

考虑模型性不确定性的应力 - 强度干涉模型<sup>1)</sup>包洪兵 姚卫星<sup>2)</sup>

(南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016)

**摘要** 传统干涉模型未考虑设计变量的模型性不确定性影响. 通过讨论模型性不确定性的来源, 以概率应力 - 强度干涉模型为基础引入描述模型性不确定性的随机变量  $H$ . 分析了  $H$  的分布形式, 并分别给出了大、小样本容量时  $H$  分布参数的计算方法, 从而建立了考虑模型性不确定性的应力 - 强度干涉模型, 同时给出了可靠性指标  $\beta$  的算法. 分析结果表明该文提出的干涉模型可以很好地描述模型性不确定性.

**关键词** 应力 - 强度干涉模型, 模型性不确定性, 贝叶斯法, 最大熵原理, 可靠性

**中图分类号:** TB114.3, O213.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)06-0834-06

## 引 言

经典应力 - 强度干涉模型采用随机变量或随机过程描述强度  $R$  和应力  $S$  的不确定性, 已被广泛应用于元件可靠性分析和设计. 但现实世界中  $R$  和  $S$  存在物理性、统计性和模型性不确定性<sup>[1]</sup>. 随机变量或者随机过程可以较好地描述物理性不确定性, 但是对于统计性不确定性和模型性不确定性的描述却是无能为力.

应力 - 强度干涉模型在描述  $R, S$  的不确定性时采用的数学方法有概率<sup>[2~10]</sup> 和非概率方法<sup>[11~14]</sup>. 概率可靠性模型分为随机可靠性模型和模糊可靠性模型, 它们已经比较成熟. 但是经典的概率可靠性模型没有考虑模型性不确定性; 非概率的方法, 现阶段理论体系还不完整, 很难运用到模型性不确定性上.

国内外对模型性不确定性研究还不太多. Ditlevsen 等<sup>[15]</sup> 认为仅通过对输入向量分布特性的简单修正就能够在本质上考虑模型性不确定性; 陈元芬<sup>[16]</sup> 对给定的几种水文模型以及模型参数不同的估计法之间的优劣进行了研究; 张圣坤等<sup>[17,18]</sup> 对船舶结构中腐蚀模型的合理选择上做出了一些分析和选择; Ronold 等<sup>[19]</sup> 对建筑结构中桩的轴向承载力预测模型, 提出了关于模型不确定性的理论表达, 刘国彬等<sup>[20]</sup> 运用随机模型不确定性因子描述模型性不确定性. 上述对模型性不确定研究的方法中, Ditlevsen 提出的输入向量的修正方法的具体实

现尚未给出, 其它方法仅对各自专业中特定力学模型的选择进行了优劣比较, 却尚未考虑从基本模型的建立上减少模型性不确定性的影响.

本文按照客观世界的现实性, 认为设计变量的物理性不确定性是可靠性分析中主要不确定性, 且可以用概率的方法很好地描述, 设计变量的模型性是相对次要的不确定性, 可引入新的随机变量  $H$  加以描述.

## 1 应力 - 强度干涉模型

## 1.1 传统干涉模型

应力 - 强度干涉模型的安全裕量方程为

$$M = R - S \quad (1)$$

式中  $S$  为作用在元件上的应力,  $R$  为对应于载荷方式的元件强度.

一般说来  $R, S$  是众多变量的函数, 即  $R = R(\mathbf{X}), S = S(\mathbf{X}), \mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , 因此安全裕量  $M$  也是向量  $\mathbf{X}$  的函数

$$M = R - S = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2)$$

显然, 元件的可靠度就是“强度大于应力的概率”<sup>[1]</sup>

$$R_e = P(M > 0) \quad (3)$$

2007-08-29 收到第 1 稿, 2008-08-06 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10377007).

