

基于微结构损伤的珠光体材料本构行为研究¹⁾

皮文丽²⁾ 彭向和

(重庆大学工程力学系, 重庆 400044)

摘要 珠光体材料由许多随机取向的珠光体团组成, 每一珠光体团又由铁素体片和渗碳体片交替叠合而成. 实验表明具有较小片层间距的珠光体材料具有较高的强度和寿命. 通过分析构成珠光体团的各相及界面的损伤特征, 利用损伤耗散功的概念, 得到了铁素体、渗碳体与界面损伤的具有统一形式的演化规律, 将其嵌入基于细片层微结构和非经典塑性理论的珠光体团的弹塑性本构方程, 利用 Hill 自洽方法, 得到了珠光体材料的损伤本构描述. 所得到的损伤本构描述显含表征微结构特征的片层间距, 容易证明具有较小片层间距的珠光体材料具有较好的综合力学性能. 对珠光体材料的拉伸和循环拉压特性进行了分析, 得到了与实验一致的结果.

关键词 珠光体材料, 微结构特征, 弹塑性, 损伤, Hill 自洽方法

中图分类号: O344.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2007)01-0085-08

引 言

珠光体钢具有良好的综合力学性能如高的耐磨性和抗接触疲劳性能^[1~4]以及其特有的“锁定相间残余应力”的重要特性, 这使珠光体钢被广泛地应用于钢轨等承受非对称循环载荷的重要构件. 在珠光体钢的力学特性及其宏观微机理的实验研究方面已有较系统的工作^[1~4], 理论研究方面则主要集中于其在非比例非对称循环载荷的本构行为及塑性安定性^[5,6].

珠光体材料由许多随机取向的珠光体团组成, 而每一珠光体团又具有由铁素体片和渗碳体片以细小片层间距交替叠合的层状微观结构. 实验表明, 经不同热处理得到的珠光体钢的断裂强度和接触疲劳寿命存在明显的差别. 金相分析表明, 经不同热处理得到的珠光体钢的团粒大小相近, 主要区别在于片层间距. 针对珠光体团的微结构, Peng 等^[7,8]采用非经典塑性理论和 KBW 自洽方法建立了珠光体材料的弹塑性本构描述, 对珠光体材料在非比例非对称应力状态下的响应特性和循环蠕变进行了分析, 取得了与实验相一致的结果, 但该模型不能考虑片层间距的影响. 实际上, 在已有的研究中, 鲜见能考虑珠光体材料微结构参数对其宏观响应特性影响的本构模型.

材料的破坏与寿命通常受试件尺寸或试件材料的微结构特征影响. 前者为几何方面, 通常采用应变梯度塑性理论等加以描述. 后者为物理方面, 对于由微米量级晶粒构成的材料, 通常采用 Hall-Petch 公式描述. 但对于亚微米晶粒, 亚晶或晶内亚(微)结构, Hall-Petch 公式一般不再适用, 有必要探索其它途径以描述依赖晶内微结构特征对材料宏观行为的影响. 珠光体团具有细片层相间的微结构, 片层间距的变化范围约 100~300 nm, 其微结构对材料宏观响应特性的影响亦可分为两方面: 几何方面, 各相变形的不协调和相间约束引起材料中的残余微应力场, 导致材料的强化. 而对采用不同热处理工艺得到的典型片层间距(100~400 nm)的珠光体团响应特性的有限元分析结果不能解释其实验结果的巨大差异. 这使得人们不得不考虑其物理方面. 本文拟研究损伤对微结构的依赖, 从损伤的角度研究微结构对材料宏观行为的影响.

本文通过分析构成珠光体团的各相及界面的损伤特征, 利用损伤耗散功的概念, 将表征材料微结构重要参数的片层间距引入材料的损伤演化, 得到具有统一形式的铁素体、渗碳体与界面损伤演化规律, 进而得到了珠光体团的弹塑性损伤本构方程和珠光体材料的损伤本构描述. 所得到的考虑材料微结构特征影响的损伤本构描述显含作为重要微结构

2006-05-29 收到第 1 稿, 2006-11-16 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(10472135)资助项目.

2) E-mail: pipiwenli2004@sina.com

参数之一的珠光体材料片层间距. 极易证明具有较小片层间距的珠光体材料具有较好的综合力学性能. 对珠光体材料的拉伸和循环拉压特性进行了分析, 得到了与实验相一致的结果.

1 珠光体团的损伤本构模型

1.1 弹塑性材料的损伤本构模型

珠光体团的代表性胞元 (RVE) 如图 1, 假设其铁素体相、渗碳体相和界面 (界面考虑为具有一定厚度的过渡相) 均由损伤弹塑性材料构成, 在等温和小变形条件下, 假设初始各向同性和塑性不可压缩, 其本构特性由下式描述 [9]

$$\Delta s(z) = A\Delta e^p + B(z_n)\Delta z + \frac{\Delta\varphi}{\varphi}\bar{s}(z_n) \quad (1)$$

