

利用多小波自适应格式求解流体力学方程¹⁾

孙 阳^{*,2)} 吴勃英[†] 冯国泰^{*}

^{*}(哈尔滨工业大学 458 信箱, 推进理论与技术研究所, 哈尔滨 150001)

[†](哈尔滨工业大学理学院数学系, 哈尔滨 150001)

摘要 高阶计算格式的高精度、高分辨率对提高复杂流场的计算水平有重要的意义, 为了提高 AUSMPW 格式对流场计算中激波等间断的分辨率, 减小数值振荡, 在原有 AUSMPW 格式的基础之上, 利用多小波对函数进行多尺度分解, 并采取阈值的方法生成自适应网格, 提出了一种新的基于多小波自适应算法的 AUSMPW 格式, 理论上可以达到任意阶精度. 将所得的压强、密度与原格式、TVD 格式及 WENO 格式的计算结果进行了比较分析. 结果表明改进后的 AUSMPW 格式较原格式具有更高的分辨率、更强的捕捉间断的能力及更低的数值耗散.

关键词 多小波, 自适应, AUSMPW 格式, WENO 格式, TVD 格式, Euler 方程

中图分类号: O24 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)06-0744-08

引 言

高阶格式由于其具有较高的分辨率, 同时还具有较高的离散精度, 因此在流场的数值模拟和数值计算中逐渐地取得了主导地位. AUSM 系列格式就是其中一种较为理想的高阶差分格式.

Liou 和 Steffen^[1] 于 1991 年提出 AUSM 格式, 并于 1994 年以后先后发展了更为成熟的 AUSM+ 格式^[2,3], AUSMDV 格式^[2~4] 和 AUSMPW 格式. Kim 提出的 AUSMPW 格式是对 AUSM+ 格式和 AUSMDV 格式很好地改进. 此后又相继出现了 AUSMPW+ 和 AUSM+up 格式^[5]. 但需要指出的是, 在激波等间断处, 仍不可避免地出现了降阶问题, 如何提高格式的分辨率成为人们必须面对的问题.

在计算流体力学科学领域中, 自适应算法研究逐渐受到人们的关注, 主要原因是往往现实中存在的物理问题都呈现非一致的尺度特征. 当然对于这些问题我们也可以采用一致网格技术, 但是代价是出现大量的冗余计算. 网格自适应主要包括: 自适应的预条件、网格构造的方法和新旧网格物理量的重映 3 个过程. 自适应的预条件就是要给出物理量变化剧烈的位置. 过去的工作主要是根据物理量本身

的梯度(变化曲率)来给出位置, 但有一定的缺陷. 例如在有些问题中 $u_x = 0$, 但曲率却最大, 如果希望在曲率大的地方网格加密, 上述方法就不太合适.

然而, 小波在这方面正是一个有力的工具. 相对于 Fourier 变换来说, 小波变换为一个函数或者数据集提供了尺度与位置方面的信息, 它给出了能够体现全局频率信息的一个系数集. 在数值计算中, 当遇到这样的计算数据, 它们在计算区域的不同位置具有不同的尺度, 并且有些还是动态变化的, 这个时候人们就会想到在这种计算环境中, 往往采用小波基会达到良好的效果. 小波分析可以得到某些方程的有效的稀疏表达式, 其在空间上和给定小波基的每个元素的尺度上具有特别好的局部性, 这是因为一个函数的小波展开中很多系数是可以忽略的, 通过去掉这些系数, 我们可以得到一个稀疏但精确逼近的表达式. 在最近几年中, 多小波由于其良好的性质更是成为研究的热点.

本文利用多小波自适应网格构造技术, 提出了基于多小波自适应算法的 AUSMPW 格式. 为了验证此格式的间断分辨能力和耗散性, 我们选取一维激波管问题、Shu-Osher 问题、二维激波反射问题等算例来验证格式的计算精度和稳定性.

2007-08-03 收到第 1 稿, 2008-04-03 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目(50476028).

2) E-mail: sunysy@126.com

1 多小波自适应算法

基于点值的插值多小波通常是通过对尺度函数 $\Phi_{j,k}(x)$ 和小波函数 $\Psi_{j,k}(x)$ 以及相关的函数空间 V_j 和 W_j 的定义而得到的. 假设给定一个函数 $f(x)$, 那么就可以得到它的多尺度分解

$$f(x) = \sum_{j,k} s_{j,k} \Phi_{j,k}(x) + \sum_{j,k} d_{j,k} \Psi_{j,k}(x) \quad (1)$$

其中, $\Phi_{j,k}(x)$ 为尺度函数, $\Psi_{j,k}(x)$ 为小波函数, 尺度函数系数 $s_{j,k}$ 基本表征了函数的光滑部分, 而小波系数 $d_{j,k}$ 则包含了较细尺度上函数行为变化的有效信息.

