# **孔隙介质中稠油流体非线性渗流方程**<sup>1)</sup>

姚同玉\*,2) 黄延章† 李继山\*\*

\*(中国石油大学石油工程学院, 东营 257061)

†(中国科学院渗流流体力学研究所,廊坊 065007)

\*\*(胜利油田有限责任公司地质科学研究院,东营 257015)

摘要 为揭示稠油流体在油藏孔隙中渗流特性,基于力学平衡方程,建立了描述稠油流体渗流特征的非线性 渗流方程,对油藏孔隙中稠油渗流过程及启动机理进行了深入分析,着重分析了边界层、流体屈服应力以及 表面力对渗流过程的影响.结果表明,Hagen-Poiseuille 定律需经修正方能描述稠油流体流动,边界层、流体 屈服应力以及表面力对稠油渗流影响非常显著.孔隙中,稠油启动压力梯度来源于其屈服应力、表面力,边 界层加剧了渗流非线性程度,实际稠油油藏开发中,要充分掌握稠油渗流非线性特征.

关键词 稠油,非线性渗流,渗流模型, Hagen-Poiseuille 定律修正,启动压力,屈服应力 中图分类号: TE348 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2012)01-0106-05

# 引 言

稠油是一种富含胶质和沥青质的复杂体系, 这些胶质、沥青质等高分子,常以固态或胶体方式 存在,赋以稠油较强的黏弹性,使稠油在渗流过程 中存在着张弛特性,并且在张弛特性影响下,渗流 方程也出现非线性特征<sup>[1-2]</sup>,这种非线性特征与低 渗油层中边界层非线性渗流<sup>[3-4]</sup>既有联系又有区 别.稠油流体在孔隙中的渗流特征,既受胶质、沥 青质吸附边界层影响,又受稠油张弛特性影响.本 文在多孔介质中流体受力分析的基础上,建立了力 学平衡方程,推导了稠油非线性渗流理论模型,描 述了边界层、流体屈服应力和表面力对渗流过程的 影响.

非线性渗流是现代渗流力学的前沿研究方向 之一,且为多种工程技术领域的重要基础问题.目 前,国内外对低渗透介质非线性渗流研究较为详 细,大多采用启动压力梯度模型<sup>[5-7]</sup>描述低渗透 介质中流体非线性渗流规律.本文则根据连续介质 力学思想,得到了稠油流体在孔隙介质中的非线性 渗流方程,并对方程各部分进行了剖析,探讨边界 层、流体屈服应力和表面力对渗流过程的影响.

## 1 数理模型

在稠油中,胶质和沥青质含量高,稠油黏弹性显著,使稠油流体在孔隙介质中渗流时展示出张弛特性,渗流过程不是瞬间完成,而是有一个屈服过程,原油结构破坏后,原油方参与流动.

稠油中富含的胶质、沥青质等高分子,极性 大,界面活性强,渗流过程中,在岩石孔隙表面选 择性吸附,形成边界层.边界层与体相流体之间的 表面作用力,很难实现准确计算,邓英尔等<sup>[8]</sup>通过 理论计算与实验分析相结合的方式,得到了表面力 的合力,即界面分子力势,它与多孔介质孔隙半径 关系为

$$F \propto \frac{1}{r}$$
 (1)

式中,F为界面分子力势,r为孔隙半径.

毛管孔隙模型中,流速定常,稠油流体渗流过 程中,驱动力与毛管阻力平衡,平衡方程为

$$\Delta p \cdot \pi r^2 - \left(\tau_0 + \mu \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right) \cdot 2\pi r L - F \cdot 2\pi r L = 0 \quad (2)$$

式中, $\Delta p$  为毛管两端的驱动压差, $\tau_0$  为流体屈服 应力值, $\mu$  为流体黏度,v 为流体渗流速度,L 为毛 管长度.那么, $\Delta p \cdot \pi r^2$  为驱动力, $\left(\tau_0 + \mu \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right) \cdot 2\pi r L$ 

<sup>2010-12-19</sup> 收到第 1 稿, 2011-04-28 收到修改稿.