其中 s 和 e^p 分别为偏应力和塑性应变, φ 为损伤效果参数,

$$\left. \begin{aligned} A &= \varphi \sum_{r=1}^n k_r C_r, \quad B(z_n) = - \sum_{r=1}^n k_r \alpha_r s^{(r)}(z_n) \\ \Delta \bar{z} &= \alpha_r \Delta z - \frac{d\varphi}{\varphi}, \quad k_r = \frac{1 - e^{-\Delta \bar{z}}}{\Delta \bar{z}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta s^{(r)}(z) &= k_r \left[\varphi C_r \Delta e^p - \alpha_r s^{(r)}(z_n) \Delta z - \frac{\Delta\varphi}{\varphi} s^{(r)}(z_n) \right] \\ \Delta z &= z - z_n, \quad \bar{s}(z_n) = \sum_{r=1}^n k_r s^{(r)}(z_n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 C_r 和 α_r ($r = 1, 2, 3$) 为材料常数, z 为材料时间, 由下式定义

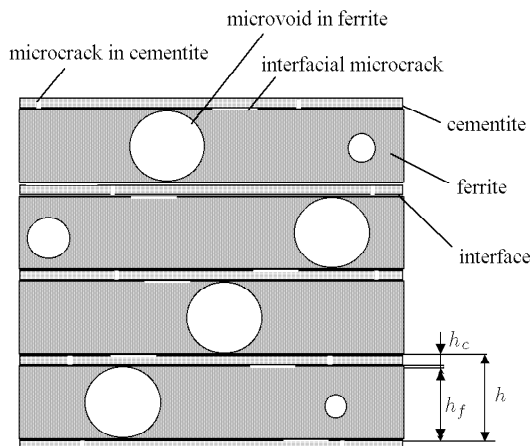


图 1 珠光体团的代表性单元

Fig.1 A RVE of a pearlitic colony

$$\Delta z = \frac{\Delta \zeta}{f(z)}, \quad \Delta \zeta^2 = \Delta e^p : \Delta e^p \quad (4)$$

式中 $f(z)$ 为强化函数. 材料的弹性响应和体积响应由下式描述

$$\left. \begin{aligned} s &= 2\varphi G(e - e^p) \\ \Delta s &= 2\varphi G(\Delta e - \Delta e^p) + \frac{\Delta\varphi}{\varphi} s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{kk} &= 3\varphi K \varepsilon_{kk} \\ \Delta \sigma_{kk} &= 3\varphi K \Delta \varepsilon_{kk} + \frac{\Delta\varphi}{\varphi} \sigma_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 G 和 K 分别为无损材料的剪切和体积弹性模量.

1.2 损伤演化

在珠光体材料中, 铁素体相为典型的延性材料, 其微缺陷一般为微孔洞; 渗碳体相为脆性材料, 当厚度 $h_c > 0.01\mu\text{m}$ 时, 可合理地假设其损伤主要表现为层裂; 此外, 假设铁素体层与渗碳体层间存在一很薄的界面层, 由于铁素体性能与渗碳体性能的巨大差异, 可能造成界面变形的不协调因而在界面上产生脱层或界面裂纹.

在图 1 所示的珠光体团代表性胞元中给出了 3 种缺陷的形态. 为简化分析, 假设铁素体中的缺陷不穿过界面; 而渗碳体层裂后裂纹即贯穿渗碳体层和胞元宽度. 由于片层间距很小 (约 $0.1 \sim 0.3\mu\text{m}$), 故上述假设是合理的.

假设拟静态和拟绝热的不可逆变形过程, 外力功增量

$$dW = dU + d\Omega \quad (7)$$

其中 dU 和 $d\Omega$ 分别为内能和耗散功增量. $d\Omega$ 可进一步分为两部分: 一部分为塑性耗散, 另一部分用于形成新表面 (或损伤). 假设 $kd\Omega$ ($0 < k < 1$) 用于形成新表面 dA_t , 则

$$kd\Omega = \gamma_p dA_t \quad (8)$$

式中 γ_p 为产生单位面积的新表面所需的能量, 或

$$k[d(W - U)] = \gamma_p dA_t \quad (9)$$

设代表性胞元 (RAV) 的体积为 V , 其第 k 相的体积分数为 ξ_k , 则第 k 相的体积 $V_k = \xi_k V$, 假设相内应力应变均匀分布, 则

$$\left. \begin{aligned} dW_k &= (\sigma_k : d\varepsilon_k) V_k = (\sigma_k : d\varepsilon_k) \xi_k V \\ dU_k &= (\sigma_k : d\varepsilon_k^e) V_k = (\sigma_k : d\varepsilon_k^e) \xi_k V \end{aligned} \right\} (k \text{ 不作和}) \quad (10)$$

在某一增量加载过程中，将式 (10) 代入式 (9) 可得

$$k_k \sigma_k : (\Delta \varepsilon_k - \Delta \varepsilon_k^e) \xi_k V = \gamma_p^{(k)} \Delta A_t^{(k)} \quad (k \text{ 不作和}) \quad (11)$$

或

$$\Delta A_t^{(k)} = \frac{k_k \sigma_k : (\Delta \varepsilon_k - \Delta \varepsilon_k^e) \xi_k V}{\gamma_p^{(k)}} \quad (k \text{ 不作和}) \quad (12)$$

在整个变形过程中第 k 相内产生新表面为

$$A_t^{(k)} = \sum \Delta A_t^{(k)} = \frac{k_k \xi_k V}{\gamma_p^{(k)}} \sum \sigma_k : (\Delta \varepsilon_k - \Delta \varepsilon_k^e) \quad (13)$$

