

基底弹性对蒸发超薄液膜去润湿过程的影响¹⁾

李 振 胡国辉 周继杰 周哲玮²⁾

(上海市应用数学和力学研究所, 上海市力学在能源工程中的应用重点实验室, 上海大学, 上海 200072)

摘要 研究了基底的弹性变形对蒸发超薄膜的稳定性和去润湿动力学过程的影响. 基于长波近似, 得到了关于液体薄膜厚度的演化方程. 运用线性稳定性理论和数值模拟两种方法, 研究了基底弹性、范德华力以及液体蒸发等因素对液体薄膜的稳定性和去润湿过程的影响. 研究表明增大基底的弹性系数或者减小液体的表面张力, 都能加速液膜的破碎, 并且能够影响气液界面波的波长; 液体蒸发能促进气液界面扰动的增长, 有助于液膜的破裂.

关键词 液体薄膜, 稳定性, 蒸发, 弹性基底

中图分类号: O357.1 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2011)04-0699-08

引 言

由于液体薄膜的动力学过程涉及到工业应用的多个领域, 比如液膜除尘器、液膜冷却、液膜蒸发器^[1-3], 在过去的几十年中吸引了大批的研究者对液体薄膜的稳定性和动力学过程进行了研究^[4-7]. 液体薄膜的理论研究始于 Yih^[8-9] 的工作, 他用线性稳定性分析和摄动法研究了在重力作用下运动的液体薄膜的稳定性, 发现垂直状态的下降液膜始终处于不稳定的状态, 并得到了流动的临界雷诺数. 为了研究非线性对液膜界面波发展的影响, Williams 和 Davis^[10] 建立了液膜动力学过程的弱非线性理论.

在对超薄液膜 (厚度小于 100 nm) 的研究中, Ruckenstein 和 Jain^[11] 发现分子间作用力对液膜的破裂有重要的影响. 在这个尺度下, 分子间的范德华作用力诱导的长程力对液膜的稳定性和动力学过程起着重要的作用, 即使是静止的液膜也会由于范德华力的作用导致旋节不稳定 (spinodal instability), 并引起液膜的去润湿过程, 最终可能导致液膜破裂^[1,3]. Burelbach 等^[12] 考虑了液体蒸发 (冷凝)、范德华力和质量变化等因素, 建立了水平固壁上超薄液膜蒸发或冷凝时非线性界面波演化的长波方程, 发现在小雷诺数下, 范德华力和液膜界面上的质量变化等因素对超薄液膜的动力学过程有重要的影响.

考虑蒸发时, 液膜平均厚度不断减小, 扰动增长率随着液膜厚度减小而增大, 并且不稳定的波数范围变宽.

针对由软材料, 如聚合物和凝胶等构成的柔性基底, 如果仍然将基底处理为不可变形的坚硬基底, 将会影响研究结果. Kumar 和 Matar^[13] 建立了黏弹性固壁上液体薄膜演化的模型. 随后 Matar 等^[14] 用稳定性分析和数值模拟的方法研究了放置在倾斜的弹性固体膜上的液体薄膜的动力学过程. Sisoiev 等^[15] 建立了沿垂直弹性壁下落的液体薄膜的模型, 基于长波理论得到了描述液气界面和液固界面的演化方程, 结果显示增加固体膜的张力对液膜稳定性的影响不是单调的, 它依赖于液膜的惯性. 对于很薄的液膜, 增大固体膜的张力能抑制扰动的发展, 而对于惯性较大的液膜, 增大固体膜的张力将使液膜更加不稳定.

以上大多数的研究采用了弹性固体薄膜模型, 用固体膜的张力来描述基底的弹性. 本文则考虑可以垂向变形的弹性基底, 忽略基底切向的变形, 建立了超薄液膜在水平弹性基底上去润湿过程的模型, 并且考虑了去润湿过程中液体蒸发和范德华作用力等因素, 研究超薄液膜在蒸发过程中失稳破碎. Tong 等^[16] 和 Cola 等^[17] 在实验中观察到垂直排列的碳纳米管阵列在受到压力作用后, 碳纳米管在垂直

2010-07-13 收到第 1 稿, 2011-01-31 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10772107), 上海市科委重大项目 (10dz2212600), 教育部长江学者创新团队 (IRT0844) 和上海市高校创新团队资助项目.

2) E-mail: zhwzhou@shu.edu.cn

于基底的方向上发生弯曲, 阵列整体以法向变形为主. 本文中的弹性基底模型对垂直于液膜排列的碳纳米管阵列构成的基底、垂向有序排列 (nematic) 的材料和光刻蚀等制版化基底是适用的. 因为在这类问题中, 基底法向变形对液膜的影响要远大于基底切向变形对液膜的影响.

