

曲壁板在超音速气流中的分岔特性¹⁾

张蕊丽 杨智春²⁾

(西北工业大学航空学院, 西安 710072)

摘要 采用 Galerkin 方法建立了超音速气流中二维曲壁板的非线性热气动弹性运动方程. 用 von Karman 大变形理论建立曲壁板的变形与应变的关系. 用一阶活塞理论模拟曲壁板上表面受到的气动力. 在不同来流速压和温升条件下, 用分岔理论研究具有不同初始几何曲率的曲壁板系统对应的定常状态方程(组)解的个数、性态和动态稳定性, 并对方程(组)进行了解曲线的跟踪分析. 研究表明, 不同条件下方程组的解特性不同, 并且随着初始几何曲率和温升条件的变化, 二维曲壁板气动弹性系统的失稳机理发生变化. 超音速气流中的二维曲壁板系统存在动态 Hopf 分岔和静态鞍-结分岔两种失稳现象, 但不会发生热屈曲失稳.

关键词 曲壁板, 分岔, 气动弹性, 超音速气流, 温升

中图分类号: O322, V215.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2010)05-0863-07

引 言

已有的关于超音速气流中平壁板稳定性的研究表明, 在一定的条件下, 平壁板颤振系统存在多个稳定和不稳定的平衡点, 在这种情况下壁板可能发生二次失稳型颤振^[1]. 实际飞行器蒙皮壁板通常都带有一定的曲率, 而且高马赫数飞行器的设计外形中大都出现了较大面积和大曲率的蒙皮壁板, 随着设计飞行速度的大幅度提高, 气动热效应也更加明显, 对曲壁板在超音速气流中的热气动弹性稳定性问题开展研究, 将有助于加深对壁板失稳机理的理解, 对新一代高马赫数飞行器的蒙皮设计进行理论指导, 具有重要的理论意义和现实工程背景. 而超音速气流中的曲壁板系统是一个典型的非线性动力学系统, 对非线性系统的研究表明, 一个非线性系统存在多个平衡态及周期解(包括稳定的和不稳定的). 对于运动方程含有控制参数的系统, 随着参数的变化, 解也随之变化, 并且在临界参数附近, 参数的很小变化将会引起解的性质的变化. 因此, 有必要应用非线性系统理论对超音速气流中的曲壁板系统存在的平衡点的特性进行研究.

分岔理论作为非线性振动系统的一种重要的研究方法, 已逐渐应用于壁板颤振问题的研究中.

Holmes^[2-3] 等用分岔理论定性分析了气流中壁板运动方程的发散和颤振解. Sri 等^[4] 利用非线性气动理论分析了壁板在气流中的分岔行为. Bolotion 等^[5] 分别用面内压力和来流速压作为控制参数, 研究了发生颤振后壁板的分岔现象. Cheng 等^[6] 研究了超高音速气流中受热壁板的分岔现象. Azzouz 等^[7] 对一些超音速气流中二维和三维圆柱壳板的分岔现象进行了研究.

本文首先建立了超音速气流中简支二维圆柱壳曲壁板的数学模型, 用分岔理论对具有不同的初始几何曲率的曲壁板系统在动压或温升变化时, 其定常状态方程组平衡点的个数及其性态的变化情况进行了研究, 确定了使解的拓扑结构发生变化时(分岔点)的临界参数值, 并对超音速气流中简支二维曲壁板的失稳特性进行了分析.

1 运动方程

简支二维圆柱壳曲壁板的物理模型如图 1 所示, 初始曲率为

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -\frac{1}{\mathfrak{R}_x} \quad (1)$$

其中, w_0 为板中面的初始拱高, $\mathfrak{R}_x$ 为曲壁板的初始几何曲率半径.

2009-05-06 收到第 1 稿, 2009-11-17 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(11072198, 10672135), 高等学校学科创新引智计划(B07050)和教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-04-0965)资助项目.

2) E-mail: yangzc@nwpu.edu.cn

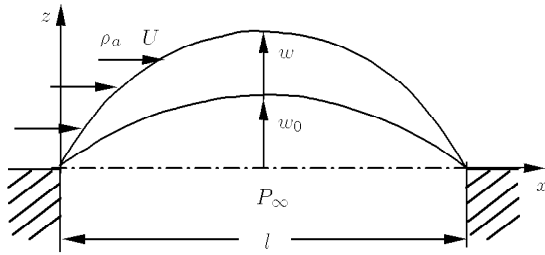


图 1 超音速气流中的二维圆柱曲壁板

Fig.1 Two-dimensional cylindrically curved panel in supersonic airflow

曲壁板的上表面有沿 x 方向的超音速气流流过, 气流的密度、速度和马赫数分别记为 ρ_a , U 和 Ma .

