

基于非保守体力的大变形固结有限元法¹⁾

丁洲祥^{*,2)} 朱合华^{**} 谢永利[†] 龚晓南^{††} 蒋明镜^{**}

^{*}(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

^{**}(同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

[†](长安大学特殊地区公路工程教育部重点实验室, 西安 710064)

^{††}(浙江大学岩土工程研究所, 杭州 310027)

摘要 考虑土体固结过程中体力的非保守特点, 完善了 T.L. 描述的大变形固结平衡方程, 并以伴生体力代替非保守体力, 提出了相应的大变形固结增量有限元列式. 当忽略土体体积应变的影响时, 改进的大变形固结平衡方程及其有限元法均可退化为基于保守体力的传统形式. 采用自主开发的程序对大变形自重固结算例进行分析, 结果初步表明: 传统方法低估了地基固结度, 但高估了地基沉降量和超静孔隙水压力. 基于非保守体力的大变形固结分析在理论上能够更合理地预测地基的固结性状.

关键词 计算土力学, 大变形固结, 非保守体力, 有限元法, T.L. 描述, 伴生体力

中图分类号: TU433 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2009)01-0091-07

引 言

计算土力学是总结近几十年来有关成果而建立起来的一门新的土力学分支学科^[1]. 大变形固结有限元法就是计算土力学中的一个重要研究方向, 它融合了连续介质力学有限变形理论、土力学固结理论和计算力学等方面的成果. 国内外学者^[2~12] 分别就相关的描述方法、本构关系等问题开展了大量研究工作, 并在混合有限元法^[11]、随机有限元法^[7]和 ALE 有限元法^[12] 等方向上取得新进展.

然而, 大变形固结有限元法目前仍存在一些不足, 这主要表现在涉及某些基本问题时仍然在采用过于简化的个别假设. 例如, 通常在建立大变形固结平衡方程时, 将体力载荷简化为保守力载荷, 而不考虑其随变形过程的变化. 其实, 这种保守体力的假设可以追溯到固体力学的大变形理论^[13]

$$p_{0i}dV_0 = p_i dV \quad (1)$$

式中 p_i 和 p_{0i} 分别是现时构形和初始构形下单位体积的体力载荷, dV 和 dV_0 分别是现时构形和初始构形下物质体元的体积. 鉴于土体的运动变形过程是由固相控制的, 而在以固相为控制体的区域内, 随着固结过程的发展, 土体实际上的体力载荷随变形

过程而变化. 由于固结过程中孔隙水的不断排出, 导致土体体力载荷随之而变, 因此以往的保守体力载荷假设与土体固结过程的这一实际情况不符, 有必要加以研究改进.

本文将采用 T.L. 描述方案, 在既有基础上研究提出基于非保守体力的大变形固结增量有限元方法; 并结合大面积欠固结软黏土的大变形自重固结算例, 探讨在应用中考虑非保守体力的重要意义.

1 非保守体力与大变形固结有限元法

1.1 非保守体力与平衡方程

在下面进行非保守力和伴生力概念的讨论时, 本文将采用文献 [15] 的理解和定义, 即所谓非保守问题, 系指作用在物体上的体力或表面力是非保守的, 这种非保守力做功时与路径有关. 而对于做功过程中随物体变形而变化的作用力, 如果它不是有势的, 则也是非保守的. 本文研究的非保守力仅限于固结问题中的非保守体力, 这主要是因为土体固结中排水过程的存在以及土体变形一般具有路径相关性的缘故. 在研究非保守问题时, 将这种随变形而变化的力称为伴生力, 在体内有伴生体力, 可以用

2008-04-09 收到第 1 稿, 2008-09-10 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (50708077, 50679057), 北京交通大学人才基金 (2008RC025) 资助项目.

2) E-mail: dingzhouxiang@163.com

这种伴生力代替非保守力; 如果伴生力取为常量, 则问题退化为经典问题^[15].

根据质量守恒定律, 饱和土体的单位体积的非保守体力载荷应当满足

$$p_{0i}dV_0 - p_i dV = f_i(1 - J)dV_0 \quad (2)$$

式中 J 是土体变形梯度张量的 Jacobian 行列式; f_i 是液相的单位体积的体力载荷, 当不考虑液相压缩性时为常数.