1 数学模型及方程推导

1.1 模型方程

如图 1 所示, 考虑二维超薄液膜, 在气液界面上, 液膜受有势体积力 ϕ 的作用. 它是由液体分子和基底中固体分子的 London 范德华力相互作用引起的, 可以表达为液膜厚度 h 的函数 $\phi = \phi(h)^{[12]}$. 液膜内密度为 ρ , 黏性系数为 μ 的液体运动可以用动量方程和连续性方程描述

$$\left. \begin{aligned} \rho(\mathbf{v}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) &= -\nabla \mathbf{p} - \nabla \phi + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$, $\mathbf{v}$ 和 $\mathbf{p}$ 分别为流体速度和压力, 下标 t 表示对 t 求偏导数. 关于温度 T 的能量方程为

$$T_t + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T \quad (2)$$

其中 κ 为热扩散系数.

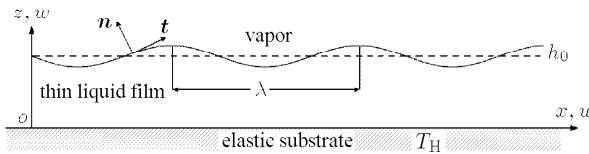


图 1 弹性基底上液膜的模型示意图

Fig.1 The sketch of thin liquid film on elastic substrate

相应的边界条件为:

(1) 在固壁 $z = 0$ 处, 本文仅考虑弹性基底的垂向变形, 忽略切向的变形, 于是基底的弹性变形可以描述为:

(a) 垂直位移条件

$$y = -p_s/K_E \quad (3)$$

其中, K_E 为基底的弹性系数, 硬基底对应的弹性系数为无穷大; y 为弹性基底的变形; p_s 为液体对基底的压力.

(b) 速度滑移

$$u = \beta \cdot u_z \quad (4)$$

其中 β 为壁面的滑移长度.

(c) 温度条件

$$T = T_H \quad (5)$$

其中, T_H 为固壁温度, 液固界面 z 向的速度 $w = \frac{dy}{dt} = y_t + u \cdot y_x$.

(2) 在气液界面 $z = h$ 处

(a) 气液质量平衡

$$J = \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(I)}) \cdot \mathbf{n} = \rho^{(V)}(\mathbf{v}^{(V)} - \mathbf{v}^{(I)}) \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

其中, J 为气液界面的质量流量, $\mathbf{n}$ 为气液界面法向量, $\mathbf{v}^{(V)}$ 为气体速度, $\mathbf{v}^{(I)}$ 为界面速度, 气体密度 $\rho^{(V)}$ 假定为常数.

(b) 气液能量平衡

$$\begin{aligned} J \left\{ L + \frac{1}{2} [(\mathbf{v}^{(V)} - \mathbf{v}^{(I)}) \cdot \mathbf{n}]^2 - \right. \\ \left. \frac{1}{2} [(\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(I)}) \cdot \mathbf{n}]^2 \right\} + \kappa \nabla T \cdot \mathbf{n} - \\ \kappa^{(V)} \nabla T^{(V)} \cdot \mathbf{n} + 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(I)}) - \\ 2\mu^{(V)}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(V)} \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{v}^{(V)} - \mathbf{v}^{(I)}) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(V)}$ 分别为液体和气体的变形率张量, L 为液体的气化潜热, $T^{(V)}$ 为气体温度, κ 和 $\kappa^{(V)}$ 分别为液体和气体的热传导率.

(c) 法向应力平衡

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(V)}) \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{F} - \mathbf{F}^{(V)}) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = \\ \nabla \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}(T) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{F}^{(V)}$ 分别为液体和气体的应力张量.

(d) 切向的应力平衡

$$J(\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(V)}) \cdot \boldsymbol{\tau} - (\mathbf{F} - \mathbf{F}^{(V)}) \cdot \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = -\nabla \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (9)$$

其中, $\boldsymbol{\tau}$ 为气液界面切向量, $\boldsymbol{\sigma}$ 为液体的表面张力.

表面张力随温度的变化可以用线性公式表达 $\sigma = \sigma_0 - \gamma(T^{(I)} - T_S)$, 其中 T_S 为在系统压力下的饱和温度, σ_0 为温度为 T_S 时液膜的表面张力. 对一般流体来说 $\gamma = -d\sigma/dT$ 为一个正数.

(e) 界面上速度连续

$$(\mathbf{v} - \mathbf{v}^{(V)}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (10)$$

(f) 线性化的本构方程

$$J = \left(\frac{\alpha \rho^{(V)} L}{T_S^{3/2}} \right) \left(\frac{M_W}{2\pi R_g} \right)^{1/2} (T^{(I)} - T_S) \quad (11)$$

此方程从分子运动论得出^[18]. M_W 为分子质量, R_g 为普适气体常数, α 为调节系数.