(a) 铁素体相的损伤

设某瞬时 RVE 的铁素体相中有 n_f 个孔洞，第 j 个孔洞的直径为 $t_j = p_j h_f$ ($0 < p_j \leq 1$)，其中 h_f 为铁素体相的片层厚度，即球形孔洞的最大直径， p_j 为孔洞的相对尺寸。第 j 个孔洞的表面积为 $a_j = \pi t_j^2 = \pi p_j^2 h_f^2$ ，所有孔洞的总表面积为

$$A_t^{(f)} = \sum_{n_f} a_j = \left(\sum_{n_f} p_j^2 \right) \pi h_f^2 = \xi_f V \sum_{\gamma_p^{(f)}} \frac{k_f}{\gamma_p^{(f)}} \sigma_f : (\Delta \varepsilon_f - \Delta \varepsilon_f^e)$$

解得

$$\sum_{n_f} p_j^2 = \frac{\xi_f V}{\pi h_f^2} \sum_{\gamma_p^{(f)}} \frac{k_f}{\gamma_p^{(f)}} \sigma_f : (\Delta \varepsilon_f - \Delta \varepsilon_f^e) \quad (14)$$

第 j 个孔洞的体积为 $v_j = \frac{1}{6} \pi t_j^3 = \frac{1}{6} \pi p_j^3 h_f^3$ 。

若定义铁素体相中的损伤为该相中的孔洞体积与该相总体积之比，可得

$$d_f = \frac{\sum v_j}{\xi_f V} = \frac{\pi h_f^3}{6 \xi_f V} \left(\sum_{n_f} p_j^3 \right) = \frac{\pi h_f^3}{6 \xi_f V} \left(B_f \sum_{n_f} p_j^2 \right) \quad (15)$$

式中 $B_f = \sum_{n_f} p_j^3 / \sum_{n_f} p_j^2$ ($0 \leq B \leq 1$)。为孔洞尺寸的分布函数，与不可逆变形和损伤有关。

将方程 (14) 代入式 (15) 可得损伤的表达式

$$d_f = \frac{B_f \pi h_f^3}{6 \xi_f V} \sum_{\gamma_p^{(f)}} \frac{k_f}{\gamma_p^{(f)}} \sigma_f : (\Delta \varepsilon_f - \Delta \varepsilon_f^e) = \frac{B_f \xi_f}{6} \left[\sum_{\gamma_p^{(f)}} \frac{k_f}{\gamma_p^{(f)}} \sigma_f : (\Delta \varepsilon_f - \Delta \varepsilon_f^e) \right] h \quad (16)$$

损伤演化

$$\Delta d_f = \frac{\xi_f k_f}{6 \gamma_p^{(f)}} B_f \sigma_f : (\Delta \varepsilon_f - \Delta \varepsilon_f^e) h \quad (17)$$

(b) 界面相的损伤

为简化分析，假设代表性胞元中存在 n 个界面层，每个界面层具有相同的面积 A ，则界面总面积为 $A^{(i)} = nA$ 。加载过程中，界面的损伤表现为层间开裂，其面积为 $A_t^{(i)}$ ，则定义损伤为

$$d_i = \frac{A_t^{(i)}}{A^{(i)}} = \frac{A_t^{(i)}}{nA} = \frac{A_t^{(i)}}{\frac{H}{h} A} = \frac{A_t^{(i)}}{HA} h = \frac{A_t^{(i)}}{V} h = \frac{h}{V} \frac{k_i \xi_i}{\gamma_p^{(i)}} \sum \sigma_i : (\Delta \varepsilon_i - \Delta \varepsilon_i^e) = \frac{k_i \xi_i}{\gamma_p^{(i)}} \left[\sum \sigma_i : (\Delta \varepsilon_i - \Delta \varepsilon_i^e) \right] h \quad (18)$$

式中 $n = H/h$ 为界面数， H 为胞元高度， $V = HA$ 。损伤演化

$$\Delta d_i = \frac{k_i \xi_i}{\gamma_p^{(i)}} \sigma_i : (\Delta \varepsilon_i - \Delta \varepsilon_i^e) \quad (19)$$

(c) 渗碳体相的损伤

前已假设渗碳体层裂纹垂直于渗碳体平面且贯穿胞元，设渗碳体层厚和胞元宽度分别为 h_c 和 b ，则每条裂纹 (两侧) 的表面积为 $a_c = 2h_c b$ 。若每一渗碳体层中有 m_c 条裂纹，则胞元中的裂纹总表面积

$$A_t^{(c)} = n m_c a_c = n m_c 2 h_c b = \frac{k_c \xi_c V}{\gamma_p^{(c)}} \sum \sigma_c : (\Delta \varepsilon_c - \Delta \varepsilon_c^e) \quad (20)$$

解得

$$m_c = \frac{k_c \xi_c V}{2 n h_c b \gamma_p^{(c)}} \sum \sigma_c : (\Delta \varepsilon_c - \Delta \varepsilon_c^e) \quad (21)$$

