

边界膜剪切弹性模量对于微接触性能的影响¹⁾

张勇斌²⁾

(江苏工业学院机械与能源工程学院, 常州 213164)

摘要 建立接触模型, 理论分析了微接触中边界膜剪切弹性模量对于接触性能的影响. 接触区由两平行平面形成, 属一维接触. 上接触表面为粗糙表面, 具有矩形微凸体. 下接触表面为光滑平面. 两接触表面均处理成刚性表面. 微接触区中充满流体. 它分成两个子区, 在微接触的出口区由于极小的接触间隙充满边界膜, 在微接触的入口区由于接触间隙较大充满流体膜. 边界膜和流体膜行为决定整个微接触性能. 当膜厚较大时, 这里边界膜可看成纳米级薄膜. 由于上接触表面处有限的剪应力承受能力, 边界膜可于上接触表面滑移. 设下接触表面处剪应力承受能力很大而边界膜在下接触表面不滑移. 由于边界膜-接触表面间相互作用, 边界膜黏度、密度和剪切弹性模量均沿膜厚变化, 在理论分析中使用它们的等效值, 这些值与边界膜厚度有关. 流体膜在两个接触表面均不发生滑移, 分析中不考虑流体膜剪切弹性模量. 流体膜采用传统分析法. 给出了理论分析和若干变工况参数下的计算结果.

关键词 边界膜, 纳米级薄膜, 流体膜, 剪切弹性模量, 微接触

中图分类号: O351.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2010)04-0710-09

引 言

2004 年, 作者^[1]提出了理论研究高副(线或点)接触中混合流变机制的模型, 在该接触中边界膜出现在赫兹区而流体膜出现在入口区. 研究指出, 在该接触分析中应考虑边界膜剪切弹性模量而且应对它作精确估算. 这是因为接触区压力引起的接触表面弹性变形与处于膜分子尺寸量级的边界膜厚度相当甚至比边界膜厚度大得多. 后来, 作者和合作者考虑赫兹区边界膜剪切弹性模量, 给出了线接触中混合流变机制的详细分析^[2-4]. 在关于流体动压接触区边界膜理论分析的综述文章中, 作者提出了考虑边界膜动力学效应和非连续介质效应的系统方法^[5]. 在该方法中, 边界膜动力学效应由等效连续介质流变模型描述, 而边界膜非连续介质效应由文献^[6-7]中的流量因子法描述.

文献^[8-10]的实验测量结果表明在较高压力下油的剪切弹性模量随油压线性变化. 他们的结果给出下面油的剪切弹性模量表示式

$$G = G_a + \beta_G p \quad (1)$$

此处, G 为油的剪切弹性模量, G_a 为由高压测量结

果插值得到的大气压下油的剪切弹性模量, p 为油压, β_G 为常数. 对于六环聚苯醚油, $G_a = 0.79 \text{ GPa}$, $\beta_G = 5^{[9]}$. 对于矿物油, G_a 的值可为 0.1 GPa , β_G 的值可为 $3^{[10]}$. 测量结果显示较高压力下油的剪切弹性模量值大约是油的剪切强度的 45 倍^[11].

Demirel 等测量了约束在两平板分子级间隙中简单流体的剪切黏弹性行为^[12]. 他们发现, 当间隙小于流体分子直径的 10 倍时, 流体剪切松弛时间、剪切弹性模量和等效黏度均随间隙的减小迅速增大. Luengo 等^[13]测量了约束在两云母表面分子级间隙中聚合物熔体的剪切弹性模量. 他们发现: 聚合物熔体剪切弹性模量随间隙减小而增大; 尤其当间隙在 15 nm 和 50 nm 之间时, 聚合物熔体剪切弹性模量随间隙减小迅速增大; 当间隙小于 30 nm 时, 聚合物熔体固化.

以上实验表明, 约束在两接触表面分子级间隙中边界膜剪切弹性模量不仅与膜的的压力和温度有关, 还与间隙尺寸有关. 在近期研究中, 作者^[4]提出的描述边界膜剪切弹性模量 G_{bf}^{eff} 可表示为

$$G_{bf}^{\text{eff}}(T, p, h) = C_g(h)G_{cf}(T, p) \quad (2)$$

2008-11-21 收到第 1 稿, 2010-03-16 收到修改稿.

1) 江苏省自然科学基金资助项目 (BK2008189).

2) E-mail: yzhang0508@yahoo.com.cn

其中, G_{bf}^{eff} 为边界膜的等效剪切弹性模量, T, p 和 h 分别为边界膜温度、压力和厚度, C_g 为反映边界膜厚度对边界膜剪切弹性模量影响的因子, G_{cf} 为当表面间隙足够大而表面间膜为连续介质膜时约束在表面间隙中膜的剪切弹性模量. 式 (2) 符合上述实验结果.

作者^[14-16]曾经分析了干接触、边界膜和流体膜共存的混合接触性能. 该分析考虑了边界膜的黏度和密度特性, 但不考虑边界膜剪切弹性模量. 边界膜剪切弹性模量对混合接触性能的影响目前还没有研究.

本文分析研究边界膜剪切弹性模量对边界膜和流体膜共存的混合接触性能的影响. 接触区由两平行平面形成, 属一维接触. 上接触表面为粗糙表面, 具有矩形微凸体. 下接触表面为光滑平面. 两接触表面均处理成刚性表面. 边界膜在上接触表面微凸体和下接触表面间形成, 流体膜在上接触表面凹坑和下接触表面间形成. 整个接触区性能由边界膜和流体膜行为决定. 接触为微接触, 这是工程表面接触的基本组成元素, 在工程表面接触中具有代表性. 边界膜分析采用作者和合作者提出的方法^[2,5], 流体膜采用传统分析法. 边界膜剪切弹性模量由式 (2) 描述. 当膜厚较大时, 边界膜可看成纳米级薄膜^[18-19]. 本文给出理论分析和若干变工况参数下计算结果.