2) E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn

可靠度指标为

$$\beta = \Phi^{-1}(R_e) = \Phi^{-1}(P(M > 0)) \quad (4)$$

式 (4) 中  $\Phi^{-1}(\cdot)$  为标准正态分布的反函数.

### 1.2 模型性不确定性的来源与表述

结构可靠性模型应该完全描述外界环境对结构作用的广义外载, 结构本身抵抗外载的广义强度, 结构失效的破坏准则. 这 3 个方面的任何一个简化或假设必然带来模型性不确定性. 本文只考虑广义外载和广义强度的简化对模型性不确定性带来的影响. 即式 (2) 中的设计变量  $\mathbf{X}$  只包含了一些影响  $R$  和  $S$  的重要物理变量, 其它的一些影响很小的量或者未知的变量被忽略掉, 并且对一些重要物理变量的分布函数进行了假设. 从而这种对现实世界的假设和简化, 某种程度上影响着可靠性分析结果的真实性和准确性. 因此式 (2) 是理想的安全裕量, 同样在向量  $\mathbf{X}$  的空间中,  $M = 0$  给出的只是理想化的极限状态曲面  $\mathfrak{R}_i$  (见图 1), 即

$$\mathfrak{R}_i = \{\mathbf{X} | M = 0\} \quad (5)$$

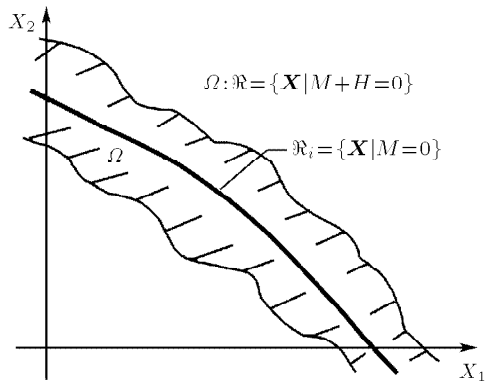


图 1 理想极限状态曲面  $\mathfrak{R}_i$  与真实极限状态曲面  $\mathfrak{R}$   
Fig.1 Ideal limit-state surface  $\mathfrak{R}_i$  and real limit-state surface  $\mathfrak{R}$

真实极限状态曲面  $\mathfrak{R}$  可认为是理想曲面  $\mathfrak{R}_i$  的一种映射, 即

$$\mathfrak{R} = \{\mathbf{X} | M + H = 0\} \quad (6)$$

其中  $H$  为模型性不确定性量, 本文用随机变量表示. 真实状态下的可靠度

$$R_e = P(M + H > 0) \quad (7)$$

式 (7) 代入式 (4) 得到考虑了模型性不确定时的可靠度指标

$$\beta = \Phi^{-1}(R_e) = \Phi^{-1}(P(M + H > 0)) \quad (8)$$

## 2 模型性不确定性的分析

真实状态下的安全裕量为

$$M' = M + H \quad (9)$$

通过描述  $H$  的性质就能在原则上描述模型不确定性. 在实践中由式 (2) 和式 (9) 可知随机变量  $H$  的统计值.

### 2.1 $H$ 的分布函数

忽略了影响  $R$  和  $S$  很小或者未知的变量, 以及对  $R$  和  $S$  分布的简化, 是产生随机变量  $H$  的根源. 这些被忽略的量一般相关性很小, 而且每个量对真实模型的影响很小, 因此由中心极限定理<sup>[15]</sup> 可知  $H$  近似服从正态分布

$$H \sim N(\mu_H, \sigma_H) \quad (10)$$

$H$  的参数定义为随机向量

$$\mathbf{Y} = (\mu_H, \sigma_H) \quad (11)$$

由于样本容量的限制,  $\mathbf{Y}$  的值存在统计性不确定性影响. 因此式 (8) 得到的可靠度指标  $\beta$  具有随机性. 在给定置信度  $(1 - \alpha)$  下,  $\mu_H$  和  $\sigma_H$  的置信区间分别为  $(\underline{\mu}_H, \overline{\mu}_H)$  和  $(\underline{\sigma}_H, \overline{\sigma}_H)$ , 此时  $\beta$  的区间为

$$[\beta_L, \beta_U] = [\Phi^{-1}(P(M + H(\underline{\mu}_H, \overline{\sigma}_H)) > 0), \Phi^{-1}(P(M + H(\overline{\mu}_H, \underline{\sigma}_H)) > 0)] \quad (12)$$

