

圆锥泡声致发光气泡动力学过程的理论分析¹⁾

何寿杰^{*,2)} 哈 静^{**} 李雪辰^{*} 李 庆^{*} 王 龙[†]

^{*}(河北大学物理科学与技术学院, 保定 071002) ^{**}(河北农业大学理学院, 保定 071001)

[†](中国科学院物理研究所, 北京 100080)

摘要 在绝热压缩模型的基础上, 详细讨论了圆锥泡声致发光中气泡运动的动力学过程, 得到了气泡塌陷速度方程、气泡内压强方程以及温度方程. 结果显示在气泡进入圆锥腔的初始阶段, 气泡的塌陷速度随着压缩半径的不断减小近似线性地增加; 然后随着压缩半径的进一步减小, 气泡塌陷的加速度逐渐减小; 当气泡塌陷速度达到最大值后, 随着气泡压缩半径的进一步减小, 塌陷速度迅速下降至零. 在假设初始气压为 1000 Pa 的基础上, 理论分析得到气泡的最高塌陷速度可以达到 5.8 m/s; 气泡的最小压缩半径可以达到 1.37 cm, 相应的气泡内极限压强超过 4.5×10^5 Pa, 极限温度超过 3150 K, 而液流能够提供给气泡的能量达到 0.02 J. 理论推导得到的结果可以比较好地用来解释实验中的现象. 最后分析得到气泡内的初始气压对气泡所能达到的极端条件有着重要的影响.

关键词 圆锥泡声致发光, 塌陷速度方程, 绝热压缩, 压缩半径, 压强

中图分类号: O354 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2007)06-0727-05

引 言

空化发光是指液体中的气泡在塌陷过程中的发光现象. 用来产生空化发光的最普遍的方法是利用超声激励液体中的微小气核, 从而引起气泡的生长、膨胀、塌陷和发光, 这种现象称为声致发光^[1]. 除了可以利用超声激励获得气泡的空化发光以外, 还有其他一些方法, 例如刹管法^[2]、水锤法^[3]以及激光法^[4]等, 上述这些方法产生的气泡发光现象习惯上也称为声致发光.

通常利用超声激励的方法获得的声致发光光强很弱, 这就给实验的测量带来了困难, 于是人们提出了各种方法增强其发光强度^[5]. 本研究小组在前期的工作中建立了一套 U 型管圆锥泡发光装置, 已经证实利用这套装置可以产生超强的发光脉冲, 同时测量得到了不同实验条件下的发光脉冲和发光光谱^[6~8]. 但是由于装置的不透明性, 气泡的实际运动过程没有办法从实验中观察得到. Rayleigh 方程已经被证实是描述气泡运动很好的工具^[9], 但是 Rayleigh 方程模型认为气泡在塌陷过程中能够维持较好的球对称性, 而本实验中的气泡在进入圆锥腔

后的塌陷过程中应该保持为圆锥状; 而且 Rayleigh 方程主要适用于超声激励产生的声致发光方式, 而本实验为流体动力学发光, 因此必须建立新的理论研究气泡的运动过程. 本文在绝热压缩模型基础上从理论上分析了气泡的动力学过程, 得到了气泡塌陷速度、气泡内的压强以及温度等随气泡压缩半径变化的方程, 这对分析实验结果以及揭示声致发光的发光机制具有一定的参考价值.

1 实验装置

实验装置是在 Leighton 等^[10]的实验装置基础上建立起来的, 见图 1. 装置的主体部分为一 U 型不锈钢弯管, 弯管的内直径为 2.6 cm, 高 0.4 m. 在管的右端接有一个半角宽度为 30° 的圆锥腔, 其底部的内直径和管的内直径相同. 为了测量需要, 在圆锥顶端开了一个圆孔, 一个金属盖通过与圆锥的螺纹连接把一块蓝宝石片压在圆锥端的小孔上面. 为了在测量光脉冲和光谱时插入光纤, 在金属盖中心打了一个直径 1.1 cm 的圆孔. 弯管的另一端与一个快速电磁放气阀相连接, 并且把电磁放气阀连接到一个气囊上. 气囊内充有一定压强的气体, 通常为

2007-03-21 收到第 1 稿, 2007-09-17 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (20273077) 和河北大学校内青年基金 (2005Q06) 资助项目.