1.2 无量纲化

将长度、时间、速度和压力无量纲化

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{d_0}, & t^* &= \frac{t}{d_0^2/\nu} \\ v^* &= \frac{v}{\nu/d_0}, & p^* &= \frac{p}{\rho\nu^2/d_0^2} \end{aligned}$$

其中, ν 为液体的运动学黏度, d_0 为液膜初始厚度, ρ 为液体密度. 为书写方便, 下文的公式中将无量纲数上的 * 号舍去.

(1) 动量方程和连续性方程

$$\left. \begin{aligned} v_t + v \cdot \nabla v &= -\nabla p - \nabla \phi + \nabla^2 v \\ \nabla \cdot v &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

引入范德华力的势函数^[19]

$$\phi = A \cdot \frac{1}{h^3} - B \cdot \frac{1}{h^4}$$

其中, h 为液膜厚度, A 为吸引力项的无量纲 Hamaker 常数, B 代表排斥力项的 Born 系数.

(2) 能量方程

$$P(T_t + v \cdot \nabla T) = \nabla^2 T \quad (13)$$

其中, P 为 Prandtl 数, $P = \frac{\nu}{\kappa}$.

(3) 在固壁 $z = 0$ 处的边界条件

(a) 垂直位移条件

$$y = -p/K_E, \quad \left(K_E^* = \frac{K_E}{\rho\nu^2/d_0^3}\right) \quad (14)$$

(b) 速度滑移

$$u = \beta \cdot u_z, \quad \left(\beta^* = \frac{\beta}{d_0}\right) \quad (15)$$

(c) 温度条件

$$T = 1, \quad \left(T^* = \frac{T - T_S}{T_H - T_S}\right) \quad (16)$$

(4) 在气液界面 $z = h(x, t)$ 上的边界条件

假设蒸发过程中气体和液体的速度都很小, 从而视气液均为不可压缩牛顿流体. 并且液体的密度、黏性和热传导率均远大于气体. 本文取气体压力为参考压力, 即令 $p^{(V)} = 0$. 可以将气液边界条件做一些简化, 得到

(a) 质量守恒

$$EJ = (-h_t - u \cdot h_x + w)(1 + h_x^2)^{-1/2} \quad (17)$$

其中, $E = \frac{\kappa\Delta T}{\rho\nu L}$ 为蒸发数, E 越大, 液体蒸发越快. $\Delta T = T_H - T_S$ 为饱和温度与基底的温度差.

(b) 能量平衡

$$J + (E^2 D^{-2} \xi^{-1})J^3 = (T_x h_x - T_z)(1 + h_x^2)^{-1/2} \quad (18)$$

其中, $D = \frac{3\rho^{(V)}}{2\rho}$, $\xi = \frac{8d_0^2 L}{9v^2}$.

(c) 法向应力平衡

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}E^2 D^{-1}J^2 + p - 2[u_x(h_x^2 - 1) - \\ h_x(u_z + w_x)](1 - h_x^2)^{-1} = \\ -3S(1 - CT)h_{xx}(1 + h_x^2)^{-3/2} \end{aligned} \quad (19)$$

其中, 无量纲表面张力 $S = \frac{\sigma_0 d_0}{3\rho\nu^2}$, 毛细数 $C = \frac{\gamma\Delta T}{\sigma_0}$.

(d) 切向应力平衡

$$\begin{aligned} (u_z + w_x)(1 - h_x^2) - 4u_x h_x = \\ -2MP^{-1}(T_x + T_z h_x)(1 + h_x^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (20)$$

其中, Marangoni 数 $M = \frac{\gamma\Delta T d_0}{2\rho\nu\kappa}$.

(e) 本构方程

$$KJ = T \quad (21)$$

其中, 参数 $K = \left(\frac{\kappa T_S^{3/2}}{\alpha d_0 \rho^{(V)} L^2}\right) \left(\frac{2\pi R_g}{M_W}\right)^{1/2}$, 它反映气液界面蒸发的不平衡度, $K = 0$ 表示气液界面与基底的温度差 $T = 0$, 是平衡蒸发过程. $K^{-1} = 0$ 表示不可挥发性液体, 此时气液界面的质量流率 $J = 0$.