<sup>1)</sup> 中石化科技攻关项目 "稠油水驱蒸汽驱提高采收率技术研究" 资助 (P07071).

<sup>2)</sup> E-mail: yaotongyu@126.com

为内摩擦力, τ<sub>0</sub> 表征了稠油张弛特性对流动影响, F·2πrL 为表面力,表征体现出液固分子之间、液 液分子之间相互作用对流体渗流的影响.

引入比例常数 η 表征表面力势,式 (2) 可写为

$$\Delta p \cdot \pi r^2 = \left(\tau_0 + \mu \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right) \cdot 2\pi r L + \frac{\eta}{r} \cdot 2\pi r L \qquad (3)$$

分离变量,积分

$$v = \frac{\nabla p}{4\mu} \cdot r^2 - \frac{\tau_0}{\mu} \cdot r - \frac{\eta}{\mu} \cdot \ln r \tag{4}$$

考虑边界层后流量

$$q = \int_{o}^{R-\delta} \left( \frac{\nabla p}{4\mu} \cdot r^2 - \frac{\tau_0}{\mu} \cdot r - \frac{\eta}{\mu} \cdot \ln r \right) \cdot 2\pi r \mathrm{d}r \quad (5)$$

积分后可得

$$q = \frac{\pi (R-\delta)^4}{8\mu} \cdot \nabla p - \frac{2\pi\tau_0}{3\mu} \cdot (R-\delta)^3 - \frac{\pi\eta}{\mu} (R-\delta)^2 \left[ \ln(R-\delta) - \frac{1}{2} \right]$$
(6)

此即为稠油流体在毛管中的流动模型.

如果不考虑边界层、流体屈服应力以及表面力 对流动的影响,即式(6)可以简化为

$$q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \cdot \nabla p \tag{7}$$

即经典的 Hagen-Poiseuille 定律. 经典的 Hagen-Poiseuille 定律没考虑边界层、流体屈服应力以及表面力对渗流的影响.

对比式 (6) 与式 (7), 方程中多了边界层厚度  $\delta$ 以及  $\frac{2\pi\tau_0}{3\mu} \cdot (R-\delta)^3$ ,  $\frac{\pi\eta}{\mu} (R-\delta)^2 \left[ \ln(R-\delta) - \frac{1}{2} \right]$ 两 项.  $\delta$  的存在使得渗流通道减小. 由原来的 R 减小 到  $(R-\delta)$ ;  $\frac{2\pi\tau_0}{3\mu} \cdot (R-\delta)^3$  项为流体屈服应力值对 渗流过程影响,显然,屈服应力为一种流阻,降低 流体流量;  $\frac{\pi\eta}{\mu} (R-\delta)^2 \left[ \ln(R-\delta) - \frac{1}{2} \right]$  为表面力对 流量影响,稠油流体流动过程中,边界层、流体屈 服应力和表面力已不可再被忽略,因此对 Hagen-Poiseuille 定律进行修正是十分必要的.

# 2 多孔介质稠油非线性渗流理论模型

采用等效毛管法,将孔隙介质描述为一组半径 为 R 的平行毛管束,沿流动方向法向上,单位面积 毛管数为 N,则通过该多孔介质的流量是

$$Q = NA \left\{ \frac{\pi (R-\delta)^4}{8\mu} \cdot \nabla p - \frac{2\pi\tau_0}{3\mu} \cdot (R-\delta)^3 - \frac{\pi\eta}{\mu} (R-\delta)^2 \left[ \ln(R-\delta) - \frac{1}{2} \right] \right\}$$
(8)

