

鲁棒匹配点颤振预测的高效 μ 方法¹⁾

寇文军²⁾ 邱志平

(北京航空航天大学固体力学研究所, 北京 100191)

摘要 基于含有参数不确定性的时域鲁棒颤振 μ 预测工具, 首先提出一种不确定多项式建模方法, 该方法通过线性分式变换 (LFT) 最终可以得到较低阶次不确定描述; 然后, 考虑到参数不确定问题中实 μ (real μ) 的计算复杂性, 又提出一种包含二分法的鲁棒颤振预测技术, 该方法是基于在一定飞行范围内飞行速度与气弹系统稳定性间的简单关系, 它能够避免鲁棒匹配点颤振预测中包含的高阶速度摄动块, 从而大大提高颤振预测的计算效率. 最后数值验证和对比表明了该方法的高效性.

关键词 匹配点颤振, 参数不确定性, μ 方法, 鲁棒稳定性, 降阶模型

中图分类号: V215.3 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2011)01-0221-06

引 言

颤振的预测是气动弹性 (aeroelastic, AE) 以及气动伺服弹性 (acroservoelastic, ASE) 系统研究中的一个重要问题. 颤振通常可以被描述为当飞行速度超过某一边界值, 随着系统某个模态阻尼的不断降低而发生的系统失稳. 由于在复杂气动弹性系统的建模过程中不可避免存在各种建模误差, 这就使得考虑参数不确定性, 未建模动态以及非线性摄动的鲁棒颤振预测显得更有实际意义. 而在鲁棒控制理论中, μ 技术可以以精确的方式描述系统鲁棒稳定性以及鲁棒性能^[1]. 对于在气动弹性以及气动伺服弹性系统中的应用, Lind 和 Brenner^[2] 对鲁棒颤振预测 μ 技术做出了系统的阐述, 随后又提出了颤振分析的匹配点法^[3], 该方法能够在建模过程中考虑动压和飞行速度之间的关系. 考虑到匹配点框架中的高维速度摄动块, Gu 和 Yang^[4] 通过适当地线性分式变换 (LFT) 运算, 使原来的速度摄动块阶次从 $12n$ 降为 $8n$. 与鲁棒颤振预测的时域方法相对应, Borglund^[5-6] 发展了频域的 $\mu-k$ 法来描述不确定性, 它可以看作是经典 $p-k$ 方法的推广, 并且该方法不需要气动力传递函数的有理函数近似, 但频域方法在对诸如自由间隙、软硬弹簧效应等非线性项建模时比较困难, 这是因为频域方法主要是基于线

性系统中的传递函数来考查系统稳定性, 而存在非线性项时, 气动弹性系统稳定性还有可能与初始条件有关, 文献 [7] 在研究软弹簧的二元机翼颤振时发现, 在速度低于但接近线性颤振临界值时, 较大的初始俯仰角会使系统发散, 而在较小的初始俯仰角下系统是稳定的. 杨智春等^[8] 在线性颤振分析中考虑到实 μ (real μ) 的不连续性, 提出复摄动 $\mu-\omega$ 颤振预测方法并能取得良好精度, 但由于其允许速度复数摄动, 实际上扩大了速度不确定描述集合, 从而使颤振预测较为保守. 本文针对鲁棒颤振预测的时域建模方法进行研究, 基于前人提出的匹配点颤振预测方法, 提出一种针对含不确定多项式系统的建模方法, 该方法可以将速度摄动块从 $8n$ 降为 $7n$. 然而不确定系统块的阶次依然很高, 同时实 μ 问题已被证明为 N-P 难问题^[9], 而且实 μ 对参数摄动并不具有连续依赖性^[9-10]. 因此本文第 2 部分基于飞行速度与系统稳定性之间的简单关系, 给出一种采用二分法迭代的鲁棒匹配点颤振预测方法, 它能够完全避免对速度摄动的建模, 大大降低鲁棒气动弹性系统中不确定阶次.

1 速度摄动模型: 含 $7n$ 阶次速度摄动块的鲁棒匹配点颤振模型

这项工作可以看作是文献 [4] 工作的继续, 在文

2010-04-22 收到第 1 稿, 2010-09-09 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10872017, 11002013, 90816024), 国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金 (10876100) 和高等学校学科创新引智计划 (B07009) 资助项目.