在土体的体积变形为零的条件下, 式 (2) 的右端退化为零, 相应的体力载荷也就退化为以往常用的保守载荷情况.

当忽略液相渗流速度的物质导数和散度的影响时, 大变形固结平衡方程的欧拉描述结果^[14] 就可以写为如下的简洁形式

$$\tau_{ij,j} + p_i = 0 \quad (3)$$

式中 τ_{ij} 是 Euler 应力.

对式 (3) 进行张量变换, 并注意到式 (2), 则可以得到 T.L. 描述中使用第 2 类 Piola-Kirchhoff 应力表示的大变形固结平衡方程为

$$\frac{\partial}{\partial X_k} \left(S_{lk} \frac{\partial x_i}{\partial X_l} \right) + [p_{0i} - f_i(1 - J)] = 0 \quad (4)$$

式中 S_{lk} 是第 2 类 Piola-Kirchhoff 应力, x_i 是 Euler 坐标, X_l 是 Lagrange 坐标.

考虑到伴生力是非保守问题处理中替代非保守力的一个重要概念^[15,16], 根据式 (4) 可以定义相应的伴生体力 $\tilde{p}_{0i}$ 为

$$\tilde{p}_{0i} = p_{0i} - f_i(1 - J) \quad (5)$$

如果不考虑土体体变的影响, 则 $\tilde{p}_{0i} = p_{0i}$, 大变形固结平衡方程式 (4) 就退化为基于保守体力的传统表述结果^[3,4,6,17].

1.2 大变形固结有限元法的改进

虚功原理对于保守和非保守问题都适用的^[18]. 因此, 文献 [3,6] 采用虚功原理对大变形固结平衡条件进行离散的方法在这里仍是可行的, 但与以往不同的是, 其中的体力载荷应改为本文的伴生体力.

由于伴生体力这一新问题的引入, 需要对以往的大变形固结有限元法列式进行相应的改进. 可以证明, t 时刻的总应力场对应的等效节点力矢量 $\mathbf{R}_s$ 与该时刻的外力等效节点力矢量 $\mathbf{R}_0$ 之间满足

$$\mathbf{R}_s = -\mathbf{R}_0 \quad (6)$$

对于待求的 $t + \Delta t$ 时刻, T.L. 描述的大变形固结平衡方程经过离散后的右端项^[6] $\mathbf{R}_s + \bar{\mathbf{R}}_0$ 等价于

$$\mathbf{R}_s + \bar{\mathbf{R}}_0 = \bar{\mathbf{R}}_0 - \mathbf{R}_0 = \Delta \mathbf{R}_{0s} + \Delta \mathbf{R}_{0b} \quad (7)$$

式中 $\bar{\mathbf{R}}_0$ 是 $t + \Delta t$ 时刻的外力等效节点力矢量, $\Delta \mathbf{R}_{0s}$ 是 $t + \Delta t$ 时刻的面力载荷等效节点力增量矢量, $\Delta \mathbf{R}_{0b}$ 是 $t + \Delta t$ 时刻的伴生体力载荷等效节点力增量矢量.

可以导出, 伴生体力载荷等效节点力增量矢量 $\Delta \mathbf{R}_{0b}$ 为

$$\Delta \mathbf{R}_{0b} = \mathbf{K}_N \Delta \mathbf{u}_e \quad (8)$$

式中 $\Delta \mathbf{u}_e$ 是单元节点位移增量矩阵; $\mathbf{K}_N$ 是伴生体力载荷刚度矩阵

$$\mathbf{K}_N = \int_{V_0} \mathbf{N}^T \mathbf{f} \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{B}} dV_0 \quad (9)$$

其中, $\mathbf{N}$ 是单元形函数矩阵, $\mathbf{f}$ 是液相体力载荷矢量, $\mathbf{T}$ 是选项矢量, $\tilde{\mathbf{B}}$ 是大变形应变转换矩阵.