2) E-mail: heshouj@mail.hbu.edu.cn

1.013×10^5 Pa 的氩气, 具体的操作步骤见文献 [6~8]. 简而言之, 通过抽真空, 管内气压迅速下降; 然后打开左臂上端的电磁放气阀, 则气囊内的氩气快速进入左臂空间. 由于左右两臂间的巨大压力差, 左臂内的液体迅速地流向右臂, 右臂上端的气体得到迅速的压缩进入圆锥腔, 产生空化发光.

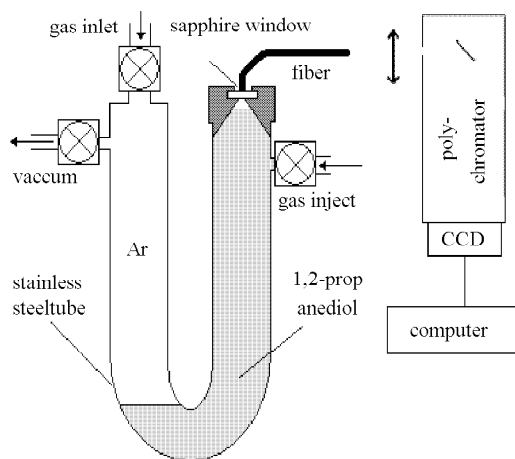


图 1 圆锥泡声致发光实验装置图

Fig.1 Schematic diagram of the conical bubble sonoluminescence apparatus

2 气泡运动过程的理论分析

如上所述, 打开左端口放气阀后, 由于左右两端巨大压力差, 右管中液流迅速上升进入圆锥腔内部.

图 2 为气泡进入圆锥腔后塌陷阶段的示意图,

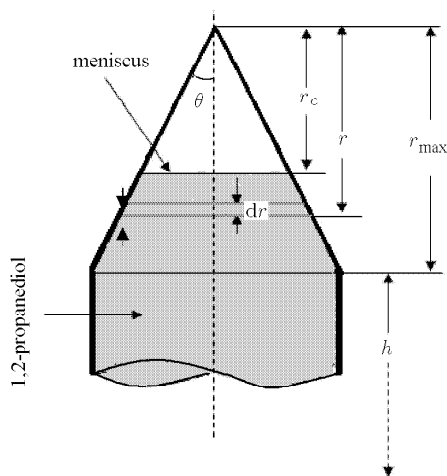


图 2 气泡在圆锥腔内塌陷阶段示意图

Fig.2 Schematic diagram of the conical bubble collapse in the cone

r_c 表示从液面至圆锥腔顶端的距离, 即气泡压缩半径. r 表示从圆锥腔内液流的任意位置处至圆锥腔顶端的距离, $r_{\max}$ 表示圆锥腔的总高度, $r_{\max} = 2.25 \times 10^{-2}$ m. 下面分别讨论液流从开始运动到气泡压缩半径为 r_c 过程中液流两端气体对其所做的功以及压缩半径为 r_c 时液流所具有的动能.

2.1 气体对液流所做功

由于气泡的整个塌陷时间极短, 所以可以近似认为气泡的运动过程是绝热的. 如果初始时液面距圆锥腔基部的距离为 l_0 , 而此时对应的气泡内初始气压为 P_{g,T_i} , 当液面运动到距圆锥腔基部的距离为 l 时气泡内的压强为 $P_{g,T}$. 那么, 根据绝热方程, 在液流进入圆锥腔前

$$P_{g,T_i}(A_0 l_0 + V_{\text{cone}})^\gamma = P_{g,T}(A_0 l + V_{\text{cone}})^\gamma \quad (1)$$

其中 V_{cone} 表示圆锥腔的体积, γ 表示气体的比热容比, A_0 表示 U 型管管臂内截面的表面积.

