

时滞非线性动力吸振器的减振机理¹⁾

赵艳影 徐 鉴²⁾

(同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘要 对一个带有时滞非线性动力吸振器的两自由度结构, 采用多尺度法研究了时滞非线性动力吸振器对主系统的减振性能, 得到了主系统的振幅 - 时滞响应曲线. 研究表明, 对时滞非线性动力吸振器, 可以通过调节反馈增益系数和时滞控制主系统的振动. 研究还发现, 对确定的反馈增益系数, 可以存在时滞的一些调节区域, 时滞非线性动力吸振器可以减小主系统的振动. 并且在时滞的这些可调区域里, 存在一个“最大减振点”对应这一反馈增益系数下主系统振幅的最小值. 对不同的反馈增益系数, “最大减振点”对应的主系统的振幅也不同. 因此能够找到一组反馈增益系数和时滞量的最佳值, 最大程度地减小主系统的振动. 研究表明, 当反馈增益系数和时滞量调到最佳值时, 主系统的振动较无时滞非线性动力吸振器可以减少 90% 左右, 数值模拟也证实了解析结果的正确性.

关键词 非线性, 反馈, 时滞非线性动力吸振器, 时滞线性动力吸振器

中图分类号: O328, TB123 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)01-0098-09

引 言

减振技术在航空航天、汽车工业、仪器仪表、兵器、建筑业及工程机械领域都有广泛的应用^[1]. 减振的方法可以分为动力吸振和阻尼减振等. 当动力吸振器与作用在主系统上的外部激励频率发生共振时, 动力吸振器吸收能量使得主系统减振. 然而, 动力吸振器存在明显的缺点. 当外部激励频率偏离动力吸振器的固有频率时, 动力吸振器不能很好地吸收能量, 对主系统减振效果不好. 而且, 当系统存在阻尼时, 它不能完全消除主系统的振动. 针对这些问题, Olgac, McFarland 和 Holm-Hansen^[2] 首先提出可以将时滞状态反馈控制应用于线性振动系统的减振. 他们在一个 2 自由度的具有动力吸振器的系统中引进了一个时滞状态反馈, 通过测得的外激励频率的大小调节反馈增益系数和时滞, 构成一个“时滞线性动力吸振器”. 时滞线性动力吸振器的优点在于可以跟踪外激励频率对反馈增益系数和时滞量进行实时调节, 而且在某些情况下能够完全消除主系统的振动.

自时滞减振技术提出以来, 减振技术的研究得到了一定的进展. Olgac 和 Holm-Hansen^[3] 利用时

滞线性动力吸振器来控制主系统的振动, 通过调节反馈增益系数和时滞能够完全消除主系统的振动. Olgac 等^[4] 分析了在外激励频率随时间变化时, 时滞线性动力吸振器的减振性能, 并给出了设计时滞线性动力吸振器的一个设计平台. Renzulli 等^[5] 提出了当外部激励频率变化时, 反馈增益系数和时滞量自动调节的方法. 对主系统是多自由度的结构, Jalili 等^[6] 采用了两个时滞线性动力吸振器对主系统中的两个构件的振动进行控制, 通过调节反馈增益系数和时滞量能够完全消除这两个构件的振动. 在外激励是两个谐波共存的情况下, Olgac 等^[7] 设计了一种调频固定的时滞线性动力吸振器 (dual frequency fixed delayed resonator), 对两个不同频率的外激励引起的结构振动实施控制, 通过设计反馈增益系数和时滞量, 也能够将主系统的振动完全消除. 调频固定的时滞线性动力吸振器的设计和控制效果, 在其后来对一个弹性梁进行的实验中得到了验证^[8], 取得了很好的控制效果. Olgac 和 Huang^[9] 在主系统上放置了一个被动式动力吸振器和一个时滞线性动力吸振器, 对两个时变的外激励频率, 通过调节反馈增益系数和时滞量也能够完全消除主系统的振动. Filipović 和 Olgac^[10] 提出利用时滞状态反馈控制系

2007-02-06 收到第 1 稿, 2007-11-06 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (10532050) 和国家杰出青年科学基金项目 (10625211) 资助.

2) E-mail: xujian@mail.tongji.edu.cn

统扭转振动的思想，并研究了利用带有时滞的角速度反馈来控制系统的扭转振动的问题。Hosek 等^[11]介绍了一种时滞线性动力吸振器用以控制系统的扭转振动，其减振的频率范围可调，但只在其主系统固有频率的附近调节有效。为了拓宽其设计的扭转振动系统中时滞线性动力吸振器的减振频带，Hosek 等^[12]后来又设计了一种离心摆式时滞线性动力吸振器 (centrifugal delayed resonator)，这种离心摆式时滞线性动力吸振器不仅可以跟踪外激励频率对其进行调节，而且其调节的频率范围相对较大。对于多频外激励，Jalili 和 Olgac^[13]提出了用来在一定频率范围内减振的时滞线性反馈吸振器 (delayed feedback vibration absorber)，这实际上是对反馈增益系数和时滞量进行优化，虽然不能完全消除被控制系统的振动，也能取得比较好的减振效果。本文作者^[14]对线性系统中时滞减振问题的研究也表明，时滞线性动力吸振器对主系统的振动具有很好的减振效果。