由于空间离散后的大变形固结平衡方程的右端项 $\mathbf{R}_s + \bar{\mathbf{R}}_0$ 中包含的 $\Delta \mathbf{R}_{0b}$ 与单元节点位移增量有关, 因此将其合并到平衡方程的左端项, 最终可以得到改进后的 T.L. 描述大变形固结增量有限元方程为

$$\tilde{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{U}^e = \mathbf{R}^e \quad (10)$$

式中 $\tilde{\mathbf{K}}$ 是单元固结矩阵, $\Delta \mathbf{U}^e$ 是单元节点未知量增量矢量, $\mathbf{R}^e$ 是单元等效节点力和流量增量矢量. 其中, $\tilde{\mathbf{K}}$ 定义为

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{\text{DSWN}} & -\tilde{\mathbf{K}}_C \\ -\tilde{\mathbf{K}}_{\text{CS}} & -\theta \Delta t \mathbf{K}_P \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 $\tilde{\mathbf{K}}_C$ 和 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{CS}}$ 分别为渗流场和位移场的流固耦合矩阵, θ 为时域差分系数, Δt 是时步增量, $\mathbf{K}_P$ 为渗流矩阵, $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DSWN}}$ 定义为

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DSWN}} = \tilde{\mathbf{K}}_{\text{DSW}} - \mathbf{K}_N \quad (12)$$

式中 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DSW}}$ 是由单元刚度矩阵、几何刚度矩阵和土水势增量引起的刚度矩阵组成的综合矩阵, 具体定义可参考文献 [6].

根据上述结果可见, 基于非保守体力的大变形固结有限元法的重要改进之处主要体现在单元固结矩阵中增加了一项伴生体力载荷刚度矩阵 $\mathbf{K}_N$. 当

忽略 K_N 时, 方程式 (10) 也就相应地退化到基于保守体力假设的传统形式.

2 大变形自重固结算例分析

为了探讨非保守体力对大变形固结性状的影响, 这里仅以大面积欠固结软黏土的自重固结问题为例, 设计算题如下: 饱和土体, 均匀分布, 厚度 20 m; 采用 Jaumann 率型次弹性本构关系, 次弹性模量为 500 kPa, 泊松比 0.3; 竖向渗透系数为 10^{-5} cm/s; 饱和重度 18 kN/m^3 ; 地表为唯一的透水边界.

有限元网格划分为 20 个均匀的平面应变单元, 双线性插值模式; 左右边界面上均施加水平位移约束, 以模拟大面积分布土层情况; 底面边界固定; 地表处各节点的超静孔压为零; 时域差分使用 Crank-Nicholson 方法; 余量迭代采用 Newton-Raphson 法; 计算的总固结时间为 2425 d, 共划分为 60 个时步, 第 n 个时步与时步增量 Δt 的关系如图 1 所示.

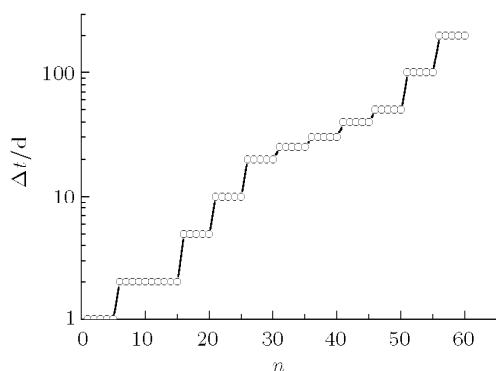


图 1 时步与时步增量的关系

Fig.1 Relation between time-step number and time-step length

计算程序采用 COFIST^[6], 该程序基于 LSCFEA^[3] 等程序的开发经验, 在 MATLAB 数学分析平台上编写而成, 并与 ABAQUS 等著名软件进行过平行测试, 表明具有较好的可靠性. 按本文前述考虑非保守体力的方法, 可以方便地在 COFIST 中扩充相应的计算功能.

2.1 沉降分析

地表沉降量是进行地基处理方案设计和评价加固效果的重要指标之一. 地表计算沉降量 S 随时间 t 的发展规律如图 2 所示. 在图 2 及以下各图中, CBF 表示基于传统的保守体力假设的结果, 而 NCBF 则表示基于非保守体力的情况.