显然，相邻两条裂纹间距为 $t = A / [(1 + m_c) b]$ ，借此并利用式 (21) 可将损伤定义为^[10]

$$d_c = \frac{h_c}{t} - \frac{h_c}{t_0} = \frac{h_c b n h}{V} m_c = \frac{h_c b n h}{V} \frac{k_c \xi_c V}{2 n h_c b \gamma_p^{(c)}} \sum \sigma_c : (\Delta \varepsilon_c - \Delta \varepsilon_c^e) = \frac{k_c \xi_c}{2 \gamma_p^{(c)}} \left[\sum \sigma_c : (\Delta \varepsilon_c - \Delta \varepsilon_c^e) \right] h \quad (22)$$

式中 $V = Anh$. 损伤演化

$$\Delta d_c = \frac{k_c \xi_c}{2\gamma_p^{(c)}} \sigma_c : (\Delta \varepsilon_c - \Delta \varepsilon_c^e) h \quad (23)$$

(d) 统一形式的损伤演化

由不同类型的损伤形态得到的损伤演化式 (17), (19) 和 (23) 可统一用下式表示

$$\Delta d_k = \lambda_k \sigma_k : (\Delta \varepsilon_k - \Delta \varepsilon_k^e) h \quad (24)$$

将式中的下标 k 分别替换为 f, i 和 c 可得铁素体相、界面相和渗碳体相中的损伤演化, 其中

$$\lambda_f = \frac{\xi_f k_f}{6\gamma_p^{(f)}} B_f, \quad \lambda_i = \frac{k_i \xi_i}{\gamma_p^{(i)}}, \quad \lambda_c = \frac{k_c \xi_c}{2\gamma_p^{(c)}} \quad (25)$$

对于界面和渗碳体相, 如果假设 λ_i 和 λ_c 独立于片层间距 h , 由式 (24) 所决定的损伤发展亦正比于作为重要微结构参数的片层间距 h . 而对于铁素体相, 由式 (24) 所决定的损伤发展形式上正比于片层间距 h , 但 λ_f 受到孔洞尺寸的分布 B_f 的影响, 当损伤充分发展时, 其损伤发展趋于与片层间距 h 成正比. 这表明具有较小片层间距的珠光体材料损伤发展较慢, 因而具有较强的承载能力和较长的寿命, 这与实验结果是一致的.

由所求得的损伤 $d_t = \sum \Delta d_t$, 可将式 (1~6) 中的损伤效果参数定义为

$$\varphi_t = 1 - d_t, \quad \text{故} \quad \Delta \varphi_t = -\Delta d_t \quad (26)$$

1.3 珠光体团的损伤本构模型

利用式 (24), 可求得

$$\frac{\Delta \varphi}{\varphi} = -\frac{\lambda h}{\varphi} \sigma : \Delta \varepsilon^p = -\frac{\lambda h}{\varphi} s : \Delta e^p \quad (27)$$

由式 (1)~(6), (27) 以及 $s = \sigma - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \mathbf{I}_2$ 和 $e = \varepsilon - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \mathbf{I}_2$ 可求得如下增量应力应变关系

$$\Delta \sigma = \mathbf{D} : \Delta \varepsilon, \quad \text{或} \quad \{\Delta \sigma\} = [\mathbf{D}] : \{\Delta \varepsilon\} \quad (28)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = & \frac{2\varphi GA}{A + 2\varphi G} \mathbf{I}_4 - \frac{2\varphi G}{A + 2\varphi G} \frac{\lambda h}{\varphi} s \otimes s + \\ & \frac{(2\varphi G)^2}{(A + 2\varphi G)^2 f^2} \frac{1}{a} \mathbf{B} \otimes \frac{\Delta e^p}{\Delta z} + \\ & \frac{2\varphi G}{(A + 2\varphi G)^2 f^2} \frac{\lambda h}{\varphi} \frac{s : \mathbf{B}}{a} s \otimes \frac{\Delta e^p}{\Delta z} - \\ & \frac{1}{3} \frac{2\varphi GA}{A + 2\varphi G} \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 + \varphi k \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 - \\ & \frac{\lambda h}{3\varphi} \frac{2\varphi G}{(A + 2\varphi G)} \sigma_{kk} \mathbf{I}_2 \otimes s + \\ & \frac{\lambda h}{3\varphi} \frac{2\varphi G}{(A + 2\varphi G)^2 f^2} \sigma_{kk} \frac{s : \mathbf{B}}{a} \mathbf{I}_2 \otimes \frac{\Delta e^p}{\Delta z} \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\mathbf{I}_2$ 和 $\mathbf{I}_4$ 分别为二阶和四阶单位张量.