首先给定最粗网格点数 m , 之后利用以下给出的多小波分解重构算法进行网格加密.

我们所采用的是 Alpert^[6] 中构造的三重多小波基.

针对 $\phi_{i,j,k}(x) = 2^{\frac{k}{2}} \phi_i(2^k x - j)$ 及 Gauss-Legendre 积分公式有

$$S_{i,j,k} = 2^{-\frac{k}{2}} \sqrt{w_i} f(2^{-k}(x_i + j)) \quad (2)$$

分解算法

$$S_{i,l,m} = \sum_{j=0}^{k-1} (h_{i,j}^{(0)} S_{j,2l,m+1} + h_{i,j}^{(1)} S_{j,2l+1,m+1})$$

$$d_{i,l,m} = \sum_{j=0}^{k-1} (g_{i,j}^{(0)} S_{j,2l,m+1} + g_{i,j}^{(1)} S_{j,2l+1,m+1})$$

因此从 $2^n k$ 的值 $S_{i,l,n}$ 出发, 重复利用如上分解步就可计算出较粗层上的系数, $m = n-1, n-2, \dots, 0$. 重构算法

$$S_{i,2l,m+1} = \sum_{j=0}^{k-1} (h_{j,i}^{(0)} S_{j,l,m} + g_{j,i}^{(0)} d_{j,l,m})$$

$$S_{i,2l+1,m+1} = \sum_{j=0}^{k-1} (h_{j,i}^{(1)} S_{j,l,m} + g_{j,i}^{(1)} d_{j,l,m})$$

这样利用 $S_{j,0,0}, d_{j,l,m}, m = 0, 1, \dots, n-1$, 递归运用上述关系式就可计算出系数 $S_{j,l,n}$.

这样, 我们就给出了由函数值计算多小波系数(分解步)以及由系数去计算函数值(重构步)的变换算法.

我们所研究的问题在大部分区域内是连续的, 仅有为数不多的间断点, 因此仅在间断点附近进行网格加密即可达到满意的分辨率. 通常的做法就是

对一个函数的小波分解表达式进行截断, 即去掉所有小波系数小于某一阈值 ε 的小波分量. 如果在细网格上的起始小波系数总数为 N , 那么截断后就剩余 N_s , 通常 N_s 将远远小于 N .

当细网格被生成后, 细网格点上的函数值通过上一级粗网格点的函数值线性插值得到, 在细网格(嵌套在粗网格中)被确定之后, 粗网格值又通过细网格值被修正. 目的是为内部网格提供边界条件, 确保网格界面处流量守恒以及为新网格子片赋初值. 在这个过程中, 物理量在粗细网格界面附近始终保持守恒.

以下概括一下自适应算法的基本思想:

(1) 计算最稀疏网格的 0 层上的物理量: 如 u, p, ρ 等.

(2) 利用多小波加密网格, 将其分解成一系列小波系数 $d_{j,k}$, 这里 k 是位置参数, j 是尺度参数. 给定一个系数阈值 T , 如果一个小波系数在数值上满足 $\|d_{j,k}\|^2 > T$, 则在相对尺度 j 对应的相对位置 k 增加一个或者两个网格点. 从而这种方法可以使得在解的大梯度区自动加密网格, 而在小梯度区采用稀疏网格.

(3) 在所构造的细网格中利用 AUSMPW 格式计算下一时间层的各物理量, 并将网格重新定义为粗网格.

(4) 如果某点为间断点则将网格加密并返回上一时间层, 计算所对应的细网格的变量值.

2 AUSMPW 格式

本文的控制方程为直角坐标系下的 Euler 方程.

一维 Euler 方程为

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u H \end{bmatrix}$$

$$H = E + \frac{p}{\rho}$$

$$p = (\gamma - 1)(\rho E - 0.5 \rho u^2), \quad \gamma = 1.4$$

如下说明 AUSMPW 格式的基本思想:
对声速做简单的预处理定义

$$c_{1/2} = \min(\tilde{c}_L, \tilde{c}_R)$$

其中 $\tilde{c} = c^{*2} / \max(|u|, c^*)$.