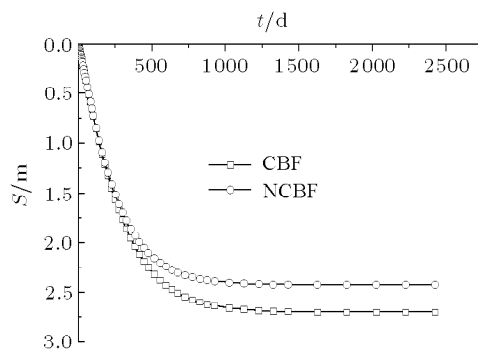


图 2 地表沉降随时间的变化

Fig.2 Variation of foundation surface settlement with time

由图 2 可见, 根据传统方法预测的地表沉降量偏大于基于非保守体力的分析结果, 而且随着固结沉降的发展, 这种差异越来越明显. 这意味着传统大变形方法预测的地基沉降结果在工程上可能会导致偏于保守的设计方案. 两种方法预测的地表沉降量结果之间的绝对偏差 Δ 和相对偏差 δ 随地表沉降量 (按 NCBF 结果) 的变化规律见图 3. 根据图 3 的结果, 不同方法间的相对偏差和绝对偏差均随着地基沉降增加而快速增大, 这表明考虑非保守体力具有重要的实际意义, 尤其在大变形情况下.

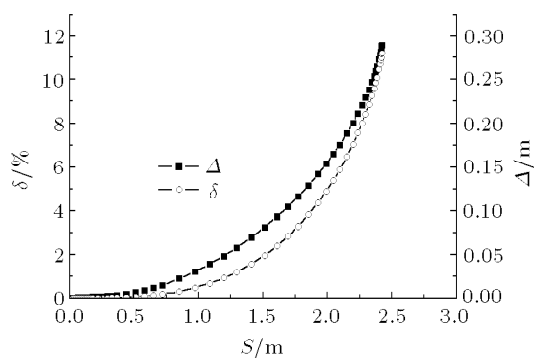


图 3 地表沉降的相对误差和绝对误差的变化规律

Fig.3 Development of relative and abstract errors of foundation surface settlements

地基分层沉降结果绘于图 4, 可见: (1) 对于埋深较大部位的土体, 两种方法的沉降结果之间相差较小, 而对于浅层土体, 不同方法的分层沉降结果却呈现较明显的偏差, 体现了空间分布上的规律性; (2) 在固结后期, 两种分层沉降结果的差异要比固结前期的结果偏大一些, 这是因为随着固结变形的发展, 非保守体力的作用趋于增强的缘故.

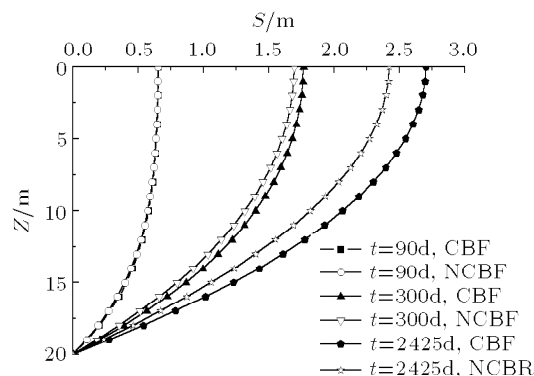


图 4 地基分层沉降的分布

Fig.4 Distribution of foundation layered settlement

2.2 超静孔压分析

地基的固结变形与超静孔压 u 的消散过程紧密相关. 图 5 给出了在不透水的底面边界上超静孔压随时间的消散规律, 图 6 进一步给出了该边界上两种超静孔压预测结果的相对偏差 δ 和绝对偏差 Δ 的变化规律.

根据图 5 和图 6 的结果可见: (1) 传统方法计算的超静孔压值偏大于基于非保守体力方法的相应结果; (2) 随着超静孔压的不断消散, 两种方法结果之间的绝对偏差和相对偏差呈现先增加而后减小的趋势. 前者在机理上主要是由于传统方法高估了体力载荷的作用, 并且对于基于非保守体力的情况, 地基土体的排水路径更短, 超静孔压的消散要快一些的缘故. 后者则是因为固结发展到后期时, 两种方法的超静孔压都将趋于零, 因此其偏差会表现出先增加而后减小的特征.