### 2.2 考虑了统计性不确定性时 $H$ 的参数确定

#### 2.2.1 $H$ 为大样本容量

$H$  的样本容量较大时,  $H$  的参数直接用无偏估计量进行估计<sup>[21]</sup>

$$\hat{\mu}_H = \overline{H}, \quad \hat{\sigma}_H = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (H_i - \overline{H})^2} \quad (13)$$

其中  $H_i, \overline{H}$  是  $H$  的样本点和均值,  $n$  为样本容量.  $\mu_H$  和  $\sigma_H$  在给定置信水平  $(1 - \alpha)$  下的置信区间分别为<sup>[21]</sup>

$$\left. \begin{aligned} (\underline{\mu}_H, \overline{\mu}_H) &= \left( \overline{H} - \frac{\hat{\sigma}_H}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1), \right. \\ &\quad \left. \overline{H} + \frac{\hat{\sigma}_H}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) \right) \\ (\underline{\sigma}_H, \overline{\sigma}_H) &= \left( \frac{\sqrt{n-1} \hat{\sigma}_H}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{\sqrt{n-1} \hat{\sigma}_H}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式 (14) 代入式 (12) 得到  $H$  为大样本容量时可靠度指标  $\beta$  的区间.

### 2.2.2 $H$ 为小样本容量

$H$  的样本容量较少时,  $H$  的参数用贝叶斯进行估计与更新.

由于正态分布与自身共轭, 因此取  $H$  参数的先验分布为

$$\mathbf{Y} \sim N(\mu_Y, \text{cov}(\mathbf{Y})) \quad (15)$$

对于纯粹的经验贝叶斯估计, 先验分布的参数是根据以往的同类或类似的试验数据得到的, 是确定的, 不存在分布参数选择的问题. 对于主观贝叶斯估计, 先验分布参数往往根据专家主观判断来选择.

根据式 (9) 和式 (15) 得条件概率密度

$$P(H|\mathbf{Y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left[-\frac{(H-\mu_H)^2}{2\sigma_H^2}\right] \quad (16)$$

运用贝叶斯方法

$$P(\mathbf{Y}|H) = \frac{P(H|\mathbf{Y})P(\mathbf{Y})}{P(H)} = \frac{1}{P(H)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left[-\frac{(H-\mu_H)^2}{2\sigma_H^2}\right] \times \frac{1}{2\pi|\text{cov}(\mathbf{Y})|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{Y}-\mu_Y)^T \text{cov}^{-1}(\mathbf{Y})(\mathbf{Y}-\mu_Y)\right] \quad (17)$$

原则上随机变量  $H$  真实的概率密度  $P(H)$  是确定的, 当  $H$  是某一定值时,  $P(H)$  为一常数, 因此式 (17) 简化为

$$P(\mathbf{Y}|H) = C\sigma_H^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(H-\mu_H)^2}{\sigma_H^2} + (\mathbf{Y}-\mu_Y)^T \text{cov}^{-1}(\mathbf{Y})(\mathbf{Y}-\mu_Y)\right]\right\} \quad (18)$$

其中  $C = \frac{1}{P(H)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi|\text{cov}(\mathbf{Y})|^{\frac{1}{2}}}$ , 因为  $\text{cov}(\mathbf{Y})$  是先验分布协方差, 所以  $C$  与  $\mathbf{Y}$  变化无关.