相应的简支边界条件为

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \text{ 在 } x = 0 \text{ 和 } l \text{ 处} \quad (2)$$

其中, w 为曲壁板的横向位移.

采用 von Karman 大变形板弯理论, 得到超音速气流中二维曲壁板的运动方程为

$$\begin{aligned} \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) + c (\partial w / \partial t) - (N_x - N_x^{(T)}) \\ (\partial^2 w / \partial x^2 - 1/\Re_x) + D (\partial^4 w / \partial x^4) + \\ (p - p_\infty) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

几何非线性效应引起的曲壁板附加面内力为

$$N_x = \frac{Eh}{l(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{\Re_x} \int_0^l w dx \right] \quad (4)$$

其中, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 为曲壁板的刚度, E 为材料拉伸弹性模量, ν 为泊松比, ρ , l , h 和 c 分别代表曲壁板的密度、长度、厚度以及黏性阻尼系数.

假设由于气动热效应, 壁板受热达到稳态并且温度均匀分布, T_0 为初始温度, 由温升 $\Delta T = T - T_0$ 引起的面内热应力为

$$N_x^{(T)} = \int_{-h/2}^{h/2} E\alpha \Delta T dz = Eh\alpha \Delta T \quad (5)$$

其中, α 为材料热膨胀系数.

在减缩频率 $\omega^* = \omega l/U \ll 1$ 的条件下, 基于一阶活塞理论的超音速气动力为

$$p - p_\infty = \frac{2q}{\beta} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{Ma^2 - 2}{Ma^2 - 1} \frac{1}{U} \frac{\partial w}{\partial t} \right) + \frac{2q}{\beta} \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (6)$$

其中, $q = \rho_a U^2/2$ 为动压, $\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$ 为 Prandtl-Glauert 因子.

引入无量纲参数

$$\xi \equiv x/l, \tau \equiv t \sqrt{D/\rho h l^4}, W \equiv w/h$$

$$\lambda \equiv 2ql^3/\beta D, m_0 \equiv \rho_a l/\rho h$$

$$R_x \equiv \frac{N_x l^2}{D} = 6 \int_0^1 (W')^2 d\xi + 12 \Gamma_x \int_0^1 W d\xi$$

$$R_x^{(T)} = N_x^{(T)} l^2/D, \Gamma_x = l^2/h \Re_x$$

$$C \equiv c \sqrt{l^4/\rho h D}, R_M = \left(\frac{Ma^2 - 2}{Ma^2 - 1} \right) \frac{m_0}{\beta}$$

并记 $()' \equiv \partial/\partial \xi$.

将式 (6) 代入式 (3) 中并进行无量纲化, 得到无量纲的曲壁板运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} + C \frac{\partial W}{\partial \tau} - (R_x - R_x^{(T)}) (W'' - \Gamma_x) + W'''' + \\ \lambda W' + \sqrt{\lambda R_M} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \lambda \frac{\partial W_0}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

曲壁板的初始几何曲率为

$$W_0 \equiv \frac{H}{h} \left[1 - 4 \left(\xi - \frac{1}{2} \right)^2 \right] + O(\xi)^4 \quad (8)$$

其中, H 为曲壁板的最大初始几何高度, 即曲壁板的初始几何曲率的大小用其最大初始几何高度与其厚度的比值来衡量.

$$\frac{\partial W_0}{\partial \xi} = -(H/h) 8 \left(\xi - \frac{1}{2} \right) \quad (9)$$

Γ_x 可以表示为

$$\Gamma_x = -\frac{\partial^2 W_0}{\partial \xi^2} = 8H/h \quad (10)$$

采用 Galerkin 方法, 将位移函数展开为正弦函数的线性叠加. 对于简支边界条件, 位移函数为

$$W(\xi, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(\tau) \sin(m\pi\xi) \quad (11)$$

其中, $a_m (m = 1, 2, \dots, \infty)$ 为模态幅值.