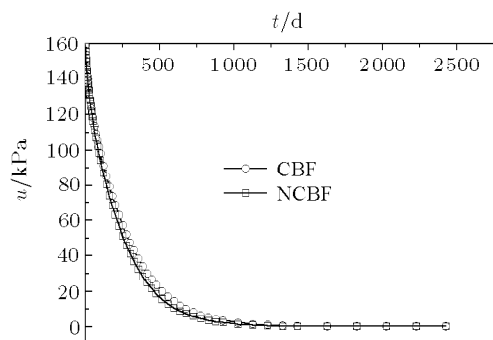


图 5 不排水边界上的超静孔压消散规律

Fig.5 Dissipation of excess pore water pressure at impervious boundary

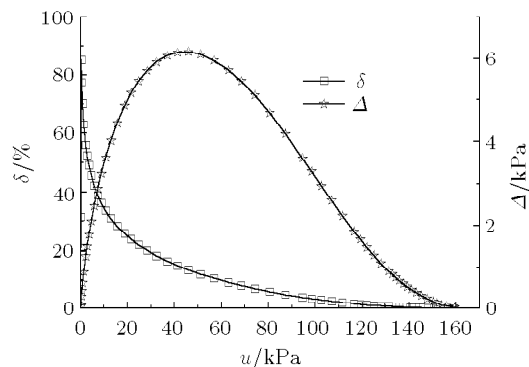


图 6 不排水边界上超静孔压相对偏差和绝对偏差的变化规律

Fig.6 Development of relative and abstract errors of excess pore water pressure at impervious boundary

在 3 个典型时刻的超静孔压沿埋深的变化规律可参见图 7. 图 7 所示的结果表明: (1) 浅层土体的超静孔压结果相差较小, 随着土体埋深的增加, 两种方法结果之间的差别逐渐变大, 这是由于浅层土体近排水面, 超静孔压消散较快, 而底面为不排水面, 超静孔压不易消散的缘故; (2) 两种方法预测的超静孔压值在固结中期要比固结前期时的差别大, 体现了非保守体力的影响.

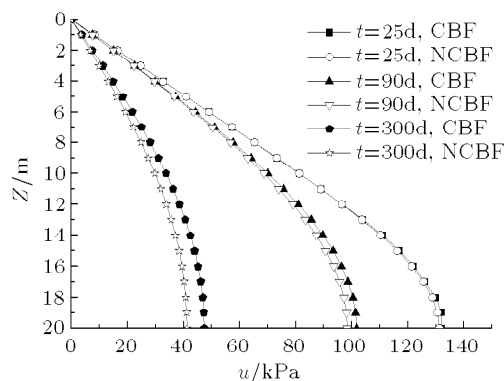


图 7 超静孔压沿埋深分布规律

Fig.7 Distribution of excess pore water pressure along depth

上述计算结果和结论存在其理论上的合理依据. 由于固结过程中排水过程的存在, 伴生体力存在一个不断减小并逐渐趋于稳定的变化过程, 因此对于自重应力作用下欠固结土体的大变形固结问题, 传统分析方法将高估了体力载荷的作用, 从而导致对地基沉降量和超静孔压的过高估计.

2.3 地基固结度分析

地基固结度是实际工程应用中人们感兴趣的一个重要度量, 它反映了地基土层的平均固结程度^[19]. 这里采用按变形定义的地基固结度 U_s .

地基固结度随时间的发展规律如图 8 所示. 通过图 9, 可以更清楚地看出两种方法计算的地基固结度结果偏差的变化规律. 鉴于传统方法采用了保守体力假设, 由此得到的地基固结度偏小于基于非保守体力的相应结果. 传统方法低估了地基固结度的内在原因, 一方面是由于该法高估了排水路径, 另一方面主要是因为它同时高估了地基中的超静孔压.