1.3 长波近似

本文考虑的液膜在厚度方向上的尺寸远远小于长度方向的尺寸, 取波长 λ 为长度方向上的特征长度, h_0 为薄膜的名义厚度. 由于 $\varepsilon = \frac{h_0}{\lambda} \ll 1$, 故采用长波假设. 保留方程中的零阶项, 并根据量级分析使起主要作用的参数出现在零阶方程中, 详细数学推导过程可以参见文献[12], 最终可以得到描述液

体薄膜厚度发展的长波方程

$$\begin{aligned}
 & [1 - 3K_E^{-1}E^2D^{-1}(h+K)^{-3}]h_t - 3K_E^{-1}S(h_{xx})_t + \\
 & E(h+K)^{-1} - \left(\frac{1}{3}\Phi h^3 + \beta\Phi h^2\right)_x + \\
 & MP^{-1}K[(h+K)^{-2}h^2h_x]_x + \\
 & 2MP^{-1}K\beta[(h+K)^{-2}hh_x]_x + \\
 & [\Phi\beta h - 2MP^{-1}K\beta(h+K)^{-2}h_x] \cdot \\
 & [3K_E^{-1}E^2D^{-1}(h+K)^{-3}h_x + 3K_E^{-1}Sh_{xxx}] = 0
 \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\Phi = -3E^2D^{-1}(h+K)^{-3}h_x - 3Sh_{xxx} - 3Ah^{-4}h_x + 4Bh^{-5}h_x$.

如果考虑坚硬基底, 并且不考虑范德华排斥力和壁面速度滑移, 即令 $K_E^{-1} = 0$, $B = 0$, $\beta = 0$, 方程将回归到现有文献 [12] 得到的薄膜厚度演化方程.

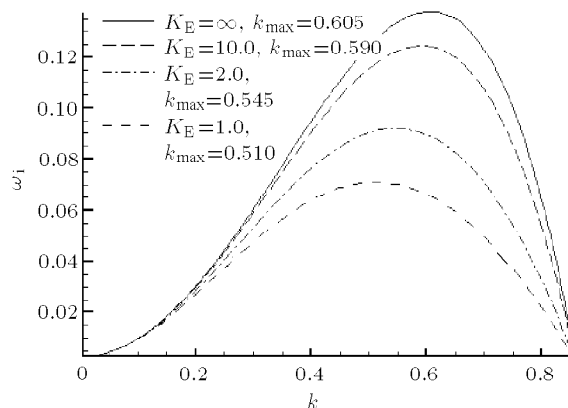
2 线性稳定性分析

在长波方程中引入小扰动量, 将 $h = \bar{h} + h'$ 代入描述薄膜厚度的方程 (22), 并舍去高阶小量. 用正则模态法 (normal mode), 将小扰动量写成 $h'(x, t) = He^{i(\omega t + kx)}$, 其中 k 为波数, ω 为时间频率, 它的虚部 ω_i 为扰动增长率, 可以求得

$$\begin{aligned}
 \omega_i = \frac{1}{Q} \cdot & \left[E(\bar{h} + K)^{-2} + E^2D^{-1}(\bar{h} + K)^{-3}\bar{h}^3k^2 - \right. \\
 & S\bar{h}^3k^4 + A\bar{h}^{-1}k^2 - \frac{4}{3}B\bar{h}^{-2}k^2 + \\
 & 3\beta E^2D^{-1}(\bar{h} + K)^{-3}\bar{h}^2k^2 - \\
 & 3\beta S\bar{h}^2k^4 + 3\beta A\bar{h}^{-2}k^2 - 4\beta B\bar{h}^{-3}k^2 + \\
 & MP^{-1}K(\bar{h} + K)^{-2}\bar{h}^2k^2 + \\
 & \left. 2MP^{-1}K\beta(\bar{h} + K)^{-2}\bar{h} \cdot k^2 \right] \quad (23)
 \end{aligned}$$

其中, $Q = 1 - 3K_E^{-1}E^2D^{-1}(\bar{h} + K)^{-3} + 3K_E^{-1}Sk^2$.

扰动增长率 $\omega_i > 0$ 说明界面上的扰动随时间增长, 对应的扰动波促使液膜不稳定. 为了分析基底弹性对液膜稳定性的影响, 图 2 描述了不同弹性系数 K_E 下液膜的色散关系曲线, 其中 $k_{\max}$ 表示最不稳定波对应的波数. 可以看出, 随着弹性系数 K_E 的减小, 最不稳定波对应的增长率和波数均不断减小, 但是基底弹性的变化几乎不改变不稳定波数的范围. 这说明基底的变形将抑制气液界面上扰动的增长, 使液膜破裂需要更长的时间. 因此, 相比硬基底而言, 弹性基底上的超薄液膜更加稳定, 并且气液界



$E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, S = 1.0,$
 $P = 1.0, A = 1.0, B = 0.2$

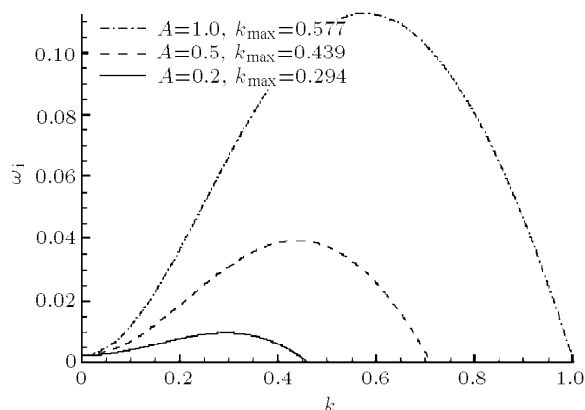
图 2 基底的弹性系数对薄膜稳定性的影响

Fig.2 The effects of K_E on instability of liquid film

面上最不稳定波的波数较小, 对应的扰动波的波长较大.