于是可以定义边界两端的马赫数

$$M_{L/R} = \frac{u_{L/R}}{c_{1/2}} \quad (4)$$

由此利用左右端点马赫数 M_L 和 M_R 得

$$M_{1/2} = M_L^+ + M_R^- \quad (5)$$

AUSMPW 数值通量可以如下记作

$$F_{1/2} = \bar{M}_L^+ c_{1/2} \Phi_L + \bar{M}_R^- c_{1/2} \Phi_R + (p_L^+|_{\alpha=3/16} P_L + p_R^-|_{\alpha=3/16} P_R) \quad (6)$$

这里 $\Phi = (\rho, \rho u, \rho H)$, $P = (0, p, 0)^T$.

$$M^\pm = \begin{cases} \pm(M \pm 1)^2/4 \pm \alpha(M^2 - 1)^2, & |M| \leq 1 \\ (M \pm |M|)/2, & |M| > 1 \end{cases}$$

$$p^\pm = \begin{cases} (M \pm 1)^2(2 \mp M)/4 \pm \alpha M(M^2 - 1)^2, & |M| \leq 1 \\ (1 \pm \text{sign}|M|)/2, & |M| > 1 \end{cases}$$

(i) 当 $m_{1/2} \geq 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_L^+ &= M_L^+|_{\beta=1/8} + M_R^-|_{\beta=1/8} - M_R^-|_{\beta=1/8} \cdot \\ &\quad \omega \cdot (1 + f_R) + (f_L M_L^+|_{\beta=1/8} + f_R M_R^-|_{\beta=1/8}) \\ \bar{M}_R^- &= M_R^-|_{\beta=1/8} \times \omega \cdot (1 + f_R) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(ii) 当 $m_{1/2} < 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_R^- &= M_L^+|_{\beta=1/8} + M_R^-|_{\beta=1/8} - M_R^-|_{\beta=1/8} \cdot \\ &\quad \omega \cdot (1 + f_L) + (f_L M_L^+|_{\beta=1/8} + f_R M_R^-|_{\beta=1/8}) \\ \bar{M}_L^+ &= M_L^+|_{\beta=1/8} \times \omega \cdot (1 + f_L) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

为了提高计算精度, 将 AUSMPW 格式与三阶 MUSCL 格式融合后进行计算. AUSMPW 格式在高压梯度区域近似于 Vanleer 的 FVS 格式, 而在低压梯度区域, 格式近似于 AUSM+ 格式, 修正界面数值通量, 以消除或减弱诸如 AUSM+、AUSMDV 等格式中的不良现象, 具有较为良好的反映真实物理现象的能力.

3 其它格式

为了对结果加以分析比较, 我们将参考五阶迎风型 WENO 格式和三阶 TVD 计算结果.

3.1 WENO 格式

对 $\hat{f}_{j+1/2}$ 每个模板都可以重构得到一个不同的近似值, 可得到 k 个不同的低阶流通量

$$\hat{f}_{j+1/2}^{(r)} = p^{(r)}(x_{1/2}) = \sum_{i=0}^{k-1} c_{ri} f(u_{j-r+1}) \quad (9)$$

这里的 $p^{(r)}(x)$ 为模板 S_r 上的插值多项式. WENO 就是利用这些低阶的数值流通量的凸组合得到高阶流通量

$$\hat{f}_{j+1/2} = \sum_{r=0}^{k-1} \omega_r \hat{f}_{j+1/2}^{(r)} \quad (10)$$

现在要做的事情是确定权值 ω_r , 来使格式具有高阶精度. 为满足格式的相容性和稳定性, 要求

$$\omega_r \geq 0, \quad \sum_{r=0}^{k-1} \omega_r = 1 \quad (11)$$

如果 $f'(u) \leq 0$, 则备选节点模板必须作相应的调整, 目的是使节点模板具有迎风效果, 此时只需做与 $f'(u) \geq 0$ 的情况相对应的过程就可以重构得到 WENO 流通量的值. 而对于一般的 $f(u)$, 则必须做流通量分裂

$$f(u) = f^+(u) + f^-(u) \quad (12)$$

使得 $f^+(u) \geq 0$, $f^-(u) \leq 0$. 我们使用的流通量分裂方法是 Lax-Friedrichs 分裂

$$f^\pm(u) = \frac{1}{2} (f(u) \pm \alpha u), \quad \alpha = \max_u |f'(u)|$$

本文采用显式四阶 Runge-Kutta 时间推进法求解, CFL 数取 0.2.