由最大熵原理可知<sup>[22]</sup>, 式 (18) 中  $P(\mathbf{Y}|H)$  取最大值时, 把  $\mathbf{Y}$  作为  $H$  参数新的估计值是最客观的. 式 (18) 取极大值等同于

$$J = \frac{1}{2}\left[\frac{(H-\mu_H)^2}{\sigma_H^2} + (\mathbf{Y}-\mu_Y)^T \text{cov}^{-1}(\mathbf{Y})(\mathbf{Y}-\mu_Y)\right] + \ln \sigma_H \quad (19)$$

取极小值. 当使式 (19) 取极小值时  $\mathbf{Y} = (\hat{\mu}_H, \hat{\sigma}_H)$ , 此时可靠度  $\beta$  为

$$\beta = \Phi^{-1}(R_e) = \Phi^{-1}(P(M + \hat{H} > 0)) \quad (20)$$

式 (20) 中  $\hat{H} \sim N(\hat{\mu}_H, \hat{\sigma}_H)$ . 由于  $\mathbf{Y}$  的先验分布为正态分布, 因此后验分布  $P(\mathbf{Y}|H)$  也属于正态分布, 它的极大值就在均值处. 因此式 (19) 取极小值时的  $\mathbf{Y} = (\hat{\mu}_H, \hat{\sigma}_H)$  就是后验正态分布  $P(\mathbf{Y}|H)$  的均值.

后验分布中  $\mu_H$  和  $\sigma_H$  的边缘分布函数为  $F_{\mu_H}(x)$  和  $F_{\sigma_H}(x)$ , 它们都为正态分布.

$$F_{\mu_H}(x) = N(\hat{\mu}_H, \hat{\sigma}_{\mu_H}), \quad F_{\sigma_H}(x) = N(\hat{\sigma}_H, \hat{\sigma}_{\sigma_H}) \quad (21)$$

理论上式 (21) 中后验分布的均方差  $\hat{\sigma}_{\mu_H}$  和  $\hat{\sigma}_{\sigma_H}$  可由式 (17) 求出. 因此在给定置信水平  $(1-\alpha)$  下  $\mu_H$  和  $\sigma_H$  的置信区间分别为

$$\left. \begin{aligned} (\underline{\mu}_H, \overline{\mu}_H) &= (\hat{\mu}_H - \hat{\sigma}_{\mu_H} Z_{\alpha/2}, \hat{\mu}_H + \hat{\sigma}_{\mu_H} Z_{\alpha/2}) \\ (\underline{\sigma}_H, \overline{\sigma}_H) &= (\hat{\sigma}_H - \hat{\sigma}_{\sigma_H} Z_{\alpha/2}, \hat{\sigma}_H + \hat{\sigma}_{\sigma_H} Z_{\alpha/2}) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (12) 得到  $H$  为小样本容量时可靠度指标  $\beta$  的区间.

若  $H$  的均方差  $\sigma_H$  是常数, 均值  $\mu_H$  是随机变量, 那么  $\mu_H$  的后验分布为

$$P(\mu_H|H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_{\mu_H}} \exp\left[-\frac{(\mu_H - \hat{\mu}_H)^2}{2\hat{\sigma}_{\mu_H}^2}\right] \quad (23)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mu}_H &= E(\mu_H|H) = \frac{H\tau^2 + \eta s^2}{\tau^2 + s^2} \\ \hat{\sigma}_{\mu_H}^2 &= D(\mu_H|H) = \frac{\tau^2 s^2}{\tau^2 + s^2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中  $\eta, \tau$  分别为  $\mu_H$  先验分布的均值和均方差,  $s = \sigma_H$  是  $H$  的均方差, 它们都是已知的.