就时滞减振技术的研究现状来看，目前在“时滞线性动力吸振器”研究方面取得了一定的进展。尽管在理论研究方面表明时滞线性动力吸振器对主系统的振动具有很好的减振效果，但是找到合适的时滞量和反馈增益却并不容易，原因在于时滞量的可调节范围比较小，工程中实践起来比较困难。由于非线性动力吸振器比线性动力吸振器具有更宽的共振频带，而时滞本身又有移相的作用，所以非线性和时滞的联合作用可使得时滞的可调范围大大拓宽。因此本文研究“时滞非线性动力吸振器”对承受外激励的主系统减振的作用规律。

1 力学模型

动力吸振器是一种应用广泛的减振器。线性动力吸振器在外激励频率等于主系统固有频率时对主系统的振动具有比较好的减振效果，但在外激励频率偏离主系统固有频率时减振效果却很差。为了扩展动力吸振器的共振频带，通常采用非线性动力吸振器。本文是在非线性动力吸振器的基础上引进一个带有时滞的状态反馈，构成“时滞非线性动力吸振器”来控制主系统的振动，图 1 给出了其结构示意图。

系统由质量为 m_1 的动力吸振器和质量为 m_2 的主系统构成。 c_1, c_2 分别代表动力吸振器和主系统的阻尼系数。主系统的弹簧是线性的，刚度系数为

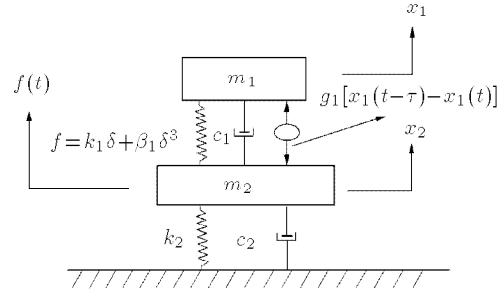


图 1 时滞非线性动力吸振器

Fig.1 Delayed nonlinear dynamical vibration absorber

k_2 。动力吸振器的弹簧表现为非线性，力与位移 ($f-\delta$) 之间的关系为 $f = k_1\delta + \beta_1\delta^3$ ，其中 k_1 和 β_1 分别为动力吸振器弹簧的线性和非线性刚度系数。假设主系统受到周期外激励 $f(t) = A \cos \omega t$ 的作用， x_1, x_2 代表动力吸振器和主系统垂直方向的相对位移。 $g_1[x_1(t-\tau) - x_1(t)]$ 代表时滞状态反馈，其中 g_1 是反馈增益系数， τ 为时滞量。

以 x_1, x_2 为广义坐标得到系统的控制方程为

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_2 - c_1 \dot{x}_2 + \beta_1 (x_1 - x_2)^3 + g_1 (x_{1\tau} - x_1) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 - k_1 (x_1 - x_2) + c_2 \dot{x}_2 - \beta_1 (x_1 - x_2)^3 + c_1 \dot{x}_2 - c_1 \dot{x}_1 - g_1 (x_{1\tau} - x_1) = f(t) \quad (2)$$

其中 $x_{1\tau} = x_1(t-\tau)$ ，当 $\tau = 0$ 时，系统中时滞状态反馈项消失，从而退化为非线性动力吸振器，因此容易将 $\tau \neq 0$ 时的时滞非线性动力吸振器与 $\tau = 0$ 时的无时滞非线性动力吸振器的减振性能进行对比。

2 摄动分析

为了简化计算，引入下列无量纲量

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{\Omega}{\omega} t, \quad y_1 = \frac{x_1}{x_c}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_c}, \quad \omega_1^2 = \frac{k_1 \Omega^2}{m_1 \omega^2} \\ \omega_2^2 &= \frac{k_2 \Omega^2}{m_2 \omega^2}, \quad \zeta_1 = \frac{c_1 \Omega}{m_1 \omega}, \quad \zeta_2 = \frac{c_2 \Omega}{m_2 \omega} \\ \alpha &= \frac{\beta_1 x_c \Omega^2}{m_1 \omega^2}, \quad \gamma = \frac{m_1}{m_2}, \quad f = \frac{A \Omega^2}{m_2 x_c \omega^2} \\ g_2 &= \frac{g_1 \Omega^2}{m_1 \omega^2}, \quad \tau^* = \frac{\Omega}{\omega} \tau \end{aligned}$$

其中 Ω 是无量纲频率。为了书写方便，将 t^* 简写为 t ， τ^* 为 τ 。

为了便于摄动分析，将控制方程中的一些变量进行重新标度

$$\zeta_1 = \varepsilon \xi_1, \quad \zeta_2 = \varepsilon \xi_2, \quad \gamma = \varepsilon \mu, \quad f = \varepsilon F, \quad g_2 = \varepsilon g$$

其中 $0 < \varepsilon \ll 1$. 方程 (1) 和 (2) 的无量纲方程为

$$\ddot{y}_1 + \omega_1^2(y_1 - y_2) = \varepsilon \xi_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \varepsilon \alpha(y_1 - y_2)^3 - \varepsilon g(y_{1\tau} - y_1) \quad (3)$$

$$\ddot{y}_2 + \omega_2^2 y_2 = -\varepsilon \xi_2 \dot{y}_2 + \varepsilon \mu \omega_1^2(y_1 - y_2) + \varepsilon F \cos(\Omega t) + \varepsilon^2 \xi_1 \mu(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \varepsilon^2 \mu \alpha(y_1 - y_2)^3 + \varepsilon^2 \mu g(y_{1\tau} - y_1) \quad (4)$$

采用多尺度法^[15]来寻找方程 (3) 和 (4) 的二次近似解, 将解表示为

$$y_1(t, \varepsilon) = y_{11}(T_0, T_1) + \varepsilon y_{12}(T_0, T_1) + \cdots \quad (5)$$

$$y_2(t, \varepsilon) = y_{21}(T_0, T_1) + \varepsilon y_{22}(T_0, T_1) + \cdots \quad (6)$$

的形式. 其中 $T_n = \varepsilon^n t$ ($n = 0, 1, 2, \cdots$) 是引进的一些新的自变量.