1 接触模型

图 1 给出所研究的微接触形貌. 上接触表面静止, 粗糙且具有矩形微凸体; 下接触表面运动且光滑. 边界膜出现在出口区, 流体膜出现在入口区. 由于边界膜-上接触表面界面处有限的剪应力承受能力, 边界膜在上接触表面滑移. 由于边界膜-下接触表面界面处剪应力承受能力足够大, 边界膜在下接触表面不滑移. 流体膜在两接触表面均不发生滑移. 流体由流体膜区流入边界膜区. 图 1 中, h_b 为

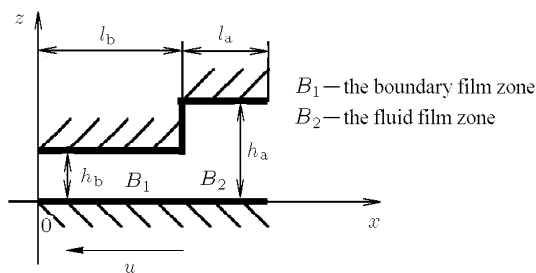


图 1 研究的微接触区

Fig.1 The studied micro contact

边界膜厚度, h_a 为流体膜厚度, l_a 为流体膜区域宽度, l_b 为边界膜区域宽度, u 为下接触表面运动速度.

2 理论分析

图 1 中混合接触理论分析基于以下设定:

- (1) 接触区中流体流动为一维流动;
- (2) 沿膜厚方向压力为定值;
- (3) 忽略膜的惯性;
- (4) 工况为稳态.

这些设定条件通常符合实际, 是正确的.

采用的坐标如图 1 所示. 微接触区压力边界条件是

$$p|_{x=0} = 0, \quad p|_{x=(l_b+l_a)} = 0 \quad (3)$$

2.1 边界膜区

2.1.1 模型

Zhang 等^[2,5]用于分析图 1 中 B_1 子区边界膜行为. 该方法需计入边界膜的动力学效应和非连续介质效应. 边界膜的非连续介质效应由流量因子法描述^[6-7], 该法计入边界膜沿膜厚方向的不连续性和不均匀性效应. 根据以往对同样接触的模拟结果, 本接触中描述边界膜非连续介质效应的流量因子 θ_v 值很小 (不超过 1.01)^[17]. 这意味着本分析中 θ_v 值可取成 1 而边界膜非连续介质效应可略去不计. 边界膜动力学效应由下面等效连续介质流变模型描述^[2,4]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{1}{G_{bf}^{eff}(p, h)} \frac{d\tau}{dt} + \frac{\tau}{\eta_{bf}^{eff}(p, h)}, \quad |\tau| < \tau_1 \\ \tau &= \text{sign}(\dot{\gamma})\tau_1, \quad |\tau| \geq \tau_1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, τ 为剪应力, $\dot{\gamma}$ 为剪应变率, t 为时间, η_{bf}^{eff} 为边界膜等效黏度, τ_1 为极限剪应力. 在边界膜内和边界膜-下接触表面界面处, $\tau_1 = +\infty$, 而在边界膜-上接触表面界面处, $\tau_1 = \tau_s$, 此处 τ_s 为边界膜-上接触表面界面处剪切强度. 该模型设定边界膜内和边界膜-下接触表面界面处不发生滑移; 而在边界膜-上接触表面界面处, 只要界面处剪应力值超出界面剪切强度 τ_s , 就发生滑移.

式 (4) 中, 当 $\beta_0 \leq \frac{h_b}{h_{cr,bf}} < 1$ 时, 参数 G_{bf}^{eff} 表示成^[2,4]

$$G_{bf}^{eff}(h_b) = C_g(h_b)G_c \quad (5)$$

其中, G_c 为常值, 代表边界膜区压力下连续介质膜平均剪切弹性模量; $h_{cr,bf}$ 为边界膜临界厚度;

$\beta_0 = 2h_{\text{layer}}/h_{\text{cr,bf}}$, h_{layer} 为接触表面黏着层厚度. 函数 C_g 表示成

$$C_g(h_b) = b_0 + b_1 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-1} + b_2 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-2} \quad (6)$$

其中 b_0 , b_1 和 b_2 为常值.

当 $0 < \frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} < 1$ 时, 参数 $\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}$ 表示成^[2,4]

$$\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}(h_b) = C_y(h_b)\eta_c \quad (7)$$

其中, η_c 为常值, 代表边界膜区压力下连续介质膜的平均黏度, C_y 表示成

$$C_y(h_b) = a_0 + a_1 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-1} + a_2 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-2} \quad (8)$$

其中 a_0 , a_1 和 a_2 为常值.

当 $\beta_0 \leq \frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} < 1$ 时, 边界膜-上接触表面界面剪切强度 τ_s 表示成^[2,4]

$$\tau_s(h_b) = C_{\text{taol}}^i(h_b)\tau_{s,c} \quad (9)$$

其中, $\tau_{s,c}$ 为常值, 代表边界膜区压力下连续介质膜-上接触表面界面平均剪切强度; C_{taol}^i 表示成

$$C_{\text{taol}}^i(h_b) = d_0^i + d_1^i \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-1} + d_2^i \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^{-2} \quad (10)$$

其中 d_0^i , d_1^i 和 d_2^i 为常值.