### 3 数值算例分析

图 2 为一悬臂梁, 梁长  $L$ 、梁剖面参数  $I$  是从正态分布的随机变量.  $\mu_L = 500 \text{ cm}$ ,  $\sigma_L = 0.2$ ,

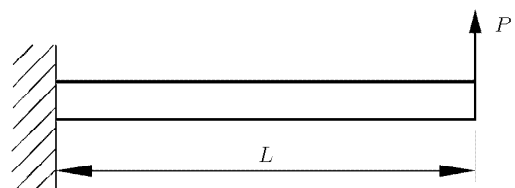


图 2 悬臂梁

Fig.2 Cantilever beam

$\mu_I = 100 \text{ cm}^4$ ,  $\sigma_I = 10 \text{ cm}^4$ , 弹性模量  $E$  服从 Weibull 分布,

$$f(E) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{E - \delta}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[ - \left( \frac{E - \delta}{\beta} \right)^{\alpha} \right]$$

其中  $\alpha = 12$ ,  $\beta = 2061978$ ,  $\delta = 124036$ . 外载  $P$  服从 I 型极大值分布,  $f(x) = \frac{c}{\alpha} \exp \left[ -e^{-\frac{x-\delta}{\alpha}} - \frac{x-\delta}{\alpha} \right]$ ,  $38 \leq x \leq 42$ , 其中  $c = 1.0185$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\delta = 40$ . 许用位移  $[\delta] = \frac{L}{40}$ , 求梁的刚度可靠度.

真实的安全裕量方程为

$$M' = [\delta] - \delta = \frac{L}{40} - \frac{PL^3}{3EI} \quad (25)$$

理想状态下梁长  $L$  为常数  $\mu_L = 500 \text{ cm}$ , 外载  $P$  也是常数  $\mu_P = 40.2487 \text{ kg}$ . 此时的安全裕量方程为

$$M = [\delta] - \delta = \frac{\mu_L}{40} - \frac{\mu_P \mu_L^3}{3EI} \quad (26)$$

此时模型中梁长、外载, 这些变量的简化与现实中的不符产生了模型性不确定性, 现用蒙特卡罗法分别对式 (25), 式 (26) 进行数值分析, 得到真实状态下的可靠性指标与理想状态下的可靠性指标分别为

$$\beta' = 2.5562, \quad \beta = 2.5617 \quad (27)$$

由于模型简化而引入的不确定性导致了式 (27) 中两个可靠性指标的微小差别, 现在对理想安全裕量方程按照本文方法引入随机变量  $H$

$$H = M' - M = \frac{L - \mu_L}{40} + \frac{\mu_P \mu_L^3 - PL^3}{3EI} \quad (28)$$

(1)  $H$  为大样本容量

对式 (28) 随机抽取 200 个样本值, 并用数字特征法估计  $H$  的参数, 得到

$$H \sim N(0.00656, 0.108357) \quad (29)$$

经 K-S 检验  $H$  符合正态分布假设. 把  $H$  代入式 (14), 置信水平  $(1 - \alpha) = 0.95$  时可靠度指标  $\beta$

$$[\beta_L, \beta_U] = [2.5553, 2.5626] \quad (30)$$

(2)  $H$  为小样本容量

假设  $H$  的先验分布为

$$H \sim N(0, 0.108357) \quad (31)$$

为简单起见, 式 (31) 中  $H$  的标准差用式 (29) 中的标准差, 为常量. 均值服从正态分布, 则  $H$  参数的先验分布给定为

$$\mu_H \sim N(0, 0.01) \quad (32)$$

给定一次数值模拟试验  $H = -0.0145$ , 此时使式 (19) 取最小值的  $\hat{\mu}_H = -0.00027$ , 并代入式 (20)

$$\beta = 2.5583 \quad (33)$$

根据式 (24) 可得此时的  $\hat{\sigma}_{\mu_H} = 0.00996$ , 并把  $\hat{\mu}_H = -0.00027$ , 置信水平  $(1 - \alpha) = 0.95$  代入式 (22)

$$(\underline{\mu}_H, \overline{\mu}_H) = (-0.0198, 0.0193) \quad (34)$$

式 (34) 代入式 (12), 并用蒙特卡罗法数值计算出此时的可靠度区间为

$$[\beta_L, \beta_U] = [2.5508, 2.5653] \quad (35)$$

在大样本和小样本时随机变量  $H$  都服从正态分布假设, 从式 (33) 得出,  $H$  的引入可以提高理想模型精度, 减少与真实模型之间的差别. 同时式 (30) 和式 (35) 的区间都能很好地包含了真实状态下的可靠度指标. 因此本文提出的方法可以描述模型性不确定性.