下面简略给出多尺度方法分析的过程和得到的平均方程. y_{11} 和 y_{21} 可以表示为如下形式

$$y_{11} = B(T_1) \exp(i\omega_1 T_0) + C(T_1) \exp(i\omega_2 T_0) + \text{cc} \quad (7)$$

$$y_{21} = A(T_1) \exp(i\omega_2 T_0) + \text{cc} \quad (8)$$

其中 $A(T_1)$, $B(T_1)$, $C(T_1)$ 是未确定的函数, 并且 $C = \left(\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\right)A$, 记 $C = \gamma A$, $i \equiv \sqrt{-1}$, cc 代表前面各项的共轭复数.

为了便于分析, 将 $A(T_1)$, $B(T_1)$ 表示为极坐标形式

$$A(T_1) = \frac{1}{2} a(T_1) \exp(i\theta_2(T_1)) \quad (9)$$

$$B(T_1) = \frac{1}{2} b(T_1) \exp(i\theta_1(T_1)) \quad (10)$$

线性动力吸振器和非线性动力吸振器都是利用主共振和 1:1 内共振来对主系统实施减振的. 一般情况下, 由于制造和控制等技术的影响使得内共振比例的控制不可避免地存在一定的偏差, 因此引进解谐参数 σ_1 来表示内共振偏差值. 同时引进解谐参数 σ_2 , 用以表示外共振偏差值, 即减振频带的大小.

$$\omega_1 = \omega_2 + \varepsilon \sigma_1 \quad (11)$$

$$\Omega = \omega_2 + \varepsilon \sigma_2 \quad (12)$$

采用多尺度法对方程 (3) 和 (4) 进行二次近似分析得到如下的平均方程

$$a' = -\frac{1}{2} \xi_2 a - \frac{1}{2\omega_2} \mu \omega_1^2 b \sin \phi_2 + \frac{1}{2\omega_2} F \sin \phi_1 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} b' = & -\frac{1}{2} \xi_1 b + \frac{1}{2\omega_1} g b \sin(\omega_1 \tau) + \\ & \frac{1}{2\omega_1} \xi_1 \omega_2 (1 - \gamma) a \cos \phi_2 + \\ & \frac{1}{2\omega_1} g \gamma [a \sin \phi_2 - \cos(\omega_2 \tau) a \sin \phi_2 + \\ & \sin(\omega_2 \tau) a \cos \phi_2] + \\ & \frac{1}{\omega_1} \alpha [(L_1 - L_3) \sin \phi_2 - L_2 \sin(2\phi_2)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a\phi_1' = & \sigma_2 a + \frac{1}{2\omega_2} \mu \omega_1^2 (\gamma - 1) a + \\ & \frac{1}{2\omega_2} \mu \omega_1^2 b \cos \phi_2 + \frac{F}{2\omega_2} \cos \phi_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} b(\phi_1' + \phi_2') = & (\sigma_2 - \sigma_1) b + \frac{1}{2(\omega_2^2 - \omega_1^2)} \mu \omega_1^3 b + \\ & \frac{1}{2\omega_1} g b [1 - \cos(\omega_1 \tau)] - \\ & \frac{1}{2\omega_1} \xi_1 \omega_2 (1 - \gamma) a \sin \phi_2 + \\ & \frac{1}{2\omega_1} g \gamma [a \cos \phi_2 - \sin(\omega_2 \tau) a \sin \phi_2 - \\ & \cos(\omega_2 \tau) a \cos \phi_2] - \\ & \frac{1}{\omega_1} \alpha [(L_1 + L_3) \cos \phi_2 + L_2 \cos(2\phi_2) + L_4] \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_1 = & \sigma_2 T_1 - \theta_2, \quad \phi_2 = \theta_2 - \theta_1 - \sigma_1 T_1 \\ L_1 = & \frac{3}{8} a b^2 (\gamma - 1), \quad L_2 = \frac{3}{8} a^2 b (1 - 2\gamma + \gamma^2) \\ L_3 = & \frac{3}{4} a b^2 (\gamma - 1) - \frac{3}{8} a^3 (1 - \gamma + \gamma^2 - \gamma^3) \\ L_4 = & \frac{3}{8} b^3 + \frac{3}{4} a^2 b (1 - 2\gamma + \gamma^2) \end{aligned}$$

3 平衡解及其稳定性

系统的稳态运动对应方程组 (13)~(16) 中 $a' = b' = \phi_1' = \phi_2' = 0$ 时的平衡解. 为了确定其平衡解的稳定性, 将方程组 (13)~(16) 转化到直角坐标系下

$$p_1' = f_1(p_1, q_1, p_2, q_2) \quad (17)$$

$$q_1' = f_2(p_1, q_1, p_2, q_2) \quad (18)$$

$$p_2' = f_3(p_1, q_1, p_2, q_2) \quad (19)$$

$$q_2' = f_4(p_1, q_1, p_2, q_2) \quad (20)$$

其中 $p_1 = a \cos \phi_1$, $q_1 = a \sin \phi_1$, $p_2 = b \cos(\phi_1 + \phi_2)$, $q_2 = b \sin(\phi_1 + \phi_2)$. $f_1(p_1, q_1, p_2, q_2)$, $f_2(p_1, q_1, p_2, q_2)$, $f_3(p_1, q_1, p_2, q_2)$, $f_4(p_1, q_1, p_2, q_2)$ 的表达式比较复杂, 由于文章篇幅的限制, 没有给出具体形式.