将式 (11) 代入式 (7) 中, 对方程的各项同时乘以 $\sin(s\pi\xi) (s = 1, 2, \dots, \infty)$ 并沿气动弦长积分, 可以得到一系列耦合的非线性的常微分方程, 即为曲壁板在超音速气流中的运动方程. 假设曲壁板的变形以前 N 阶模态为主, 从而得到模态坐标下的超

音速气流中二维简支曲壁板运动的状态方程

$$\begin{aligned}
 \dot{a}_s &= a_{N+s} \\
 \dot{a}_{N+s} &= -C_s \cdot a_{N+s} - a_{N+s} \sqrt{\lambda R_M} - \\
 &3 \sum_{m=1}^N (m\pi)^2 a_m^2 (s\pi)^2 - \\
 &12\Gamma_x \sum_{m=1}^N a_m \frac{1 - (-1)^m}{m\pi} (s\pi)^2 a_s - \\
 &3\Gamma_x \sum_{m=1}^N (m\pi)^2 a_m^2 \frac{2[1 - (-1)^s]}{s\pi} - \\
 &12\Gamma_x^2 \sum_{m=1}^N a_m \frac{1 - (-1)^m}{m\pi} \frac{2[1 - (-1)^s]}{s\pi} - \\
 &(s\pi)^4 a_s - \lambda \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq s}}^N \frac{2sm}{s^2 - m^2} [1 - (-1)^{s+m}] a_m + \\
 &R_x^{(T)} (s\pi)^2 a_s + R_x^{(T)} \Gamma_x \frac{2[1 - (-1)^s]}{s\pi} - \\
 &\lambda \Gamma_x \frac{[1 + (-1)^s]}{s\pi}, \quad s = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $(\cdot)$ 代表对时间变量求导.

2 分岔点的确定

为了研究壁板系统某个参数 μ 对超音速气流中曲壁板系统平衡状态的影响, 将曲壁板系统的状态方程化为带该参数 μ 的微分方程组

$$\frac{da_i}{dt} = f_i(a_1, a_2, \dots, a_{2N}, \mu), \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (13)$$

来描述, 它等价于曲壁板运动的状态方程 (12). 其对

应的定常状态方程组为

$$f_i(a_1, a_2, \dots, a_{2N}, \mu) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (14)$$

从物理意义上讲, 此定常状态方程组的解相当于速度和加速度都等于零的点, 即相应条件下的静态解.

可以用来描述在给定的动压和温升条件下, 由于曲壁的板初始几何曲率引入的静态载荷使其产生的静态平衡变形.

要研究曲壁板系统存在的平衡点及其性质随参数 μ 的变化, 可以从静态分岔和动态分岔两方面对其进行研究.

现在研究超音速气流中的曲壁板系统的静态分岔问题, 即微分方程组 (13) 的静态分岔问题. 设 μ_0 为一个静态分岔值, 记 $(a_{i0}, \mu_0) (i = 1, 2, \dots, 2N)$ 为静态分岔点, 则有

$$f_i(a_{i0}, \mu_0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (15)$$

$$\det \mathbf{J}(a_{i0}, \mu_0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (16)$$

$$\det \bar{\mathbf{J}}(a_{i0}, \mu_0) \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (17)$$

其中, $\mathbf{J}$ 为定常状态方程 (14) 在平衡点 $a_{i0} (i = 1, 2, \dots, 2N)$ 处的 Jacobi 矩阵, $\bar{\mathbf{J}}$ 矩阵为将 $\mathbf{J}$ 矩阵的最后一列用 $\left\{ \frac{\partial f_i}{\partial \mu} \right\}$ 替换而得到. 即如果方程组 (14) 的解满足式 (16) 和 (17) 的条件, 则系统发生了静态分岔.

在不考虑气动热的情况下, 以二阶无阻尼系统 ($N = 2, c = 0$) 为例, 说明确定曲壁板系统发生静态分岔的过程. 将超音速气流中二维曲壁板运动的状态方程 (12) 代入式 (16) 和 (17), 注意到在静平衡点, 有 $\dot{a}_1 = a_3 = 0, \dot{a}_2 = a_4 = 0$, 故得