2) E-mail: kouwenjun@ase.buaa.edu.cn

献 [4] 里 Gu 和 Yang 通过适当地 LFT 变换得到关于速度摄动的 $8n$ 阶对角块. 对于包含不确定元素多项式函数的静态系统, 下面的方法可以建立更低阶次的不确定模型. 假定多项式可以展开如下

$$y = P(\delta) = x_n \delta^n + x_{n-1} \delta^{n-1} + x_{n-2} \delta^{n-2} + \cdots + x_1 \delta^1 + x_0 \quad (1)$$

其中, δ 为不确定元素, 而 $P(\delta)$ 为含不确定元素的静态系统; y 和 $x := \{x_n^T, x_{n-1}^T, \cdots, x_1^T, x_0^T\}^T$ 分别为系统输出和输入. 通过重新排列系统 $P(\delta)$ 可以得到下式

$$y = P(\delta) = x_0 + \delta \{x_1 + \delta [x_2 + \cdots + \delta (x_{n-1} + \delta x_n)]\} \quad (2)$$

针对不确定建模, 引入额外输入输出变量符号, 可以得到以下各式

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_n &= x_n, \quad \bar{Z}_n = \delta \bar{W}_n \\ \bar{W}_{n-1} &= x_{n-1} + \bar{Z}_n, \quad \bar{Z}_{n-1} = \delta \bar{W}_{n-1} \\ \bar{W}_{n-2} &= x_{n-2} + \bar{Z}_{n-1}, \quad \bar{Z}_{n-2} = \delta \bar{W}_{n-2} \\ &\vdots \\ \bar{W}_1 &= x_1 + \bar{Z}_2, \quad \bar{Z}_1 = \delta \bar{W}_1 \\ y &= x_0 + \bar{Z}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

若用 $\bar{W}, \bar{Z}$ 分别表示信号矢量 $\{\bar{W}_n^T, \bar{W}_{n-1}^T, \cdots, \bar{W}_1^T\}^T$ 和 $\{\bar{Z}_n^T, \bar{Z}_{n-1}^T, \cdots, \bar{Z}_1^T\}^T$, 则对应的系统可以表示成 LFT 框图形式, 如图 1 所示.

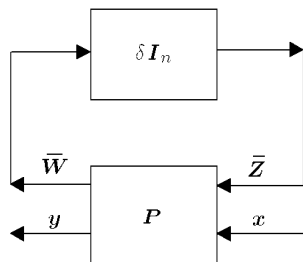


图 1 鲁棒 (不确定) 系统的 LFT 图

Fig.1 LFT diagram of robust (uncertain) system

由图 1 可以得到仅含有 n 阶不确定元素的系统, 然而如果利用传统方法, 单独针对式 (1) 中的每一项 $x_i \delta^i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 建模, 则会得到 i 阶不确定元素的子系统^[11], 整个系统 $P(\delta)$ 通过这 n 个子系统串联而得, 由 LFT 代数^[11] 可知最后系统不确定元素阶次为 n 个子系统不确定元素阶次之和, 即为 $n(n+1)/2$. 将上述不确定系统建模方法运用在鲁棒匹配点颤振分析上, 可以获得低阶不确定模型.

1.1 鲁棒匹配点颤振分析建模 考虑气弹系统的控制方程

$$M\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = -\bar{q}_\infty \hat{Q}(k)\eta \quad (4)$$

其中, M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, 而 $\bar{q}_\infty$ 为动压, $\hat{Q}$ 为气动力算子, η 为 n 维广义坐标, 而 $k = \omega b/V$ 为减缩频率. 利用 Roger 近似^[12], 气动力算子 $\hat{Q}$ 可以表示为

$$\hat{Q}(k) = A_0 + A_1 ik + A_2 (ik)^2 + \sum_{l=1}^2 A_{l+2} \left(\frac{ik}{ik + \beta_l} \right) \quad (5)$$

在气弹系统控制方程中, 与速度相关的项只存在于气动力系统中, 而气动力系统的拉氏域形式可以表示如下

$$\begin{aligned} a(s) &= \frac{1}{2} \rho V^2 \left[A_0 + A_1 \frac{sb}{V} + A_2 \left(\frac{sb}{V} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \sum_{l=1}^2 A_{l+2} \frac{sb/V}{sb/V + \beta_l} \right] \eta = \\ &\quad \frac{1}{2} \rho \left[V^2 A_0 + V A_1 sb + A_2 s^2 b^2 + \right. \\ &\quad \left. V^2 \sum_{l=1}^2 A_{l+2} \frac{sb/V}{sb/V + \beta_l} \right] \eta \end{aligned} \quad (6)$$