当 $0 < \frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} < 1$ 时, 边界膜密度表示成^[2,4]

$$\rho_{\text{bf}}^{\text{eff}}(h_b) = C_q(h_b)\rho_c \quad (11)$$

其中, ρ_c 为常值, 代表边界膜区压力下连续介质膜的平均密度; C_q 表示成

$$C_q(h_b) = g_0 + g_1 \frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} + g_2 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^2 + g_3 \left(\frac{h_b}{h_{\text{cr,bf}}} \right)^3 \quad (12)$$

其中 g_0 , g_1 , g_2 和 g_3 为常值.

2.1.2 式 (4) 的解

在边界膜内, 式 (4) 表示成

$$\frac{du_e}{dz} = \frac{u_e}{G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \frac{d\tau}{dx} + \frac{\tau}{\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \quad (13)$$

其中 u_e 为边界膜速度. 膜的动量平衡条件式是

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{dp}{dx} \quad (14)$$

式 (14) 是连续体润滑膜单元体平衡方程式, 可严格推导得出^[18]. 边界膜实际上是非连续介质润滑膜, 由于在本文中由等效连续介质流变模型描述, 因此其等效连续介质体仍可由式 (14) 描述动量平衡条件. 积分式 (14) 得到

$$\tau = \frac{dp}{dz}z + c_1(x) \quad (15)$$

式 (13) 的解 (见附录 C) 为

$$u_e \approx k(x)e^{\partial F_1/\partial x/G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} + c_1(x) \frac{e^{\partial F_1/\partial x/G_{\text{bf}}^{\text{eff}} + bz}}{b\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \quad (16)$$

其中

$$F_1 = \frac{z^2}{2} \frac{dp}{dx} + c_1(x)z \quad (17)$$

$$b = -\frac{h}{2G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{1}{G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \frac{\partial c_1(x)}{\partial x} \quad (18)$$

当 $\partial F_1/\partial x/G_{\text{bf}}^{\text{eff}}$ 和 b 为小值时, 式 (16) 表示成

$$u_e \approx k(x) \left(1 + \frac{1}{G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \frac{\partial F_1}{\partial x} \right) + c_1(x) \frac{1 + bz}{b\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \left(1 + \frac{1}{G_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \frac{\partial F_1}{\partial x} \right) \quad (19)$$

2.1.3 积分常数 $c_1(x)$ 和 $k(x)$ 的确定

在图 1 示出的边界膜区, 压力梯度 $dp/dx > 0$, 由于边界膜-上接触表面界面处剪应力超出该界面剪切强度, 根据式 (15) 边界膜首先在边界膜-上接触表面界面处发生滑移. 在边界膜内和边界膜-下接触表面界面处边界膜不发生滑移.

当边界膜在上接触表面处滑移时, 根据式 (15) 有

$$\tau_s = \frac{dp}{dx}h_b + c_1(x) \quad (20)$$

因此可解得积分常数 $c_1(x)$

$$c_1(x) = \tau_s - \frac{dp}{dx}h_b \quad (21)$$

由于下接触表面处边界膜速度等于下接触表面运动速度, 根据式 (19) 有

$$k(x) + \frac{c_1(x)}{b\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}} = -u \quad (22)$$

因此可解得积分常数 $k(x)$

$$k(x) = -u - \frac{c_1(x)}{b\eta_{\text{bf}}^{\text{eff}}} \quad (23)$$

2.1.4 边界膜速度和通过接触区的质量流量

将式 (21) 和式 (23) 代入式 (19) 得边界膜速度

$$u_e \approx \left(-u - \frac{\tau_s - \frac{dp}{dx} h_b}{b\eta_{bf}^{\text{eff}}} \right) \cdot \left(1 + \frac{z^2}{2G_{bf}^{\text{eff}}} \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{h_b z}{G_{bf}^{\text{eff}}} \frac{d^2 p}{dx^2} \right) + \left(\tau_s - \frac{dp}{dx} h_b \right) \left(1 + \frac{h_b z}{2G_{bf}^{\text{eff}}} \frac{d^2 p}{dx^2} \right) \cdot \frac{2G_{bf}^{\text{eff}} + (z^2 - 2h_b z) \frac{d^2 p}{dx^2}}{\eta_{bf}^{\text{eff}} h_b \frac{d^2 p}{dx^2}} \quad (24)$$

由于边界膜在上接触表面处滑移，其滑移速度应为负值，故应有 $u_e|_{z=h_b} < 0$ 。

单位接触长度上通过接触区的质量流量为

$$q_m = \rho_{bf}^{\text{eff}} \int_0^{h_b} u_e dz = B_0 + B_1 \frac{dp}{dx} + B_2 \frac{d^2 p}{dx^2} + B_3 \frac{dp}{dx} \frac{d^2 p}{dx^2} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} B_0 &= \rho_{bf}^{\text{eff}} \tau_s h_b^2 / (2\eta_{bf}^{\text{eff}}) - \rho_{bf}^{\text{eff}} u h_b \\ B_1 &= -\rho_{bf}^{\text{eff}} h_b^3 / (2\eta_{bf}^{\text{eff}}) \\ B_2 &= \rho_{bf}^{\text{eff}} u h_b^3 / (3G_{bf}^{\text{eff}}) - 5\rho_{bf}^{\text{eff}} \tau_s h_b^4 / (24G_{bf}^{\text{eff}} \eta_{bf}^{\text{eff}}) \\ B_3 &= 5\rho_{bf}^{\text{eff}} h_b^5 / (24G_{bf}^{\text{eff}} \eta_{bf}^{\text{eff}}) \end{aligned}$$