$$\begin{vmatrix}
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 -9\pi^4 a_1^2 - 12\pi^4 a_2^2 - 72\pi \Gamma_x a_1 - 96 \frac{\Gamma_x^2}{\pi^2} - \pi^4 & -24\pi^4 a_1 a_2 - 96\pi \Gamma_x a_2 + \frac{8}{3} \lambda & -\sqrt{\lambda R_m} & 0 \\
 -24\pi^4 a_1 a_2 - 96\pi \Gamma_x a_2 - \frac{8}{3} \lambda & -12\pi^4 a_1^2 - 96\pi \Gamma_x a_1 - 144\pi^4 a_2^2 - 16\pi^4 & 0 & -\sqrt{\lambda R_m}
 \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{vmatrix}
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -9\pi^4 a_1^2 - 12\pi^4 a_2^2 - 72\pi \Gamma_x a_1 - 96 \frac{\Gamma_x^2}{\pi^2} - \pi^4 & -24\pi^4 a_1 a_2 - 96\pi \Gamma_x a_2 + \frac{8}{3} \lambda & -\sqrt{\lambda R_m} & \frac{8}{3} a_2 \\
 -24\pi^4 a_1 a_2 - 96\pi \Gamma_x a_2 - \frac{8}{3} \lambda & -12\pi^4 a_1^2 - 96\pi \Gamma_x a_1 - 144\pi^4 a_2^2 - 16\pi^4 & 0 & -\frac{8}{3} a_1 - \frac{\Gamma_x}{\pi}
 \end{vmatrix} \neq 0 \quad (19)$$

曲壁板系统对应的二阶定常状态方程组为

$$\left. \begin{aligned} & -\left[3\pi^2 a_1^2 + 12\pi^2 a_2^2 + 24\frac{\Gamma_x}{\pi}\right]\left(\pi^2 a_1 + 4\frac{\Gamma_x}{\pi}\right) - \\ & \quad \pi^4 a_1 + \frac{8}{3}\lambda a_2 = 0 \\ & -\left[3\pi^2 a_1^2 + 12\pi^2 a_2^2 + 24\frac{\Gamma_x}{\pi}\right](4\pi^2 a_2) - \\ & \quad 16\pi^4 a_2 - \frac{8}{3}\lambda a_1 = \frac{\lambda \Gamma_x}{\pi} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

联立求解式 (18) 和 (20) 并满足式 (19), 即可得到超音速气流中的二维曲壁板系统发生静态分岔的位置。

要研究曲壁板系统的动态 Hopf 分岔, 首先由 $\det(\mathbf{J} - \Omega \mathbf{I}) = 0$ 得到系统的特征方程

$$\Omega^n + A_{n-1}\Omega^{n-1} + A_{n-2}\Omega^{n-2} + \cdots + A_1\Omega + A_0 = 0 \quad (21)$$

发生动态 Hopf 分岔的一个充分必要条件为实系数代数方程 (21) 有一对纯虚根且其余 $n-2$ 个根均具有负实部。设 μ_c 为一个动态 Hopf 分岔值, 并记 $(a_{ic}, \mu_c)(i=1, 2, \cdots, 2N)$ 为动态 Hopf 分岔点, 则有

$$\left. \begin{aligned} & A_{n-1}(a_{ic}, \mu_c), A_{n-2}(a_{ic}, \mu_c), \cdots, \\ & A_1(a_{ic}, \mu_c), A_0(a_{ic}, \mu_c) > 0 \\ & \Delta_i(a_{ic}, \mu_c) > 0, \quad \Delta_{n-1}(a_{ic}, \mu_c) = 0 \\ & i = n-3, n-5, \cdots \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

即在满足式 (22) 的平衡点处, 系统将发生动态 Hopf 分岔。

仍以上述二阶的无阻尼系统为例, 说明如何用动态 Hopf 分岔理论来分析曲壁板系统平衡点的稳定性。将其特征方程展开如下

$$|\mathbf{J} - \Omega \mathbf{I}| = \Omega^4 + A_3\Omega^3 + A_2\Omega^2 + A_1\Omega + A_0 = 0 \quad (23)$$

如果系统发生了动态 Hopf 分岔, 则应有

$$\left. \begin{aligned} & A_3, A_2, A_1, A_0 > 0 \\ & A_3 A_2 - A_1 > 0 \\ & A_3 A_2 A_1 - A_1^2 - A_3^2 A_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

即在满足式 (24) 的平衡点处, 曲壁板系统将发生动态 Hopf 分岔。

3 平衡点的个数及稳定性

3.1 静气动载荷下的平衡点

在不考虑气动热的情况下, 用上述静态分岔理论对二阶无阻尼曲壁板系统对应的定常状态方程组的解的个数和性态进行分析, 并用动态 Hopf 分岔理论来分析解的动态稳定性, 即给定参数 H/h , 通过求解满足式 (24) 的平衡点, 对不同的 H/h 值的平衡点进行拟合得到曲线 AB ; 给定参数 H/h , 通过求解方程组 (18)~(20) 的平衡点, 对不同的 H/h 值下的平衡点进行拟合得到曲线 BC, BF, DE , 而解的个数是通过后文所述的解曲线的数值跟踪方法得到。其具体的分岔现象如图 2。当参数穿过 AB 曲线从区域 I 进入区域 II 时, 方程组的解通过动态 Hopf 分岔而发生动态失稳; 当参数穿过 DE 曲线从区域 IV 进入区域 III 时, 方程组发生一次静态鞍-结分岔, 其一组稳定的解及一组不稳定的解消失; 当参数穿过 BF 曲线从区域 III 进入区域 II 时, 再次发生静态鞍-结分岔, 又有一组稳定的解及一组不稳定的解消失。