将式 (8) 变形,得

$$Q = NA \frac{\pi R^4}{8\mu} \cdot \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^4 \left\{ 1 - \frac{16\tau_0}{3(R-\delta)\nabla p} - \frac{8\eta \left[\ln(R-\delta) - 1/2\right]}{(R-\delta)^2 \nabla p} \right\} \nabla p$$
(9)

由于该模型的孔隙度 φ 可表示为

$$\varphi = N \cdot \pi R^2 \cdot L/L = N \cdot \pi R^2 \tag{10}$$

由毛管模型理论<sup>[9]</sup>知

$$K = \frac{\varphi R^2}{8} \tag{11}$$

由式 (9)~式 (11) 可得  
$$Q = \frac{K}{\mu} A \left( 1 - \frac{\delta}{R} \right)^4 \left\{ 1 - \frac{16\tau_0}{3R(1 - \delta/R)\nabla p} - \frac{8\eta \left[ \ln R - 1/2 + \ln \left( 1 - \delta/R \right) \right]}{R^2 \left( 1 - \delta/R \right)^2 \nabla p} \right\} \nabla p \qquad (12)$$

即为稠油流体在孔隙介质中的非线性渗流模型.

为便于分析,将方程(12)变形,得

$$Q = \frac{K}{\mu} A \Biggl\{ 1 - \left(\frac{4\delta}{R} - \frac{6\delta^2}{R^2} + \frac{4\delta^3}{R^3} - \frac{\delta^4}{R^4}\right) - \frac{16\tau_0}{3R \cdot \nabla p} \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^3 - \frac{8\eta \left[\ln R - 1/2 + \ln\left(1 - \delta/R\right)\right]}{R^2 \cdot \nabla p} \cdot \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^2 \Biggr\} \nabla p$$
(13)

分析式 (13) 可以看出,  $\left(\frac{4\delta}{R} - \frac{6\delta^2}{R^2} + \frac{4\delta^3}{R^3} - \frac{\delta^4}{R^4}\right)$  项表征了边界层对稠油渗流过程的影响, 边界 层降低了渗流通道, 由 R 减小到 R -  $\delta$ ;  $\frac{16\tau_0}{3R \cdot \nabla p} \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^3$  表征了屈服应力对渗流的影 响;  $\frac{8\eta [\ln R - 1/2 + \ln (1 - \delta/R)]}{R^2 \cdot \nabla p} \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^2$  表征了 表面力对渗流的影响.  $\left(\frac{4\delta}{R} - \frac{6\delta^2}{R^2} + \frac{4\delta^3}{R^3} - \frac{\delta^4}{R^4}\right)$ ,  $\frac{8\eta \left[\ln R - \frac{1}{2} + \ln (1 - \delta/R)\right]}{R^2 \cdot \nabla p} \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^2 \pi \frac{16\tau_0}{3R \cdot \nabla p} \times \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)^3 \beta$ 別为边界层、表面力和稠油屈服应力 对稠油非线性渗流的影响因子.

在上述非线性渗流影响因子中,屈服应力影 响因子  $\frac{16\tau_0}{3R\cdot\nabla p} \left(1-\frac{\delta}{R}\right)^3$ 项和表面力影响因子  $\frac{8\eta [\ln R - 1/2 + \ln (1-\delta/R)]}{R^2 \cdot \nabla p} \left(1-\frac{\delta}{R}\right)^2$ 中均包含  $\delta$ ,这说明,边界层不仅降低渗流通道,它与表面力 和屈服应力相互作用,是一种组合型非线性项,稠 油非线性行为更为复杂.