由式 (1)

$$P_{g,T} = P_{g,T_i} \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{cone}}}{A_0 l + V_{\text{cone}}} \right)^\gamma \quad (2)$$

如果假设左端口注入气体压强为 P_0 , 那么, 在液流从开始运动到到达圆锥腔基部, 液流两端气体对其做功为

$$\begin{aligned} W &= \int_{l_0}^0 (P_{g,T} - P_0) A_0 dl = \\ &= \int_{l_0}^0 \left[P_{g,T_i} \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{cone}}}{A_0 l + V_{\text{cone}}} \right)^\gamma - P_0 \right] A_0 dl = \\ &= A_0 P_0 l_0 + P_{g,T_i} (A_0 l_0 + V_{\text{cone}})^\gamma \frac{1}{1-\gamma} [(V_{\text{cone}})^{1-\gamma} - \\ &= (V_{\text{cone}} + A_0 l_0)^{1-\gamma}] \end{aligned} \quad (3)$$

当液流进入圆锥腔以后, 由绝热方程得

$$P_{g,i} \left(\frac{\pi}{3} r_{\max}^3 \tan^2 \theta \right)^\gamma = P_g \left(\frac{\pi}{3} r_c^3 \tan^2 \theta \right)^\gamma \quad (4)$$

其中 $P_{g,i}$ 表示液流表面到达圆锥腔基部时气泡内的压强, 由式 (2) 可得, P_g 表示气泡的压缩半径为 r_c 时气泡内的压强.

由式 (2) 和式 (4) 可得

$$P_g = \left(\frac{r_{\max}}{r_c} \right)^{3\gamma} P_{g,T_i} \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{cone}}}{V_{\text{cone}}} \right)^\gamma \quad (5)$$

上式即为气泡的压缩半径为 r_c 时气泡内的压强方程. 另外, 我们还可以得到气泡内的温度方程, 即

$$T_c = \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{cone}}}{(\pi/3) r_c^3 \tan^2 \theta} \right)^{\gamma-1} T_i \quad (6)$$

其中 T_i 表示气泡内的初始温度, 大约为 300 K; T_c 表示压缩半径为 r_c 时气泡内的温度.

那么, 从液面到达圆锥腔基部到气泡的压缩半径为 r_c 的过程中, 两端气体对其做功为

$$W_c = \int_{r_{\max}}^{r_c} (P_g - P_0) \pi (r \tan \theta)^2 dr = \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta \left[P_0 (r_{\max}^3 - r_c^3) + \frac{P_{g,i} r_{\max}^{3\gamma}}{\gamma - 1} (r_{\max}^{3(1-\gamma)} - r_c^{3(1-\gamma)}) \right] \quad (7)$$

通过上面的讨论可知, 从液流开始运动到气泡的压缩半径为 r_c 的过程中两端气体对液流做的总功为 $W + W_c$.

2.2 液流所具有的动能

下面计算气泡压缩半径为 r_c 时液流所具有的动能.

如图 2 所示, 假定液体是不可压缩的, 则在 dt 时间内流过 r 表面处的液流体积应等于流过 r_c 表面处液流的体积, 即

$$\dot{r}_c dt \pi r_c^2 \tan^2 \theta = \dot{r} dt \pi r^2 \tan^2 \theta \quad (8)$$

所以

$$\dot{r}_c / \dot{r} = r^2 / r_c^2 \quad (9)$$

其中 $\dot{r}_c = \frac{dr_c}{dt}$, 表示液面处的速度, 即气泡的塌陷速度; $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ 表示液流在 r 表面处的速度.

假设圆锥腔基部, 即位于 $r_{\max}$ 处的液流速度为 v , 由式 (9) 可得 $v / \dot{r}_c = r_{\max}^2 / r_c^2$, 再由式 (9) 可得

$$\dot{r} = \frac{\dot{r}_c \cdot r_{\max}^2}{r^2} = \frac{v \cdot r_{\max}^2}{r^2} \quad (10)$$

如图 2 所示, 在 r 处取一小的体积元, 假设厚度为 dr , 此体积元溶液具有的动能为:

$$\frac{1}{2} \rho \pi (r \tan \theta)^2 dr \left(\frac{v \cdot r_{\max}^2}{r^2} \right)^2, \text{ 其中 } \rho \text{ 为液体的密度.}$$

那么, 圆锥腔内液流的动能可以通过积分求得

$$\Phi_{KE,C} = \int_{r_c}^{r_{\max}} \frac{1}{2} \rho \pi (r \tan \theta)^2 \left(\frac{v \cdot r_{\max}^2}{r^2} \right)^2 dr = \frac{1}{2} \rho \pi \tan^2 \theta r_{\max}^4 v^2 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \quad (11)$$