3.2 TVD 格式

定义一阶精度的数值流通量

$$h(u_{j+1}, u_j) = \frac{f(u_j) + f(u_{j+1})}{2} - \frac{1}{2} (df_{j+1/2}^+ - df_{j+1/2}^-)$$

利用这一记法, 通过对一阶精度的数值流通量 $h(u_{j+1}, u_j)$ 增加修正项可得到新的 TVD 格式的数值流通量

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{j+1/2} &= h(u_{j+1}, u_j) - \frac{1-\Phi}{4} \tilde{d} f_{j+3/2}^- - \\ &\quad \frac{1+\Phi}{4} \tilde{d} f_{j+1/2}^- + \frac{1+\Phi}{4} \tilde{d} f_{j+1/2}^+ + \frac{1-\Phi}{4} \tilde{d} f_{j-1/2}^+ \end{aligned}$$

其中

$$\tilde{d}f_{j+3/2}^- = \min \text{mod}(df_{j+3/2}^-, bdf_{j+1/2}^-)$$

$$\tilde{\tilde{d}}f_{j+1/2}^- = \min \text{mod}(df_{j+1/2}^-, bdf_{j+3/2}^-)$$

$$\tilde{d}f_{j+1/2}^+ = \min \text{mod}(df_{j+1/2}^+, bdf_{j-1/2}^+)$$

$$\tilde{\tilde{d}}f_{j-1/2}^+ = \min \text{mod}(df_{j-1/2}^+, bdf_{j+1/2}^+)$$

这里, 最小模函数定义为

$$\min \text{mod}(x, y) =$$

$$\text{sign}(x) \cdot \max\{0, \min(|x|, y \cdot \text{sign}(x))\}$$

参数 b 定义为

$$b = \frac{3 - \Phi}{1 - \Phi}$$

改变 Φ 的值可得到二阶或三阶精度的迎风 TVD 格式, 取 $\Phi = 1/3$, 就得到了 Charkravathy-Osher 三阶精度的 TVD 格式.

4 结果与分析

4.1 激波管问题

Sod 激波管问题具有 Riemann 初值条件:

当 $x \leq 0$, $(\rho_l, u_l, p_l) = (1, 0, 1)$;

当 $x > 0$, $(\rho_r, u_r, p_r) = (0.125, 0, 0.1)$

图 1~图 6 分别为 AUSMPW 格式、自适应多小波 AUSMPW 格式、三阶 TVD 格式及五阶 WENO

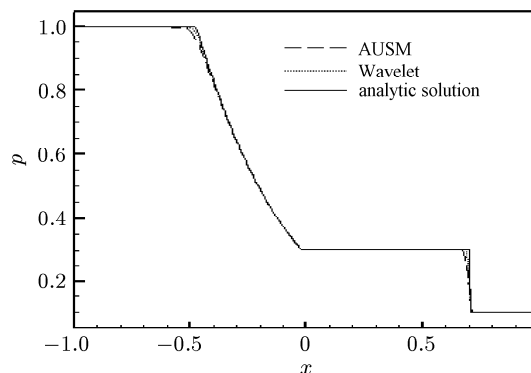


图 1 Sod 解析解、AUSMPW 格式 AUSMPW Wavelet 格式的压强计算结果

Fig.1 Sod analytic solution, pressure calculation results of AUSMPW scheme and AUSMPW

Wavelet scheme

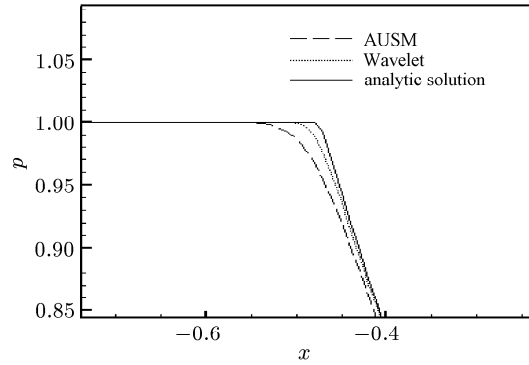


图 2 图 1 $x = 0.5$ 附近计算结果

Fig.2 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.1

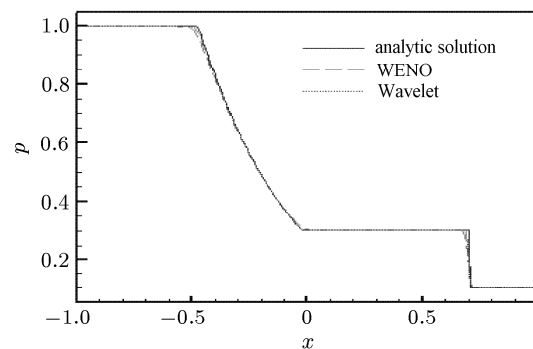


图 3 Sod 解析解、WENO 格式及 AUSMPW Wavelet 格式的压强计算结果

Fig.3 Sod analytic solution, pressure calculation results of WENO and AUSMPW Wavelet schemes