## 3 稠油非线性渗流理论分析

徐绍良等<sup>[10]</sup>研究发现,边界层流体厚度是压力梯度的函数.在毛管中,压力梯度越大,边界层 越薄,δ/R 越小,δ/R 与压力梯度成反比关系,假 设

$$\frac{\delta}{R} = \frac{c_1}{\nabla p} \tag{14}$$

对于同一种流体屈服应力为常量,令

$$\frac{16\tau_0}{3R} = c_2 \tag{15}$$

同时令

$$c_3 = \frac{8\eta \left(\ln R - 1/2\right)}{R^2} \tag{16}$$

$$c_4 = \frac{8\eta}{R^2} \tag{17}$$

则式 (12) 可写为

$$Q = \frac{K}{\mu} A \left( 1 - \frac{c_1}{\nabla p} \right)^4 \left\{ 1 - \frac{c_2}{(1 - c_1/\nabla p)\nabla p} - \frac{c_3 + c_4 \ln \left( 1 - c_1/\nabla p \right)}{\left( 1 - c_1/\nabla p \right)^2 \nabla p} \right\} \nabla p$$
(18)

对方程 (18) 进行简化.

(1) 第1种简化方法

不考虑边界层及表面力非线性渗流影响因 子,即  $c_1 = c_3 = c_4 = 0$ ,那么,方程 (18) 简化 为

$$Q = \frac{K}{\mu} A \left( 1 - \frac{c_2}{\nabla p} \right) \nabla p \tag{19}$$

即

$$Q = \frac{KA}{\mu} (\nabla p - G) \tag{20}$$

式 (20) 为常见的拟启动压力梯度型非线性渗 流模型.可以看出,拟启动压力梯度主要来源是屈 服应力.忽略了边界层及表面力对渗流的影响,模 型虽简单但不全面,尤其是在稠油渗流过程中,它 并没有真正反映边界层非线性渗流本质,该模型在 稠油开发中应用应充分尊重边界层对非线性渗流 的贡献.

(2) 第 2 种简化方法 忽略掉高阶小量,即  $\frac{c_1}{\nabla p} = \frac{c_2}{\nabla p} = \frac{c_3}{\nabla p} = \frac{c_4}{\nabla p} =$ 0,则  $\left(1 - \frac{c_1}{\nabla p}\right)^4 = 1$ ,  $\frac{c_3 + c_4 \ln (1 - c_1/\nabla p)}{(1 - c_1/\nabla p)^2 \nabla p} = 0$ , 式 (18) 简化为

$$Q = \frac{K}{\mu} A \left( 1 - \frac{c_2}{\nabla p - c_1} \right) \nabla p \tag{21}$$

令  $a = -\frac{c_1}{c_2}$ ,  $b = \frac{1}{c_2}$ , 式 (21) 即变为二参数连 续型非线性渗流模型 <sup>[11]</sup>

$$Q = \frac{K}{\mu} A \left( 1 - \frac{1}{a + b\nabla p} \right) \nabla p \tag{22}$$

二参数连续型非线性渗流模型将非线性渗流 阻力分成两部分,一部分是黏性阻力,另一部分是 非线性附加渗流阻力.事实上,上述黏性阻力来源 于屈服应力和界面层,非线性附加阻力来源于屈 服应力,忽略了表面力对渗流的影响,同时因将  $\left(1-\frac{c_1}{\nabla p}\right)^4$ 进行了近似,没有充分表达边界层对 渗流影响.

本研究所建立的稠油非线性渗流模型对渗流 阻力表达更为完整,使渗流阻力组成更清晰,物理 意义更明确.

## 4 稠油非线性运动方程的实验验证

为了验证所推导的稠油非线性运动方程,进行 了相关实验测试. 屈服应力  $\tau$  与启动剪切速率  $\gamma$ 关系如图 1 所示,稠油流体在 5  $\mu$ m 毛管中边界层 厚度变化  $\delta/R$  规律如图 2 所示,稠油非线性渗流 模型计算的渗流曲线与实验结果对比如图 3 所示. 其中,实验中使用了渗透率基本相等的岩芯,岩芯 参数见表 1. 表面力 5.6 Pa,稠油黏度 300 mPa·s (23°C).