而在 U 型管管臂内的液体, 其流速应相等, 均为 v , 具有的动能为

$$\Phi_{KE,T} = A_0 \rho h v^2 / 2 \quad (12)$$

其中 h 表示当压缩半径为 r_c 时, 管臂中液流的长度. 显然, 当液流进入圆锥腔后, h 与 r_c 的量值有

关. 由于液体是不可压缩的, 因此液流总的体积不变, 即

$$\frac{\pi}{3} \tan^2 \theta (r_{\max}^3 - r_c^3) + A_0 h = A_0 h_i \quad (13)$$

所以 $A_0 h = A_0 h_i - \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta (r_{\max}^3 - r_c^3)$, 其中 h_i 为液体在 U 型管中的初始长度 (即未开始压缩时的长度). 则管内液流动能为

$$\Phi_{KE,T} = \frac{[A_0 h_i - (\pi/3) \tan^2 \theta (r_{\max}^3 - r_c^3)] \rho v^2}{2} \quad (14)$$

最后, 如果忽略液体的黏滞力以及能量损失等因素, 两端气体对液流所做的功与液流所具有的动能相等

$$W + W_c = \Phi_{KE,T} + \Phi_{KE,C}$$

即

$$A_0 P_0 l_0 + P_{g,T_i} (A_0 l_0 + V_{\text{conc}})^{\gamma} \frac{1}{1-\gamma} \left[(V_{\text{conc}})^{1-\gamma} - (V_{\text{conc}} + A_0 l_0)^{1-\gamma} \right] + \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta \left[P_0 (r_{\max}^3 - r_c^3) + P_{g,T_i} \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{conc}}}{V_{\text{conc}}} \right)^{\gamma} \frac{r_{\max}^{3\gamma}}{\gamma - 1} (r_{\max}^{3(1-\gamma)} - r_c^{3(1-\gamma)}) \right] = \frac{1}{2} \rho \pi \tan^2 \theta r_{\max}^4 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \left(\frac{\dot{r}_c r_c^2}{r_{\max}^2} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left[A_0 h_i - \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta (r_{\max}^3 - r_c^3) \right] \left(\frac{\dot{r}_c r_c^2}{r_{\max}^2} \right)^2 \quad (15)$$

从式 (15) 解得 $\dot{r}_c$ 的表达式

$$\dot{r}_c = \left(\frac{r_{\max}^2}{r_c^2} \right) \left\{ A_0 P_0 l_0 + P_{g,T_i} (A_0 l_0 + V_{\text{conc}})^{\gamma} \frac{1}{1-\gamma} \cdot [(V_{\text{conc}})^{1-\gamma} - (V_{\text{conc}} + A_0 l_0)^{1-\gamma}] + \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta \left[P_0 (r_{\max}^3 - r_c^3) + P_{g,T_i} \left(\frac{A_0 l_0 + V_{\text{conc}}}{V_{\text{conc}}} \right)^{\gamma} \frac{r_{\max}^{3\gamma}}{\gamma - 1} (r_{\max}^{3(1-\gamma)} - r_c^{3(1-\gamma)}) \right] \right\}^{1/2} \times \left\{ \frac{1}{2} \rho \pi \tan^2 \theta r_{\max}^4 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_{\max}} \right) + \frac{\rho}{2} \left[A_0 h_i - \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta (r_{\max}^3 - r_c^3) \right] \right\}^{1/2} \quad (16)$$

上式即为气泡压缩半径为任意值时的塌陷速度方程, 代入相应的实验数据可以得到压缩半径 r_c 与气泡塌陷速度 $\dot{r}_c$ 的关系. 前期的实验中发现当 $P_{g,T_i} = 1000 \text{ Pa}$ 时可以得到较强的发光脉冲^[7], 因此我们取

此值为气泡内初始气压值,而实验中由左管端口冲入的气体为氩气,其压强 $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$, 比热容比 $\gamma = 5/3$. 实验中用到的液体为 1, 2 - 丙二醇, 密度 $\rho = 1.0381 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 另外, $V_{\text{cone}} = 3.97 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, $h_i = 0.6 \text{ m}$, $l_0 = 0.05 \text{ m}$, $A_0 = 5.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. 把上述实验数据代入, 可得图 3.