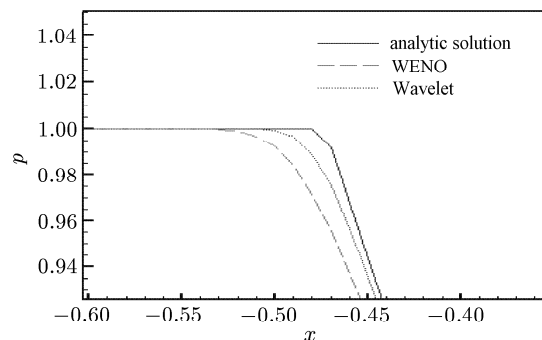


图 4 图 3 $x = 0.5$ 附近计算结果

Fig.4 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.3

格式求解 Sod 激波管问题得到的压强图. Sod 问题计算到时间 $T = 0.4$, $N = 200$.

Lax 激波管问题具有 Riemann 初值条件: 当 $x \leq 0$

$$(\rho_l, u_l, p_l) = (0.445, 0.698, 3.528)$$

当 $x > 0$, $(\rho_r, u_r, p_r) = (0.5, 0, 0.571)$.

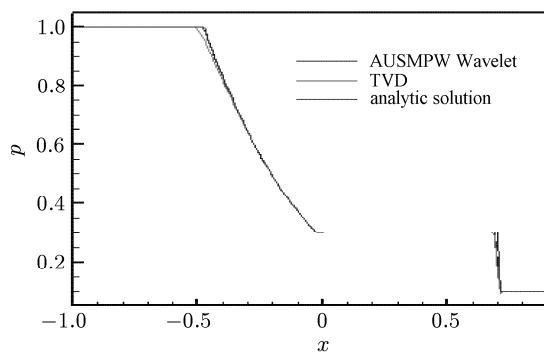


图 5 Sod 解析解、TVD 格式及 AUSMPW Wavelet 格式的压强计算结果

Fig.5 Sod analytic solution, pressure calculation results of TVD and AUSMPW Wavelet schemes

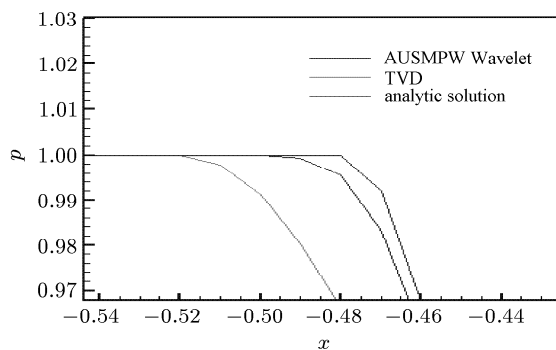


图 6 图 5 $x = 0.5$ 附近计算结果

Fig.6 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.5

图 7~图 12 分别为 AUSMPW 格式、自适应多小波 AUSMPW 格式、三阶 TVD 格式及五阶 WENO 格式求解 Lax 激波管问题得到的密度图。Lax 问题计算到时间 $T = 0.26$, $N = 200$ 。

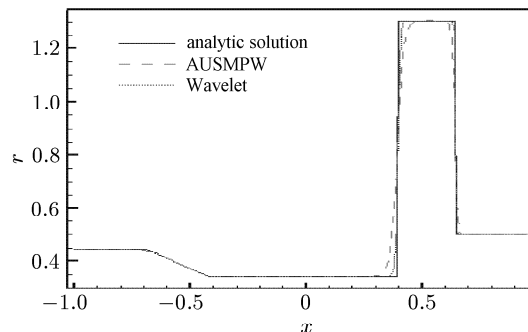


图 7 Lax 解析解、AUSMPW 格式与 AUSMPW Wavelet 格式的密度计算结果

Fig.7 Lax analytic solution, dense calculation results of AUSMPW scheme and AUSMPW Wavelet scheme