式 (25) 表明边界膜流动由 4 部分组成，即 Couette 流动 B_0 ，Poiseuille 流动 $B_1(dp/dx)$ ，弹性流动 $B_2(d^2p/dx^2)$ 和耦合流动 $B_3(dp/dx)(d^2p/dx^2)$ 。式 (25) 是本接触边界膜区雷诺方程。当耦合流动相比与其他 3 项流动小得多时，本接触边界膜雷诺方程可简化成

$$B_0 - q_m + B_1 \frac{dp}{dx} + B_2 \frac{d^2 p}{dx^2} = 0 \quad (26)$$

式 (26) 用于本文分析。

2.1.5 式 (26) 的解

式 (26) 的解为

$$p(x) = \frac{q_m - B_0}{B_1} x + s_1 + s_2 e^{-x B_1 / B_2} \quad (27)$$

其中， s_1 和 s_2 为积分常数。由边界条件 $p(0) = 0$ 解得 $s_1 = -s_2$ 。式 (27) 因此可重新表示成

$$p(x) = \frac{q_m - B_0}{B_1} x - s_2 (1 - e^{-x B_1 / B_2}) \quad (28)$$

在 $x = l_b$ 处边界膜压力是

$$p(l_b) = \frac{q_m - B_0}{B_1} l_b - s_2 (1 - e^{-l_b B_1 / B_2}) \quad (29)$$

由流体膜区即图 1 中“ B_2 ”子区解得 $x = l_b$ 处膜压力是 (见附录 A 或文献 [17])

$$p(l_b) = -\lambda_{a,\rho} l_a \quad (30)$$

其中， $\lambda_{a,\rho} = -12\eta_c(q_m/\rho_c + 0.5uh_a)/h_a^3$ 。解联立方程 (29) 和 (30) 得

$$s_2 = \left(\frac{q_m - B_0}{B_1} l_b + \lambda_{a,\rho} l_a \right) (1 - e^{-l_b B_1 / B_2})^{-1} \quad (31)$$

本分析设边界膜剪切弹性模量 G_{bf}^{eff} 对 $x = 0$ 处的边界膜压力梯度影响很小而可忽略不计。根据式 (28)，该压力梯度是

$$\frac{dp}{dx}(0) = \frac{q_m - B_0}{B_1} - \frac{s_2 B_1}{B_2} \quad (32)$$

而当不考虑 G_{bf}^{eff} 时 $x = 0$ 处膜的压力梯度是 (见附录 B)

$$\frac{dp_0}{dx}(0) = \frac{q_{m0} - B_0}{B_1} \quad (33)$$

因此有

$$\frac{q_m - B_0}{B_1} - \frac{s_2 B_1}{B_2} = \frac{q_{m0} - B_0}{B_1} \quad (34)$$

联立方程 (31) 和 (34) 得

$$q_m = \frac{q_{m0} - \rho_c u h_a \psi_1}{1 - \psi_2} \quad (35)$$

$$s_2 = \frac{B_2}{B_1^2} (q_m - q_{m0}) \quad (36)$$

其中

$$\psi_1 = (l_b B_0 B_1 / \rho_c u h_a B_2 + 6\eta_c l_a B_1^2 / \rho_c B_2 h_a^3) \cdot$$

$$(1 - e^{-l_b B_1 / B_2})^{-1}$$

$$\psi_2 = (l_b B_1 / B_2 - 12\eta_c l_a B_1^2 / \rho_c B_2 h_a^3) \cdot$$

$$(1 - e^{-l_b B_1 / B_2})^{-1}$$

2.2 承受的载荷

单位接触长度上微接触区承受的载荷是边界膜区和流体膜区承受的载荷之和，该载荷计算结果是

$$\begin{aligned} w_1 &= \int_0^{l_b} p dx + \int_{l_b}^{l_a+l_b} p dx = \frac{q_m - B_0}{2B_1} l_b^2 - \\ &\quad \left(\frac{q_m - B_0}{B_1} l_b^2 + \lambda_{a,\rho} l_a l_b \right) \cdot (1 - e^{-l_b B_1 / B_2})^{-1} + \\ &\quad \frac{B_2}{B_1} \left(\frac{q_m - B_0}{B_1} l_b + \lambda_{a,\rho} l_a \right) - \frac{1}{2} \lambda_{a,\rho} l_a^2 \end{aligned} \quad (37)$$

当不考虑边界膜剪切弹性模量时, 单位接触长度上微接触区承受的载荷是 (见附录 B)

$$w_2 = \frac{q_{m0} - B_0}{2B_1} l_b^2 - \frac{1}{2} \lambda_{a,\rho}^0 l_a^2 \quad (38)$$

由于考虑边界膜剪切弹性模量微接触区承受的载荷相对增加量为

$$I_w = \frac{w_1 - w_2}{w_2} \quad (39)$$

2.3 由考虑边界膜剪切弹性模量引起的压力差异和通过接触区质量流量相对增加量

定义压力差

$$dp = p - p_0 \quad (40)$$

其中, p 和 p_0 分别为考虑边界膜剪切弹性模量和不考虑边界膜剪切弹性模量时微接触区压力, dp 值表明边界膜剪切弹性模量对微接触区压力的影响.

由考虑边界膜剪切弹性模量引起的通过接触区质量流量相对增加量为

$$D_{qm} = \frac{q_m - q_{m0}}{q_{m0}} \quad (41)$$

其中, q_m 和 q_{m0} 分别为考虑边界膜剪切弹性模量和不考虑边界膜剪切弹性模量时通过接触区的质量流量.

2.4 指数 $\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}$ 和 bz 的值

沿膜厚方向指数 $\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}$ 和 bz 的最大值均出现在上接触表面即 $z = h_b$ 处. 它们的值均为

$$E_{max} = \left| \frac{s_2 B_1^2 h_b^2 e^{-x B_1/B_2}}{2 B_2^2 G_{bf}^{eff}} \right| \quad (42)$$

整个边界膜区指数 $\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}$ 和 bz 的最大值均出现在 $x = l_b$ 处, 它们的值均为

$$E_{max} = \left| \frac{s_2 B_1^2 h_b^2 e^{-l_b B_1/B_2}}{2 B_2^2 G_{bf}^{eff}} \right| \quad (43)$$

3 计算结果

由以上分析得到不同工况下的计算结果, 如下所示. 这些计算结果采用表 1 中的工况参数值.

