

锥体效应对超音速湍流边界层统计特性的影响¹⁾

董 明²⁾ 罗纪生

(天津大学力学系, 天津 300072)

摘要 通过直接数值模拟, 计算了空间模式下, 来流马赫数为 2.5, 半锥角为 5° , 零攻角的绝热钝锥湍流边界层, 研究了湍流的统计特性, 并把结果与超音速平板湍流边界层和马赫数为 6 的高超音速钝锥湍流边界层的结果进行了比较, 重点定量地考察了锥体效应对边界层湍流统计特性的影响. 研究发现, 锥体效应对平均温度剖面以及压缩性的影响是显著的; 而其它统计量, 比如速度壁面律、雷诺应力的分布和湍动能各项的贡献等, 受锥体效应的影响很小.

关键词 直接数值模拟, 零攻角, 绝热钝锥湍流边界层, 湍流统计特性, 锥体效应

中图分类号: O357.5+2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)03-0394-08

引 言

对可压缩湍流的研究是高速飞行器设计的关键问题之一. 可压缩湍流的直接数值模拟研究开始于 20 世纪 90 年代, 并取得了一定的进展. Guarini 等^[1~4] 通过对来流马赫数为 2.5 左右的超音速绝热平板湍流边界层的研究, 得到了一些结论: 经过 Van Driest 变换后的内层速度满足不可压缩湍流的速度壁面律; 平均温度与 White^[5] 建议的由平均速度表示的经验公式吻合较好, 这说明平均温度是平均速度的单值函数; 密度加权的雷诺应力分布与不可压缩湍流相同; 平均压力与平均总温在边界层内基本不变; 总温脉动的均方根值与静温的均方根值量级相同, 因此不能忽略, 致使流向脉动速度与脉动温度不完全反相关; 流向、法向脉动速度的相关函数的相反数 $-R_{uv}$ 与法向脉动速度、温度脉动相关函数 R_{vT} 基本相同.

但是, 这些结论是通过对情况相近的平板边界层的研究得到的, 它们可能不是湍流的共性. 董明^[6] 对来流马赫数为 6 的高超音速定温壁钝锥湍流边界层进行了研究, 所得结果与 Guarini 等的结果有所不同. 比如: 钝锥湍流边界层的平均温度高于平板情况; 平均总温在边界层内不再近似为常数, 其变化达到了 2.5 倍; 热力学脉动均方根值比 Guarini

等的结果大得多, 相关函数 R_{uv} , $-R_{uv}$ 与 R_{vT} 的值也明显不同.

导致这些不同的原因有来流马赫数不同、壁面温度条件的不同, 以及锥体效应的影响. 但是, 我们不能确定某处差别是由哪个因素引起的. 由于钝锥绕流是工程应用中的典型流动, 因此, 对锥体效应的研究有重要的理论与现实意义. 为了定量地考察锥体效应的影响, 有必要对 Guarini 等^[1~4] 中的流动条件, 对给定相同的来流马赫数, 绝热边界条件, 研究钝锥湍流边界层的统计特性, 并与平板湍流边界层的结果进行比较.

本文对来流马赫数为 2.5, 半锥角为 5° 的零攻角绝热壁钝锥湍流边界层, 用空间模式进行了直接数值模拟, 研究了钝锥湍流边界层的统计特性, 并与 Guarini 等^[1~4] 的平板湍流边界层结果和董明^[6] 的高超音速钝锥湍流边界层结果进行了对比, 重点考察了锥体效应对湍流边界层统计特性的影响.

1 数值方法

对基本流的计算分两步: 首先用 NND 格式求解钝锥绕流问题, 此时的计算域包含脱体激波; 再选取靠近壁面的一小块区域为第 2 步计算的计算域, 用高精度格式求解定常边界层问题, 以保证得到的基本流精度更高. 基于以上基本流, 在计算域的入

2007-07-25 收到第 1 稿, 2007-12-25 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (10632050), 国家自然科学基金重大研究计划项目 (90716007) 和全国博士学位论文作者专项基金项目 (200328) 资助.

2) E-mail: dongm27890175@126.com

口引入 3 组幅值为 0.05 的第 1 模态 T-S 波扰动, 用高精度格式模拟空间模式下的转捩过程, 具体的计算方法及控制方程参见文献 [6].

取来流马赫数为 2.5, 无穷远温度为 79 K. 以锥头半径, 来流速度及空气运动黏性系数定义的雷诺数为 5000. 过激波后, 计算所得边界层外缘马赫数约为 2.41. 第 2 步计算的计算域入口取在 $x = 820$ 处, 给定入口边界条件, 出口取在 $x = 1340$ 处, 其中 $x = 1304 \sim 1340$ 为嵌边区, 嵌边区内取 100 个计算点. 壁面采用无滑移、绝热条件; 上边界由 NND 格式计算出的边界层外缘流场给出; 周向采用周期边界条件.