在图 1 所示的胞元上建立一直角坐标系 $x_1 x_2 x_3$, 其坐标面 $x_1 x_2$ 平行于片层平面, 而 x_3 垂直于片层平面. 当片层间距很小时, 近似成立下列关系 [8]

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon_{ij}^c &= \Delta \varepsilon_{ij}^f = \Delta \varepsilon_{ij}^i = \Delta \varepsilon_{ij} \\ \Delta \sigma_{ij} &= \xi_c \Delta \sigma_{ij}^c + \xi_f \Delta \sigma_{ij}^f + \xi_i \Delta \sigma_{ij}^i \end{aligned} \right\} (ij = 11, 22, 12) \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_{ij}^c &= \Delta \sigma_{ij}^f = \Delta \sigma_{ij}^i = \Delta \sigma_{ij} \\ \Delta \varepsilon_{ij} &= \xi_c \Delta \varepsilon_{ij}^c + \xi_f \Delta \varepsilon_{ij}^f + \xi_i \Delta \varepsilon_{ij}^i \end{aligned} \right\} (ij = 33, 23, 13) \quad (31)$$

式中 $\xi_c + \xi_f + \xi_i = 1$. 将式 (29) 应用于各相可得

$$\left. \begin{aligned} \{\Delta \sigma\}^c &= [\mathbf{D}^c] \{\Delta \varepsilon^c\} \\ \{\Delta \sigma\}^f &= [\mathbf{D}^f] \{\Delta \varepsilon^f\} \\ \{\Delta \sigma\}^i &= [\mathbf{D}^i] \{\Delta \varepsilon^i\} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

联立式 (30), (31) 和 (32) 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{\sigma} \\ \Delta \hat{\sigma} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} B_2 - B_1 B_3^{-1} B_4 & B_1 B_3^{-1} \\ -B_3^{-1} B_4 & B_3^{-1} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{\varepsilon} \\ \Delta \hat{\varepsilon} \end{array} \right\} \quad (33)$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{\sigma} \\ \Delta \hat{\sigma} \\ \Delta \bar{\varepsilon} \\ \Delta \hat{\varepsilon} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} (\Delta \sigma_{11}, \Delta \sigma_{22}, \Delta \tau_{12})^T \\ (\Delta \sigma_{33}, \Delta \tau_{23}, \Delta \tau_{13})^T \\ (\Delta \varepsilon_{33}, \Delta \gamma_{23}, \Delta \gamma_{13})^T \\ (\Delta \varepsilon_{11}, \Delta \varepsilon_{22}, \Delta \gamma_{12})^T \end{array} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \xi_c \mathbf{A}_2^c (\mathbf{A}_4^c)^{-1} + \xi_f \mathbf{A}_2^f (\mathbf{A}_4^f)^{-1} + \\ &\quad \xi_i \mathbf{A}_2^i (\mathbf{A}_4^i)^{-1} \\ B_2 &= \xi_c [\mathbf{A}_1^c - \mathbf{A}_2^c (\mathbf{A}_4^c)^{-1} \mathbf{A}_3^c] + \\ &\quad \xi_f [\mathbf{A}_1^f - \mathbf{A}_2^f (\mathbf{A}_4^f)^{-1} \mathbf{A}_3^f] + \\ &\quad \xi_i [\mathbf{A}_1^i - \mathbf{A}_2^i (\mathbf{A}_4^i)^{-1} \mathbf{A}_3^i] \\ B_3 &= \xi_c (\mathbf{A}_4^c)^{-1} + \xi_f (\mathbf{A}_4^f)^{-1} + \xi_i (\mathbf{A}_4^i)^{-1} \\ B_4 &= -\xi_c (\mathbf{A}_4^c)^{-1} \mathbf{A}_3^c - \xi_f (\mathbf{A}_4^f)^{-1} \mathbf{A}_3^f - \\ &\quad \xi_i (\mathbf{A}_4^i)^{-1} \mathbf{A}_3^i \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_1^c &= \begin{bmatrix} D_{1111}^c & D_{1122}^c & D_{1112}^c \\ D_{2211}^c & D_{2222}^c & D_{2212}^c \\ D_{1211}^c & D_{1222}^c & D_{1212}^c \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_2^c &= \begin{bmatrix} D_{1133}^c & D_{1123}^c & D_{1131}^c \\ D_{2233}^c & D_{2223}^c & D_{2231}^c \\ D_{1233}^c & D_{1223}^c & D_{1231}^c \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_3^c &= \begin{bmatrix} D_{3311}^c & D_{3322}^c & D_{3312}^c \\ D_{2311}^c & D_{2322}^c & D_{2312}^c \\ D_{3111}^c & D_{3122}^c & D_{3112}^c \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_4^c &= \begin{bmatrix} D_{3333}^c & D_{3323}^c & D_{3331}^c \\ D_{2333}^c & D_{2323}^c & D_{2331}^c \\ D_{3133}^c & D_{3123}^c & D_{3131}^c \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

式 (36) 中 D_{ijkl}^c 表示渗碳体相的损伤弹塑性矩阵 $\mathbf{D}^c$ 中的第 $ijkl$ 元素 (见式 (29)). 将上标 c 换为 f 和 i 可分别得到铁素体相和界面相的表达式.