表 1 工况参数值

Table 1 The operational parameter values

β_0	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
7.5×10^{-2}	1.082 2	-0.175 8	9.36×10^{-2}	0.972 5	2.62×10^{-2}	$1.257 3 \times 10^{-3}$
d_0^i	d_1^i	d_2^i	g_0	g_1	g_2	g_3
0.972 6	2.61×10^{-2}	$1.315 8 \times 10^{-3}$	1.30	-1.065 4	1.336 1	-0.571

3.1 重载和高滑动速度即大的 η_c 和 u 值下计算结果

在重载工况下, 由于接触区高压, η_c 的值很大. 对于重载和高滑动速度工况, 研究中采用的工况参数值如表 2 所示. 表中, $l_{tot} = l_a + l_b$, $R_a = (h_a - h_b)/2$, 下同.

表 2 重载和高滑动速度工况研究中采用的工况参数值

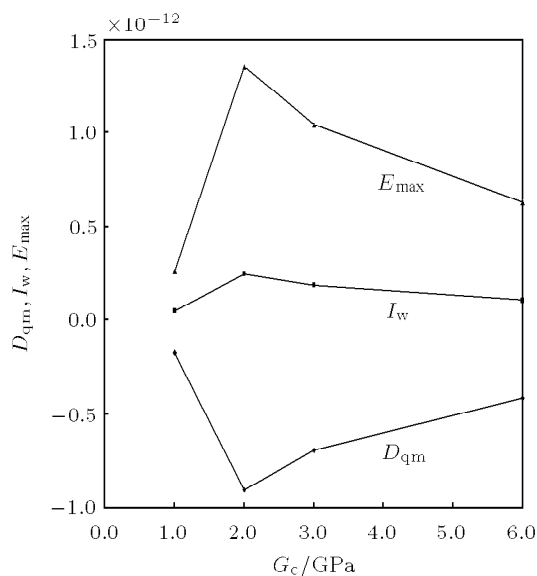
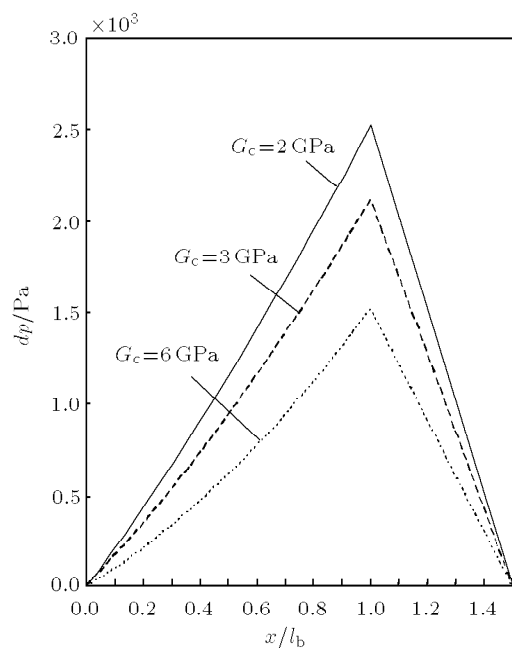
Table 2 The used operational parameter values in the study of the case of heavy load and high sliding speed

$\eta_c /$ (Pa·s)	$\rho_c /$ (kg·m ⁻³)	$u /$ (m·s ⁻¹)	$h_{cr,bf} /$ nm	$l_{tot} /$ μ m	$R_a /$ μ m	r_l	r_h
1.0×10^4	1.02×10^3	400	20	1.0	1.0×10^{-2}	0.5	11

图 2(a) 给出当 $\tau_{s,c} = G_c/45$ 时所研究的重载和高滑动速度工况下不同流体剪切弹性模量 G_c 值下 D_{qm} , I_w 和 E_{max} 值. 图中 E_{max} 值不超过 1.5×10^{-12} . 由得到的 E_{max} 值知, 本计算是精确的. 图中 D_{qm}

值为负. 由式 (41) 知, 这意味着在所研究工况下边界膜剪切弹性模量效应使通过接触区的质量流量减小. 但是图中 D_{qm} 值不超过 1.0×10^{-12} . 这意味着边界膜剪切弹性模量对通过接触区质量流量的影响实际上很小而可忽略. 由此可推断在所研究工况下边界膜剪切弹性模量对总体膜厚的影响很小而可忽略. 图中 I_w 值为正. 由式 (39) 知, 这意味着在所研究的工况下边界膜剪切弹性模量效应使接触区承受的载荷增加, 即增大接触区承载能力. 但是图中 I_w 值不超过 3.0×10^{-13} . 这意味着边界膜剪切弹性模量对接触区承载能力的影响实际上可忽略.

图 2(b) 给出当 $\tau_{s,c} = G_c/45$ 时所研究的重载和高滑动速度工况下不同 G_c 值下边界膜剪切弹性模量效应引起的整个微接触区压力的改变值 dp . 该图表明在所研究的工况下 G_c 值的增加使得整个接触区的 dp 值继而压力值减小. 当 $G_c = 2.0$ 和 3.0 GPa 时, 局部压力的变化量可超过 2000 Pa. 应当注意到

(a) D_{qm} , I_w 和 E_{max} 值(a) Values of D_{qm} , I_w and E_{max} (b) 边界膜剪切弹性模量效应引起的整个微接触区压力的改变值 dp (b) Values of dp 图 2 当 $\tau_{s,c} = G_c/45$ 时重载和高滑动速度工况下不同流体剪切弹性模量 G_c 值下计算结果Fig.2 The calculation results for different G_c values in the condition of heavy load and high sliding speedwhen $\tau_{s,c} = G_c/45$

当接触表面为弹性表面、边界膜厚度在膜的分子尺寸量级 (设为 1nm 量级, 以下表述同) 上时该压力改变值可使接触表面弹性变形变化量与边界膜厚度

相当. 可以推断出, 当所研究的接触区局部膜厚仅为膜分子直径的若干倍时, 边界膜剪切弹性模量可影响到所研究的接触区的局部膜厚.