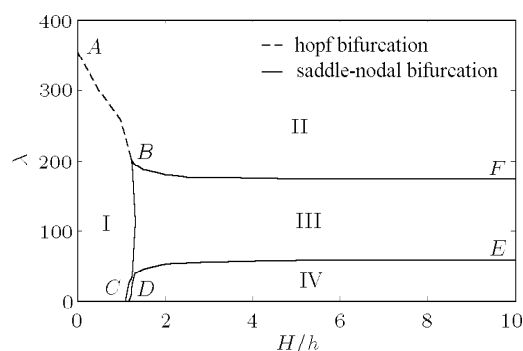


图 2 静气动载荷下定常状态方程组的解域及分岔曲线
Fig.2 Solution regions and bifurcation curves under static aerodynamic load

上述的动态 Hopf 分岔和静态鞍-结分岔将平面分为 4 个区域。在区域 I, 仅有一组稳定的解, 即曲壁板仅存在一个稳定的静变形, 因而不会发生颤振。在区域 II, 仅存在一组不稳定的解, 也就是说曲壁板不存在稳定的静变形, 因而不可能稳定在某一个静平衡位置, 必然发生颤振。在区域 III, 存在一组稳定的解和两组不稳定的解; 在区域 IV, 存在两组稳定的解和三组不稳定的解。由于在区域 III 和 IV 同时存在多个稳定的和不稳定的解, 即曲壁板系统同时存在多个局域渐近稳定和不稳定的平衡位置, 在较大的扰动下是否会发生如文献 [1] 中所述的二次失

稳型颤振, 将有待于进一步的研究, 包括在时域中对其全局稳定性进行分析和进行实验研究.

3.2 定常热载荷下的平衡点

仅在定常热载荷作用下, 曲板的静态变形以第一阶谐波成分为主, 用一阶谐波模态 ($N = 1$) 能够很好地模拟曲壁板的静态热变形, 对应的定常状态方程为

$$3\pi^4 a_1^3 + 36\pi \Gamma_x a_1^2 + \left(96 \frac{\Gamma_x^2}{\pi^2} - \pi^2 R_x^{(T)} + \pi^4\right) a_1 = \frac{4\Gamma_x R_x^{(T)}}{\pi} \quad (25)$$

仅考虑气动热载荷时, 一阶方程 (25) 也会发生静态鞍-结分岔, 分岔现象如图 3 所示, 与图 2 的不同点是, 当温升增加时, 解的个数增加, 方程在区域 I 中仅存在一个稳定的解, 在 AB 曲线处将发生静态的鞍-结分岔, 当穿过 AB 曲线到区域 II 时存在 3 个解, 增加了一个稳定的解和一个不稳定的解.

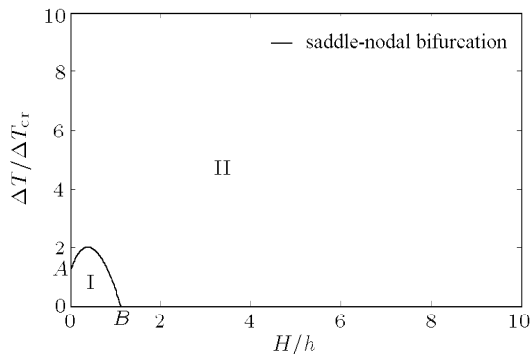


图 3 静态热载荷下定常状态方程的解域及分岔曲线

Fig.3 Solution regions and bifurcation curve under static thermal load

4 解曲线的数值跟踪

为了定量了解曲壁板系统的分岔特性, 需要分析在参数连续变化时方程组 (14) 的解的变化过程. 为此, 可以从方程组的一个初始解开始, 以充分小的参数步长对其解曲线进行连续跟踪分析. 记

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_{2N})^T$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{a}) = (f_1(\mathbf{a}, \mu), f_2(\mathbf{a}, \mu), \dots, f_{2N}(\mathbf{a}, \mu))^T$$