图 1 表明,在其所受到的屈服应力 $\tau$ 达到启动 屈服应力 $\tau_0$ 前,不流动,只有 $\tau > \tau_0$ 时,开始流动,此后,其应力-应变关系与牛顿流体类似.流变 曲线是一条不通过坐标原点的直线,其本构方程为

$$\tau = 2.88\gamma + 6.33 \tag{23}$$

#### 表 1 稠油渗流实验岩芯物性参数

Table 1 Petrol-physical parameter of cores in heavy oil flow experiment

Core	$\mathrm{Length}/$	Diameter/	Porosity	Average	Permea-
number	mm	mm		pore	bility/
				radius/ $\mu$ m	$\mu m^2$
1	350	38	0.245	6.95	1.48
2	350	38	0.236	7.27	1.56

该流体为 Bingham 流体,稠油流体屈服应力 使其在多孔介质中的流动呈现出宾汉姆型非牛顿 行为.



图 1 屈服应力与剪切速率关系

Fig.1 Correlation of yield stress and shear rate

由图 2 可以看出, 稠油流体在 5 μm 毛管中形 成边界层. 这是因为稠油中富含的胶质、沥青质等 稠油高分子组分具界面极性和表面活性, 在孔道和 毛管表面粘附, 形成边界层. 此边界层对渗流产生 影响, 致使稠油在渗流流动中发生启动压力梯度, 表现为非线性渗流特征.





micro tubes

压力梯度越小,边界层厚度越大;随着压力梯 度的增加,胶质、沥青质等稠油高分子在孔道和毛 管表面发生脱附现象,边界层厚度逐渐降低, $\delta/R$  与  $\nabla p$  之间存在一个较好的幂指数关系,幂指数约 为 -1.

屈服应力和边界层是稠油在多孔介质中渗流 时的内在机理,图 3 为稠油 Bingham 非牛顿流体 在多孔介质中流动的实验结果与理论曲线对比. 图 3 表明,新的非线性渗流方程计算的理论曲线与实 验结果吻合,更能反映实际油藏中稠油流体渗流特 征. 稠油流体在多孔介质中渗流时,其非线性渗流 特征为宾汉姆型非牛顿行为和边界层行为综合响 应.



Fig.3 Experimental results of nonlinear flow of heavy oil through porous media

#### 5 结论

(1) Hagen-Poiseuille 定律需经修正方能描述稠 油流体流动,边界层、流体屈服应力以及表面力对 稠油渗流流动影响非常显著,不可忽略.

(2) 得到了边界层、流体屈服应力和表面力对 稠油非线性渗流的影响因子. 边界层与流体屈服应 力和表面力相互作用,构成组合型影响因子,使稠 油非线性渗流特征更突出.

(3) 新建立的稠油非线性渗流模型中,渗流阻 力更清晰,物理意义更明确.运用该渗流方程计算 的理论曲线与实验结果吻合很好,拟启动压力梯度 型非线性渗流模型、二参数连续型非线性渗流模型 和 Darcy 渗流模型是该运动方程的特例.

#### 参考文献

 苏玉亮, 栾志安. 宾汉非牛顿稠油微观驱替特征. 石油大学学 报(自然科学版), 1996, 20(1): 48-52 (Su Yuliang, Luan Zhian. Microscopic displacement features of Bingham non Newtonian viscous Crude oil. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 1996, 20(1): 48-52(in Chinese))