为了分析平衡解的稳定性, 对方程组 (17)~(20) 进行摄动分析, 摄动方程为

$$\{\Delta p'_1, \Delta q'_1, \Delta p'_2, \Delta q'_2\}^T = [J]\{\Delta p_1, \Delta q_1, \Delta p_2, \Delta q_2\}^T \quad (21)$$

其中 T 代表转置矩阵, J 是 Jacobian 矩阵. 对应平衡点的特征方程可以表示为

$$\lambda^4 + \delta_1 \lambda^3 + \delta_2 \lambda^2 + \delta_3 \lambda + \delta_4 = 0 \quad (22)$$

式中 λ 代表矩阵 J 的特征值, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 和 δ_4 代表特征方程的系数. $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 和 δ_4 的表达式比较复杂, 由于文章篇幅的限制在此没有给出具体形式.

应用罗斯-霍尔维兹准则去判断方程的稳定性, 得到系统稳定的充分和必要条件

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 > 0, \quad \delta_1 \delta_2 - \delta_3 > 0 \\ \delta_3(\delta_1 \delta_2 - \delta_3) - \delta_1^2 \delta_4 > 0, \quad \delta_4 > 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

静态分岔发生的充分和必要条件为

$$\delta_4 = 0 \quad (24)$$

Hopf 分岔发生的充分和必要条件为

$$\delta_1 \delta_3 > 0, \quad \delta_3(\delta_1 \delta_2 - \delta_3) - \delta_1^2 \delta_4 = 0 \quad (25)$$

方程 (3) 和 (4) 的平衡解稳定的充分和必要条件是特征方程 (22) 的所有特征根的实部都是负数. 如果有一个特征根的实部是正数, 则方程 (3) 和 (4) 的平衡解就是不稳定的. 如果有特征根的实部改变符号, 则系统可能发生鞍结分岔, 有多解现象出现. 如果有一对复数特征根的实部改变符号, 系统可能出现 Hopf 分岔, 导致系统出现周期运动, 继而有可能出现更复杂的运动.

为了定性说明“时滞非线性动力吸振器”的特点和优势, 下节分析时滞非线性动力吸振器的吸振特性, 并对无时滞非线性动力吸振器与时滞非线性动力吸振器对主系统的减振作用进行比较.

4 时滞非线性动力吸振器对主系统减振的作用

为了分析时滞反馈对系统减振的作用, 以非线性

刚度系数为 $\varepsilon \alpha = 0.2$ 和 $\varepsilon \alpha = 0.6$ 的动力吸振器为例, 研究外激励频率等于主系统固有频率 ($\varepsilon \sigma_2 = 0$) 时, 时滞反馈对主系统的减振作用. 为此, 取 $\omega_1 = 1.0$, $\omega_2 = 1.2$, $\varepsilon \sigma_1 = -0.2$, $\varepsilon \mu = 0.1$, $\varepsilon \xi_1 = 0.1$, $\varepsilon \xi_2 = 0.1$, $\varepsilon F = 0.1$. 通过计算可以得到主系统振幅与时滞量的关系, 正如图 2($\varepsilon \sigma_2 = 0$) 和图 4($\varepsilon \sigma_2 = 0$) 所示. 图中 H_1, H_2 表示 Hopf 分岔点, 主系统的振幅 $a = \sqrt{p_1^2 + q_1^2}$ 可以从方程 (17)~(20) 求得, 稳定性由方程 (23) 确定, Hopf 分岔点满足方程 (25), 实线代表稳定解, 点线代表不稳定的焦点.

图 2(a) 是反馈增益系数 $\varepsilon g = -0.1$ 时主系统的振幅-时滞响应曲线. 从图中我们观察到, 随着时滞的增大, 主系统的振幅逐步减小, 当时滞 $\varepsilon \tau \approx 3.4$ 时, 振幅达到一个极小值. 进一步增加时滞, 主系统的振幅又开始增加, 并在 H_1 处 ($\varepsilon \tau \approx 4.1$) 发生 Hopf 分岔, 使得主系统的周期振动失去稳定性进入更复杂运动, 从而导致减振失效. 这种复杂运动又通过在 H_2 处 ($\varepsilon \tau \approx 6.0$) 的 Hopf 分岔而消失, 使得主系统又回到周期振动, 并且可以出现另外一个振幅极小值 ($\varepsilon \tau \approx 8.6$). 对于不同的反馈增益也有类似的规律, 正如图 2(b), 2(c) 和 2(d) 所示. 图 2 还表明, 对某一反馈增益系数存在一个“最大减振点”, 对应该反馈增益系数下主系统振幅的最小值. 而且, 随着反馈增益系数的绝对值不断增大, 振幅-时滞响应曲线的“最大减振点”减小 (参见图 2(a)~2(c)), 这表明吸振器的吸振能力增强. 然而, 继续增大反馈增益系数, 主系统振幅-时滞响应曲线的“最大减振点”又开始增大, 这说明时滞非线性动力吸振器存在一个最佳反馈增益系数和时滞量, 使得主系统的减振效果最好. 通过对图 2 的观察, 时滞非线性动力吸振器的最佳反馈增益系数和时滞量分别为 $\varepsilon g \approx -0.24$ 和 $\varepsilon \tau \approx 3.6$.