3.2 微接触区接触宽度 l_{tot} 的影响

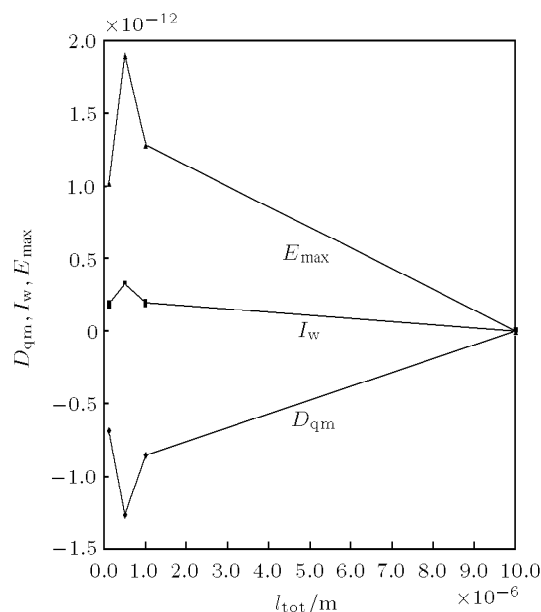
本节研究了微接触区接触宽度 l_{tot} 变化时边界膜剪切弹性模量效应. 本研究采用的工况参数值示于表 3 中.

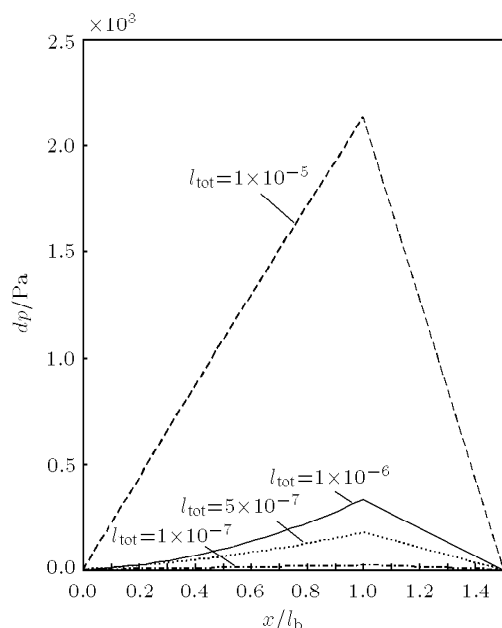
表 3 参数 l_{tot} 影响研究中采用的工况参数值Table 3 The used operational parameter values in the study of the influence of the parameter l_{tot}

$\eta_c/$ (Pa·s)	$\rho_c/$ (kg·m ⁻³)	$u/$ (m·s ⁻¹)	$h_{cr,bf}/$ nm	$R_a/$ μm	r_1	r_h	$G_c/$ GPa	$\tau_{s,c}/$ MPa
4.0×10^3	960	100	20	1.0×10^{-2}	0.5	11	1.35	30

图 3(a) 给出在该研究中得到的不同接触宽度 l_{tot} 下的 D_{qm} , I_w 和 E_{max} 值. 图中 E_{max} 值不超过 2.0×10^{-12} . 这证明了本文计算的精确性. 该图表明边界膜剪切弹性模量效应有随接触宽度 l_{tot} 减小而增大的趋势. 但是, 图中 D_{qm} 和 I_w 的值表明边界膜剪切弹性模量对通过接触区的质量流量和接触区承受载荷的影响均很小而可忽略.

图 3(b) 给出在该研究中得到的不同 l_{tot} 值下边界膜剪切弹性模量效应引起的整个微接触区压力改变值 dp . 压力改变值 dp 随 l_{tot} 的增大而增大. 当

(a) D_{qm} , I_w 和 E_{max} 值(a) Values of D_{qm} , I_w and E_{max} 图 3 不同接触宽度 l_{tot} 下的计算结果Fig.3 The calculation results for different values of l_{tot}

(b) 边界膜剪切弹性模量效应引起的整个微接触区压力改变值 dp (b) Values of dp 图 3 不同接触宽度 l_{tot} 下的计算结果 (续)Fig.3 The calculation results for different values of l_{tot} (continued)

l_{tot} 值在 $10\mu\text{m}$ 量级时, dp 值可于局部达到几千帕. 图 3(b) 表明 dp 值一般可于局部达到 100Pa 量级. 当接触表面是弹性表面、边界膜厚度在膜的分子直径量级上时, 这种压力改变可引起与边界膜厚度相当的接触表面弹性变形变化量. 本研究表明, 当接触表面是弹性表面、接触区局部膜厚在膜分子直径量级上时, 边界膜剪切弹性模量一般会影响接触区局部膜厚.

4 结 论

本文分析研究了若干变工况参数下等温流体动压微接触区中边界膜剪切弹性模量效应. 接触区由两平行刚性平面形成. 上接触表面粗糙, 具有矩形微凸体; 下接触表面光滑. 边界膜出现在接触区的出口区, 流体膜出现在接触区的入口区. 理论分析考虑了边界膜黏度、密度和剪切弹性模量特性. 这些特性参数的等效值表示成边界膜厚度的函数. 边界膜于上接触表面滑移, 但在下接触表面上不滑移. 边界膜在膜内也不发生滑移. 边界膜-上接触表面界面剪切强度表示成边界膜厚度的函数. 当膜厚较大时, 边界膜可看成纳米级薄膜.