2 应用及验证

2.1 Hill 自洽方法

设图 1 所示的珠光体团胞元含有充分多的片层, 每一片层的面内尺寸远大于其厚度, 因此在研究该胞元的整体响应时, 可视其为均匀介质, 其本构行为由式 (28) 描述. 此外, 珠光体材料可视为许多随机取向的珠光体团胞元的聚合物. 采用 Hill 自洽方法^[11] 研究珠光体材料的响应特性, 可得

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}^{pc} - \Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}} = -\mathbf{L}^* : (\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pc} - \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (37)$$

式中 $\Delta \boldsymbol{\sigma}^{pc}$ 和 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pc}$ 分别为珠光体团胞元的增量应力和增量应变, $\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}$ 和 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 为珠光体团材料元的增量

应力和增量应变

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L} : (\mathbf{S}^{-1} - \mathbf{I}_4) \quad (38)$$

为切线“约束”张量, $\mathbf{I}_4$ 为四阶单位张量, $\mathbf{L}$ 是珠光体材料的切线弹塑性张量

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L} : \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (39)$$

$\mathbf{S}$ 为 Eshelby 张量, 对于球形夹杂

$$\mathbf{S} = a \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 + b [\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2] \quad (40)$$

式中

$$b = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)}, \quad a = 1-b \quad (41)$$

$\mathbf{I}_2$ 为二阶单位张量, ν 为泊松比. 珠光体团胞元应变增量 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pc}$ 与珠光体材料元应变增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 间满足

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pc} = \mathbf{A}^{pc} : \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (42)$$

其中

$$\mathbf{A}^{pc} = [\mathbf{L}^* + \mathbf{D}^{pc}]^{-1} : [\mathbf{L}^* + \mathbf{L}] \quad (43)$$

$\mathbf{D}^{pc}$ 为珠光体团胞元的整体切线弹塑性张量, $\Delta \boldsymbol{\sigma}^{pc} = \mathbf{D}^{pc} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{pc}$ (式 (28)). Hill 自洽方法可得

$$\mathbf{L} = \langle \mathbf{L}^{pc} : \mathbf{A}^{pc} \rangle \quad (44)$$

上式右端表示不同取向珠光体团胞元的 $\mathbf{L}^{pc} : \mathbf{A}^{pc}$ 的某种平均, 本文采用混合平均方法^[8].

2.2 应用及验证

作为初步应用, 分别对热轧态和热轧后重新进行离线热处理的两种典型的珠光体材料 PD₃ 重轨钢的拉伸特性进行了模拟. 试件取自重轨的轨头部位, 金相分析表明, 尽管两种 PD₃ 钢的珠光体团大小相近, 但珠光体团的片层间距存在明显差异. 热轧态 PD₃ 钢的片层间距 $h \approx 220$ nm; 经离线热处理后, 其片层间距减少到 $h \approx 130$ nm. 在计算中需要用到铁素体相, 界面相, 渗碳体相的材料参数, 每一相的材料参数分别包括弹性性质, 塑性性质和损伤. 原则上应独立地确定每一相材料的相关性质, 但是这个工作十分复杂, 甚至不可能将每一相从材料中分离出来然后单独地测出它的力学特性. 考虑到工程应用的实际情况, 相关的材料参数根据由简单拉伸实验得到的应力-应变曲线, 采用对渗碳体相和铁素体相材料特性的估计^[12,13], 运用试错的方法对其进行拟合得到. 珠光体材料中的铁素体相和渗碳体相的弹性性质可以视为相同^[12], 作为过渡相

的界面相其力学特性取为两相的平均值，因此三相的弹性性质满足以下关系

$$E^f = E^c = E^i = E, \quad G^f = G^c = G^i = G \quad (45)$$

这里 E 和 G 分别为珠光体材料的杨氏模量和剪切模量。在确定各相的塑性性质的时候发现，只需取 $n = 2$ 就能达到工程上所要求的精度。

对拉伸试件的 TEM 观察表明，其缺陷主要是铁素体相中的微孔洞。为简化分析，忽略渗碳体相和界面的损伤，即设 $\lambda_c = \lambda_i = 0$ ，铁素体和渗碳体的体积分数分别为 $\xi^{(f)} = 0.87, \xi^{(c)} = 0.13$ ，材料参数见表 1。

表 1 PD₃ 材料常数

Table 1 Material constants of PD₃

Phase	E/GPa	G/GPa	$C_{1,2}/\text{GPa}$	$\alpha_{1,2}$	$\lambda/(\text{MPa}\cdot\text{m})^{-1}$
F	210	80	225, 23	800, 80	11 550
C			13 500, 1 800	30 000, 2 000	—

图 2 为计算得到的两种材料的拉伸响应特性，可见当片层间距较大时，材料的断裂强度和延性均有较大降低。图 3 为采用本模型计算得到的 PD₃ 钢的断裂强度 σ_f 随片层间距 h 的变化，可见随 h 的增加 σ_f 近似线性地降低。图 3 中同时给出了热轧 PD₃ 钢 ($h \approx 220\text{nm}$) 和离线热处理热轧 PD₃ 钢 ($h \approx 130\text{nm}$) 的拉伸断裂强度 σ_f 的实验结果，比较表明本文提出的模型能够描述片层间距对珠光体钢拉伸断裂强度的影响。图 4 为所有团粒的铁素体相中损伤的平均值随应变的变化，比较可见当材料的片层间距较大时，损伤发展较快。当材料片层间距较小时，材料可以承受较大的损伤，这可归因于较小片层间距的材料中损伤发展较慢，因而塑性及强化可能得以较充分发展，这也解释了较小片层间距的材料何以具有较高的强度和较好的延性。