图 3(a) 和图 3(b) 分别显示了范德华吸引力和排斥力对薄膜稳定性的影响. 从图 3(a) 中可以看出, 吸引力项的增大, 能够使得扰动增长率快速增大, 并且使最不稳定波的波数增加. 这说明薄膜间的吸引力能够较大程度地促进薄膜的破裂, 当吸引力较大时, 薄膜将破裂成为较小的液滴.

排斥力对薄膜的作用与吸引力相反, 如图 3(b) 所示, 当排斥力增大时, 扰动的增长率迅速减小, 并且最不稳定波对应的波数减小, 说明排斥力的存在能够抑制气液界面上扰动波的增长.



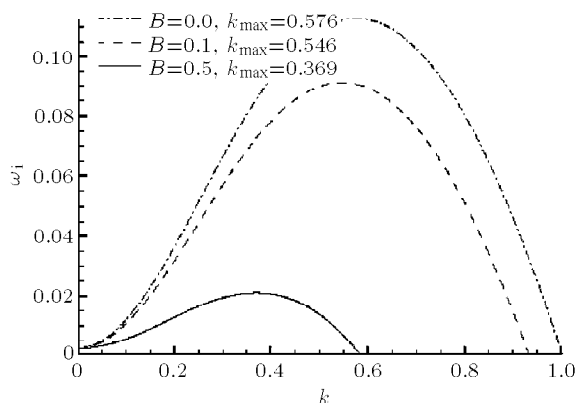
$E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, S = 1.0,$
 $P = 1.0, K_E = 10$

(a) 吸引力项 A 对薄膜稳定性的影响

(a) The effects of A on instability of liquid film

图 3 对薄膜稳定性的影响

Fig.3 The effects on instability of liquid film



$E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, S = 1.0,$
 $P = 1.0, K_E = 10$

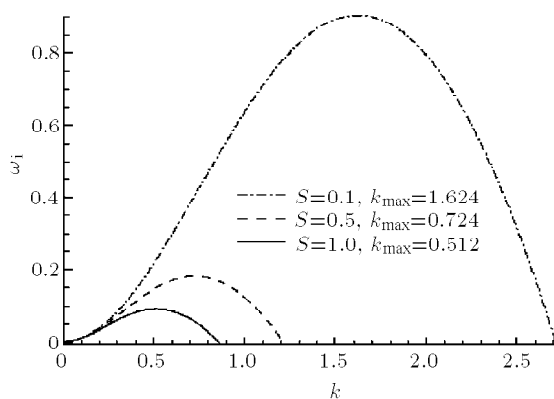
(b) 排斥力项 B 对薄膜稳定性的影响

(b) The effects of B on instability of liquid film

图 3 对薄膜稳定性的影响 (续)

Fig.3 The effects on instability of liquid film (continued)

图 4 考察了液体的表面张力对扰动增长率的影响。总体来说, 增大液体的表面张力会使薄膜更加稳定。从图 4 中可以看出, 随着表面张力的增大, 不稳定区对应的波数范围变窄, 其增长率不断减小, 并且最不稳定波对应的波数也在减小。这说明表面张力的增大, 使液膜趋向于长波不稳定。对于表面张力较大的液体, 薄膜的破裂需要更长的时间, 并且液膜会破裂成为较大的液滴。

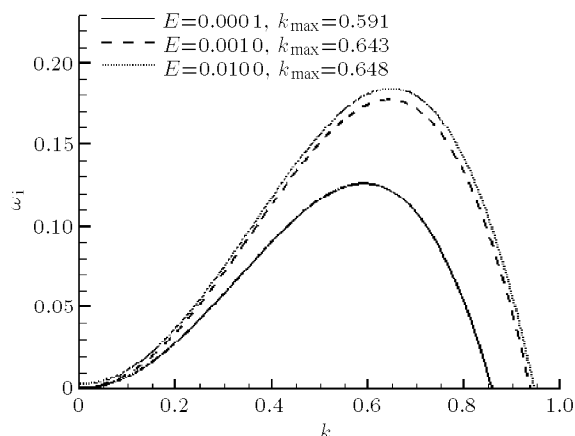


$E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, P = 1.0,$
 $K_E = 10, A = 1.0, B = 0.2$

图 4 表面张力对薄膜稳定性的影响

Fig.4 The effects of S on instability of liquid film

对于可蒸发的液体, 气液界面上存在质量交换和能量交换。增强液体的蒸发能够扩大液膜的不稳定区, 并且使扰动的增长率增大, 如图 5 所示。蒸发也能够影响最不稳定波的波长, 随着 E 的增加,