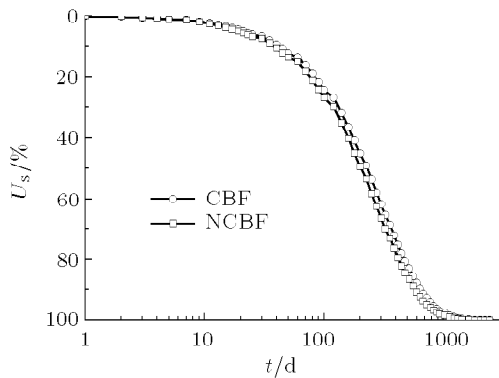


图 8 地基固结度随时间的变化

Fig.8 Variation of foundation degree of consolidation with time

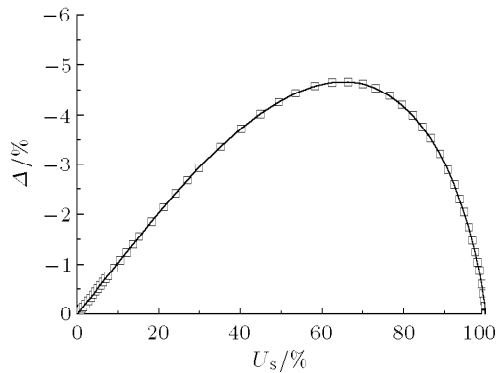


图 9 地基固结度偏差的发展

Fig.9 Development of foundation of degree of consolidation

3 讨论

非保守体系的含义非常广泛. 本文将土体固结过程中的体力称为是非保守的, 主要基于以下两点思考: (1) 不妨以土体中某个表征体元为考察对象, 在土体固结的过程中, 体力对该表征体元做的功与表征体元的路径一般具有相关性, 即便对于路径相同的情况, 由于表征体元可能会发生不同的体积应变, 从而导致体力做功也未必相同; (2) 在以固相为控制体的考察区域内, 由于固结过程中孔隙水的排出, 土体体力会发生变化, 并进而引起考察区域内某些物理量 (如质量, 动量和能量等) 的不守恒.

应当指出, 在前期研究工作^[14]算例分析中得到的有关结论均隐含使用了保守体力这一前提条件. 采用本文基于非保守体力的处理方法, 则不难克服这一局限性. 具体而言, 文献[14]主要从变质量体系的角度出发, 论证了饱和土体基本控制方程的严格表述形式, 但在相应的有限元方法推导中仍然沿用了经典的保守载荷假设. 尽管前者采用的是欧拉描述方案, 不同于本文的 T.L. 描述方案, 但本文引入的伴生体力概念同样可以应用于欧拉描述的情况, 这将构成另一新问题, 对此不再深入展开讨论.

在前文算例中, 问题的非线性主要体现几何非线性和材料非线性两个方面. 其中, 在几何非线性问题的理论推导和程序编制时, 严格考虑了 Green 应变增量与位移增量关系之间的二次项. 在材料非线性方面, 主要采用了满足客观性要求的次弹性本构模型. 以埋深 19.789 m 处的点 (高斯积分点) 为典型点, 分析前面算例中典型点处的大变形计算本构曲线, 结果如图 10 所示. 可见, 基于次弹性模型的大变形全量应力应变关系 (第 2 类 Piola-Kirchhoff 应力, PK2) 并非线性的. 进一步的研究结果[20]还表明, Jaumann 率型次弹性模型对应的这种全量应力应变曲线, 还可以采用非线性的双曲线模型来近似模拟, 这与若干土体的压缩试验分析结果也是一致的. 由于实际土体的多样性和复杂性, 尽管目前已有多种复杂的土体本构模型, 可以考虑土体变形的黏塑性和损伤等特点, 但至今仍难以找到一种公认的能准确模拟土体在各种条件下性状的通用本构模型. 本文算例中选用的次弹性模型, 不可避免地