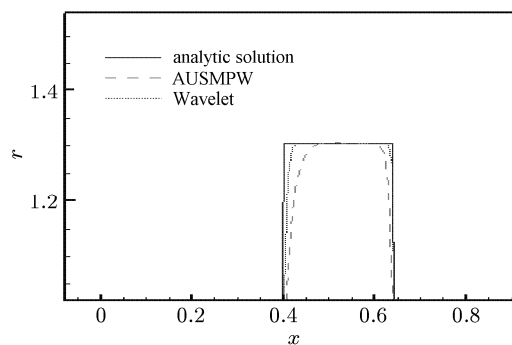


图 8 图 7 $x = 0.5$ 附近间断处的计算结果

Fig.8 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.7

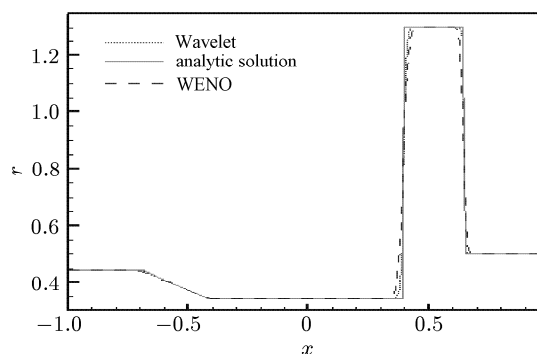


图 9 Lax 解析解、WENO 格式与 AUSMPW Wavelet 格式的密度计算结果

Fig.9 Lax analytic solution and dense calculation results of WENO and AUSMPW Wavelet schemes

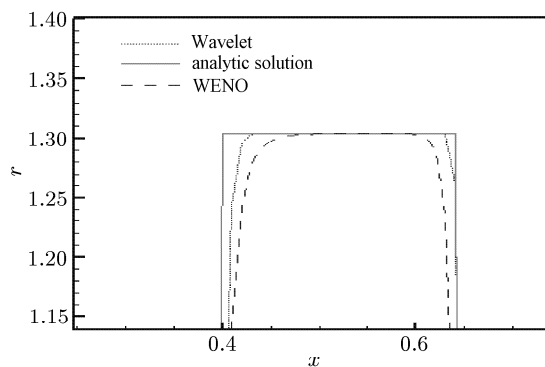


图 10 图 9 $x = 0.5$ 附近间断处的计算结果

Fig.10 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.9

自适应多小波 AUSMPW 格式较原 AUSMPW 格式计算时间并没有明显地增加,而通过上图可以看出改进的 AUSMPW 格式捕捉接触间断和激波间断的能力较以往有了较明显地提高,优于三阶 TVD 格式,甚至在某些情形下接近五阶 WENO 格式的分辨率,因此可以认为改进的格式具有较高的分辨率,同时减小了数值耗散。

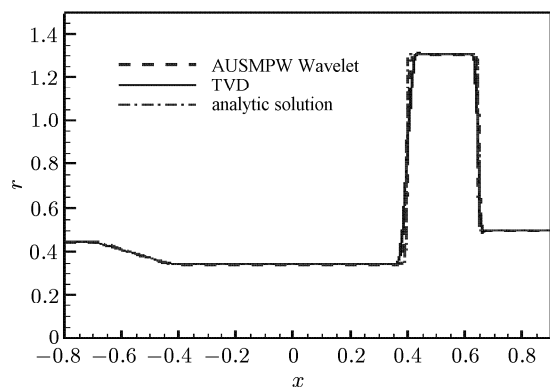


图 11 Lax 解析解、TVD 格式与 AUSMPW Wavelet 格式的密度计算结果

Fig.11 Lax analytic solution and dense calculation results of TVD scheme and AUSMPW Wavelet scheme

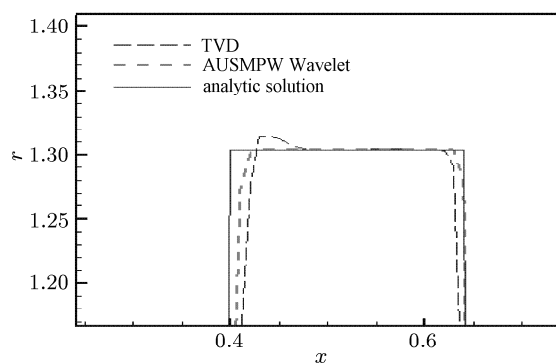


图 12 图 11 $x = 0.5$ 附近间断处的计算结果

Fig.12 The calculation results near $x = 0.5$ of Fig.11

4.2 Shu-Osher 问题 [7]

Shu-Osher 问题的 Riemann 初值条件为

$$\begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{bmatrix} = \begin{cases} (3.857143, 2.629369, 10.3333)^T, & x \leq -4.0 \\ (1 + 0.2 \sin(5x), 0, 1)^T, & x > -4.0 \end{cases}$$

这是一种在行进的激波波头附近，嵌有不同波长震荡波的复杂情况，特别适应于对高分辨率方法的检验，以下是利用 AUSMPW 格式、自适应多小波 AUSMPW 格式、三阶 TVD 格式及 WENO 格式 3 种格式的计算结果。

由图 13 和图 14 我们可以看到自适应多小波 AUSMPW 格式较原格式及三阶 TVD 格式对激波附近震荡处的反应程度有比较大的差别，改进的格式与五阶 WENO 格式的分辨率较为接近，体现了分辨率高的优点。