$A = 1.0, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, P = 1.0,$
 $S = 0.5, K_E = 10$

图 5 蒸发对液膜稳定性的影响

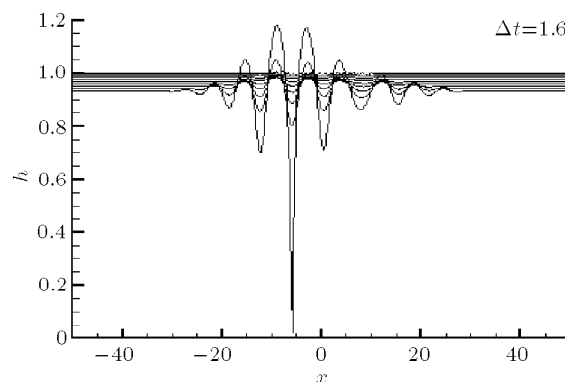
Fig.5 The effects of E on instability of liquid film

最不稳定的波数增大, 即波长减小。但是相比表面张力和范德华力而言, 蒸发对波长的影响较小。

3 数值模拟

本文对描述薄膜厚度发展的长波方程 (22), 空间和时间上分别用中心差分格式和 Euler 格式进行离散, 从而模拟液膜厚度的演化过程。为了了解薄膜在蒸发过程中界面波的整体发展, 选取足够长的计算域, 在初始状态 $t = 0$ 时, 向薄膜中心引入幅度为薄膜厚度 1% 的随机扰动。

随着液体的蒸发, 薄膜厚度越来越小, 伴随扰动的增长, 在薄膜表面形成界面波。图 6 显示了气液界面随时间的演化过程, 可以看出, 由于液体的蒸发, 液膜平均厚度不断减小, 在液体完全蒸发之前,



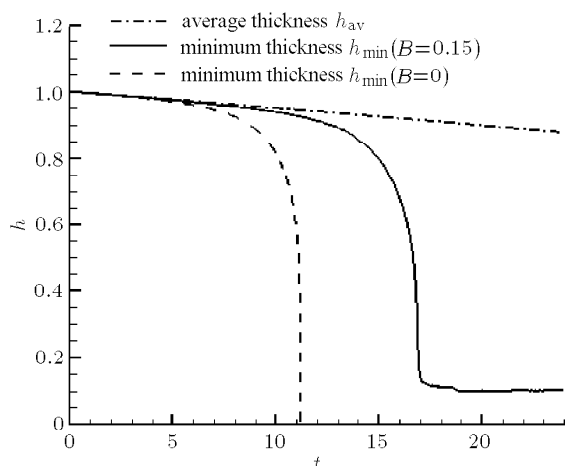
$A = 1.0, E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, P = 1.0,$
 $S = 0.5, K_E = 1000$

图 6 气液界面随时间的演化过程

Fig.6 The evolution of liquid-vapor interface with time

气液界面波的波谷会接触基底, 导致液膜的破裂. 在扰动增长的过程中, 只有增长率占优势的扰动才能发展成为界面波, 最终成为液膜破碎时的主要波形, 而绝大多数的扰动波在演化过程中衰减或者被最不稳定波掩盖.

图 7 显示了随着液体的蒸发, 薄膜的厚度随时间的变化. 由于液体的蒸发, 液膜的平均厚度 h_{av} 随时间线性减小, 而薄膜的最小厚度 h_{min} 的发展表现出明显的非线性. 如果薄膜间只存在吸引力 ($B = 0$), 相比含有排斥力 ($B = 0.15$) 的情况, 薄膜破裂的时间大大缩短, 这表明薄膜间的吸引力能够较大地促进薄膜的破裂, 而薄膜间的排斥力能抑制扰动的增长, 与以往研究结果^[19]吻合. 从图 7 中还可以看出, 薄膜最小厚度 h_{min} 从 1.0 减小到 0.8 所占的时间约占总演化时间的 90%, 而薄膜最小厚度 h_{min} 从 0.8 到破裂, 耗时非常少. 即扰动的发展阶段占用较长的时间, 而薄膜的破裂阶段是快速完成的, 这说明非线性加速了扰动的发展.



$$A = 1.0, E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, K = 1.0, P = 1.0, \\ K_E = 1000, S = 0.5$$

图 7 液膜厚度随时间发展曲线

Fig.7 The variation of minima of liquid film thickness with time

图 8 为不同蒸发数 E 下液膜破裂时气液界面的形状, 通过对界面形状的频谱分析, 能够知道液膜破裂时, 界面波只有一种波长占绝对优势, 也就是说在界面波发展的过程中, 只有最不稳定的模态才会最终成为液膜破裂时的界面波.