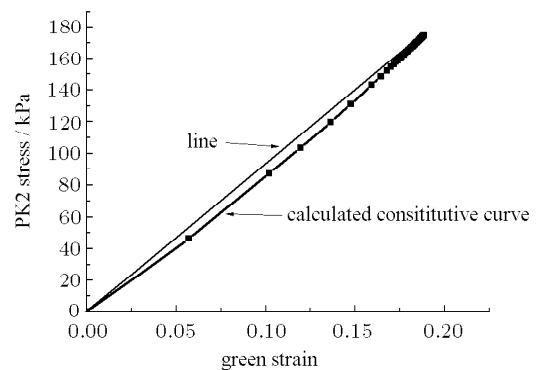


图 10 典型点处的大变形计算本构曲线

Fig.10 Computational finite-strain constitutive curve for a typical point

存在一些缺点, 但考虑到本文工作的重点不在非线性本构模型方面, 而且基于非保守体力的有限元本

身并不局限于选用的本构模型,因此采用非线性弹性范畴内的次弹性模型来探讨传统方法的局限性,也具有一定的合理性。

关于大、小变形固结理论有限元分析结果的差异问题一直存在较大争议^[4,6,7],其原因相当复杂,以致于不少学者对该问题无奈地采取回避态度。就大变形固结理论及其有限元法本身的研究状况而言,某些基本问题仍然不是很清楚,还有待加强研究。从非保守体力的角度重新考察传统的大变形固结分析方法和既有结论,有可能会取得新的认识。

4 结 论

(1) 在尝试引入非保守体力概念的基础上,改进提出了更合理的 T.L. 描述的大变形固结平衡方程式(4)。如果忽略土体体积应变的影响,该方程就退化为以往常用的大变形固结平衡方程或固体力学大变形平衡方程。

(2) 采用伴生体力替代非保守体力,在以往工作^[6]基础上导出了基于非保守体力的大变形固结增量有限元法。该方法新增了一项伴生体力载荷刚度矩阵,这一改进与土体的本构关系和问题维数无关,具有一定的普遍意义。

(3) 通过对大面积黏土地基的大变形自重固结问题的分析,得到初步结论:基于保守体力假设的传统大变形分析方法高估了地基沉降量和超静孔压,但低估了地基固结度。这表明,深入开展基于非保守体力的大变形固结理论和计算方法研究具有较好的理论价值和实际意义。

参 考 文 献

- 1 朱百里,沈珠江. 计算土力学. 上海: 上海科学技术出版社, 1990. 1~13 (Zhu Baili, Shen Zhujiang. Computational Soil Mechanics. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1990. 1~13 (in Chinese))
- 2 周正明. 饱和土体大变形固结有限元分析. 水利水运科学研究, 1992, (1): 106~110 (Zhou Zhengming. Finite element analysis of large deformation consolidation for saturated soils. *Journal of Nanjing Hydraulic Institute*, 1992, (1): 106~110 (in Chinese))
- 3 谢永利. 大变形固结理论及其有限元法. 北京: 人民交通出版社, 1998 (Xie Yongli. The Theory on Large-Strain Consolidation and Finite Element Analysis. Beijing: People's Communications Press, 1998 (in Chinese))
- 4 蒋明镜,沈珠江. 饱和软土的弹塑性大变形有限元平面固结分析. 河海大学学报, 1998, 26(1): 73~77 (Jiang Mingjing, Shen Zhujiang. Finite-element analysis of elasto-plastic large-strain consolidation for saturated Cam-clay soft soils. *Journal of Hohai University*, 1998, 26(1): 73~77 (in Chinese))
- 5 何开胜,沈珠江,彭新宜. 两种 Lagrangian 大变形比奥固结有限元法及其与小变形法的比较. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 30~34 (He Kaisheng, Shen Zhujiang, Peng Xinxuan. The comparison of large strain method using total and updated Lagrangian finite element formulation and small strain method. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(1): 30~34 (in Chinese))
- 6 丁洲祥. 连续介质固结理论及其工程应用. [博士论文]. 杭州: 浙江大学, 2005 (Ding Zhouxiang. Continuum-based consolidation theory with its engineering applications. [Ph D Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005 (in Chinese))
- 7 李涛. 软土路基大变形固结随机有限元分析. [博士论文]. 杭州: 浙江大学, 2006 (Li Tao. Large deformation consolidation stochastic finite element analyse of soft-clay road embankment. [Ph D Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006 (in Chinese))
- 8 Carter JP, Small JC, Booker JR. A theory of finite elastic consolidation. *International Journal of Solids and Structures*, 1977, 13(5): 467~478
- 9 Borja RI, Tamagnini C, Alarcon E. Elastoplastic consolidation at finite strain, Part 2: Finite element implementation and numerical examples. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 159(1): 103~122
- 10 Ahmed Z. Large strain primary and secondary consolidation of soft clay using the finite element method. [Ph D Thesis]. Gainesville: University of Florida, 1999
- 11 Li X, Liu Z, Lewis RW. Mixed finite element method for saturated poroelastoplastic media at large strains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, 57(6): 875~898
- 12 Nazem M, Sheng D, Carter JP, et al. Arbitrary Lagrangian-Eulerian method for large-strain consolidation problems. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, 32(9): 1023~1050
- 13 殷有泉. 固体力学非线性有限元方法引论. 北京: 清华大学出版社, 北京大学出版社, 1987 (Yin Youquan. Introduction to Nonlinear FEM in Solid Mechanics. Beijing: Tsinghua University Press, Peiking University Press, 1987 (in Chinese))
- 14 丁洲祥,龚晓南,谢永利. 欧拉描述的大变形固结理论. 力学学报, 2005, 37(1): 92~99 (Ding Zhouxiang, Gong Xiaonan, Xie Yongli. Finite strain consolidation theory with Eulerian description. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(1): 92~99 (in Chinese))
- 15 刘殿魁,张其浩. 弹性理论中非保守问题的一般变分原理. 力学学报, 1981(6): 562~570 (Liu Diankui, Zhang Qihao. Some general variational principles for non-conservative problems in theory of elasticity. *Acta Mechanica Sinica*, 1981(6): 562~570 (in Chinese))
- 16 梁立孚,刘殿魁,宋海燕. 非保守系统的两类变量的广义拟变分原理. 中国科学 G 辑, 2005, 35(2): 201~212 (Liang Lifu, Liu Diankui, Song Haiyan. Quasi-variational principles of two-kind of variables in non-conservative system. *Science*