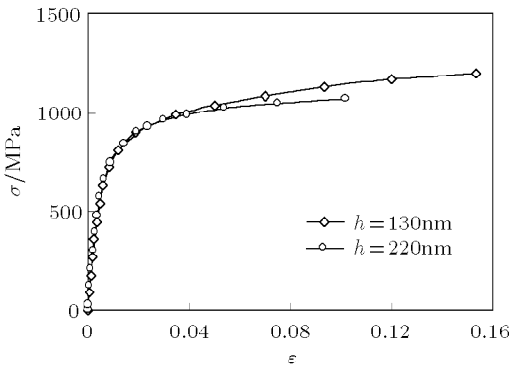


图 2 不同片层间距 PD₃ 钢的计算拉伸曲线
Fig.2 Computed σ - ε curves of PD₃

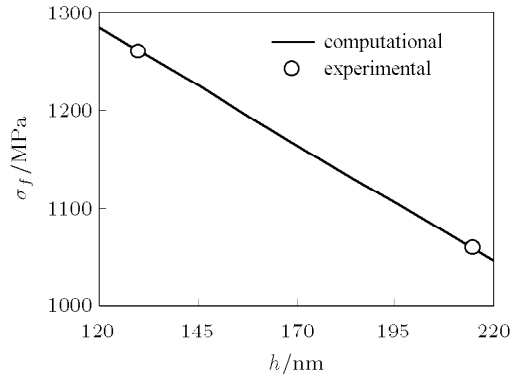


图 3 片层间距对 PD₃ 钢拉伸断裂强度的影响
Fig.3 The variation of σ_f vs h

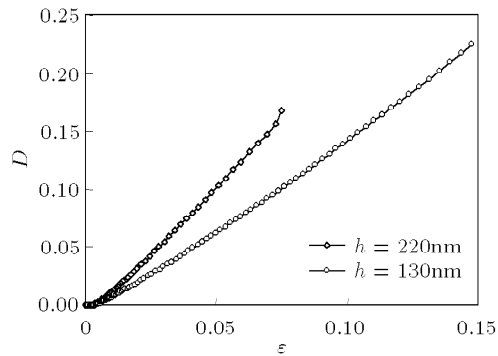


图 4 铁素体相中平均损伤随宏观应变的变化
Fig.4 The variations of average damage in ferrite phase vs. overall strain

另外，模型还可以描述不同片层间距的珠光体材料在循环载荷作用下响应特性的差异，图 5 所示为 Bower 的实验结果。实验中所用试件的直径和工作部分长度分别为 9.525 mm (3/8 英寸) 和 19.05 mm (3/4 英寸)。试件受到非对称循环拉压载荷的作用，其平均值和幅值分别为 1 kN 和 10 kN。材料参数见表 2。图 6 所示为模拟结果，与图 5 的比较可见，模型能较好地描述棘轮率随循环次数的变化情况。图 7 为循环棘轮伸长随循环次数的变化，发现片层间距较大的材料其棘轮发展较快。另外片层间距不同的 BS11 材料的损伤随循环次数的发展情况如图 8 所示，这里损伤是通过材料在刚开始卸载时，杨氏模量的相对减少量来定义的，可见，材料的损伤随循环次数的增加而增加，并且在同样循环次数时片层间距较大的材料损伤发展较快，由于损伤导致材料承载能力的降低，因此片层间距较大的材料更容易失效。

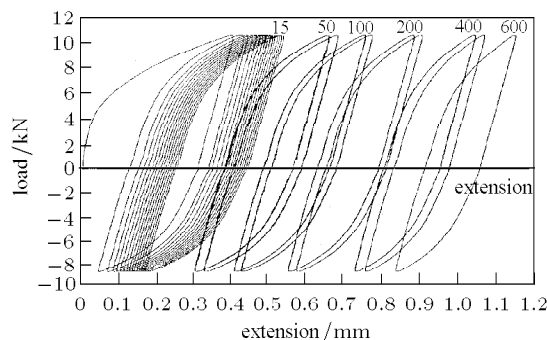


图 5 Bower 的实验结果 [5]

Fig.5 Experimental result of Bower[5]

表 2 BS11 材料常数

Table 2 Material constants

Phase	E/GPa	G/GPa	$C_{1,2}/\text{GPa}$	$\alpha_{1,2}$	$\lambda/(\text{MPa}\cdot\text{m})^{-1}$
F	210	80	1 800, 15	5 000, 600	3 077
C			24 000, 1 450	30 000, 2 000	—