本研究得到了解析解. 由这些解可得到以下结论:

(1) 边界膜剪切弹性模量对通过接触区质量流量和接触区承载的影响均可忽略. 因此边界膜剪切弹性模量对接触区总体膜厚的影响可忽略.

(2) 当接触表面为弹性表面、边界膜厚度在膜分子直径量级 (即 1nm 量级) 上时, 边界膜剪切弹性模量效应引起的接触区压力改变一般会引起与边界膜厚度相当的接触表面弹性变形变化量. 当接触区局部膜厚在膜分子直径量级 (即 1nm 量级) 上时, 边界膜剪切弹性模量效应一般会影响弹性接触区的局部膜厚.

参 考 文 献

- 1 Zhang YB. Mixed rheologies in elastohydrodynamic lubrication. *Industrial Lubrication and Tribology*, 2004, 56: 88-106
- 2 Zhang YB, Tang K, Lu GS. Model of elastohydrodynamic lubrication with molecularly thin lubricating films: Part I—Development of analysis. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2003, 30: 542-557
- 3 Zhang YB, Lu GS. Model of elastohydrodynamic lubrication with molecularly thin lubricating films: Part II—Results for an exemplary lubrication. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2003, 30: 558-571
- 4 Zhang YB. Modeling of molecularly thin film elastohydrodynamic lubrication. *Journal of the Balkan Tribological Association*, 2004, 10: 394-421
- 5 Zhang YB. Flow factor approach to molecularly thin hydrodynamic film lubrication. *Journal of Molecular Liquids*, 2006, 128: 60-64
- 6 Zhang YB, Lu GS. Flow factor for molecularly thin fluid films in one-dimensional flow due to fluid discontinuity. *Journal of Molecular Liquids*, 2005, 116: 43-50
- 7 Zhang YB. Flow factor of non-continuum fluids in one-dimensional contact. *Industrial Lubrication and Tribology*, 2006, 58: 151-169
- 8 Bair S, Winer WO. Shear strength measurements of lubricants at high pressure. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1979, 101: 251-257
- 9 Barlow AJ, Erginsav A, Lamb J. Viscoelastic relaxation of supercooled liquids. *Proceeding of the Royal Society of London, Ser A*, 1967, 298: 481-494
- 10 Hutton JF, Phillips MC, Ellis J, et al. Viscoelastic studies of lubricants and other liquids in shear and bulk deformation. In: *Proceeding of the 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, Leeds, 1978
- 11 Bair S, Winer WO. Some observations in high pressure rheology of lubricants. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1982, 104: 357-364
- 12 Demirel AL, Granick S. Glasslike transition of a confined simple fluid. *Physical Review Letters*, 1996, 77: 2261-2264
- 13 Luengo G, Schmitt FJ, Israelachvili J. Thin film rheology and tribology of confined polymer melts: Contrasts with bulk properties. *Macromolecules*, 1997, 30: 2482-2494

- 14 Zhang YB. Study of an engineering mixed contact: Part I—Theoretical analysis. *Journal of Applied Sciences*, 2007, 7: 1249–1259
- 15 Zhang, Y B. Study of an engineering mixed contact: Part II—Results for isosceles triangle surface ridges. *Journal of Applied Sciences*, 2007, 7: 1351–1361
- 16 Zhang YB. Study of an engineering mixed contact: Part III—Results for isosceles truncated triangle surface ridges. *Journal of Applied Sciences*, 2007, 7: 1467–1474
- 17 Zhang YB. When should the boundary lubrication be considered in a hydrodynamic contact? *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, 38: 71–84
- 18 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理 (第 3 版). 北京: 清华大学出版社, 2008 (Wen Shizhu, Huang Ping. Principle of Tribology (Third edition). Beijing: Tsinghua University Press, 2008 (in Chinese))
- 19 雒建斌. 薄膜润滑实验技术和特性研究. [博士论文]. 北京: 清华大学, 1994 (Luo Jianbin. Research on the experiment and characteristic of thin film lubrication. [PhD Thesis]. Beijing: Tsinghua University, 1994 (in Chinese))

附录 A 流体膜区即 “ B_2 ” 子区的推导

流体膜区雷诺方程是

$$q_m = -\frac{1}{2}\rho_c u h_a - \frac{\rho_c h_a^3}{12\eta_c} \frac{dp}{dx} \quad (A1)$$

令 $\lambda_{a,\rho} = -12\eta_c(q_m/\rho_c + 0.5uh_a)/h_a^3$, 则式 (A1) 变成

$$\frac{dp}{dx} = \lambda_{a,\rho} \quad (A2)$$

积分式 (A2), 得

$$p = \lambda_{a,\rho} x + c_2 \quad (A3)$$

由边界条件 $p(l_a + l_b) = 0$, 解得 $c_2 = -\lambda_{a,\rho}(l_a + l_b)$. 流体膜区压力表示成

$$p = \lambda_{a,\rho}(x - l_a - l_b) \quad (A4)$$

在 $x = l_b$ 处, 流体膜压力是 $p(l_b) = -\lambda_{a,\rho}l_a$.

附录 B 不考虑边界膜剪切弹性模量时微接触区推导

不考虑边界膜剪切弹性模量时, 根据式 (26), 边界膜区雷诺方程是

$$B_0 - q_{m0} + B_1 \frac{dp}{dx} = 0 \quad (B1)$$

此处, q_{m0} 是不考虑边界膜剪切弹性模量时通过接触区的质量流量.