则方程组 (14) 记为

$$\mathbf{F}(\mathbf{a}, \mu) = \mathbf{0} \quad (26)$$

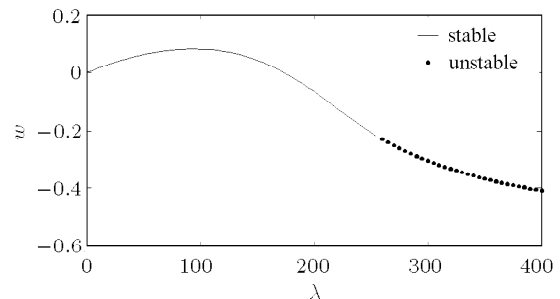
为实现对非线性方程组 (26) 的解曲线的跟踪, 将其转化为常微分方程组

$$\mathbf{F}'(\mathbf{a}, \mu) \frac{d\mathbf{a}}{d\mu} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mu)}{\partial \mu} = \mathbf{0} \quad (27)$$

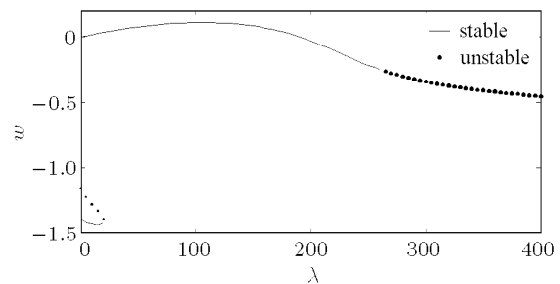
$$\frac{d\mathbf{a}}{d\mu} = -[\mathbf{F}'(\mathbf{a}, \mu)]^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mu)}{\partial \mu} \quad (28)$$

给定初值 $\mathbf{a}(\mu_0) = \mathbf{a}_0$, $\mathbf{a}_0 = (a_{10}, a_{20}, \dots, a_{2N0})^T$, 利用数值解法求得微分方程组 (28) 过点 $(\mathbf{a}_0, \mu_0)$ 的积分曲线, 即为非线性方程组 (26) 的解曲线.

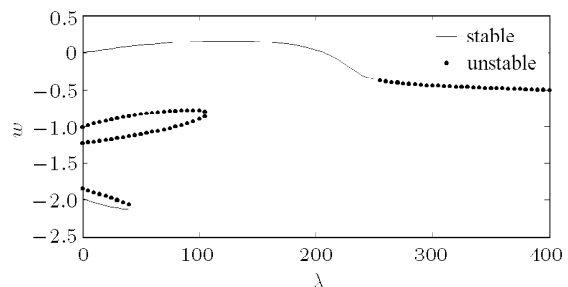
在仅考虑气动载荷的情况下, 分别从动压为零时非线性方程组 (20) 存在的每个初始解出发, 以充分小的步长对其解曲线进行跟踪, 以得出解的变化过程及分岔特性. 图 4 为不同初始几何曲率下在曲壁板顺流向 75% 的长度处求得的解曲线. 图 5 为仅考虑热载荷时, 不同的初始几何曲率下, 方程 (25)



(a) $H/h = 1$



(b) $H/h = 1.175$



(c) $H/h = 1.5$

图 4 静态气动载荷下定常状态方程组的解曲线

Fig.4 Solution curves under static aerodynamic load

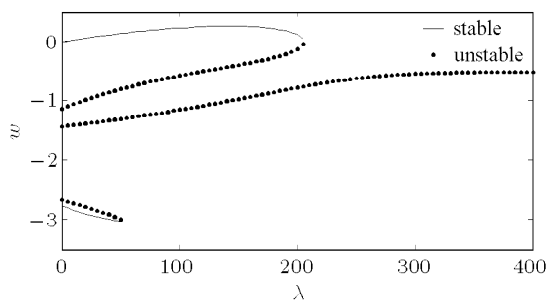
(d) $H/h = 2$

图 4 静态气动载荷下定常状态方程组的解曲线 (续)
Fig.4 Solution curves under static aerodynamic load
(continued)