包括嵌边区, 流向、法向及周向的计算域长度为 $L_x \times L_y \times L_z = 520 \times 23.7 \times 12.6$, 计算网格数为 $N_x \times N_y \times N_z = 1441 \times 66 \times 151$, 坐标

值用湍流区壁面黏性长度无量纲化后的网格间距为 $\Delta x^+ \times \Delta y_w^+ \times \Delta z^+ = 16.17 \times 0.49 \times (4.68 \sim 7.50)$, Δz^+ 沿流向变化是由锥型网格引起的, Δy_w^+ 为临近壁面处法向网格宽度, 这与 Pirozzoli^[4] 的网格密度相当.

为了保证周向计算域足够大, 网格点足够密, 在 $x = 1214$ 处, 对两点相关函数 $R_{\alpha\alpha}(r_z)$ 和一维能谱 $E_{\alpha\alpha}(k_z)$ 的周向分布进行了计算, 此处以当地的动量厚度定义的雷诺数约为 2008. 图 1 分别给出了在内层、对数律区以及外层 3 个不同区域中, 密度、速度与压力归一化的两点相关函数 $R_{\alpha\alpha}(r_z)/R_{\alpha\alpha}(0)$ 的分布曲线, 如图 1(a)~图 1(c), 并给出了相同位置处的一维能谱周向分布图, 如图 1(d)~图 1(f), 其中, z^+ 为以壁面单位无量纲化的周向坐标.

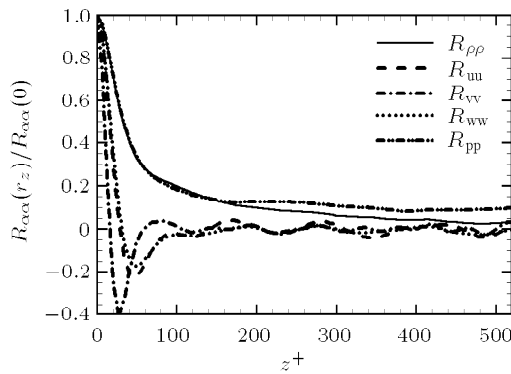
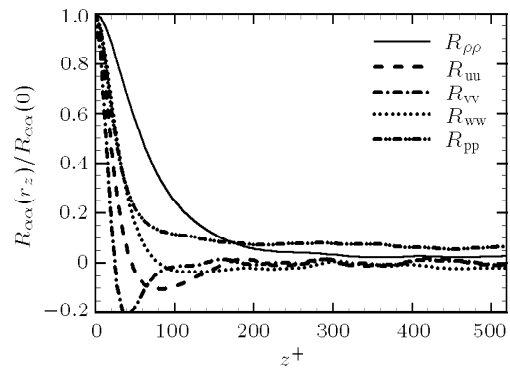
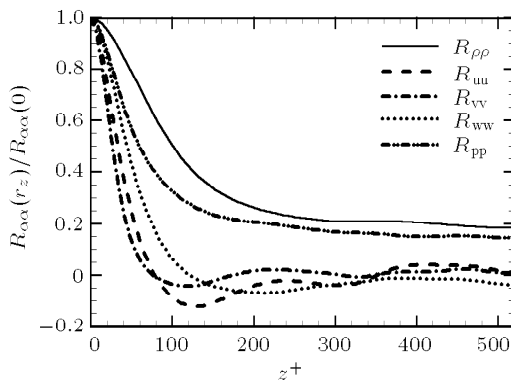
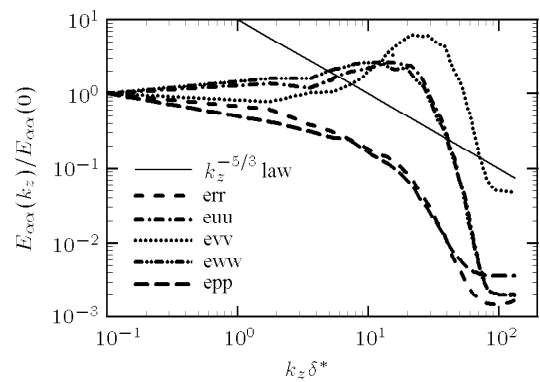
(a) $y^+ = 5.21$ 的相关函数(a) Correlations at $y^+ = 5.21$ (b) $y^+ = 33.8$ 的相关函数(b) Correlations at $y^+ = 33.8$ (c) $y^+ = 125.7$ 的相关函数(c) Correlations at $y^+ = 125.7$ (d) $y^+ = 5.21$ 的能谱(d) Energy spectra at $y^+ = 5.21$