根据系统在拉氏域与时域之间的转换关系, 可以通过引入两个滞后状态 x_1 和 x_2 , 将气动力系统表示为如下的微分形式

$$a = \frac{1}{2} \rho [V^2 (A_0 \eta + A_3 x_1 + A_4 x_2) + V (A_1 b) \dot{\eta} + A_2 b^2 \ddot{\eta}] \quad (7)$$

滞后状态 x_1, x_2 分别形成一个动态系统, 其时域微分形式见文献 [3], 对于匹配点解, 空气密度 ρ 可以近似表示为速度的多项式函数, 在 Lind^[3] 以及 Gu 和 Yang^[4] 的研究工作中, 采用如下所示的三阶近似公式

$$\rho = p_0 + p_1 V + p_2 V^2 + p_3 V^3 \quad (8)$$

将式 (8) 代入到式 (7), 可以得到气动力系统和速度之间的多项式关系, 其表达式如下

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \rho [V^2 (A_0 \eta + A_3 x_1 + A_4 x_2) + \\ &\quad V (A_1 b) \dot{\eta} + A_2 b^2 \ddot{\eta}] = \\ &\quad \frac{1}{2} (p_0 + p_1 V + p_2 V^2 + p_3 V^3) \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [V^2(\mathbf{A}_0\dot{\eta} + \mathbf{A}_3x_1 + \mathbf{A}_4x_2) + V(\mathbf{A}_1b\dot{\eta}) + \mathbf{A}_2b^2\ddot{\eta}] = \\
& \frac{1}{2}[V^5(p_3\mathbf{A}_0\dot{\eta} + p_3\mathbf{A}_3x_1 + p_3\mathbf{A}_4x_2) + \\
& V^4(p_2\mathbf{A}_0\dot{\eta} + p_2\mathbf{A}_3x_1 + p_2\mathbf{A}_4x_2 + p_3b\mathbf{A}_1\dot{\eta})] + \\
& \frac{1}{2}[V^3(p_3b^2\mathbf{A}_2\ddot{\eta} + p_2b\mathbf{A}_1\dot{\eta} + p_1\mathbf{A}_0\dot{\eta} + \\
& p_1\mathbf{A}_3x_1 + p_1\mathbf{A}_4x_2)] + \\
& \frac{1}{2}[V^2(p_2b^2\mathbf{A}_2\ddot{\eta} + p_1b\mathbf{A}_1\dot{\eta} + p_0\mathbf{A}_0\dot{\eta} + \\
& p_0\mathbf{A}_3x_1 + p_0\mathbf{A}_4x_2)] + \\
& \frac{1}{2}[V(p_1b^2\mathbf{A}_2\ddot{\eta} + p_0b\mathbf{A}_1\dot{\eta}) + p_0b^2\mathbf{A}_2\ddot{\eta}] \quad (9)
\end{aligned}$$

引入速度摄动关系式 $V = V_0 + \delta V$, 并代入式 (9) 中可知, 气动力系统可以表示为关于速度摄动 δV 的 5 阶多项式, 根据前述不确定元素多项式系统建模方法可知, 气动力系统模型将含有 $5n$ 阶速度摄动块 δV , 然而实际建模过程可以从子系统入手, 只需要保证没有含有相同不确定元素的子系统并联即可避免引入额外阶次的不确定块. 记下式为 Q

$$\begin{aligned}
Q = \frac{1}{2} [& V^2(\mathbf{A}_0\dot{\eta} + \mathbf{A}_3x_1 + \mathbf{A}_4x_2) + \\
& V(b\mathbf{A}_1)\dot{\eta} + b^2\mathbf{A}_2\ddot{\eta}] \quad (10)
\end{aligned}$$