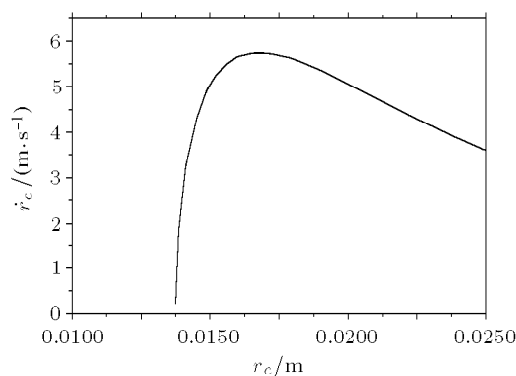


图 3 气泡的塌陷速度与气泡压缩半径关系图
Fig.3 Velocity of bubble collapsing as a function of the radius of bubble

从图 3, 图 4 中可以看到: 在气泡进入圆锥腔的初始阶段, 气泡的塌陷速度随着压缩半径的不断减小近似线性地增加; 然后随着压缩半径的进一步减小, 气泡塌陷的加速度逐渐减小; 当气泡的压缩半径达到约 1.6 cm 时, 气泡的塌陷速度达到最大值, 约为 5.8 m/s; 随着气泡压缩半径的进一步减小, 塌陷速度迅速下降; 最后, 当气泡压缩半径达到约 1.37 cm 时, 气泡的塌陷速度减小为 0. 由上面的分析可以得到, 气泡的最小压缩半径应该在 1.37 cm 左右.

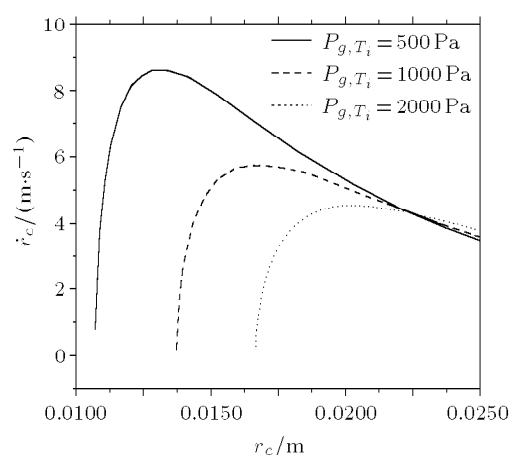


图 4 不同初始气压下气泡塌陷速度的变化图
Fig.4 Velocity of bubble collapsing at different initial pressure within the bubble

3 结果与讨论

在假设气泡的最小压缩半径为 1.37 cm 的基础上, 我们可以估算气泡内所处的极端条件, 并与实验结果比较. 从气泡的温度方程 (6) 可以得到气泡内部的塌陷温度可以达到 3 150 K, 而实验中得到的塌陷温度大约为 2 500 K~3 800 K, 理论计算结果与实际测量结果基本相符. 之所以在有的测量中可以得到比理论结果更高的温度, 一方面可能是由于我们对初始气压的测量不太准确, 实际气压比 1 000 Pa 要低. 而由图 4 所示, 初始气压对气泡的最小压缩半径影响很大, 因此压缩半径小于 1.37 cm, 从而造成比较高的塌陷温度. 气泡内的压强可以从 (5) 式计算得到, 大约为 $4.5 \times 10^5 \text{ Pa}$, 这就说明了为何在前期实验中, 当我们利用 1.5 cm 厚的石英块作为窗口时, 石英块被屡次击穿. 另外, 如果假设液流的动能全部转换为气体的内能, 由式 (3) 和式 (7) 可以估算得到液流能够提供给气泡的能量可以达到 0.02 J, 而超声声致发光中的气泡能够得到的最高能量只有 $1.73 \times 10^{-7} \text{ J}$ 左右 [11]. 因此圆锥泡可以获得的能量远远高于超声激励方式产生的气泡获得的能量, 这就解释了利用本装置产生的单个发光脉冲能量比超声激励方式得到的单泡声致发光的光脉冲能量高几个量级 [8].

最后, 如图 4 所示, 气泡内的初始气压对于气泡的塌陷速度有着重要的影响, 通过降低初始气压可以明显提高气泡的最高塌陷速度以获得更高的极端条件, 这与实验中的结果是相符的.