图 1 两点相关函数与一维能谱的周向分布

Fig.1 Span wise distributions of two-point correlations and one dimensional energy spectra

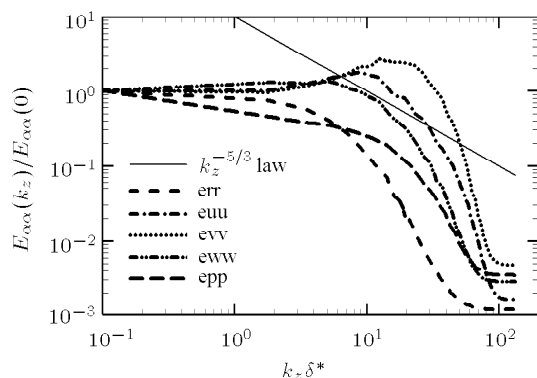
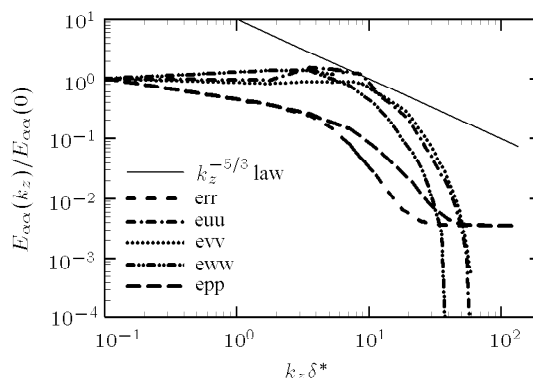
(e) $y^+ = 33.8$ 的能谱(e) Energy spectra at $y^+ = 33.8$ (f) $y^+ = 125.7$ 的能谱(f) Energy spectra at $y^+ = 125.7$

图 1 两点相关函数与一维能谱的周向分布 (续)

Fig.1 Span wise distributions of two-point correlations and one dimensional energy spectra (continued)

可以看出, 相关函数随周向坐标的增加向零衰减, 说明周向计算域足够大. 一维能谱的分布中的参考曲线 (实线) 为不可压缩湍流理论中的 $k^{-5/3}$ 律. 可以看出, 除内层的法向速度, 其它量的能谱随波数的增加降低了两个量级以上, 这与 Pirozzoli^[4] 给出的图 4 相同. 这些结果表明周向的计算域和网格的选取是合理的.

2 数值结果及分析

2.1 湍流的模拟

图 2 给出的是空间演化的密度场, 它们显示了层流、转捩以及湍流的整个演化过程. 其中图 2(a) 为 x - y 平面密度场, 图 2(b) 为把 $y^+ = 3.6$ 处的 x - ϕ 曲面展开成扇面 x - z 平面的密度场, 这里 z 是周向弧长.

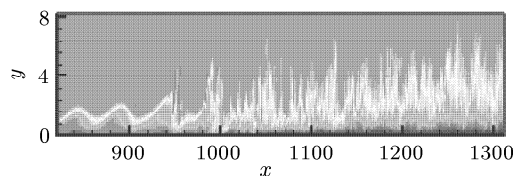
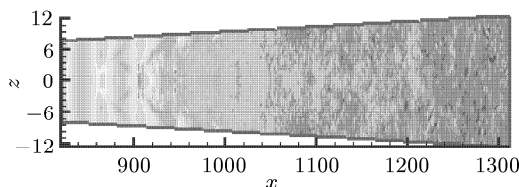
(a) x - y 平面密度场(a) Density field of x - y plane(b) $y^+ = 3.6$ 处 x - z 平面密度场(b) Density field of x - z plane at $y^+ = 3.6$

图 2 密度等值线图

Fig.2 Contours of density

图 3 给出的是壁面摩擦系数 $C_f = 2\tau_w/\rho_e u_e^2$ 沿 x 的分布, 其中 $\tau_w = \mu_w(\partial \bar{u}/\partial y)_w$, 下标 e 表示边界层外缘物理量, 下标 w 表示壁面处的物理量. 我们

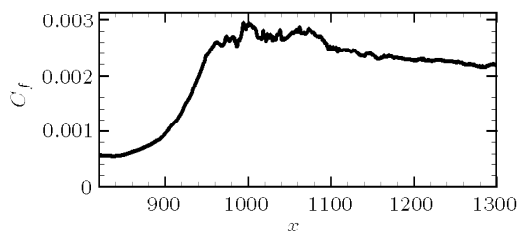


图 3 壁面摩擦系数的流向分布

Fig.3 Distribution of wall friction coefficient

可以看到在 $x = 1100$ 以后, 流动达到了充分发展的湍流状态.