- 2 Wu YS.Flow and displacement of Bingham non-Nemtonian fluids in porous media. SPE 20051,1990.339-351
- 3 黄延章. 低渗透油层渗流机理. 北京:石油工业出版社,1998. 58-65(Huang Yanzhang. Fluid Mechanics in Low-Permeability Reservoir. Beijing: Petroleum Industry Press, 1998. 58-65(in Chinese))
- 4 Wu BZ. Theory and Application of Efficient Development in Low Permeability Reservoirs. Beijing: Petroleum Industry Press, 2009. 25-27
- 5 吴景春、袁满、张继成等.大庆东部低渗透油藏单相流体低速 非达西渗流特征.大庆石油学院学报,1999,23(2):82-84(Wu Jingchun, Yuan Man, Zhang Jicheng, et al. The non-linear flow characteristics of single phase fluid in East Daqing low permeability reservoirs. *Journal of Daqing Petroleum Institute*, 1999, 23(2): 82-84(in Chinese))
- 6 邓英尔,刘慈群. 低渗透油藏非线性渗流规律数学模型及其应用. 石油学报,2001,22(3):72-77(Deng Ying'er, Liu Ciqun. Mathematical model of nonlinear flow law in low permeability porous media and its application. Acta Petrolei Sinica, 2001, 22(3):72-77(in Chinese))
- 7 宋付权. 低渗透多孔介质和微管液体流动尺度效应. 自然杂

志,2003, 26(3): 128-131(Song Fuquan. Research of the size effect of liquid flow in low permeability porous media and microchannels. *Ziran Zazhi*, 2003, 26(3): 128-131(in Chinese))

- 8 邓英尔、阎庆来、马宝岐等. 界面分子力作用与渗透率的关系及其对渗流的影响. 石油勘探与开发,1998,25(2):46-49(Deng Ying'er, Yan Qinglai, Ma Baoqi, et al. Relationship between interfacial molecular interaction and permeability and its influence on fluid flow. *Petroleum Exploration and Development*, 1998,25(2):46-49(in Chinese))
- 9 马尔哈辛. 油层物理化学机理.北京:石油工业出版社, 1987(Maer Haxin. Physical and Chemical Mechanisms. Beijing: Petroleum Industry Press, 1987(in Chinese))
- 10 徐绍良,岳湘安.低速非线性流动特性的实验研究.中国石油 大学学报(自然科学版),2007,31(5):60-63(Xu Shaoliang,Yue Xiang'an. Experimental research on nonlinear flow characteristics at low velocity. *Journal of China University of Petroleum* (*Edition of Natural Science*), 2007, 31(5): 60-63(in Chinese))
- 11 邓英尔,谢和平,黄润秋等.低渗透孔隙-裂隙介质气体非线 性渗流运动方程,四川大学学报(工程科学版),2006,38(4): 58-61(Deng Ying'er, Xie Heping, Huang Runqiu, et al. Law of gas flow in low permeability pore fissure media. Journal of Sichuan University of Petroleum (Engineering Science Edition), 2006, 38(4): 58-61(in Chinese))

(责任编辑: 刘 丽)

# NONLINEAR FLOW EQUATIONS FOR HEAVY OIL IN POROUS MEDIA<sup>(1)</sup>

Yao Tongyu<sup>\*,2)</sup> Huang Yanzhang<sup>†</sup> Li Jishan<sup>\*\*</sup>

\*(School of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061, China)

<sup>†</sup>(Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics Chinese Academy of Sciences, Langfang 065007, China)

\*\*(Geological Scientific Research Institute of Shengli Oilfield Company Ltd., Dongying 257015, China)

**Abstract** The gas flow characteristic in an adsorbent bed is a vital problem for further studying the mechanics of gas separation process. In this paper, a comprehensive mathematical model of gas flow and adsorption in an adsorbing bed, which based on mass and momentum conservation law, is established. A typical cyclic process of an axial-flow rapid pressure swing adsorption is numerically studied. The flow patterns in different cyclic period for pressurization, adsorption, depressurization, desorption and purge, are obtained. The flow characteristics and their difference from the gas flow in an empty bed and a no-adsorption bed are also studied.

**Key words** heavy oil, nonlinear flow, seepage flow model, modified Hagen-Poiseuille rule, starting pressure, yield stress

Received 19 December 2010, revised 28 April 2011.

<sup>1)</sup> The project was supported by the Study on Enhanced Oil Recovery Technology for Heavy Oil by Water Flooding and Steam Flooding (P07071).

<sup>2)</sup> E-mail: yaotongyu@126.com