式 (B1) 的解是

$$p = \frac{q_{m0} - B_0}{B_1} x + c_3 \quad (B2)$$

由边界条件 $p(0) = 0$, 解得 $c_3 = 0$. 边界膜区压力因此表示成

$$p = \frac{q_{m0} - B_0}{B_1} x \quad (B3)$$

在 $x = l_b$ 处, 边界膜压力是 $p(l_b) = (q_{m0} - B_0)l_b/B_1$. 根据附录 A, 由流体膜区可解得 $x = l_b$ 处流体膜压力是 $p(l_b) = -\lambda_{a,\rho}l_a$, 其中 $\lambda_{a,\rho}^0 = -12\eta_c(q_{m0}/\rho_c + 0.5uh_a)/h_a^3$.

因此可得到下式

$$\frac{q_{m0} - B_0}{B_1} l_b = -\lambda_{a,\rho}^0 l_a \quad (B4)$$

由式 (B4) 解得

$$q_{m0} = \frac{uh_a\rho_c\left(6r_1 + 2C_y r_h^2 - \frac{\tau_s h_a r_h}{u\eta_c}\right)}{-12r_1 - \frac{2C_y r_h^3}{C_q}} \quad (B5)$$

其中 $r_1 = l_a/l_b$, $r_h = h_a/h_b$.

附录 C 式 (16) 的推导

由式 (15), 有

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{d^2 p}{dx^2} z + \frac{dc_1(x)}{dx} \quad (C1)$$

将式 (15) 和式 (C1) 代入式 (13), 得

$$\frac{du_e}{dz} = \frac{u_e}{G_{bf}^{eff}} \left[\frac{d^2 p}{dx^2} z + \frac{dc_1(x)}{dx} \right] + \frac{1}{\eta_{bf}^{eff}} \left[\frac{dp}{dx} z + c_1(x) \right] \quad (C2)$$

式 (C2) 具有如下形式

$$\frac{du_e}{dz} + f_1(z)u_e = f_2(z) \quad (C3)$$

由数学知识知, 式 (C3) 的解是

$$u_e = ke^{-\int f_1(z)dz} + e^{-\int f_1(z)dz} \int f_2(z)e^{\int f_1(z)dz} dz \quad (C4)$$

其中 k 为积分常数.

因此, 式 (C2) 的解是

$$u_e = k(x)e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}} + \frac{e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}}}{\eta_{bf}^{eff}} \int \left[\frac{dp}{dx} z + c_1(x) \right] e^{-\frac{1}{G_{bf}^{eff}} \left[\frac{z^2}{2} \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{dc_1(x)}{dx} z \right]} dz \quad (C5)$$

其中

$$F_1 = \frac{z^2}{2} \frac{dp}{dx} + c_1(x)z \quad (C6)$$

式 (C5) 中积分不能给出精确的封闭形式表达式, 为使分析易于进行, 考虑到 z 坐标值位于 0 和 h (h 为边界膜厚度) 之间和 h 值接近于 0 (处于 1 nm 量级) 即 $0 \leq z \leq h$ 和 $h \rightarrow 0$, 式 (C5) 可近似表示成

$$u_e \approx k(x)e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}} + \frac{e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}}}{\eta_{bf}^{eff}} \int c_1(x)e^{-\frac{1}{G_{bf}^{eff}} \left[\frac{h}{2} \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{dc_1(x)}{dx} z \right]} dz \quad (C7)$$

式 (C7) 进一步表示成

$$u_e \approx k(x)e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff}} + c_1(x) \frac{e^{\partial F_1/\partial x/G_{bf}^{eff} + bz}}{b\eta_{bf}^{eff}} \quad (C8)$$

其中

$$b = -\frac{h}{2G_{bf}^{eff}} \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{1}{G_{bf}^{eff}} \frac{dc_1(x)}{dx} \quad (C9)$$

(责任编辑: 何漫丽, 刘 丽)

INFUENCE OF THE BOUNDARY FILM SHEAR ELASTIC MODULUS ON THE PERFORMANCE OF A MICRO CONTACT¹⁾

Zhang Yongbin²⁾

(College of Mechanical and Energy Engineering, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213164, China)

Abstract A contact model is developed to theoretically analyze the influence of shear elastic modulus of the boundary film on the performance of a micro contact. The contact is one-dimensional and formed by two sliding parallel planes. The upper contact surface is rough with rectangular micro projections, while the lower contact surface is smooth. Both of the contact surfaces are treated as rigid. The micro contact is filled with fluid. It consists of two sub-zones. In the outlet zone, the micro contact is distributed with boundary film because of the nanometer-scale contact separation, while in the inlet zone, the micro contact is distributed with fluid film because of the relatively high contact separation. The performance of the micro contact is determined by the behaviors of the boundary film and the fluid film. When the film thickness is relatively high, the boundary film here can be considered as the nanometer-scale thin film. Because of the limited shear stress capacity at the upper contact surface, the boundary film can slip at the upper contact surface. It is assumed that the shear stress capacity at the lower contact surface is high enough so that the boundary film can not slip at the lower contact surface. Because of the interaction between the boundary film and the contact surface, the viscosity, density and shear elastic modulus of the boundary film are all varied across the film thickness; their equivalent values, which are dependent on the boundary film thickness, are used in theoretical analysis. The analytical approach proposed by the author and his colleagues is used for analyzing the boundary film behavior. The fluid film is assumed not to slip at both of the contact surfaces. The effect of the shear elastic modulus of the fluid film is neglected in the analysis. The conventional approach is used for analyzing the fluid film behavior. The present paper gives the theoretical analysis and some of the computational results for different operating conditions.

Key words boundary film, nanometer-scale thin film, fluid film, shear elastic modulus, micro contact

Received 21 November 2008, revised 16 March 2010.

1) The project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (BK2008189).

2) E-mail: yzhang0508@yahoo.com.cn