图 4 给出边界层排移厚度 δ^* 与形状因子 H (排移厚度与动量厚度的比值) 的分布, 同样, 层流阶段边界层厚度缓慢增加, 在 breakdown 阶段有一定的下降, 然后在湍流阶段迅速增加, 体现了整个转捩过程. 并在 $x = 1100$ 以后, 形状因子也趋于常数 4.4, 这个常数与来流马赫数 6 的钝锥湍流边界层中的值 (董明^[6], 形状因子约为 9.5) 不同. 这说明湍流阶段的形状因子几乎是一个常数, 而这个常数与来流马赫数有关.

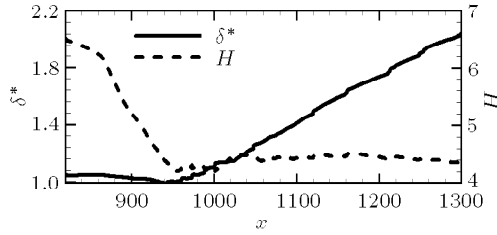


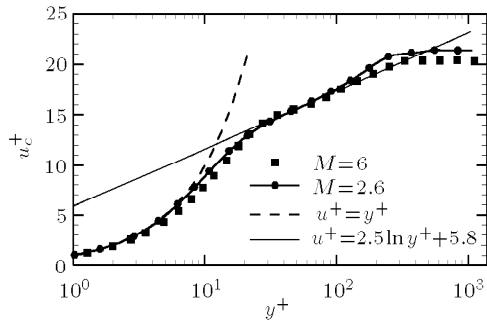
图 4 边界层厚度的流向分布

Fig.4 Distributions of boundary layer thickness

2.2 湍流平均速度分布

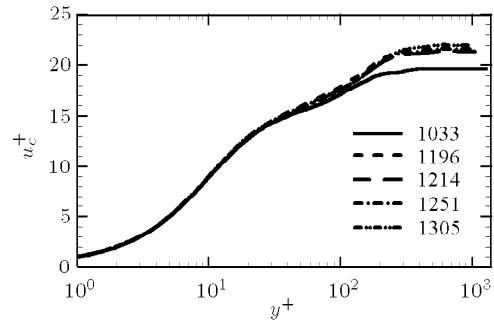
为了考虑密度的变化, 对可压缩流方程, 引入 Favre 平均来代替雷诺平均, 其定义为 $\tilde{u} = \overline{\rho u} / \bar{\rho}$, 其中 $\overline{\rho u}$, $\bar{\rho}$ 为雷诺平均值. 瞬时速度可以写为 $u = \tilde{u} + u'$.

文献 [1~4,6] 的结果都表明, 湍流边界层中, 流向平均速度满足不可压缩湍流的壁面律, 且平均流剖面具有相似性. 图 5(a) 给出了 $x = 1214$ 处近壁区的流向平均速度的法向分布, 以及文献 [6] 中给出的马赫数为 6 的结果. 其中 u_c^+ 为经过 Van Driest 变换并以壁面摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \bar{\rho}_w}$ 无量纲化的流向速度, y^+ 是以壁面单位量度的法向坐标. 我们可以看到, 平均速度在 $y^+ \leq 8$ 处满足线性律 $u_c^+ = y^+$, 在 $20 < y^+ < 150$ 范围内满足对数律 $u_c^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.8$. 本文结果与马赫数为 6 情况的结果相近, 只是对数律分布区域偏小. 但是, 本文结果的对数律范围与 Pirozzoli^[4] 的非常接近, 这表明锥体效应并不影响湍流边界层的速度壁面律, 而对数律分布范围受马赫数的影响.



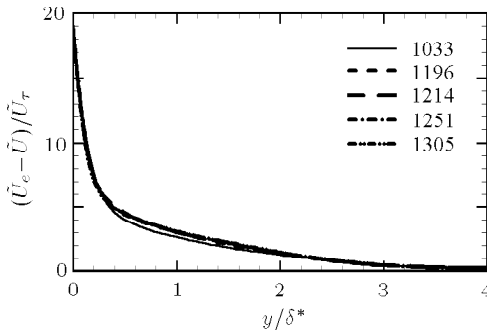
(a) 流向速度壁面律

(a) Near-wall-law of stream wise velocity



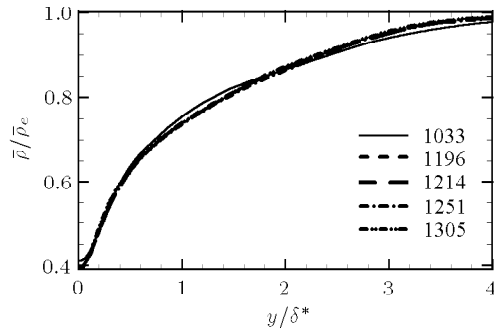
(b) 壁面速度的比较

(b) Comparison of velocity at inner wall



(c) 亏损速度

(c) Velocity defect



(d) 密度

(d) Density

图 5 流向速度壁面律及不同位置平均流场剖面的比较

Fig.5 Scaling velocity law and compare of mean flow field at different place

图 5(b) 为不同流向位置处, 流向速度在内层沿法向的分布, 图 5(c) 与 5(d) 分别为流向亏损速度 $(\tilde{U}_e - \tilde{U}) / \tilde{U}_\tau$ 与密度沿法向的分布. 从图中可以看出, 在 $x = 1033$ 处, 剖面与之后的剖面有所差别, 表明该处尚未达到充分发展湍流. 而 $x = 1196$ 以