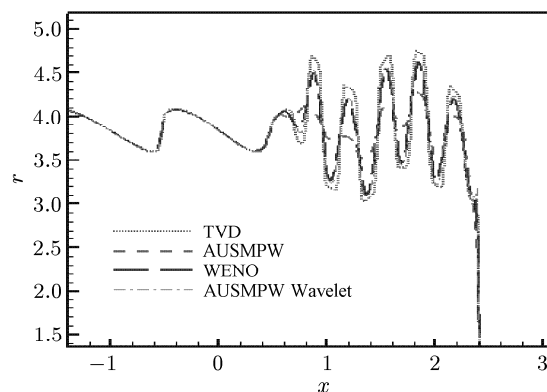


图 13 $t = 1.8$ 时刻 AUSMPW 格式、AUSMPW Wavelet 格式及 WENO 格式的计算结果

Fig.13 The time $t = 1.8$ calculation results of AUSMPW scheme, AUSMPW Wavelet scheme and WENO scheme

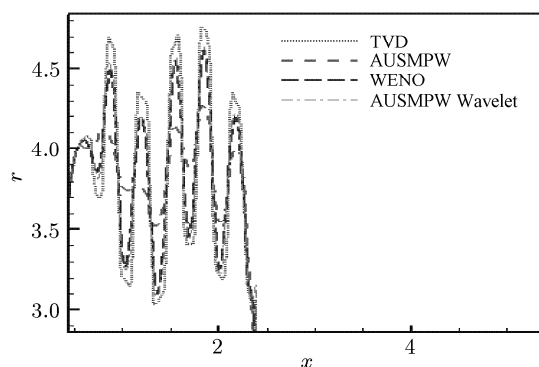


图 14 $0 \leq x \leq 2$ 处震荡波的计算结果

Fig.14 The calculation results near $0 \leq x \leq 2$

4.3 二维激波反射问题

选择二维激波在平板上的反射作为格式考核的二维算例，其控制方程为二维 Euler 方程，计算条件为：来流 $M_a = 2.9$ ，激波入射角 $\alpha = 29^\circ$ 。

图 15~ 图 18 分别为原格式、改进后的格式、五阶 WENO 格式及三阶 TVD 格式的计算结果，可以看出改进后的密度计算结果明显优于原格式及 TVD 格式的计算结果，接近五阶 WENO 格式，同时我们发现，在二维计算中，改进的格式的收敛性受到了一定的影响，但计算的总时间也仅仅增加了 20% 左右，远低于 WENO 格式的计算时间，因此我们仍可作出改进是成功的这一结论，并应以此为契机，应用到高维流场计算当中去。