则由式 (7) 和式 (8), 可得

$$a = \rho Q = (p_0 + p_1V + p_2V^2 + p_3V^3)Q \quad (11)$$

首先构造不确定模型 $\bar{Q}$ 来表示空气密度 ρ , 它是速度摄动 δV 的 3 阶多项式, 会引入 $3n$ 阶速度摄动块, 系统 Q 具体矩阵表示可参阅文献 [4]. 然后, 再构造式 (10) 对应的不确定静态系统, 记为 L_0 , 由于输出 Q 是速度摄动 δV 的 2 阶多项式, 则不确定系统的 LFT 框图含有 $2n$ 阶速度摄动块. 系统 L_0 的矩阵表示为

$$\begin{aligned}
\{\bar{Z}_V^1 \quad \bar{Z}_V^2 \quad Q\}^T = & \\
\begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{A}_0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{I}_n & 0 & 2V_0\mathbf{A}_0 & b\mathbf{A}_1 & 0 & 2V_0\mathbf{A}_3 & 2V_0\mathbf{A}_4 \\ 0 & \mathbf{I}_n & V_0^2\mathbf{A}_0 & V_0b\mathbf{A}_1 & b^2\mathbf{A}_2 & V_0^2\mathbf{A}_3 & V_0^2\mathbf{A}_4 \end{bmatrix} \cdot & \\
\{\bar{W}_V^1 \quad \bar{W}_V^2 \quad \eta \quad \dot{\eta} \quad \ddot{\eta} \quad x_1 \quad x_2\}^T & \quad (12)
\end{aligned}$$

而 L_0 相关的不确定系统矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{W}_V^1 \\ \bar{W}_V^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta V \mathbf{I}_n & \\ & \delta V \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Z}_V^1 \\ \bar{Z}_V^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其次考虑由滞后项 $x_i (i = 1, 2)$ 产生的动态系统, 记为 $L_i (i = 1, 2)$, 其各含有一阶速度摄动块 δV , 系统矩阵表达式见文献 [4]. 通过匹配以上子系统中的输入输出, 得到整个气动力系统, 其子系统内连接如图 2.

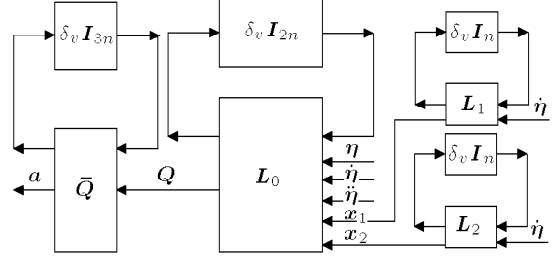


图 2 气动力子系统的内连接示意图

Fig.2 Diagram of the interconnection between aerodynamic subsystems

含有参数不确定性的结构系统也可以用 LFT 表示 (如图 3), 通过 LFT 运算, 气动力系统总体框图如图 4 所示, 连接结构系统和气动力系统, 可以得到闭环的气动弹性系统, 如图 5 所示.

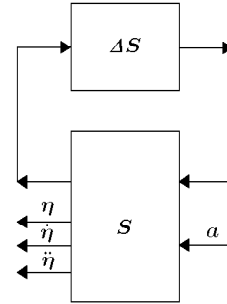


图 3 结构系统 LFT

Fig.3 LFT of structure system

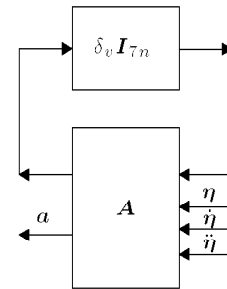


图 4 气动力系统 LFT

Fig.4 LFT of aerodynamic system

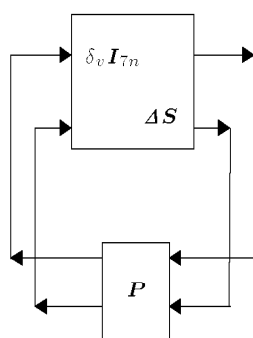


图 5 鲁棒气动弹性系统 LFT 图

Fig.5 LFT diagram of robust AE

1.2 鲁棒匹配点颤振模型求解

鲁棒颤振分析主要是基于鲁棒控制理论中的 μ 分析技术, Lind 和 Brenner 在文献 [2] 中基于 μ 判据提出了计算气动弹性系统/气动伺服弹性系统鲁棒颤振边界的方法. 根据 Lind, 颤振边界可以使用下面引理 1 求出 (见文献 [2] 中第 8 章).

引理 1 假定 P 表示标称系统, 给定速度初始猜测 V_0 , 颤振临界速度可以通过计算增广系统 $\bar{P}$ 的结构奇异值, 以迭代的方式求出. $\bar{P}$ 表达式如下

$$\bar{P} = P \begin{bmatrix} W_v I_{7n} & \\ & I \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 W_v 为标定系数 (不确定系统对应的 LFT 框图如图 6 所示). 当且仅当 $\mu(\bar{P}(W_v)) = 1$ 时, $V_{\text{rob}} = V_0 + W_v$ 为最小保守的鲁棒颤振速度, 具体算法见文献 [2] 中第 8 章及其附录.