后, 平均剖面的相似性很好, 表明已经达到充分发展湍流阶段. 图 5(b) 表明在 $y^+ \leq 200$ 内相似性很好, 具有内层的相似性, 图 5(c), 5(d) 表明在边界层外区相似性也很好. 对平均温度、平均总温等其它物理量在边界层内的分布也做了类似的相似性验证,

结论相同. 该结论与平板湍流边界层得到的结果相同, 表明锥体效应不影响湍流边界层平均量的相似性.

2.3 锥体效应对湍流平均热力学剖面的影响

根据 White^[5] 给出的公式, 对于平板湍流边界层, 可以通过平均速度计算得到平均温度. 该公式被文献 [4] 所验证. 对于绝热壁面, 由 White^[5] 的公式计算得到的无量纲壁面温度为 2.06, 而钝锥湍流边界层的直接数值模拟结果是 2.64. 图 6 给出了根据该公式和本文的平均速度计算得到的平均温度的分布 (flat 曲线), 与 $x = 1214$ 处的数值模拟的结果 (cone 曲线). 可以看出, 在边界层内大部分区域, 钝锥边界层的温度比较高. 文献 [6] 中带冷却壁的高超音速钝锥边界层中, 同样平均温度高于平板结果. 这说明对于超音速钝锥湍流边界层, 平均温度高于平板边界层内的平均温度. 图 7 给出该位置的以边界层外缘处各物理量无量纲化的压力、密度、温度以及总温平均值的法向分布. 可以看出, 平均压力在整个边界层内基本为常数, 平均总温在边界层内的变化也不大, 这与 Gatski 等^[3] 的结论相似.

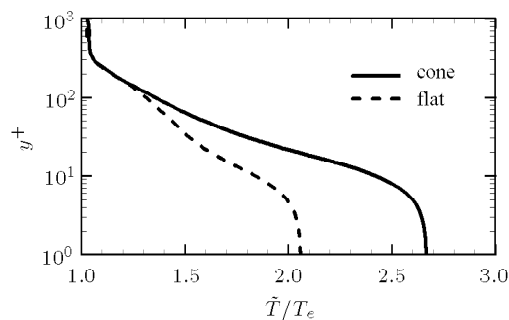


图 6 平均温度的比较

Fig.6 Comparison of mean temperature

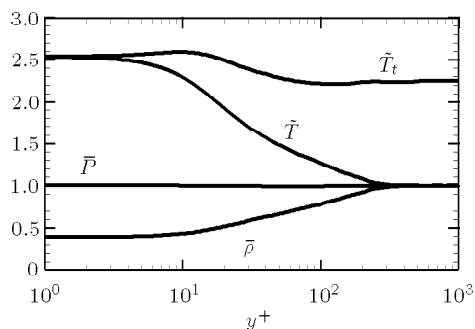


图 7 热力学统计量的分布

Fig.7 Distribution of thermodynamic statistic

2.4 锥体效应对湍流脉动量统计特征的影响

图 8 给出了湍流马赫数 $M_t = (\overline{u'_i u'_i})^{1/2} / \bar{a}$ (其中 $\bar{a}$ 为音速) 的法向分布, 同时给出了 Guarini^[1] 的结果. 本文的计算中 M_t 最大只有 0.23, 说明在来流马赫数为 2.5 时, 钝锥湍流边界层压缩性可以忽略. 对比湍流马赫数的分布形状, 发现钝锥湍流边界层在近壁区湍流马赫数比平板低, 而在边界层外缘比平板高. 钝锥湍流边界层的最大湍流马赫数低于平板, 表明由于锥体效应的存在, 钝锥边界层内的大部分区域压缩性比平板弱.