## 4 结 论

传统的应力 - 强度干涉模型忽视了设计变量模型性不确定性的影响. 本文在传统应力 - 强度干涉模型的基础上对模型性不确定的本质做了研究, 引入了描述模型不确定性的随机变量  $H$ . 分别给出了大、小样本容量情况下  $H$  参数计算. 算例表明, 随机变量  $H$  为正态分布的假设是合理的, 并且  $H$  的引入可以很好地描述模型性不确定性影响.

## 参 考 文 献

- 1 姚卫星, 顾怡. 结构可靠性设计. 北京: 航空工业出版社, 1997. 1~3 (Yao Weixing, Gu Yi. Structural Reliability Design. Beijing: Aviation Industry Press, 1997. 1~3 (in Chinese))
- 2 吕震宙, 冯蕴雯. 结构可靠性问题研究的若干进展. 力学进展, 2002, 30(1): 21~27 (Lü Zhenzhou, Feng Yunwen. Advances in structural reliability studies. *Advances in Mechanics*, 2002, 30(1): 21~27 (in Chinese))
- 3 陈建军, 曹一波, 段宝岩. 基于可靠性的桁架结构拓扑优化设计. 力学学报, 1998, 30(3): 277~284 (Chen Jianjun, Cao Yibo, Duan Baoyan. Topology optimization of truss structures based on reliability. *Acta Mechanica Sinica*, 1998, 30(3): 277~284 (in Chinese))
- 4 黄洪钟. 关于模糊可靠性若干基本问题的讨论 (一)——将清晰功能拓广到模糊功能. 机械科学与技术, 1993, 9(3): 1~6

