *Acta Seismologica Sinica*, 2003, 25(3): 272-279 (in Chinese))

CNKI 优先出版编码: 1xxb2011-238-20111219

(责任编辑: 周冬冬)

DYNAMIC IMPEDANCE OF FOUNDATION ON SATURATED POROELASTIC SOIL [1)]

Chen Shaolin[*,†,2)] Zhen Cheng[†]

[*](*Key Laboratory of C&PC Structures, Ministry of Education, Nanjing* 210096, *China*)

[†](*Department of Civil Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing* 210016, *China*)

Abstract Based on the method of lumped-mass explicit finite element and local transmitting artificial boundary, a time domain method is presented for the computation of dynamic stiffness of rigid foundations resting on or embedded in saturated poroelastic soil. The two-phase behavior of porous medium is represented according to Biot's theory. The technique is applied to the computation of dynamic stiffness of rigid plate on a saturated poroelastic half-space. Compliance component are computed and compared with existing results. The effects of properties of porous medium and the embedded depth on the dynamic stiffness are examined. The method presented in this paper is able to represent more general properties and geometries of soil and foundation than the existing approaches do.

Key words saturated poroelastic medium, soil-structure interaction, local transmitting artificial boundary, dynamic stiffness of foundation

Received 25 August 2011, revised 9 November 2011.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (50978135, 51178222), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK2008396) and Foundation of Key Laboratory of C&PC Structures.

2) E-mail：iemcsl@yahoo.com.cn