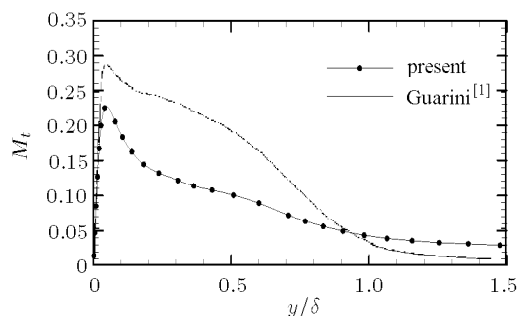


图 8 湍流马赫数的法向分布

Fig.8 Distributions of turbulent Mach number

图 9 给出了无量纲化的密度加权的雷诺正应力 $\overline{\rho u'^2} / \overline{\rho_w u_w'^2}$, $\overline{\rho v'^2} / \overline{\rho_w u_w'^2}$, $\overline{\rho w'^2} / \overline{\rho_w u_w'^2}$ 的法向分布, 图中分别标为 1, 2, 3. 对比 Pirozzoli^[4] 的结果, 可以发现雷诺正应力分布规律相似: 3 个正应力分别在 $y^+ \approx 15$, $y^+ \approx 35$ 与 $y^+ \approx 70$ 处达到峰值, 其峰值大小及峰值位置都与平板边界层的非常相近.

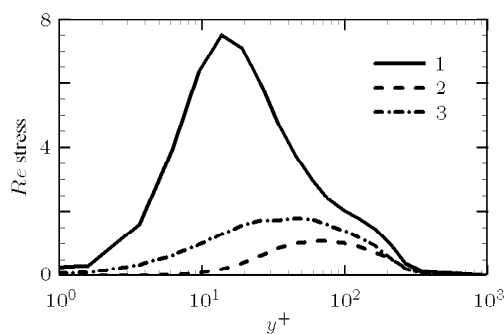


图 9 雷诺正应力的法向分布

Fig.9 Distributions of normal Reynolds stress

图 10 给出雷诺剪应力 (turbulent)、黏性应力 (viscous) 以及总剪切应力 (total) 的法向分布, 各应力均以壁面处的黏性应力无量纲化. 可以看出, 切应力的变化趋势与 Pirozzoli^[4] 的结果相同, 雷诺剪

应力不超过 1, 并且总剪应力在内层几乎不变. 这说明锥体效应对雷诺应力的分布特点影响不大.

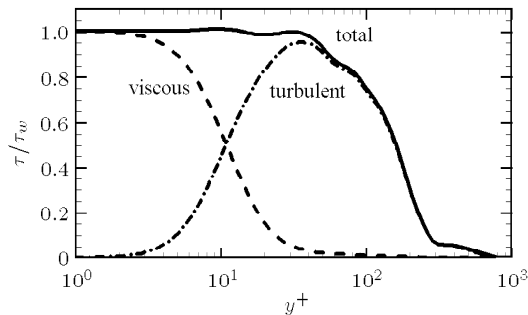


图 10 切应力的法向分布

Fig.10 Distribution of shear stress

图 11 给出了湍流的密度、压力与温度脉动均方根值 (脉动量均方根定义为 $R'_{\text{rms}} = \sqrt{R'^2}$) 的法向分布, 并与 Piozzoli^[4] 的结果进行了比较. 压力脉动量在整个边界层中都与平板边界层的结果很接近 ($p' = O(2\%)$), 温度与密度脉动量的量级与平板结果相同, 而在 $200 < y^+ < 1000$ 范围内的差别应是雷诺数不同引起的 (本文中计算的以动量厚度为特征长度的雷诺数为 2008, 文献 [4] 中的雷诺数为 4263).