- in China Series G*, 2005, 35(2): 202~212 (in Chinese))
- 17 Lewis RW, Schrefler BA. The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media (second edition). Chichester, England: John Wiley & Sons, 1998
- 18 熊跃熙. 非保守系统的有限变形弹性变分原理. 力学学报, 1983(1): 86~90 (Xiong Yaoxi. Variational principles of large deformation of elasticity of nonconservative systems. *Acta Mechanica Sinica*, 1983(1): 86~90 (in Chinese))
- 19 龚晓南. 高等土力学. 杭州: 浙江大学出版社, 1996 (Gong Xiaonan. Advanced Soil Mechanics. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1996 (in Chinese))
- 20 丁洲祥, 朱合华, 龚晓南等. 压缩试验本构关系的大变形表述法. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1356~1364 (Ding Zhouxiang, Zhu Hehua, Gong Xiaonan, et al. Large-deformation description method for constitutive relation based on compression test. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(7): 1356~1364 (in Chinese))

(责任编辑: 刘希国)

FINITE-STRAIN CONSOLIDATION FINITE-ELEMENT METHOD SUBJECT TO NON-CONSERVATIVE BODY FORCE¹⁾

Ding Zhouxiang^{*,2)} Zhu Hehua^{**} Xie Yongli[†] Gong Xiaonan^{††} Jiang Mingjing^{**}

^{*}(School of Civil Engineering and Architecture, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

^{**}(Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering, Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

[†](Key Laboratory of Highway Engineering in Special Regions, Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

^{††}(Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract Numerical analysis of finite-strain consolidation is investigated by finite element method with non-conservative body force. Firstly, a modified static equilibrium equation for finite-strain consolidation is proposed during the consolidation process of saturated soils using Total Lagrangian description with non-conservative body force. Secondly, the corresponding incremental finite-element (FE) formulations of finite-strain consolidation are presented with the substitution of the non-conservative body force for a fellow body force. Both the equilibrium equation and the new FE formulations can be reduced to the traditional conservative forms by neglect of the volume strain of soils, respectively. A case of finite-strain self-weight consolidation was presented to study the significance of non-conservative body force. The numerical results show that traditional method underestimates the consolidation degree of foundation, but overestimates the consolidation settlement and excess pore water pressure. The present finite-strain consolidation analysis based on non-conservative body force is available to precisely predict the consolidation behavior of foundation.

Key words computational soil mechanics, finite-strain consolidation, non-conservative body force, finite-element method, total Lagrangian description, fellow body force

Received 9 April 2008, revised 10 September 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50708077, 50679057), Research Foundation for Advanced

Talents in Beijing Jiaotong University (2008RC025).

2) E-mail: dingzhouxiang@163.com