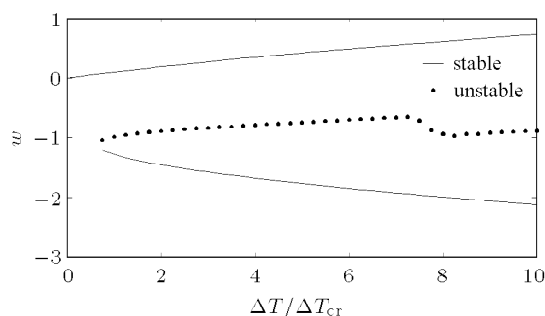
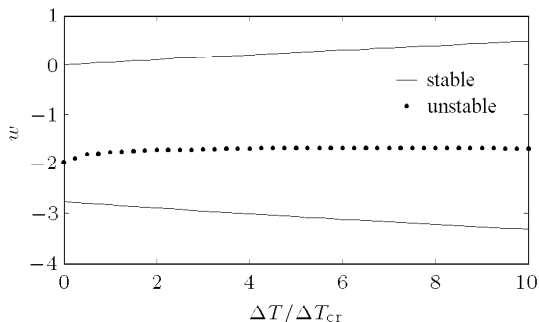
(a) $H/h = 1$ (b) $H/h = 2$

图 5 定常热载荷下定常状态方程的解曲线

Fig.5 Solution curves under static thermal load

随温升变化时的解曲线. 图中的 ΔT_{cr} 为超音速气流中具有相同投影形状的二维平壁板系统的临界温升, 借用来得到曲壁板温升的比值, 具体定义见文献 [1]. 图 6 为不同的初始几何曲率和温升条件下, 方程组 (14) 随动压变化的解曲线.

由图 4~图 6 看到, 在不同的初始几何曲率、来流速压和温升条件下, 超音速气流中的曲壁板系统对应的非线性定常状态方程 (组) 存在不同的平衡解 (包括稳定的和不稳定的), 并且随着来流速压或温升条件的变化, 解的个数和稳定性将发生变化. 但这

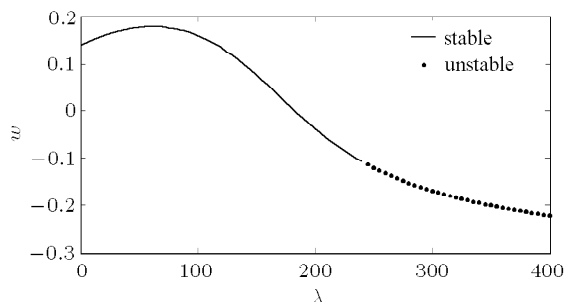
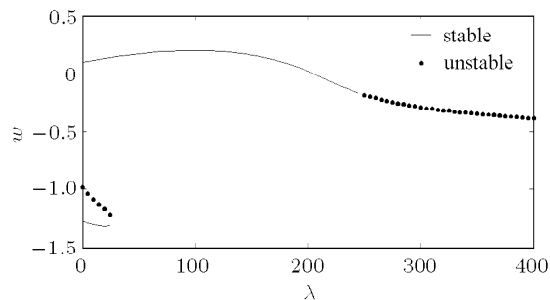
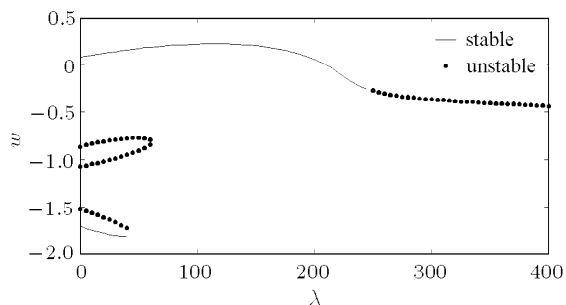
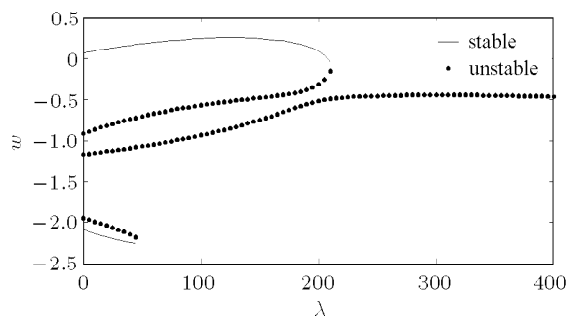
(a) $H/h = 0.5, \Delta T/\Delta T_{cr} = 1$ (b) $H/h = 1, \Delta T/\Delta T_{cr} = 1$ (c) $H/h = 1.25, \Delta T/\Delta T_{cr} = 1$ (d) $H/h = 1.5, \Delta T/\Delta T_{cr} = 1$

图 6 定常气动载荷和热载荷下定常方程组的解曲线

Fig.6 Solution curves under static aero-thermal load

仅仅是从数学方面对系统的定常状态方程 (组) 的分析, 而从物理意义上讲, 从零点 (未变形的曲壁板位置 $(a_0, \mu_0) = (0, 0)$) 出发的解曲线才是实际中曲壁板的静态变形曲线. 因此, 要确定曲壁板的静态变形位置, 必须从 $a(0) = 0$ 的初值开始, 以充分小的步