为了与无时滞动力吸振器的吸振效果进行对比, 同时为了验证上述理论预测的正确性, 我们取 $\varepsilon g = 0$ 和图 2(a), 2(c), 2(d) 中的“最大减振点”对应的参数 ($\varepsilon g = -0.1$, $\varepsilon \tau = 3.4$, $\varepsilon g = -0.24$, $\varepsilon \tau = 3.6$ 和 $\varepsilon g = -0.26$, $\varepsilon \tau = 3.5$), 采用 Runge-Kutta 方法对原无量纲系统 (3) 和 (4) 进行数值模拟, 初始条件取为: $y_1(0) = y_2(0) = \dot{y}_1(0) = \dot{y}_2(0) = 10^{-4}$; 当 $t \in [-\varepsilon \tau, 0)$ 时, $y_1(t) = y_2(t) = \dot{y}_1(t) = \dot{y}_2(t) = 0$. 数值结果被分别表示为图 3(a)~图 3(d).

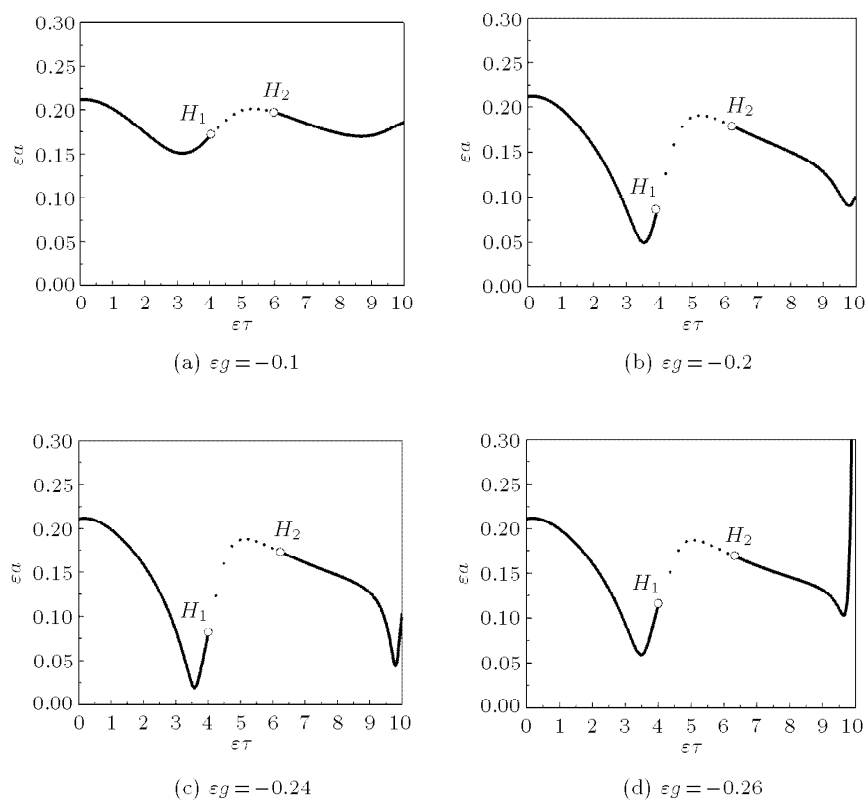


图 2 不同反馈增益系数下时滞非线性动力吸振器系统中主系统的振幅 - 时滞响应曲线, 其中 $\varepsilon\alpha = 0.2$, $\varepsilon\sigma_2 = 0$

Fig.2 Amplitude-delay response curves of the primary system in delayed nonlinear dynamical vibration absorber with different gains, where $\varepsilon\alpha = 0.2$, $\varepsilon\sigma_2 = 0$

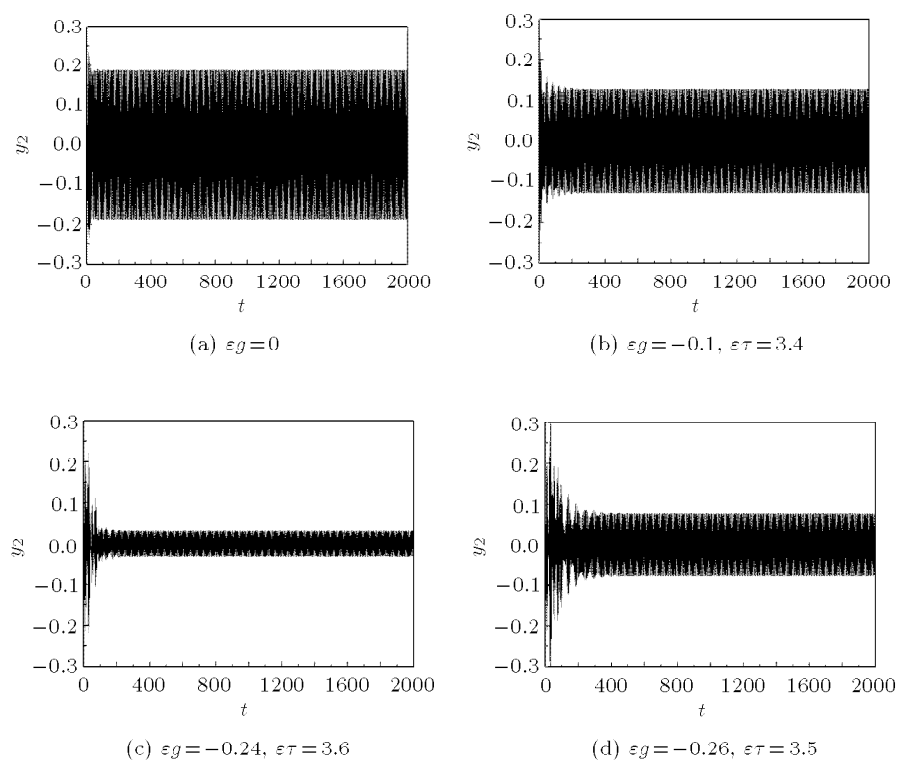


图 3 系统 (3) 和 (4) 的数值模拟

Fig.3 Numerical simulation for system (3) and (4)

比较图 3(a)(无时滞) 与图 3(b)~ 图 3(d)(有时滞) 可以发现, 时滞非线性动力吸振器对主系统的减振效果控制明显优于无时滞非线性动力吸振器的减振效果. 特别是当反馈增益系数和时滞量调节到最佳值时, 主系统的振动约由 0.2 减小到 0.02 左右, 这表明采用时滞非线性动力吸振器控制主系统的振动比无时滞非线性减动力吸振器的控制效果能够提高约 90%. 通过比较图 3(b), 图 3(c) 和图 3(d) 可以

看出, 减振效果的最佳值为 $\varepsilon g = -0.24$, $\varepsilon \tau = 3.6$, 与上述的理论预测 (参看图 2) 完全一致.

为了进一步证实上述结论, 我们取 $\varepsilon \alpha = 0.6$ 的无时滞非线性动力吸振器进行分析. 理论分析结果如图 4 所示, 图 5 为数值模拟结果, 参数与图 4(c) 相同. 观察图 4 可以得出与图 2 完全一致的结论, 即也存在着反馈增益和时滞量的最佳值 ($\varepsilon g \approx -0.11$, $\varepsilon \tau \approx 4.1$), 正如图 4(c) 所示. 从图 5 中也可以看出,

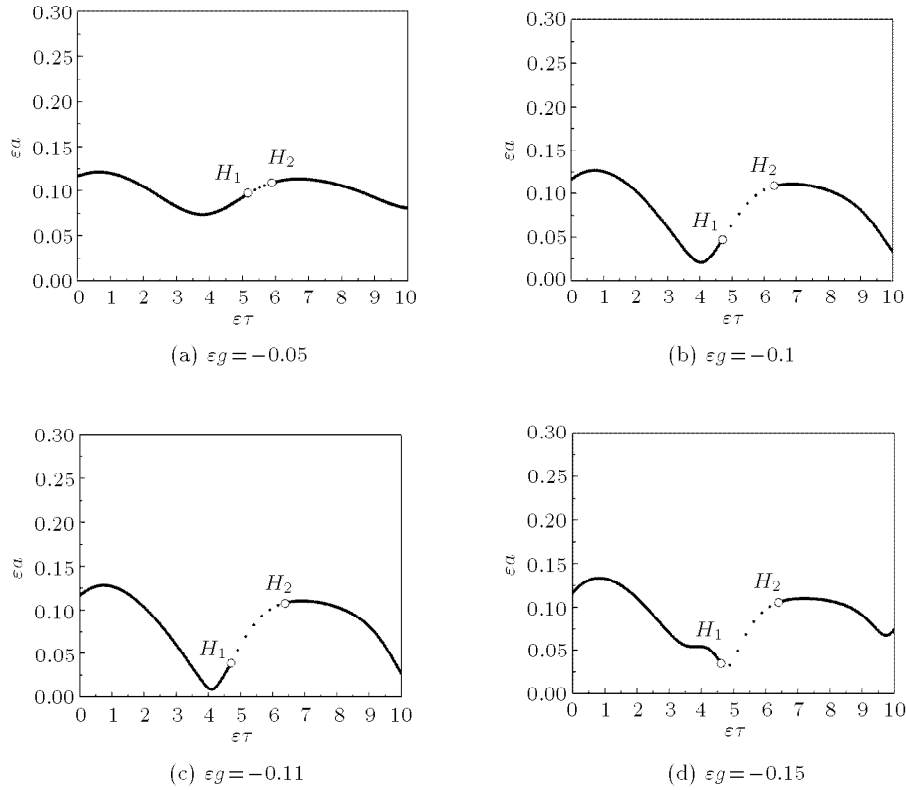


图 4 不同反馈增益系数下时滞非线性动力吸振器系统中主系统的振幅 - 时滞响应曲线, 其中 $\varepsilon \alpha = 0.6$, $\varepsilon \sigma_2 = 0$
Fig.4 Amplitude-delay response curves of the primary system in delayed nonlinear dynamical vibration absorber with different gains, where $\varepsilon \alpha = 0.6$, $\varepsilon \sigma_2 = 0$

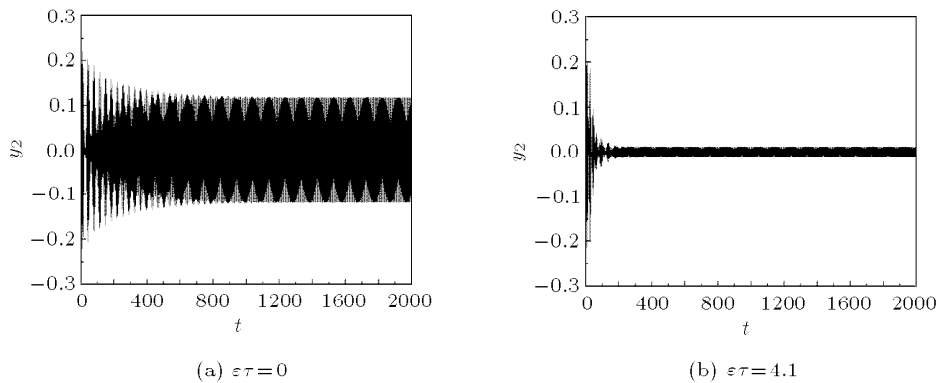


图 5 系统 (3) 和 (4) 的数值模拟
Fig.5 Numerical simulation for system (3) and (4)

具有无时滞非线性动力吸振器的主系统振幅约为 0.1, 而当时滞非线性动力吸振器的反馈增益系数和时滞量调节到最佳值 ($\varepsilon g \approx -0.11$, $\varepsilon \tau \approx 4.1$) 时, 主系统的振幅约由 0.1 减小到 0.01 左右, 减小了约 90%.

图 2 和图 4 还表明, 在某些时滞范围内时滞非线性动力吸振器不但不能达到对主系统减振的效果, 相反还会使主系统出现更复杂的运动. 为了验

证这些结论的可靠性, 取图 4(c) 的参数并且取时滞 $\varepsilon \tau = 5.0$ (位于 H_1 和 H_2 之间), 对系统 (3) 和 (4) 进行数值模拟, 结果见图 6, 其中 Poincaré 截面选择为

$$\Pi = \left\{ (y_1(t), \dot{y}_1(t), y_2(t), \dot{y}_2(t)) | t = \frac{2\pi}{\Omega}, t > 0 \right\}$$

图 6 表明主系统的周期运动失稳, 成为概周期运动, 与图 4(c) 的理论结果相吻合.

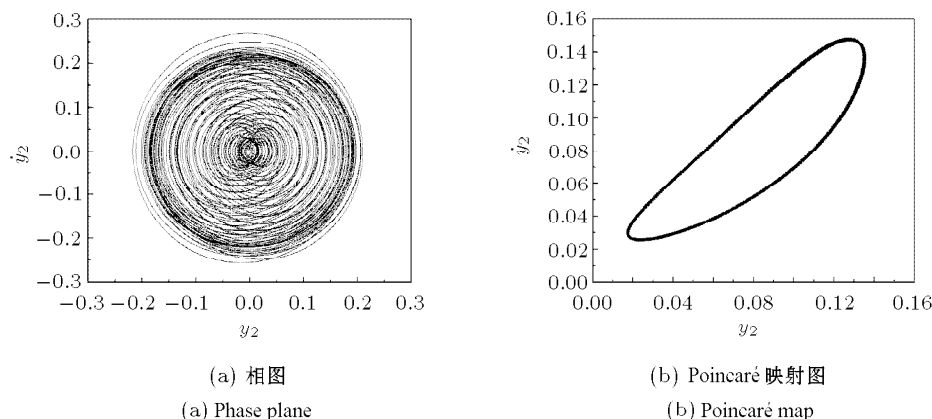


图 6 主系统的概周期运动

Fig.6 Quasi-periodic motion of the primary system

5 结论与讨论

本文在非线性动力吸振器减振系统中引进一个时滞状态反馈, 通过测得的外激励频率的大小调节反馈增益系数和时滞, 构成一个“时滞非线性动力吸振器”. 研究了时滞非线性动力吸振器对承受外激励的主系统减振的作用规律, 可被等效为时滞和非线性对一个两自由度振动系统的作用规律, 主要得到以下的一些结论:

(1) 可以采用“时滞非线性动力吸振器”对系统进行减振控制. 对某一特定的反馈增益系数, 存在时滞的某些区域范围, 在保证系统稳定的前提下, 时滞动力吸振器可以减小主系统的振动. 在时滞的这些区域内, 存在一个“最大减振点”, 能够在这一反馈增益系数下将主系统的振动减到最小.

(2) 对不同的反馈增益系数, 其“最大减振点”对应的主系统的振幅也不同. 因此能够找到一组反馈增益系数和时滞量调节的最佳值, 最大程度地减小主系统的振动.

(3) 与无时滞非线性动力吸振器对主系统的减振效果相比, 本文发现当反馈增益系数和时滞量调到最佳值时, 主系统的振动较无时滞非线性动力吸振

器可以减少 90% 左右, 说明时滞非线性动力吸振器比无时滞非线性动力吸振器具有更强的减振能力.

(4) 但是时滞非线性动力吸振器的调节也有一定的条件限制, 在某些时滞量的范围, 主系统的振幅通过 Hopf 分岔失去稳定性, 使得主系统出现概周期运动, 导致控制失效. 因此, 利用“时滞非线性动力吸振器”对主系统进行减振控制时, 必须研究反馈增益系数和时滞量调节带来的系统稳定性问题, 这也是本文研究的意义之一.