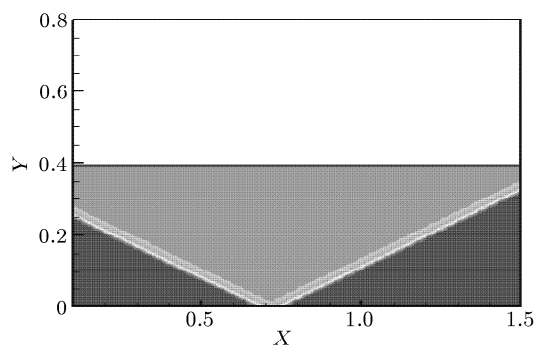


图 15 AUSMPW 格式的密度计算结果

Fig.15 Dense calculation result of AUSMPW scheme

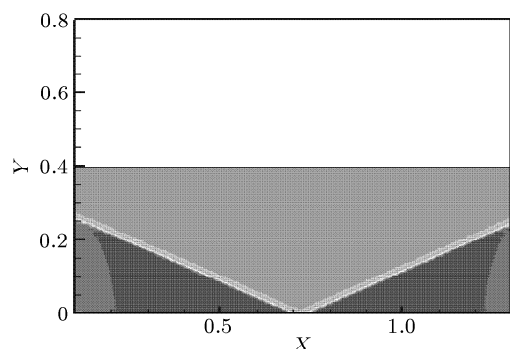


图 16 AUSMPW Wavelet 格式的密度计算结果

Fig.16 Dense calculation result of AUSMPW Wavelet scheme

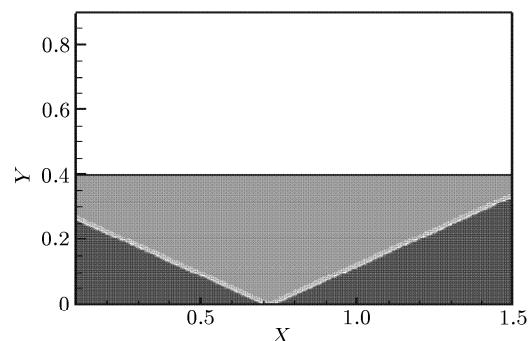


图 17 WENO 格式的密度计算结果

Fig.17 Dense calculation result of WENO scheme

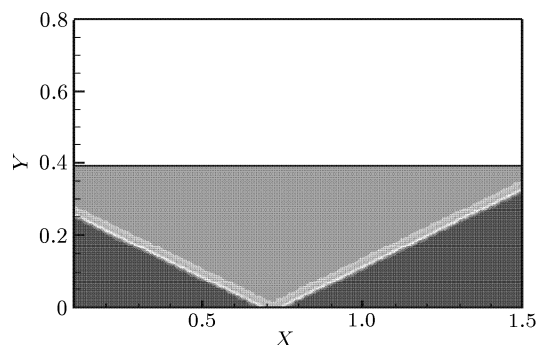


图 18 TVD 格式的密度计算结果

Fig.18 Dense calculation result of TVD scheme

5 结 论

(1) 应用改进后的 AUSMPW 格式计算了多个算例, 如一维激波管问题、Shu-Osher 问题、二维激波反射问题等. 通过与原格式、三阶 TVD 格式及五阶 WENO 格式的分析可以看出, 我们得到的基于多小波自适应算法 AUSMPW 格式较原格式及 TVD 格式具有较高的分辨率和较低的数值耗散, 在相同 CFL 数情况下, 精度甚至接近五阶 WENO 格式. 虽然二维计算的收敛性有所影响, 但相对于我们所取得的良好计算精度而言, 在实际计算中该格式还是很有意义的.

(2) 我们仅对 AUSMPW 格式加以改进, 类似地可以对诸如 AUSMPW+ 及 AUSM+up 等格式加以改进得到更加满意的结果.

(3) 改进后的格式可以应用于求解从亚声速、跨声速到高超声速流动, 可以通过采用局部时间步长法, 隐式格式或伪隐格式求解, 并尽可能的使用预处理技术来加速收敛. 本文的思想方法为将要进行的高维复杂流场计算奠定了基础, 具有较为良好的应用前景.

参 考 文 献

- 1 Meng-Sing Liou, Christopher J, Steffen JR. A new flux splitting scheme. *Journal of Computational Physics*, 1993, 107: 23~39
- 2 Meng-Sing Liou, Progress towards an improved method: AUSM+. AIAA-95-1701-CP
- 3 YaSuHiRo WaDa, Meng-Sing Liou. A flux splitting scheme with high resolution and robustness for discontinuities. AIAA-94-0083
- 4 Kyu Hong Kim, Joon Ho Lee, Oh Hyun Rho. An improvement of AUSM schemes by introducing the pressure based weight functions. *Computer & Fluids*, 1998, 3(27): 311~346
- 5 Meng-Sing Liou. A sequel to AUSM part II: AUSM+up for all speeds. *Journal of Computational Physics*, 2006, 214: 137~170
- 6 Alpert B. A class of bases in L^2 for the sparse representation of integral operators. *SIAM J Math Anal*, 1993, 24: 246~262
- 7 Wood WA, Kleb WL. Diffusion characteristics of finite volume and fluctuation splitting schemes. *J Comput Phys*, 1999, 153: 353~377

THE AUSMPW SCHEME BASED ON ADAPTIVE ALGORITHM OF INTERPOLATING MULTIWAVELETS APPLIED TO SOLVE EULER EQUATIONS¹⁾

Sun Yang^{*,2)} Wu Boying[†] Feng Guotai^{*}

^{*}(No.458 Mailbox, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

[†](Harbin Institute of Technology School of Science, Harbin 150001, China)

Abstract The high order precision and high resolution of the high order schemes are very important for complex flow field. In this paper, the new AUSMPW scheme based on adaptive algorithm of interpolating multiwavelets was investigated in order to decrease the numerical oscillation and increase the numerical accuracy for discontinuity, such as shock wave. The interpolating multiwavelets is used for multilevel decomposition of the function, and the method of the value's value is used to construct adaptive grid. Arbitrary precision can be achieved theoretically. The pressure and density obtained in the algorithm are compared with those from original AUSMPW scheme, TVD scheme and WENO scheme. The numerical results demonstrate that the modified AUSMPW scheme has higher resolution, stronger chaseable ability and lower numerical dissipation.

Key words multiwavelets, adaptive, AUSMPW scheme, WENO scheme, TVD scheme, Euler equations

Received 3 August 2007, revised 3 April 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50476028).

2) E-mail: sunysy@126.com