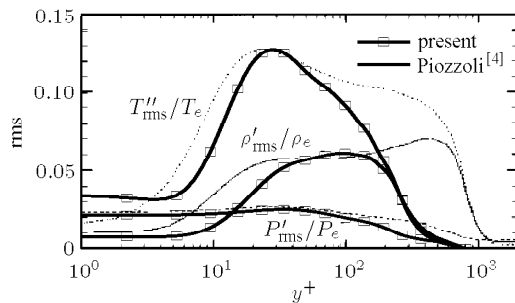


图 11 脉动量均方根的法向分布

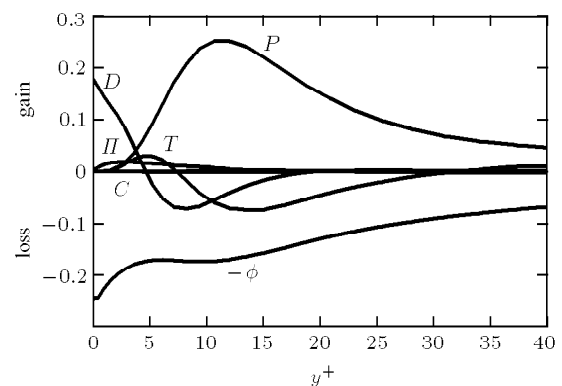
Fig.11 Distribution of root-mean-square

2.5 锥体效应对湍动能分布的影响

假定沿 x 与 ϕ 方向各物理量的梯度可以忽略, 并假设展向曲率半径只与流向坐标有关, 则钝锥边界层的湍动能 $k = (\bar{\rho} u_i'' u_i'')/2$ 演化方程的形式与平板的相同, 可以写为: $\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} k) = -C + P + T + \Pi + D - \phi + V_c$. 其中, $C = -\partial(\bar{\rho} \tilde{v} k)/\partial y$ 表示非线性作用对湍动能的贡献, $P = -\bar{\rho} u_i'' v'' \partial \tilde{u}_i / \partial y$ 表示由平均速度梯度引起的产生率, $T = -\partial(\bar{\rho} u_i'' u_i'' v''/2)/\partial y$ 表示湍流输运, $\Pi = \Pi_t + \Pi_d = -\partial(\bar{v}'' p')/\partial y + p' \partial v''/\partial y$ 表示压力扩散项和压力膨胀项, $D = \partial(\bar{u}_i'' \tau_{iy}')/\partial y$ 表示黏性扩散, $\phi = \tau_{ij}' \partial u_i''/\partial x_j$ 表示黏性耗散,

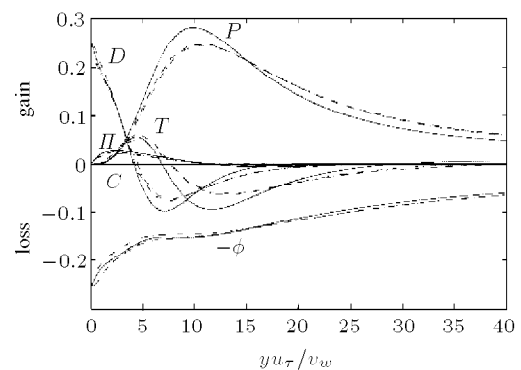
$V_c = -\bar{\rho} v'' \partial \bar{p}/\partial y + \bar{\rho} u_i'' \partial \bar{\tau}_{iy}/\partial y$ 表示由 Favre 平均与雷诺平均不同而产生的项.

图 12 给出湍动能各项的分布, 图 12(a) 给出了本文计算的结果, 由于 V_c 项很小, 图中没有给出, 图 12(b) 是 Guarini^[1] 的平板湍流计算结果, 用实线表示, 虚线是 Spalart 在不同雷诺数下计算的不可压缩平板湍流结果. 由图 12 可以看出, 与平板湍流边界层一样, 钝锥湍流边界层中, P, D, T, ϕ 项对湍动能的贡献是主要的. 钝锥与平板湍流边界层各项对湍动能的贡献吻合较好, 只是壁面附近的黏性扩散项 D 与湍流输运项 T 比平板值略低. 这说明湍动能中各项的分布受锥体效应的影响很小.



(a) 钝锥湍流边界层

(a) Blunt cone turbulent boundary layer



(b) 平板湍流边界层

(b) Flat turbulent boundary layer

图 12 边界层中湍动能各项的贡献

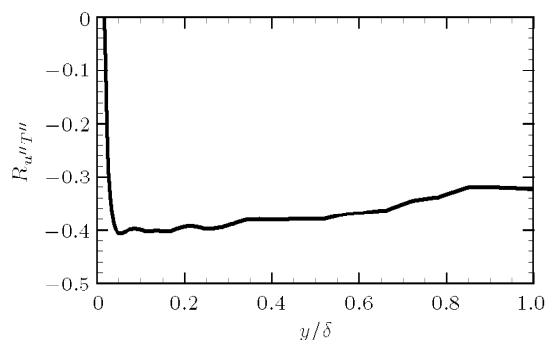
Fig.12 Turbulent kinetic energy budget

2.6 锥体效应对强雷诺比拟结论的影响

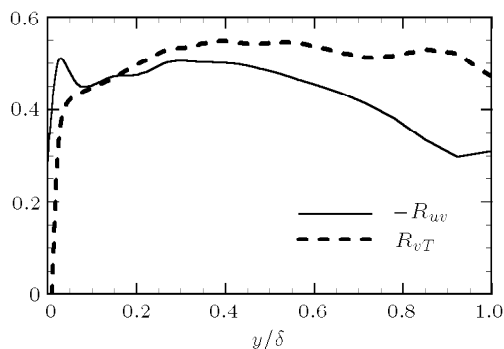
对不可压缩层流边界层, 由于动量方程与能量方程形式上相似, Reynolds 发现可以在热量输运与能量输运间建立起简单的关系, 即雷诺比拟. Morkovin^[7] 把这种理论推广到可压缩湍流中, 提出

在忽略压力脉动和总温脉动的假设下,可以得出流向脉动速度与脉动温度反相关,即 $R_{uT} = -1$; 流向、法向脉动速度的负相关 $-R_{uv}$ 与法向脉动速度、温度脉动相关 R_{vT} 相等,即为强雷诺比拟的结论,其中,脉动场物理量相关的定义为: $R_{ab} = \overline{a''b''} / \sqrt{\overline{a''^2}} / \sqrt{\overline{b''^2}}$.