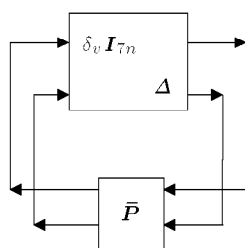


图 6 鲁棒气弹系统

Fig.6 Robust AE system

2 二分法计算模型: 基于速度迭代的鲁棒匹配点颤振预测方法

引理 1 给出的鲁棒颤振边界预测方法, 实际上认为最坏情况时速度摄动满足 $\delta_v = 1$, 然而, 尽管 $\mu(\bar{P}(W_v)) = 1$ 蕴含着存在某个 $\Delta =$

$\text{diag}(\delta_v I_{7n}, \Delta S)$ 及 $\|\Delta\|_{\infty} = 1$ 使得图 6 中闭环系统失稳, 但它不能推出 $\delta_v = 1$, 进而也不能保证 $V_{\text{rob}} = V_0 + W_v$.

通常, 气动弹性系统的颤振速度常以临界值形式出现, 也即当速度低于该临界值时, 气动弹性系统稳定或在小幅扰动下稳定, 而高于该临界值时, 气动弹性系统将不稳或出现其他动力学现象 (例如极限环 [7]). 引理 1 实际上隐含地考虑了上述物理现象, 认为系统失稳时速度摄动达到最大值. 然而若基于上述物理现象, 考虑到参数不确定所带来的实 μ 问题计算复杂性, 可以构造一种更高效的速度迭代方法, 来避免速度摄动建模引起的高阶不确定模块. 下文将给出一种新的二分法模型来预测颤振边界.

对于标称颤振分析 (不含不确定参数), 基于二分法的预测方法可以阐述为: 给定包含临界速度的一个合适初始速度区间, 计算当速度取区间中点值时气弹系统状态矩阵的特征值. 如果所有特征值的实部为负, 选择上半区间作为下一次迭代计算, 否则转向下半区间搜索.

对于鲁棒颤振预测, 仍然需要使用 LFT 来构造鲁棒系统, 但是不需要关于速度摄动不确定高阶的建模. 总体迭代思想同上, 只不过关于搜索方向的判据从系统特征值变为鲁棒系统的 μ 值: 如果 $\mu > 1$, 则意味着闭环系统是不稳定的, 因此需要减小速度来使其逼近临界边界, 否则, 通过选择上半区间来增大速度.

相对于文献 [3] 中的速度摄动法, 基于二分法的标称分析避免了在细密的频域网格上进行众多 μ 值的计算, 因而更加高效, 同时由于特征值对矩阵元素的摄动具有连续依赖性, 其计算结果更加可靠. 而对于鲁棒颤振问题, 要注意到 μ 分析要求标称系统是稳定的. 这意味着鲁棒颤振边界一定小于标称颤振速度, 因此标称颤振速度可以作为鲁棒颤振预测的初始上界.

3 数值验证

为了便于比较, 这里选用文献 [3] 中的航空结构测度翼 (ATW) 模型进行数值验证. 表 1 为不同建模方法所得的匹配点颤振预测结果, 其中实 μ 的计算是利用 Matlab μ 分析工具箱 [13], 由于实 μ 计算的复杂性, 表中数值为其上界. V_0, V_{norm} 和 V_{rob} 分别表示速度初始值, 标称颤振速度和鲁棒颤振速度. V_{vg} 是标称情况下使用 $v-g$ 法的预测结果. 仿真表明, 基

于二分法的计算模型最高效，并且对速度初始值 V_0 选择有很强的鲁棒性。对于二分法模型的鲁棒颤振预测， V_0 为初始区间的下界，而初始区间上界为标称系统颤振边界 V_{norm} 。

表 1 各种计算模型的匹配点颤振预测结果 (m/s)

Table 1 Match-point flutter prediction of various computing models (m/s)

	V_0	V_{norm}	V_{rob}	V_{eg}
12n-order model ^[3]	242.3	261.8	254.8	261.8
8n-order model ^[4]	242.3	260.6	257.9	261.8
7n-order model	242.3	260.5	254.8	261.8
7n-order model	254.8	262.4	256.2	261.8
bisection-method model	242.3	262.4	256.2	261.8
bisection-method model	254.8	262.4	256.2	261.8