4 结 论

本文从绝热压缩模型出发, 比较详细地讨论了圆锥泡声致发光中气泡运动的动力学过程, 得到了气泡塌陷速度、气泡内压强以及气泡内温度的表达式. 结果显示在气泡进入圆锥腔的初始阶段, 气泡的塌陷速度随着压缩半径的不断减小近似线性的增加; 然后随着压缩半径的进一步减小, 气泡塌陷的加速度逐渐减小; 当气泡的塌陷速度达到最大值后, 随着气泡压缩半径的进一步减小, 塌陷速度迅速下降至零. 在假设初始气压为 1 000 Pa 的基础上, 讨论了气泡内所处的极端条件, 结果显示与实验中测量得到的结果基本相符, 并且可以比较好地解释实验中的现象. 气泡的塌陷速度与各实验参数关系式的获得为实验装置的改进以及实验结果的分析提供了重要的理论依据.

参 考 文 献

- 1 Jeffrey AK, Robert EA. Experimental validation of the dissociation hypothesis for single bubble sonoluminescence. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 4991~4994
- 2 Chen Qidai, Wang Long. Production of large size single transient cavitation bubbles with tube arrest method. *Chinese Phys*, 2004, 13: 564~570
- 3 Su CK, Camara C, Kappus B. Cavitation luminescence in a water hammer: Upscaling sonoluminescence. *Physics of Fluid*, 2003, 15: 1457~1461
- 4 Ohl CD, Lindau O, Lauterborn W. Luminescence from spherically and aspherically collapsing laser induced bubbles. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 393~396
- 5 Barber BP. Defining the unknowns of sonoluminescence. *Phys Rep*, 1997, 281(65): 144
- 6 何寿杰, 陈岐岱, 王龙. 圆锥气泡声致发光光脉冲和光谱. 物理学报, 2005, 54: 977~981 (He Shoujie, Chen Qidai, Wang Long. The light pulses and spectra of conical bubble sonoluminescence. *Acta Phys Sin*, 2005, 54: 977~981 (in Chinese))
- 7 He SJ, Ai XC, Dong LF, et al. Conical bubble photoluminescence from rhodamine 6G in 1,2-propanediol. *Chinese Physics*, 2006, 15: 1615~1620
- 8 Chen QD, Fu LM, Ai XC, et al. Ultrabright cavitation luminescence generation and its time-resolved spectroscopic characterization. *Phys Rev E*, 2004, 70: 047301
- 9 Rayleigh Lord. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Phil Mag*, 1917, 34: 94
- 10 Leighton TG, Ho WL, Flaxman R. Sonoluminescence from the unstable collapse of a conical bubble. *Ultrasonics*, 1997, 35(5): 399
- 11 Baber BP, Putterman SJ. Observation of synchronous picosecond sonoluminescence. *Nature*, 1991, 352: 318~320

THEORETICAL STUDY ON DYNAMIC PROCESS OF CONICAL BUBBLE SONOLUMINESCENCE¹⁾

He Shoujie^{*,2)} Ha Jing^{**} Li Xuechen^{*} Li Qing^{*} Wang Long[†]

^{*}(College of Physical Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China)

^{**}(Institute of Science, Hebei Agriculture University, Baoding 071001, China)

[†](Institute of Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)

Abstract The dynamic process of conical bubble sonoluminescence is discussed based on the adiabatic process. The equations for the velocity of bubble collapse, the pressure and temperature within the bubble are derived. Results show that the velocity of collapsing bubble increases with the decrease of the radius of collapsing bubble first in an approximately linear manner, then the maximal velocity of collapsing bubble is reached, subsequently, the velocity of collapsing bubble quickly decreases. Assuming that the initial pressure is equal to 1000 Pa, the maximal value of the velocity of bubble collapse is 5.8 m/s, the minimum radius of the bubble is 1.37 cm, then the huge pressure of 4.5×10^5 Pa, the collapsing temperature of above 37000 K, and the maximal energy of about 0.02 J can be achieved. The equations obtained in this paper could explain the phenomena of experiment. Finally, results show that the initial pressure within the bubble has important effects on the final extreme conditions.

Key words conical bubble sonoluminescence, velocity of collapsing bubble, adiabatic collapse, radius of collapsing bubble, pressure

Received 21 March 2007, revised 17 September 2007.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (20273077), the Science Foundation of Hebei University (2005Q06).

2) E-mail: heshouj@mail.hbu.edu.cn