超音速平板边界层的研究中^[1~4],在 $0.2 \leq y/\delta \leq 0.8$ 范围内,流向脉动速度与脉动温度的相关 $R_{uT} \approx -0.6$,并不为 -1 . 图 13(a) 给出钝锥边界层中 R_{uT} 的分布. 可以看出, R_{uT} 在边界层内基本为常数,其值约为 -0.4 . 图 13(b) 给出了 $-R_{uv}$ 与 R_{vT} 的分布,在 $0.2 \leq y/\delta \leq 0.6$ 范围内, $-R_{uv}$ 与 R_{vT} 的差别不大,与平板的结论一致,只是本文的 $R_{vT} \approx 0.5$,平板的 $R_{vT} \approx 0.45$,数值有些不同. 以上说明锥体效应只对脉动量相关函数的值有影响.



(a) R_{uT}



(b) $-R_{uv}$ and R_{vT}

图 13 相关函数的法向分布

Fig.13 Distribution of the correlative functions

3 结 论

为了考察锥体效应对湍流边界层统计特性的影响,本文对绝热壁,来流马赫数为 2.5 的超音速钝锥湍流边界层进行了直接数值模拟,与超音速平板湍流边界层的结果做了比较,主要得到了以下结论:

(1) 经过 Van Driest 变换后的速度壁面律不受锥体效应的影响;对数区范围受来流马赫数的影响. 在充分发展湍流阶段,平均流剖面的相似性也不受锥体效应的影响.

(2) 从热力学平均量来看,钝锥湍流边界层内的温度比平板的大.

(3) 锥体效应的存在使湍流边界层压缩性减弱.

(4) 钝锥湍流边界层内雷诺正应力与剪应力的分布规律,脉动量的相关函数,以及湍动能方程中各项的贡献与平板的结果相似,锥体效应的影响是只反映在定量上的.

参 考 文 献

- 1 Guarini SE, Moser RD, Shariff K, et al. Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer at Mach 2.5. *J Fluid Mech*, 2000, 414: 1~33
- 2 Maeder T, Adams NA, Kleiser L. Direct simulation of turbulent supersonic boundary layers by an extended temporal approach. *J Fluid Mech*, 2001, 429: 187~216
- 3 Gatski TB, Erlebacher G. Numerical simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer. NASA Tech Memo, 2002, 2002-211934
- 4 Pirozzoli S, Grasso FL, Gatski TB. Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at $M = 2.25$. *Physics of Fluids*, 2004, 16(3): 530~545
- 5 White FM. *Viscous Fluid Flow*. New York: McGraw-Hill, 1974
- 6 董明. 马赫数为 6 的零攻角钝锥湍流边界层空间演化的直接数值模拟. 第 6 届西北地区计算物理学术会议论文集, 2008. 90~97 (Dong Ming. Direct numerical simulation of a hypersonic blunt cone turbulent boundary layer at Mach 6 with zero-angle of attack. The 6th Academic Conference on Computational Physics at Northwest Region, 2008. 90~97, (in Chinese))
- 7 Morkovin MV. Effects of compressibility on turbulent flows. In *Mecanique de la Turbulent CNRS*, 1962: 367~380

THE INFLUENCE OF THE TURBULENT STATISTICAL CHARACTERISTICS BY CONE EFFECT IN A SUPERSONIC BOUNDARY LAYER¹⁾

Dong Ming²⁾ Luo Jisheng

(*Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

Abstract A spatial direct numerical simulation (DNS) was performed to study the turbulent statistical characteristics in the turbulent boundary layer on a blunt cone with an adiabatic wall at an oncoming Mach 2.5, zero angle of attack and the cone semi-angle of 5° in this paper. The results were compared with the simulated cases of the supersonic turbulent boundary layer over a flat plate and the hypersonic turbulent boundary layer on a blunt cone at Mach 6, suggesting the influence of the turbulent statistics with the cone effect. The results showed that, the cone effect is significant on the mean temperature profile and the compressibility, but unimportant on the scaling velocity law, the distribution of Reynolds stress and the budget of turbulent kinetic energy.

Key words DNS, zero angle of attack, adiabatic blunt cone turbulent boundary layer, turbulent statistical characteristics, cone effect

Received 25 July 2007, revised 25 December 2007.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10632050, 90716007), the Special Foundation for the Authors of National Excellent Doctoral Dissertations (200328).

2) E-mail: dongm27890175@126.com