- (Huang Hongzhong. Research on the reliability analysis method in the presence of fuzziness attached to the function. *Mechanical Science and Technology*, 1993, 9(3): 1~6(in Chinese))
- 5 黄洪钟. 复杂系统模糊——随机可靠性分析的基本理论. 机械科学与技术, 1992, 8 (2): 1~5 (Huang Hongzhong. Basic theory of fuzzy random reliability analysis of complex system. *Mechanical Science and Technology*, 1992, 8 (2): 1~5(in Chinese))
- 6 Liu YB, Qiao Z, Wang GY. Fuzzy random reliability of structures based on fuzzy random variables. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, 86(3): 345~355
- 7 Furuta H, Shirashi N. Fuzzy importance in fault tree analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 1984, 12(3): 205~457
- 8 吕震宙, 岳珠峰, 冯元生. 基于模糊分布参数的元件和结构系统的可靠性度量指标分析. 机械强度, 1998, 20(3): 193~196 (Lü Zhenzhou, Yue Zhufeng, Feng Yuansheng. The reliability analysis of component and structure system based on the fuzzy distribution parameters. *Journal of Mechanical Strength*, 1998, 20(3): 193~196(in Chinese))
- 9 董玉革, 朱文予, 陈心昭. 机械模糊可靠性指标计算方法的研究. 系统工程学报, 2000, 15(1): 7~12 (Dong Yuge, Zhu Wenyu, Chen Xinzhaoh. Study on a calculating method of machine fuzzy reliability. *Chinese Journal of Systems Engineering*, 2000, 15(1): 7~12 (in Chinese))
- 10 吕震宙, 岳珠峰. 模糊随机可靠性分析的统一模型. 力学学报, 2004, 36(5): 533~539 (Lü Zhenzhou, Yue Zhufeng. Unified reliability model for fuzziness and randomness of the basic variables and state variables in structure. *Acta Mechanica Sinica*, 2004, 36(5): 533~539(in Chinese))
- 11 Elishakoff I. Discussion on: A non-probabilistic concept of reliability. *Structural Safety*, 1995, 17(3): 195~199
- 12 Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability. *Structural Safety*, 1994, 14(4): 227~245
- 13 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型. 力学学报, 2007, 39(5): 641~646 (Wang Xiaojun, Qiu Zhiping, Wu Zhe. Non-probabilistic set-based model for structural reliability. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(5): 641~646(in Chinese))
- 14 亢战, 罗阳军. 基于凸模型的结构非概率可靠性优化. 力学学报, 2006, 38(6): 807~815 (Kang Zhan, Luo Yangjun. On structural optimization for non-probabilistic reliability based on convex models. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, 38(6): 807~815(in Chinese))
- 15 Ditlevsen O, Madsen HO. *Structural Reliability Methods*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1996
- 16 陈元芳. 随机模拟中模型与参数不确定性影响的分析. 河海大学学报, 2000, 28(1): 32~35 (Chen Yuanfang. Analysis of effects of uncertainty of simulating model and parameters estimated on precision of design flood-control storage. *Journal of Hohai University*, 2000, 28(1): 32~35(in Chinese))
- 17 李典庆, 张圣坤, 唐文勇. 船舶结构腐蚀检测及腐蚀模型不确定性分析. 上海交通大学学报, 2003, 37(8): 1141~1145 (Li Dianqing, Zhang Shengkun, Tang Wenyong. Corrosion inspection and model uncertainty for ship structures subjected to corrosion deterioration. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2003, 37(8): 1141~1145(in Chinese))
- 18 Qin SP, Cui WC. Effect of corrosion models on the time-dependent reliability of steel plated elements. *Marine Structures*, 2003, 16(1): 15~34
- 19 Ronold KO, Bjerager P. Model uncertainty representation in geotechnical reliability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1992, 118(3): 363~376
- 20 刘国彬, 沈建明, 侯学渊. 深基坑支护结构的可靠度分析. 同济大学学报, 1998, 26(3): 260~264 (Liu Guobin, Shen Jianming, Hou Xueyuan. Reliability analysis of braced structures of deep-excavation. *Journal of Tongji University*, 1998, 26(3): 260~264(in Chinese))
- 21 盛骤, 谢式千, 潘承毅编. 概率论与数理统计. 北京: 高等教育出版社, 1989, 8(Sheng Zhou, Xie Shiqian, Pan Chengyi, eds. *Probability Theory & Mathematical Statistics*. Beijing: Higher Education Press, 1989, 8(in Chinese))
- 22 陈斌, 刘宁, 卓家寿. 岩土工程反分析的扩展贝叶斯法. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(4): 555~560 (Chen Bin, Liu Ning, Zhuo Jiashou. Extended Bayesian method of inverse analysis in geoenvironment. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(4): 555~560(in Chinese))

## STRESS-STRENGTH INTERFERENCE MODEL INCLUDING MODEL UNCERTAINTY<sup>1)</sup>

Bao Hongbing Yao Weixing<sup>2)</sup>

(*Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China*)

**Abstract** Model uncertainty of design variables is investigated based on traditional stress-strength interference model in this paper. Model uncertainty source was first studied and a random variable  $H$  was introduced to describe the uncertainty. The distribution of parameter  $H$  and its calculation method  $H$  corresponding to different sample sizes were given. Finally, an interval stress-strength interference model with model uncertainty was developed with the algorithm of reliability index  $\beta$ . The results show that the proposed model in the present paper is suitable for describing the model uncertainty.

**Key words** stress strength interference model, model uncertainty, Bayesian method, principle of maximum entropy, reliability

---

Received 29 August 2007, revised 6 August 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10377007).

2) E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn