

精度可控地基阻抗力的一种时域差分计算方法¹⁾

杜修力* 赵建锋^{†,2)} 韩 强*

*(北京工业大学城市与工程安全减灾省部共建教育部重点实验室, 北京 100022)

[†](青岛理工大学土木工程学院, 青岛 266033)

摘要 将集总参数模型与时域差分递归的滤波器模型相结合, 提出了一种可完整考虑基础阻抗函数中奇异项和正则项且精度可控的时域地基阻抗力的计算方法, 数值算例表明该方法在感兴趣的频域范围内对频率相关的阻抗函数拟合良好。

关键词 土 - 结构动力相互作用, 时域子结构法, 地基阻抗力, 阻抗函数, 数字滤波器

中图分类号: TU470+.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)01-0059-08

引 言

随着抗震计算理论的发展, 传统的结构动力响应分析模型中的刚性地基假定所存在的不足正日益引起人们的重视. 为了完整、准确地分析结构的地震反应, 考虑土 - 结构动力相互作用影响对于有些情况下是很重要的, 如高坝、核电站、高层建筑、大型桥梁等重大建构筑物的地震反应. 因此, 在结构抗震分析中考虑土 - 结构动力相互作用影响的研究已逐渐发展成为地震工程学科中的一个重要的研究方向, 这一研究方向也是地基基础振动、地下结构抗爆以及轨道运输引起的环境振动等领域所共同面临的课题. 考虑土 - 结构动力相互作用影响的结构非线性动力响应分析方法目前主要有两条途径^[1], 一是整体分析法, 二是时域子结构法. 前者可以完整、准确地考虑土体、结构介质中的非均匀、非线性因素以及土体 - 结构界面间的非线性动力相互作用, 但其所需的计算成本通常是难以被工程界接受的. 后者一般将地基土体视为线弹性介质并忽略土体 - 结构界面间动力相互作用中的非线性影响, 但其所需的计算成本大大低于前者. 因此, 时域子结构法受到了工程界的广泛重视. 时域子结构法的难点在于时域地基阻抗力的计算. 从数学上讲, 时域地基阻抗力可用基础阻抗函数与相应的输入物理量 (位移、速度或加速度) 的频域函数的卷积分来表示. 时域地基阻

抗力的卷积积分表达式的计算涉及土 - 结构动力相互作用研究方向的两个核心内容, 一是基础阻抗函数的计算, 二是上述卷积积分的实用化计算方法研究. 有关前者的分析的研究已有大量的成果, 且不是本文的研究重点, 有兴趣的读者可参考文献 [1]. 本文的重点是研究这里的第 2 个问题. 我们知道, 当阻抗函数的频率相关特性较弱时, 容易将阻抗函数较为准确地转换为时域的 Voigt 模型来表达时域地基阻抗力. 然而, 在实际问题中由于土层的不均匀性以及基础的形式和埋深等因素的影响, 基础阻抗函数随频率变化通常是很复杂的, 表现出强烈的频率相关性. 这就使得通过基础阻抗函数卷积积分表达的时域地基阻抗力的计算变得十分复杂和耗时. 这时依据基础阻抗函数的一般特性研究时域地基阻抗力的实用化计算方法就显得十分重要. 解决这一问题的有效途径是对地基阻抗函数进行简化处理, 使其既能反映基础动力阻抗函数的频率相关性特性的主要特征, 又避免复杂的卷积积分计算以便于在时域中实现.

目前, 针对基础频率相关阻抗函数时域转换的研究主要集中于两个方面, 一是通过集总参数模型 (质量 - 弹簧 - 阻尼器系统) 近似拟合阻抗函数^[2~10], 二是根据傅立叶逆变换的卷积积分的某些性质提出的快速积分算法^[11~16]. Lysmer 和 Richart^[2] 提出了一个由不随频率变化的质量 - 弹簧 - 阻尼器组成的集

2006-04-18 收到第 1 稿, 2007-10-18 收到修改稿.

1) 国家杰出青年基金 (50325826), 国家自然科学基金重大研究计划 (90715032) 和北京市教育委员会科学技术与研究生建设 (4700001401509) 资助项目.

2) E-mail: zhaojf@bjut.edu.cn

总参数模型, 通过这一模型来实现土 - 结构动力相互作用的时域分析. 国内外学者对此模型进行了进一步的完善, 取得了大量新的研究成果. 如: Wolf 和 Somaini^[3] 对于埋置基础提出了一个含有 5 个集总参数, 由两个质量块、两个阻尼器和 1 个弹簧组成的双自由度模型; Barros 与 Luco^[4] 提出了一个由 1 个质量块、两个阻尼器和两个弹簧组成的 5 参数模型; Jean^[5] 等人基于 Luco 等所提出的解答, 提出了 3 个自由度 10 参数模型; 栾茂田、林皋^[6] 进一步提出了一种双自由度 8 参数模型; 侯兴民、廖振鹏^[7] 系统研究了二阶 wolf 模型, 并分 3 种情况给出了表面矩形基础的二阶集总参数模型, 3 种情况都引入了 6 个参数和两个内部自由度; 金峰等^[8] 通过在感兴趣频率范围两端频率点动力阻抗函数近似地转换成与频率无关的等效弹簧 - 阻尼 - 质量系统并将其应用到拱坝 - 地基动力相互作用的时域分析中, Wu, Lee^[9] 采用分段多项式近似的方法, 提出了类似的一种系统集总参数模型有效地替代无限土体的动力行为, Wolf^[10] 给出了更为复杂的模型. 总体上讲这些与频率无关的集总参数模型, 由于其物理概念简单明晰, 在感兴趣的频率点上有一定的精度, 可以方便处理非线性结构动力反应问题. 但是它们存在的共同问题就是, 只能模拟个别频率点上的阻抗函数、至多可以在低频段的一个狭窄频段上近似拟合实际的阻抗曲线, 难以在较宽的频率范围内高精度地拟合实际的阻抗函数曲线, 而且也缺少集总参数模型与实际阻抗函数曲线拟合精度的一般性评价指标和方法. 实质上, 集总参数模型只能反映基础阻抗函数中不具有平方可积性的奇异性特征部分, 即相当于仅对应于瞬态影响的那部分. 反映延续影响、具有平方可积性、且变化复杂的正则特征部分则在模型中得到体现, 使得其计算精度的广泛适用性存在问题. 这也是集总参数模型通过引入更多参数来提高对阻抗函数曲线的整体拟合精度作用并不明显的原因所在. 在根据傅立叶逆变换的卷积分的某些性质和简化假定提出快速的积分算法方面, Wolf^[11] 提出通过把基础阻抗函数进行傅氏反变换获得一个时域脉冲反应的方法进行土 - 结构动力反应分析; Nakamura^[12,13] 通过将时域的阻抗力表述成位移历程和速度历程的函数来实现频率相关阻抗函数的时域化, 其实质也是时频变换中的一种快速算法; Yan 等^[14] 采用加速度脉冲响应函数表述相互作用力来提高计算精度, 并将加速度单位脉冲响应函数分解为一个线性函数和一个衰减到零的

残余函数的和. 为了避免复杂的卷积分计算, Wolf 等^[15] 提出时域递归方法来计算地基阻抗力, 其中递归方程的系数通过脉冲响应不变法在时域内计算获得; Wolf 等^[16] 又基于 Z 变换给出了利用频域阻抗函数的无限地基阻抗力时域递归计算方法, 并用最小二乘法通过频域两个频率多项式的比值来近似拟合阻抗函数获得递归参数, 使得某时刻的阻抗力由当前时刻的交界面位移以及前几时步的相互作用力与位移来计算; Safak^[17] 提出将模拟输入响应系统的时域差分递归模型用于时域地基阻抗力的表述, 能较好地模拟基础阻抗函数中的正则项特性, 且精度在一定条件下可通过调整相应的滤波器函数中的参数数目来控制, 极大地方便了考虑土 - 结构动力相互作用效应的结构非线性动力响应分析. 但由于时域差分递归模型不能完整反映基础阻抗函数的物理实质, 其相应的频域滤波器函数在 Nyquist 频率附近存在本质的缺陷, 即引入的滤波器在 Nyquist 频率点虚部为零, 这不符合基础阻抗函数的物理实质. 该文作者通过再引入一个高斯权重函数来修正原频域滤波器函数模型的方法来提高拟合精度, 事实上这一做法又减缩了拟合频段, 降低了对时域地基阻抗力的模拟精度.

结合集总参数法能够很好反映基础阻抗函数中奇异性特征部分和时域滤波器方法能够高精度拟合基础阻抗函数中变化复杂的正则特征部分的各自优点, 本文将集总参数模型与时域差分递归的滤波器模型相结合, 提出了一种可完整考虑基础阻抗函数中奇异项和正则项的简便、实用且精度可控的时域地基阻抗力的计算方法. 本文提出的方法最后将当前时刻的时域地基阻抗力的差分离散计算式表述为两项有明确物理意义的阻抗力之代数和, 一是由弹簧阻尼器集总参数模型代表的瞬态影响的阻抗力部分, 另一是由前几个时刻的时域地基阻抗力和输入物理量表示的反映延续影响的附加阻抗力部分.

1 基础阻抗函数

基础阻抗函数定义为施加在基础和土体界面上的谐振力 (或者弯矩) 和相应谐振位移 (或者转角) 的比值. 其反映基础周围土体的动力刚度, 不仅和激振频率相关, 而且和基础几何形状以及周围土体的动力特征有关.

在频域中, 基础 - 结构交界面上的相互作用力 - 位移关系可写为

$$F(\omega) = S(\omega)u(\omega) \quad (1)$$

其中, $S(\omega)$ 为基础的动力阻抗函数, $F(\omega)$ 和 $u(\omega)$ 分别为相互作用力和位移幅值. 对式 (1) 做傅立叶逆变换, 可以得到时域中的相互作用力 - 位移关系

$$F(t) = \int_0^t S(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (2)$$

其中, $S(t)$ 为位移单位脉冲响应函数. 基础动力阻抗函数 $S(\omega)$ 和位移单位脉冲响应函数 $S(t)$ 组成一个傅立叶变换对

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{i\omega t}d\omega \quad (3)$$

由于基础动力阻抗函数 $S(\omega)$ 不是平方可积的, 上面公式仅为一个形式解, 并不能直接用来计算相互作用力.

通常基础动力阻抗函数 $S(\omega)$ 可分解为奇异部分和正则部分之和, 表示为

$$S(\omega) = S_s(\omega) + S_r(\omega) \quad (4)$$

其中奇异部分不具有平方可积性, 可写为 $S_s(\omega) = K + i\omega C$, 正则部分 $S_r(\omega)$ 是平方可积的.

根据傅氏变换的线性性质, 基础 - 结构交界面上的相互作用力 - 位移关系可写为

$$F(t) = Ku(t) + C\dot{u}(t) + \int_0^t S_r(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (5)$$

其中, 右端前两项相应于瞬时响应, 第 3 项卷积相应于延续响应. 为了避免卷积计算的麻烦, 考虑使用时域滤波器的频域函数替代基础动力阻抗函数 $S(\omega)$ 中的正则部分 $S_r(\omega)$. 由于正则部分相应于延续响应部分, 与瞬时响应无关, 只需要在选择滤波器时令参数 $b_0 = 0$ 即可.

2 数字滤波器

从上节可以看出如果把位移作为输入, 延续响应引起的相互作用力作为输出, 根据数字信号处理知识, 对应于阻抗函数的位移与延续响应引起的相互作用力就构成了线性时不变 (LTI) 系统 (用于改变频谱形状的线性时不变系统也称为频率成形滤波器, 和频率选择滤波器一起, 统称为数字滤波器), 而频域阻抗函数的正则项就是该 LTI 系统的系统函数. 数字滤波器的功能是将一组输入的数字序列 (例如: 位移) 通过一定的运算后转变为另一组输出的数字序列 (例如: 相互作用力). 通常数字滤波器在时域

可以用差分方程来表示, 一个简单的数字滤波器可按下面的差分方程定义

$$y(t) = \sum_{i=0}^n b_i x(t-i\Delta t) - \sum_{i=1}^m a_i y(t-i\Delta t) \quad (6)$$

这里 $x(t)$ 和 $y(t)$ 分别为原始信号和滤出信号; a_i 和 b_i 表示过滤因子; m 和 n 则是滤波器的阶数; 方程中参数 t 表示时间, Δt 是采样时间间隔. 如果滤波因子 a_i 和 b_i 为常值, 该滤波称为时不变滤波, 如果它们随时间变换则称为时变滤波. 时变滤波可以用来表示非线性系统.

利用离散信号 Fourier 正负变换的定义, 可以得到

$$F[x(t)] = X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N x(t)e^{-i\omega t} \quad (7)$$

$$F[x(t-k\Delta t)] = e^{-i\omega k\Delta t} X(\omega) \quad (8)$$

其中 $F[x(t)]$ 和 $X(\omega)$ 都为 $x(t)$ 的傅立叶变换, N 是 $x(t)$ 的点数.

对式 (6) 两边都进行傅立叶变换并应用式 (7),(8), 可以得到

$$[1 + a_1 e^{-i\omega\Delta t} + \dots + a_m e^{-i\omega m\Delta t}]Y(\omega) = [b_0 + b_1 e^{-i\omega\Delta t} + \dots + b_n e^{-i\omega n\Delta t}]X(\omega) \quad (9)$$

定义 $H(\omega) = Y(\omega)/X(\omega)$, 并令

$$z = e^{i\omega\Delta t} \quad (10)$$

则方程 (9) 化为

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} \quad (11)$$

这里, $H(\omega)$ 为滤波器的频域转换函数, 也称滤波器的系统函数. 若滤波器系统函数分母多项式 $1 + a_1 p^{-1} + \dots + a_m p^{-m} = 0$ 的根满足条件: $|p_k| < 1$, $k = 1, 2, \dots, m$, 即所有根位于复平面单位圆内, 则该数字滤波器就是稳定的. p_k 也称为滤波器的极点, 对于稳定系统滤波器的极点常以共轭对的形式出现.

考虑离散时步 $\Delta t = 1/(2f_{\text{Nyquist}}) = \pi/\omega_{\text{Nyquist}}$, 则有 $z = \exp(i\pi\omega/\omega_{\text{Nyquist}})$. 当频率 ω 趋近于 Nyquist 频率 ω_{Nyquist} 时, 式 (6) 滤波器的频域转换函数 $H(\omega)$ 的虚部必然为零. 很显然, Δt 是人为选定的时间间隔, ω_{Nyquist} 随选定的离散时间间隔而变化, 而地基阻抗函数是不应随选定的时间间隔变

化的,上面 $H(\omega)$ 的虚部在 ω_{Nyquist} 时为零的性质显然不符合人们对地基阻抗函数的认识,由此带来了频率相关阻抗函数拟合上的困难。

本文用数字滤波器的系统函数替代基础动力阻抗函数 $S(\omega)$ 中的正则部分 $S_r(\omega)$,在采用最优化方法计算递归参数时统一确定相应于瞬态响应的奇异部分 $S_s(\omega) = K + i\omega C$ 的参数 K, C ,以及正则部分的参数 a_i 和 b_i 。由于正则部分相应于延续响应部分,与瞬时响应无关,在选择滤波器时令参数 $b_0 = 0$ 。本文拟合方法与文献 [17] 不同,所选择的拟合函数为 $K + i\omega C + H(\omega)$,既能反映基础动力阻抗函数的奇异部分,又能反映正则部分,也就不存在 Nyquist 频率附近不能很好拟合的问题。

3 参数的计算

由上述讨论可知,如果能把阻抗函数 $S(\omega)$ 转换为形如 $K + i\omega C + H(\omega)$,就可以获得类似方程 (6) 数字滤波器的 u 和 F 的关系式。结合集总参数模型和时域滤波器方法的优点,把基础频率相关的阻抗函数转换为弹簧-阻尼器模型并联一个数字滤波器,从而方便了频率相关阻抗函数的时域实现。

令

$$F(\omega) = S(\omega)U(\omega) = [K + i\omega C + H(\omega)]U(\omega) \quad (12)$$

同样,基础阻抗力也分为两部分的叠加

$$F(t) = Ku(t) + C\dot{u}(t) + \int_0^t H(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (13)$$

式 (12) 中基础频率相关阻抗函数 $S(\omega)$ 用 $K + i\omega C + H(\omega)$ 拟合后,频率相关的阻抗函数在频域内完全就可以由和滤波器的频域转换函数表达。只要弹簧阻尼常数 K, C 与滤波器函数 $H(\omega) = (b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n})/(1 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m})$ 中的参数确定,地基阻抗力就可以在时域递归计算为

$$F(t) = Ku(t) + C\dot{u}(t) + F_a(t) \quad (14)$$

其中

$$F'_d(t) = \sum_{i=1}^n b_i u(t - i\Delta t) - \sum_{i=1}^m a_i F'_d(t - i\Delta t) \quad (15)$$

参数 K, C, a_i 和 b_i 的确定是进行频率相关阻抗函数时域化的关键。选择参数 K, C, a_i 和 b_i 使拟合函数尽可能逼近阻抗函数 $S(\omega)$ 。这可以采用误差

函数最小化的方法来计算。

$$V = \sum_{\omega} W(\omega)[K + i\omega C + H(\omega) - S(\omega)]^2 \quad (16)$$

其中 $W(\omega)$ 为权重函数。权重函数的应用使得拟合函数和阻抗函数 $S(\omega)$ 在选定频率范围的拟合精度可以任意调整。

误差函数最小化的求解方法是一个函数寻优问题,可以通过多种优化算法来实现,比如遗传算法、单纯形等。本文确定系数 K, C, a_i 和 b_i 过程中,采用遗传算法来求解并利用 MATLAB 优化工具箱提供的优化函数,编写了 MATLAB 程序来计算系数 K, C, a_i, b_i 和拟合误差。

应用过程中的一个实际问题是选择合适的滤波器阶数, m 和 n 。一般来讲滤波器的阶数越高,拟合的精度就越好。然而,太高的 m 值可能导致滤波器的不稳定性同时还要增加计算量。由于采用了最优化理论算法进行参数计算,确定 K, C, a_i 和 b_i 需要一定的计算量来获得最优解,但比时域-频域混合法每一步都需要反复傅立叶变换和校核的计算量具有量级的优势。

数值算例表明,该方法只要在确定参数 K, C, a_i 和 b_i 时获得较好的拟合参数,结构动力时程分析中并不比刚性地基假定增加太多的计算量,而且其参数确定与系统的动力时程分析也是分别进行的,唯一需要注意的是参数拟合过程中需要考虑上节提到的系统稳定条件。该方法的计算误差也由所确定的参数对频率相关基础动力阻抗函数的拟合精度决定,因此为获得更高精度的拟合参数则需要稍增加参数拟合的计算量。通常 2 至 5 阶的参数就具有较高的精度,而集总参数模型即使增加了参数个数其拟合精度远不如本文方法理想,而计算工作量则大体相当。总体上讲,本文方法是一种近似处理方法,而时域-频域混合法从理论上来说是一种精确方法,但本文方法所需计算量确比后者有极大改进;与集总参数模型相比,计算工作量大体相当,本文则具有更好计算精度。

4 考虑土-结构动力相互作用的时域子结构方法

由上述可以看出,转换后基础抗力 $F(t)$ 的计算是完全时域的。应用的关键在于每一时间步需要保存前 m 步的附加荷载 $F_d(t)$ 和前 n 步的 $u(t)$,这需

要对标准时程分析程序做一简单修改. 时域子结构法中考虑土 - 结构动力相互作用影响的结构有限元动力平衡方程为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s(t) \\ \ddot{u}_b(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sb} \\ C_{bs} & C_{bb} + [c_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s(t) \\ \dot{u}_b(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sb} \\ K_{bs} & K_{bb} + [k_0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s(t) \\ u_b(t) \end{Bmatrix} = \\ & -\ddot{x}(t) \begin{Bmatrix} M_s \\ M_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ F_d(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

下标 s 代表结构而 b 代表刚性基础, $\ddot{x}(t)$ 表示地震加速度.

上式中的参数分别在拟合结果中取 $c_0 = C$, $k_0 = K$, $F_d(t) = \sum_{i=1}^n b_i u(t - i\Delta t) - \sum_{i=1}^m a_i F_d(t - i\Delta t)$.

上述动力平衡方程可以采用差分法或者积分法进行求解.

5 数值算例

采用两个简单数值算例说明该方法在土 - 结构动力相互作用系统时域动力分析中的应用.

算例 1 层状地基表面圆形无质量刚性基础

该算例是层状地基表面无质量圆形刚性基础的水平阻抗应用, 基础与其下部的土体固结接触, 基础模型如图 1 所示. 通常假定为无限柔性半空间土体上覆更为软弱的土层, 其计算参数为

$$H/r_0 = 1, V_s/V'_s = 0.8, \rho/\rho' = 0.85, \nu = \nu' = 0.25$$

为方便对比分析, 仅考虑水平方向的动力阻抗函数. 以上层土为材料的静力刚度为标准进行无量纲化, 该基础的水平阻抗函数的严格解析解^[18], 由式 (18) 给出

$$K(\omega) = K_0[K_1(a_0) + iC_1(a_0)] \quad (18)$$

其中 $a_0 = \omega r_0/V_s$, 为无量纲频率, $K_0 = 8Gr_0/(2 - \nu)$, 为基础水平静刚度. G , V_s 和 ν 分别为土体的剪切模量, 剪切波速和泊松比; r_0 为圆形表面基础的半径.

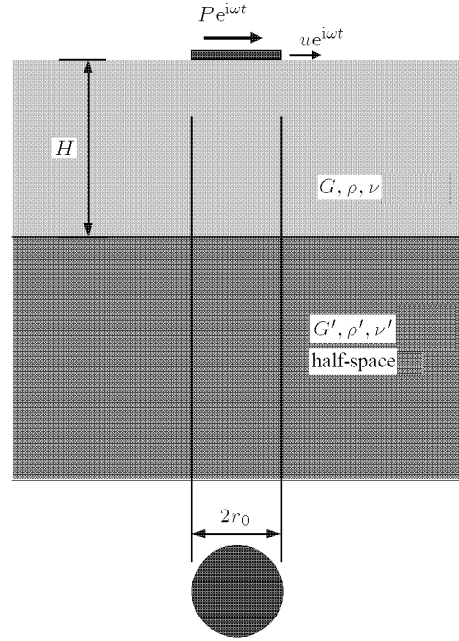


图 1 层状地基表面无质量圆形刚性基础

Fig.1 Circle rigid massless foundation on layered ground

刚度因子 $K_1(a_0)$ 和阻尼因子 $C_1(a_0)$ 随无量纲频率 a_0 的变化见图 2 中的实线^[19].

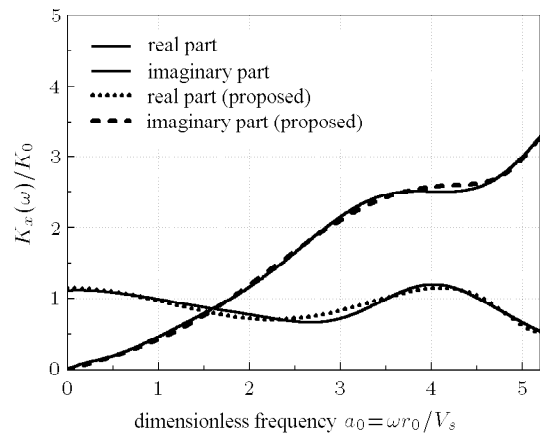


图 2 基础水平阻抗函数与拟合函数的比较

Fig.2 Comparison of foundation horizontal impedance function with the fitting function

采用所编写的 MATLAB 程序, 分别取滤波器的阶数 $m = 1$, $n = 3$. 拟合获得的参数见表 1.

表 1 拟合参数

Table 1 Fitting parameter

K	0.909 215
C	0.021 312
a_1	0.616 185
b_1	0.028 785
b_2	0.114 631
b_3	0.234 328

阻抗函数的频域拟合函数表达为

$$S(\omega) = K_0 \left(0.909215 + i\omega 0.021312 + \frac{0.028785z^{-1} + 0.114631z^{-2} + 0.234328z^{-3}}{1 + 0.616185z^{-1}} \right) \quad (19)$$

阻抗函数与拟合函数在频域的对比见图 2, 从图中可以看出, 在整个频域范围拟合的精度都很理想.

为进一步验证时域计算方法的可行性, 选择参数 $r_0 = 10\text{m}$, $V_s = 300\text{m/s}$, $\nu = 0.25$, $G = 180\text{MPa}$, 和水平荷载如图 3 的加载历程, 分别采用频域反算法 (精确的解析解)、本文给出的基础阻抗力的时域差分法、金峰的集总参数法和采用最小二乘法拟合的一组质量 - 弹簧 - 阻尼模型分别进行时域分析, 计算基础的位移时程如图 4 所示. 从图中可以看出本文方法和解析解吻合较好.

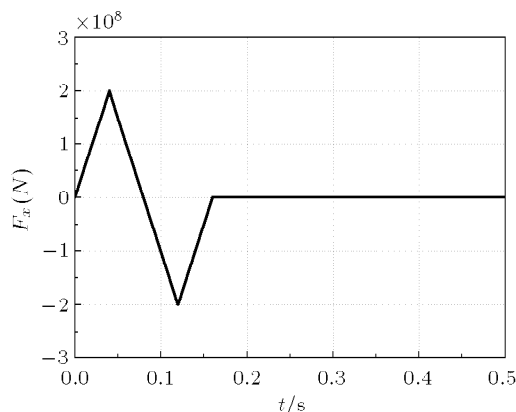


图 3 加载历程

Fig.3 Load history

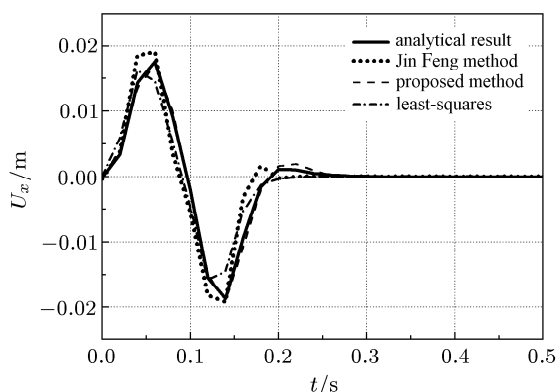


图 4 基础位移时程的比较

Fig.4 Comparison of foundation displacement history

算例 2 带有刚性承台的群桩基础

该算例考虑带刚性承台的 3×3 群桩基础的水平阻抗函数, 基础模型如图 5 所示. 计算参数为: 土

层阻尼比 $\beta_s = 0.05$, 土泊松比 $\nu = 0.4$, 桩间距与桩长比 $S/d = 5$, 桩土弹模比 $E_p/E_s = 1000$, 桩土密度比 $\rho_p/\rho_s = 1.42$, 桩长细比 $L/d = 15$.

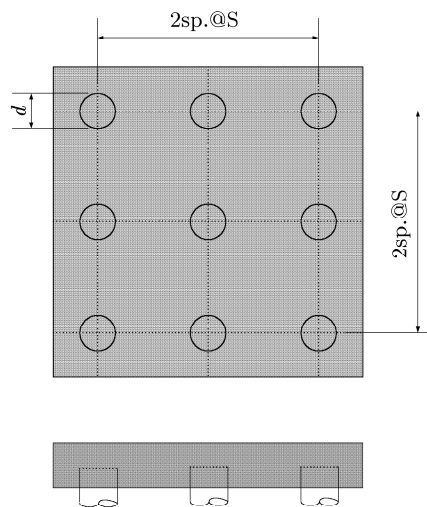


图 5 带有刚性承台的群桩基础模型

Fig.5 Model of pile group with rigid cap

仅考虑水平方向的动力阻抗函数. 以单桩水平静刚度为标准进行无量纲化, 该基础的水平阻抗函数的严格解析解^[20,21], 可由式 (20) 给出

$$K(\omega) = 9K_{SX}^{[1]} [K_1(a_0) + iC_1(a_0)] \quad (20)$$

其中 $a_0 = \omega d/V_s$ 为无量纲频率, $K_{SX}^{[1]}$ 为单桩水平静刚度, V_s 为土体的剪切波速, d 为桩直径.

刚度因子 $K_1(a_0)$ 和阻尼因子 $C_1(a_0)$ 随无量纲频率 a_0 的变化规律如图 6 中实线所示.

分别取滤波器的阶数 $m = 1, n = 3$, 拟合获得的参数见表 2.

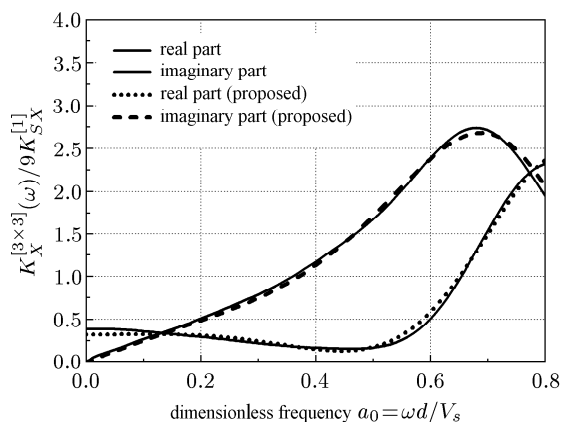


图 6 群桩基础水平阻抗函数与拟合函数的比较

Fig.6 Comparison of pile group horizontal impedance function with the fitting function

表 2 拟合参数

Table 2 Fitting parameter

K	0.656 621
C	0.010 399
a_1	0.321 242
b_1	-0.702 493
b_2	0.388 621
b_3	-0.129 370

阻抗函数的频域拟合函数表达为

$$S(\omega) = 9K_{SX}^{[1]} \left(0.656\,621 + i\omega 0.010\,399 + \frac{-0.702\,493z^{-1} + 0.388\,621z^{-2} - 0.129\,370z^{-3}}{1 + 0.321\,242z^{-1}} \right) \quad (21)$$

阻抗函数与拟合函数在频域的对比见图 6, 从图中可以看出, 在整个频域范围拟合的精度都很理想。

6 结 论

在考虑土 - 结构动力相互作用影响的结构非线性动力响应分析中, 基础与结构界面间的相互作用力的计算是关键问题之一。解决这一问题的方法目前主要有两条途径, 一是整体分析法, 二是时域子结构法。前者可以完整、准确地考虑土体、结构介质中的非均匀、非线性因素以及土体 - 结构界面间的非线性动力相互作用, 但其所需的计算成本通常是难以工程界接受的。后者一般将地基土体视为线弹性介质并忽略土体 - 结构界面间动力相互作用中的非线性影响, 但其所需的计算成本大大低于前者。因此, 时域子结构法受到了工程界的广泛重视。时域子结构法的难点在于时域地基阻抗力的计算, 由于基础阻抗函数随频率变化复杂, 这就使得通过基础阻抗函数卷积积分表述的时域地基阻抗力的计算变得十分复杂和耗时。为了简化时域地基阻抗力的计算, 已提出了各种集总参数模型。集总参数模型反映了基础阻抗函数中不具有平方可积性的奇异特征部分, 仅相当于瞬态影响, 而反映延续影响、具有平方可积性、且变化复杂的正则特征部分则未得到体现, 使得其计算精度的广泛适用性存在问题。Safak 提出将时域差分递归模型用于时域地基阻抗力的表述, 较好地模拟了基础阻抗函数中的正则项特性, 且精度在一定条件下可通过调整相应的滤波器函数中的参数数目来控制。但由于时域差分递归模型不能完整反映基础阻抗函数的物理实质, 其相应的滤波器函数在 Nyquist 频率附近存在本质的缺陷, 这就降低了对时域地基阻抗力的模拟精度。本文将集总参数模型与时域差分递归的滤波器模型相结合,

提出了一种可完整考虑基础阻抗函数中奇异项和正则项的简便、实用且精度可控的时域地基阻抗力的计算方法。数值算例表明该方法能在感兴趣的频域范围内对频率相关的阻抗函数进行理想的拟合, 而且能方便地植入标准时程分析程序中。

该方法具有以下优点:

(1) 完整考虑了基础阻抗函数中奇异项和正则项, 物理意义明确, 而且容易在标准时程分析序中实现;

(2) 通过调整滤波器的阶数可以控制拟合精度;

(3) 通过选择权重函数可对感兴趣的频段进行高精度的拟合, 而且能自由选择拟合频段;

(4) 该方法不仅可以应用在土 - 结构动力相互作用问题中, 而且可以推广到各种频率相关函数时域计算问题中去。

参 考 文 献

- 1 Wolf J.P. Dynamic Soil-structure Interaction. Prentice-Hall, 1985
- 2 Lysmer J, Richart F.E. Dynamic response of footings to vertical loading. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1969, 95(4): 65~91
- 3 Wolf J.P. Somaini D.R. Approximate dynamic model of embedded foundation in time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986, 14(5): 683~703
- 4 De Barros, Lúcio J.F. Discrete models for vertical vibrations of surface and embedded foundation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990, 19(2): 289~303
- 5 Jean W.Y., Ling T.W., Penzien J. System parameter of soil foundation for time domain dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990, 19: 541~553
- 6 栾茂田, 林皋. 地基动力阻抗的双自由度集总参数模型. 大连理工大学学报, 1996, 36(4): 477~482 (Luan Maotian, Lin Gao. 2-DOF lumped-parameter model of dynamic impedances of foundation soils. *J of Dalian University of Technology*, 1996, 36(4): 477~482 (in Chinese))
- 7 侯兴民, 廖振鹏. 表面矩形基础阻抗函数的集中参数模型. 地震工程与工程振动, 1999, 19(4): 6~13 (Hou Xingmin, Liao Zhenpeng. Lumped parameter models for impedance matrix of rigid rectangular foundations of the half-space. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1999, 19(4): 6~13 (in Chinese))
- 8 金峰, 张楚汉, 王光纶. 拱坝 - 地基动力相互作用的时域模型. 土木工程学报, 1997, 30(1): 43~50 (Jin Feng, Zhang Chuhan, Wang Guanglun. A time domain model of arch dam-rock foundation interaction. *China Civil Engineering Journal*, 1997, 30(1): 43~50 (in Chinese))
- 9 Wu W.H., Lee W.H. Systematic lumped-parameter models for foundations based on polynomial-fraction approximation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2002, 31(7): 1383~1412
- 10 Wolf J.P. Spring-dashpot-mass models for foundation vibrations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1997, 26: 931~949

- 11 Wolf JP, Obernhuber P. Nonlinear soil-structure interaction analysis using dynamic stiffness or flexibility of soil in the time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1985, 13: 195~212
- 12 Nakamura N. A practical method to transform frequency dependent impedance to time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2006, 35(2): 217~231
- 13 Nakamura N. Improved methods to transform frequency-dependent complex stiffness to time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2006, 35(8): 1037~1050
- 14 Yan JY, Zhang CH, Jin F. A coupling procedure of FE and SBFE for soil-structure interaction in time domain. *Int J for Numerical Method in Eng*, 2004, 59(11): 1453~1471
- 15 Wolf JP, Motosaka M. Recursive evaluation of interaction forces of unbounded soil in the time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1989, 18(3): 345~363
- 16 Wolf JP, Motosaka M. Recursive evaluation of interaction forces of unbounded soil in the time domain from dynamic-stiffness coefficients in the frequency domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1989, 18(3): 365~376
- 17 Safak E. Time-domain representation of frequency-dependent foundation impedance functions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2006, 26(1): 65~70
- 18 Veletsos AS, Wei YT. Lateral and rocking vibrations of footings. *ASCE J Soil Mech Found Div*, 1971, 97(SM 9): 1227~1248
- 19 Luco JE. Impedance functions for a rigid foundations on a layered medium. *Nuclear Engineering and Design*, 1974, 31: 204~217
- 20 Makris N, Gazetas G. Dynamic pile-soil-pile interaction Part II: Lateral and seismic response. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, 21(2): 145~162
- 21 Makris N, Gazetas G. Displacement phase differences in a harmonically oscillating pile. *Geotechnique*, 1993, 43(1): 135~150

ACCURACY CONTROLLABLE TIME-DOMAIN DIFFERENCE APPROACH TO CALCULATE FOUNDATION RESISTING FORCE ¹⁾

Du Xiuli* Zhao Jianfeng^{†,2)} Han Qiang*

*(Key Lab. for Urban Security & Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

[†](College of Civil Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract Interaction forces between foundation and structure is one of key problems in nonlinear dynamic response analysis of structures accounting for soil-structure dynamic interaction. Currently there are two kinds of methods dealing with it: one is the direct integrity analysis approach, and the other is time-domain substructure approach. Because of far less computational cost comparison to the former, the time-domain substructure approach is very important in engineering. The fact that foundation impedance complexly varies with frequency makes the calculation of time-domain foundation resisting force time-consuming. To simplify the calculation of the time-domain foundation resisting force, many lumped-parameter models have been proposed. Lumped-parameter model reflects the singular component of foundation impedance which is not square integrable and corresponds to simultaneous effect. Nevertheless the regular component can not be reflected accurately, which corresponds to time-delay effect and can be square integrable. The time-domain recursive model proposed by Safak (2006), used for representing the time-domain foundation resisting force, can simulate the regular component of foundation impedance. But the whole essential of foundation impedance can not be reflected in this model because the corresponding filter function has intrinsically limitation at Nyquist frequency. Thus, the time-domain foundation resisting force can not be simulated accurately. Combining the lumped-parameter model and the time-domain difference recursive filter model, a time-domain difference approach of accuracy controllable foundation resisting force is proposed. Numerical results demonstrate that the proposed procedure can perfectly fit the frequency dependent impedance in an interested frequency band.

Key words soil-structure dynamic interaction, time-domain substructure method, foundation resisting force, impedance function, digital filter

Received 18 April 2006, revised 18 October 2007.

1) The project supported by the National Outstanding Youth Foundation (50325826), the National Natural Science Foundation of China (90715032) and Beijing Municipal Commission of Education Science and Graduate Construction Project (4700001401509).

2) E-mail: zhaojf@bjut.edu.cn