长对方程的解曲线进行跟踪分析. 通过对图 4~图 6 中过零点的解曲线(曲壁板弦向 75% 长度处的静态变形位置随参数的变化曲线)进行分析可知, 在仅考虑气动载荷的情况下, 具有较小的初始几何曲率的曲壁板会由于动态 Hopf 分岔而发生动态失稳, 而具有较大的初始几何曲率的曲壁板会由于静态鞍-结分岔而发生失稳; 在仅考虑热载荷效应时, 曲壁板的静态热变形总是稳定的; 在同时考虑气动载荷及热载荷的情况下, 如果热载荷比较大, 即使具有很小的初始几何曲率的曲壁板也会由于静态鞍-结分岔而发生失稳.

5 结 论

(1) 在不同的初始几何曲率、热载荷和动压条件下, 曲壁板系统对应的定常状态方程(组)存在的解的个数和性态也不同, 且随参数的变化将会发生动态 Hopf 分岔和静态鞍-结分岔.

(2) 确定曲壁板在相应条件下的静态平衡变形位置, 需要从定常状态方程的零解(未变形的曲壁板位置)出发, 以充分小的参数步长对方程的解曲线进行跟踪分析.

(3) 曲壁板系统存在两种失稳现象: 系统发生动态 Hopf 分岔; 系统发生静态鞍-结分岔. 并且, 在静态热变形的基础上, 曲壁板不会发生静态热屈曲失稳.

(4) 一定条件下, 曲壁板系统同时存在多个局域渐近稳定和不稳定的平衡位置. 在较大的扰动下, 是否会发生二次失稳型颤振, 有待于进一步的研究.

参 考 文 献

- 1 夏巍, 杨智春. 超音速气流中受热壁板的稳定性分析. 力学学报, 2007, 39(5): 602-609(Xia Wei, Yang Zhichun. Stability analysis of heated panels in supersonic air flow. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39 (5): 602-609(in Chinese))
- 2 Holmes PJ. Bifurcations to divergence and flutter in flow-induced oscillators, a finite dimensional analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, 53: 471-503
- 3 Holmes PJ, Marsden M. Bifurcations to divergence and flutter in flow-induced oscillators, a finite dimensional analysis. *Automatica*, 1978, 14: 367-384
- 4 Sri Namachchivaya N, Lee A. Dynamics of nonlinear aeroelastic systems symposium of fluid-structure interaction, aeroelasticity. *Flow-Induced Vibration and Noise*, 1997, 3: 165-174
- 5 Bolotin VV, Grishko AA, Kounadis AN, et al. Nonlinear panel flutter in remote post-critical domains. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 1998, 33(5): 753-764
- 6 Cheng GF, Mei C. Finite element modal formulation for hypersonic panel flutter analysis with thermal effects. *AIAA Journal*, 2003, 172 (4): 687-695
- 7 Azzouz MS, Mei C. Finite element time domain——modal formulation for nonlinear flutter of cylindrical panels. In: AIAA-2006-1732, 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Newport, Rhode Island, May 1-4, 2006

(责任编辑: 刘俊丽)

BIFURCATION OF THE CURVED PANEL IN SUPERSONIC AIR FLOW¹⁾

Zhang Ruili Yang Zhichun²⁾

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract An investigation on bifurcation of the curved panel in supersonic air flow is performed in this paper. The nonlinear aeroelastic model for a two-dimensional cylindrically curved panel with constant stream-wise curvature is built in supersonic air flow and elevated temperature environment. The vonKarman's large deflection plate theory, the quasi-steady first-order piston theory and the quasi-steady temperature distribution are used in the formulation. The Galerkin's method has been used to discrete the mathematical model into a set of coupled nonlinear ordinary differential equations. Then these equations are studied by using theories of static bifurcation and Hopf bifurcation. The results show that at different combinations of control parameters such as dynamic pressure, temperature elevation and height-rise of cylindrically curved panel, different static equilibrium positions may exist. And there are two different mechanisms for the instability onset of the curved panel.

Key words curved panel, bifurcation, inherent geometrical curvature, supersonic air flow, temperature

Received 6 May 2009, revised 17 November 2009.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11072198, 10672135), 111 Project (B07050) and the Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-04-0965).

2) E-mail: yangzc@nwpu.edu.cn