当蒸发数 $E = 0.001$ 时, 薄膜的破裂时间 $t = 25.06$, 液膜平均厚度 $\bar{h} = 0.987$, 界面波的波长 $\lambda = 10.0$; 随着蒸发数的增加, 即液膜在去润湿过程中蒸发程度越大, 破裂时液膜的平均厚度变小. 与此同

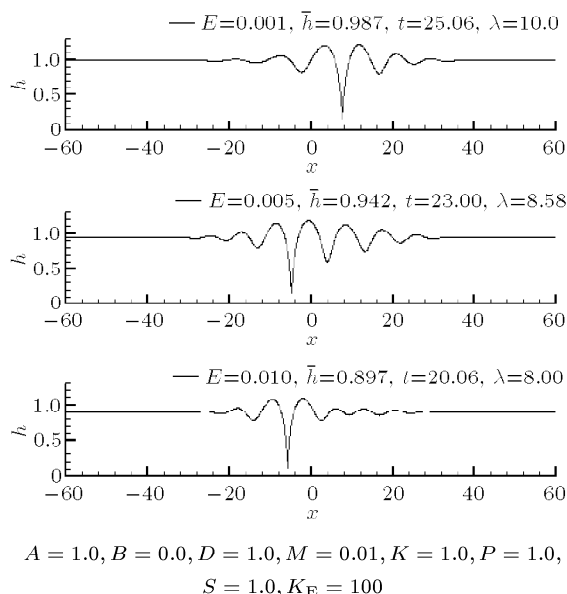
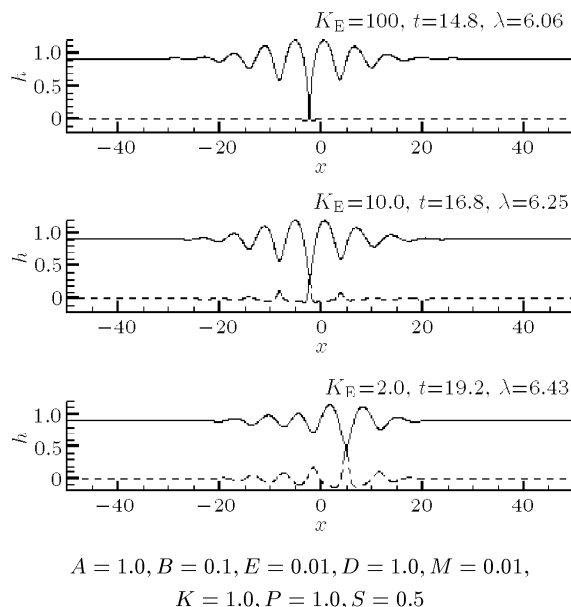


图 8 不同蒸发数下薄膜破裂波形

Fig.8 The profile of liquid-vapor interface at rupturing time for different E

时, 液膜破裂时气液界面波的波长随 E 的增加而越小, 并且破裂所需的时间也缩短. 这说明增强液体的蒸发, 会加速液膜的破裂, 并且使液膜趋于破裂为较小的液滴, 这与线性稳定性分析得到的结论一致.

基底的变形也会影响液膜的演化过程. 图 9 显示了不同弹性系数 K_E 下液膜破裂时气液界面和液



$$A = 1.0, B = 0.1, E = 0.01, D = 1.0, M = 0.01, \\ K = 1.0, P = 1.0, S = 0.5$$

图 9 不同弹性系数下薄膜破裂波形. 图中实线为气液界面 h , 虚线为液固界面 y

Fig.9 The profile of interfaces at rupturing time for different K_E . The solid lines stand for liquid-vapor interfaces h , while the dashed lines for liquid-solid interfaces y

固界面的波形. 可以看出, 随着弹性系数的减小, 弹性基底的变形能力增加, 变形幅值逐渐增加, 同时, 液膜破裂需要更长的时间, 界面波波长也不断增大. 这说明基底的变形抑制了扰动的增长, 并使液膜破裂成为较大的液滴. 上节线性稳定性分析的结果显示, 增加弹性系数 K_E , 扰动增长率增大, 对应的最不稳定波波长减小, 本文在数值模拟中也得到了同样的结论.

4 结 论

本文研究了具有垂向变形能力的弹性基底上超薄液膜的稳定性和去润湿动力学过程, 此弹性基底的模型仅考虑了基底法向的变形, 可以作为垂直于液膜排列的碳纳米管阵列构成的基底、垂向有序排列 (nematic) 的材料和光刻蚀等制版化基底的简化模型. 同时考虑了去润湿过程中液体的蒸发和范德华力的影响. 由于研究的液膜很薄, 采用了长波近似, 得到了关于液体薄膜厚度的演化方程. 用线性稳定性分析和数值模拟两种方法, 研究了基底弹性、表面张力、范德华力等因素对液膜的稳定性和去润湿过程的影响. 研究结果表明基底的弹性能够影响液膜最不稳定波的波长和增长率, 增加基底的弹性系数或者减小液体的表面张力, 都能加速液膜的破碎, 并且能够影响气液界面波的波长. 液体蒸发促进气液界面扰动的增长, 加速液膜的破裂. 范德华吸引力项会加速液膜的破裂, 而排斥力项起到的作用恰好相反.