最后, 我们将本文的结果与已有其它减振控制方法得到的结论做一个简单的讨论. 首先, 时滞反馈控制是一个单通道控制问题, 其设计相对简单而且容易理解; 其次, 相比阻尼动力吸振器和非线性动力吸振器的控制, 时滞反馈控制是一个两参数控制问题, 反馈增益系数和时滞两参数都是可以独立调节的物理参数, 有更广阔的设计和调节空间. 从本文的研究结果可以看出, 与无时滞非线性动力吸振器相比, 时滞非线性动力吸振器对主系统的减振效果可以提高约 90%; 再次, 时滞非线性动力吸振器克服了时滞线性动力吸振器的缺陷. 事实上, 从控制效果上看, 时滞线性动力吸振器与通常的阻尼动

力吸振器减振效果相当, Olgac 和本文作者^[14]过去的研究中也体现了这一点. 从控制范围上看, 在无阻滞情况下与线性动力吸振器相比, Arnold^[16]的研究表明, 非线性动力吸振器在某些情况下具有更宽的减振频带. 在有时滞情况下, 与时滞线性动力吸振器比较, 本文的研究表明时滞量作为控制参数有更宽的稳定控制范围, 这意味着实践中更容易实现控制目标.

本文主要研究了非线性和时滞反馈控制的联合作用对系统减振的效果, 研究结果也表明非线性和时滞反馈联合控制的结果比较复杂, 机理也不甚清楚. 因此非线性和时滞反馈联合控制的优势还有待进一步进行实验的验证. 然而这样的实验具有相当的挑战性, 即使对于无阻滞非线性控制的实验也是相当困难的, 而非线性和时滞联合控制的实验就更加困难, 这是一个很有前景的研究方向, 也是我们今后研究中重点突破的一个难点.

参 考 文 献

- 1 欧进萍. 结构振动控制. 北京: 科学出版社, 2003. 1~2 (Ou Jin-ping. Structure Vibration Control. Beijing: Science Press, 2003. 1~2 (in Chinese))
- 2 Olgac N, McFarland DM, Holm-Hansen BT. Position feedback-induced resonance: the delayed resonator. *ASME Winter Annual Meeting*, 1992, 38:113~119
- 3 Olgac N, Holm-Hansen BT. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 176 (1): 93~104
- 4 Olgac N, Holm-Hansen BT. Design considerations for delayed-resonator vibration absorbers. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995, 121: 80~89
- 5 Renzulli ME, Roy RG, Olgac N. Robust control of delayed resonator vibration absorber. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7 (6): 683~691
- 6 Jalili N, Olgac N. Multiple delayed resonator vibration absorbers for multi-degree-of-freedom mechanical structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 223 (4): 567~585
- 7 Olgac N, Elmali H, Vijayan S. Introduction to the dual frequency fixed delayed resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 189 (3): 355~367
- 8 Olgac N, Jalili N. Modal analysis of flexible beams with delayed resonator vibration absorber: theory and experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 218 (2): 307~331
- 9 Olgac N, Huang C. A new method for multiple frequency vibration absorption. In: *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, Illinois, 2000. 2097~2101
- 10 Filipović D, Olgac N. Delayed resonator with speed feedback including dual frequency-theory and experiments. In: *Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control*. San Diego, USA, 1997. 2535~2540
- 11 Hosek M, Elmali H, Olgac N. A tunable torsional vibration absorber: the centrifugal delayed resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 205 (2): 151~165
- 12 Hosek M, Olgac N, Elmali H. Torsional vibration control of MDOF systems using the centrifugal delayed resonator. In: *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications*, Hartford, CT, 1997. 534~539
- 13 Jalili N, Olgac N. A quasi on-line tuning structure for optimum delayed feedback vibration absorber. In: *Proceedings of American Control Conference*. San Diego, California, 1999. 1550~1554
- 14 赵艳影, 徐鉴. 时滞动力吸振器及其对主系统振动的影响. *振动工程学报*, 2006, 19(4): 548~552 (Zhao Yanying, Xu Jian. Delayed resonator and its effects on vibrations in primary system. *Journal of Vibration Engineering*, 2006, 19(4): 548~552 (in Chinese))
- 15 Nayfeh A, Mook D. *Nonlinear Oscillations*, New York: Wiley, 1979. 51~62
- 16 Arnold FR. Steady-state behavior of system provided with non-linear dynamic vibration absorbers. *ASME, Journal of Mechanics*, 1955, 22(4): 487~492

MECHANISM ANALYSIS OF DELAYED NONLINEAR VIBRATION ABSORBER¹⁾

Zhao Yanying Xu Jian²⁾

(School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract In a two-degree-of-freedom system with delayed nonlinear dynamical vibration absorber, the method of multiple scales is employed to study its performance of vibration suppression. The amplitude-delay response curves of the primary system are obtained. The results show that for the delayed nonlinear dynamical vibration absorber, the gain and the delay may be tuned to control the vibration of the primary system. With the delay varying for a fixed gain, it is easy to see that the vibration can be suppressed at some values of the delay under the conditions that the system is stable. The “maximum vibration suppression point” may be predicted at which the amplitude of the primary system is the minimum for a fixed gain. For different values of the gain, the amplitudes of the primary system are different at their “maximum vibration suppression point”. Correspondingly, the optimum values of the gain and the delay may be obtained to suppress the amplitude of the primary system to a minimum. The results show that the vibration of the primary system can be suppressed about 90% when the optimum values of the gain and the delay are obtained by comparing with the nonlinear dynamical vibration absorber. All the present analytical predictions are in good agreement with the numerical simulation.

Key words nonlinear, feedback, delayed nonlinear dynamical vibration absorber, delayed linear dynamical vibration absorber

Received 6 February 2007, revised 6 November 2007.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China's Key Program (10532050) and the National Outstanding Young Scientists' Foundation of China (10625211).

2) E-mail: xujian@mail.tongji.edu.cn