4 结 论

本文针对线性匹配点鲁棒颤振问题，提出两种低阶建模方法。首先针对多项式不确定静态系统，推导出一种低阶建模技术，将其应用到基于速度摄动模型的匹配点鲁棒颤振预测方法，可以得到 $7n$ 阶次的低阶模型；然后考虑到参数不确定性中实 μ 问题的计算困难，又基于飞行速度与气动弹性系统稳定性的简单关系，提出了一种基于二分搜索的鲁棒颤振预测方法。数值对比表明了该方法的高效性。

参 考 文 献

- 1 Doyle JC. Analysis of feedback systems with structured uncertainties. *Control Theory and Applications IEE Proceedings D*, 1982, 129(6): 242-250
- 2 Lind R, Brenner M. Robust Aeroservoelastic Stability Analysis. London: Springer-Verlag, 1999

- 3 Lind R. Match-point solutions for robust flutter analysis. *Journal of Aircraft*, 2002, 39(1): 91-99
- 4 Gu YS, Yang ZC. A match-point μ method with reduced order structured uncertainty. In 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Schaumburg, IL, USA 2008-04-07-10. AIAA paper 2008-2199
- 5 Borglund D. The μ -k method for robust flutter solutions. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(5): 1209-1216
- 6 Borglund D. Upper-bound flutter speed estimation using the μ -k method. *Journal of Aircraft*, 2005, 42(2): 555-557
- 7 Lee BHK, Jiang LY, Wong YS. Flutter of an airfoil with a cubic non-linear restoring force. *Journal of Fluids and Structures*, 1999, 13(1): 75-101
- 8 杨智春, 谷迎松, 李斌. 频域颤振 μ 分析的连续性及其复摄动方法研究. *振动与冲击*, 2009, 28(5): 55-58 (Yang Zhichun, Gu Yingsong, Li Bin. On the continuity of frequency domain μ analysis and complex perturbation method for flutter solution. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(5): 55-58 (in Chinese))
- 9 Fu M. The real structured singular value is hardly approximable. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(9): 1286-1288
- 10 Young, P, Newlin M, Doyle JC. Practical computation of the mixed μ problem. In: Proceedings of the American Control Conference American Control Conference, Chicago, IL, USA, 1992-06-24-26, 1992. 2190-2194
- 11 周克敏, 多伊尔, 格洛弗著. 鲁棒与最优控制. 毛剑秋等译. 北京: 国防工业出版社, 2002. 281-338 (Zhou Kemin, Doyle JC, Glover K. Robust and Optimal Control. Mao Jianqiu, et al. transl. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. 281-338(in Chinese))
- 12 Roger KL. Airplane math modeling methods for active control design. In: Proceedings of the 44th AGARD Structures and Materials Panel, CP-228, AGARD, 1977-04-01~11
- 13 Balas GJ, Doyle JC, Glover K, et al. μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide. Natick, USA: The Mathworks Inc, 2001

(责任编辑: 刘希国)

EFFICIENT μ METHOD IN PREDICTING ROBUST MATCH-POINT FLUTTER¹⁾

Kou Wenjun²⁾ Qiu Zhiping

(*Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China*)

Abstract Based on the previous u -tool in predicting robust match-point flutter of the aeroelastic system with parametric uncertainties, this paper proposes a new modelling approach of uncertain polynomials. The proper linear fractional transformation (LFT) is firstly applied to obtain a more reduced uncertain description. Furthermore, regarding the computational complexity of real μ problem aroused from parametric uncertainties, another technique involving bisection method to predict the robust flutter is presented, which is based on the simple relationship between the flight speed and stability of aeroelastic system in certain flight range. The μ method based on bisection search is very computational efficient through numerical validation and comparison, due to the avoidance of the high-order velocity perturbation block in previous robust match-point flutter model.

Key words match-point flutter, parametric uncertainty, μ method, robust stability, reduced-order model

Received 22 April 2010, revised 9 September 2010.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10872017, 11002013, 90816024), China Academy of Engineering Physics Joint Foundation Program (10876100) and the Program of Introducing Talents of Discipline to Universities (B07009).

2) E-mail: kouwenjun@ase.buaa.edu.cn