参 考 文 献

- 1 Oron A, Davis SH, Bankoff SG. Long-scale evolution of thin liquid films. *Reviews of Modern Physics*, 1997, 69(3): 931-980
- 2 叶学民, 阎维平. 液体薄膜流稳定性和破断特性的研究进展. 华北电力大学学报, 2006, 33(3): 63-67 (Ye Xuemin, Yan Weiping. Review on flow stability and breakdown of thin liquid films. *J North China Electric Power Univ*, 2006, 33(3): 63-67 (in Chinese))
- 3 Craster RV, Matar OK. Dynamics and stability of thin liquid films. *Reviews of Modern Physics*, 2009, 81(3): 1131-1198
- 4 Benjamin TB. Wave formation in laminar flow down an inclined plane. *J Fluid Mech*, 1957, 2: 554-574
- 5 Vrij A. Possible mechanism for the spontaneous rupture of thin, free liquid films. *Discuss Faraday Soc*, 1966, 42: 23-33
- 6 Sheludko A. Thin liquid films. *Adv Colloid Interface Sci*, 1967, 1: 391-463
- 7 Kelly RE, Goussis DA, Lin SP, et al. The mechanism for surface wave instability in film flow down an inclined plane. *Physics of Fluids A*, 1989, 1(5): 819-828
- 8 Yih CS. Stability of parallel laminar with a free surface. *Quart Appl Math*, 1955, 13(4): 434-439
- 9 Yih CS. Stability of liquid flow down an inclined plane. *Physics of Fluid*, 1963, 6(3): 321-335
- 10 Williams MB, Davis SH. Nonlinear theory of film rupture. *J Colloid Interface Sci*, 1982, 90(1): 220-228
- 11 Ruckenstein E, Jain RK. Spontaneous rupture of thin liquid films. *J Chem Soc, Faraday Trans*, 1974, 70: 132-147
- 12 Burelcah JP, Bankoff SG, Davis SH. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid films. *J Fluid Mech*, 1988, 195: 463-494
- 13 Kumar S, Matar OK. Dewetting of thin liquid films near soft elastomeric layers. *J Colloid Interface Sci*, 2004, 273(2): 581-588
- 14 Matar OK, Craster RV, Kumar S. Falling films on flexible inclines. *Physical Review E*, 2007, 76(5): 056301
- 15 Sisoiev GM, Matar OK, Craster RV, et al. Coherent wave structure on falling fluid films flowing down a flexible wall. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(2): 950-961
- 16 Tong T, Zhao Y, Delzeit L, et al. Height independent compressive modulus of vertically aligned carbon nanotube arrays. *Nano Letters*, 2008, 8(2): 511-515
- 17 Cola BA, Xu J, Fisher TS. Contact mechanics and thermal conductance of carbon nanotube array interfaces. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, 52(15-16): 3490-3503
- 18 Palmer HJ. The hydrodynamic stability of rapidly evaporating liquids at reduced pressure. *J Fluid Mech*, 1976, 75(3): 487-511
- 19 Hu GH. Linear stability of ultrathin slipping films with insoluble surfactant. *Physics of Fluids*, 2005, 17(8): 088105

(责任编辑: 刘希国)

EFFECTS OF ELASTICITY OF SUBSTRATE ON DEWETTING PROCESS OF EVAPORATING ULTRA-THIN LIQUID FILM¹⁾

Li Zhen Hu Guohui Zhou Jijie Zhou Zhewei²⁾

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai Key Laboratory of Mechanics in Energy and Environmental Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract The effects of substrate elasticity on instability and dynamics of the horizontal evaporating ultra-thin liquid film are investigated in the present study. The evolution equation for the thickness of liquid film is derived based on long-wave approximation. The effects of substrate elasticity, Van der Waals forces and evaporation of liquid are examined by both linear stability analysis and numerical simulation. The results indicate that increasing substrate elasticity or decreasing the surface tension of liquid can enhance the development of perturbations, change the wavelength of interfacial wave, and be helpful to the rupture of the liquid film. The evaporation of liquid will promote the instability of film and accelerate the rupture process.

Key words liquid film, stability, evaporation, elastic substrate

Received 13 July 2010, revised 31 January 2011.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10772107), the Shanghai Committee of Science and Technology (10dz2212600), Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University (IRT0844) and Shanghai Program for Innovative Research Team in Universities.

2) E-mail: zhzwzhou@shu.edu.cn