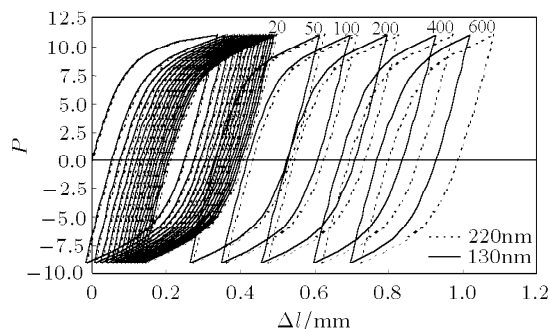


图 6 计算结果

Fig.6 Computational results

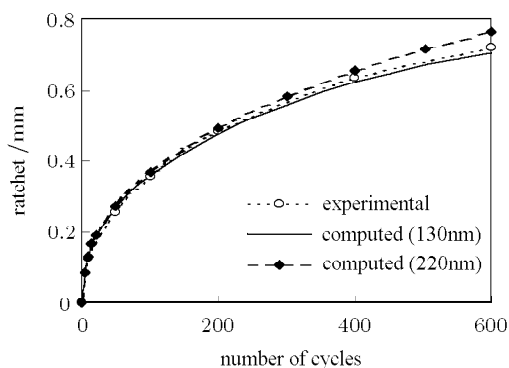


图 7 循环棘轮伸长随循环次数的变化

Fig.7 Ratcheting elongation against cyclic number

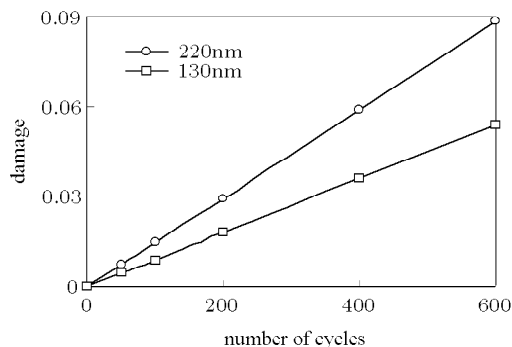


图 8 损伤随循环次数的变化

Fig.8 Development of damage during cyclic process

3 结论和讨论

基于表面能和损伤耗散功的概念, 针对具有细片层微结构的珠光体材料, 发展了可以描述具有不同损伤形貌特征的微缺陷的统一的损伤演化规律. 它具有较强的物理背景、含有较少的损伤参数, 重要的是它考虑了微结构特征的影响, 方程中显含作为珠光体材料重要微结构参数之一的片层间距, 容易从损伤的角度解释具有较小片层间距的材料何以具有较高的强度、延性和寿命. 将其嵌入考虑细片层微结构特征的珠光体团的本构描述并进而利用 Hill 自洽方法得到了珠光体材料的本构描述. 对具有不同片层间距的珠光体钢 PD₃ 的拉伸和珠光体钢 BS11 循环拉压响应特性进行了模拟, 结果表明模型能够描述作为微结构特征参数的片层间距对材料宏观响应特性的重要影响.

参 考 文 献

- 1 Clayton P. The relation between wear behavior and basic material properties for pearlitic steels. *Wear*, 1980, 60: 75~93
- 2 Hodson WH, Preston RR. Production processes to yield superior rail steel. *Trans Res Pec*, 1980: 1744~1754
- 3 Petez-Unzueta AJ, Beynon JH. Microstructure and wear resistance of pearlitic rail steels. *Wear*, 1993, 144: 172~182
- 4 Langford G. Deformation of pearlite. *Metallurgical Transactions A*, 1977, 8A: 861~875
- 5 Bower AF, Johnson KL. The influence strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding contact. *J Mech Phys Solids*, 1989, 37: 471~493
- 6 Peng X, Ponter ARS. A constitutive law for a class of two-phase materials with experimental verification. *Int J Solids Struct*, 1994, 31: 1099~1111
- 7 Peng X, Fan J, Yang Y. A microstructure-based constitutive description for pearlitic steel with experimental verification. *Int J Solids and Structures*, 2002, 39(2): 419~434

- 8 Peng X, Fan J, Zeng J. A microstructure-based description for the constitutive behavior of single pearlitic colony. *Int J Solids and Structures*, 2002, 39(2): 435~448
- 9 Peng X, Meyer C. A continuum damage mechanics model for concrete reinforced with randomly distributed short-fibers. *Computers & Structures*, 2000, 78(4): 505~515
- 10 Fan J, Zhang J. Anisotropic constraint effects on interactive damage progression of general lay-up composites. *J Appl Mech*, 1998, 65: 970~979
- 11 Hill R. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J Mech Phys Solids*, 1965, 13: 89~101
- 12 Langford G. Deformation of pearlite. *Metallurgical Transaction A*, 1977, 8A: 861~875
- 13 Park YJ, Bernstein IM. The process of crack initiation and effective grain size for cleavage fracture in pearlitic eutectoid steel. *Metallurgical Transaction A*, 1979, 10A: 1653~1663

A MICROSTRUCTURE-BASED DAMAGE CONSTITUTIVE MODEL FOR PEARLITIC MATERIALS¹⁾

Pi Wenli²⁾ Peng Xianghe

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract Based on the laminar microstructure formed by ferrite and cementite with very fine interlamellar spacing, and the morphology of microdefects in the ferrite, cementite and interface, a unified damage evolution is proposed by making use of the work dissipated on damage. It is then embedded in the constitutive model of each phase and a damage elastoplastic constitutive model is obtained for a single pearlitic colony. The damage constitutive description for pearlitic materials is formulated using the Hill's self-consistent scheme by assuming that a pearlitic material element is an aggregate of numerous cells of pearlitic colonies with randomly distributed orientations. It is significant that the obtained constitutive description contains explicitly the interlamellar spacing as a microstructure parameter, which easily accounts for the better comprehensive mechanical properties of the pearlitic materials with smaller interlamellar spacing. The constitutive behavior of pearlitic steel is simulated, and compared with the experimental results.

Key words pearlitic materials, microstructure, elastoplasticity, damage, Hill's self-consistent scheme

Received 29 May 2006, revised 16 November 2006.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10472135)

2) E-mail: pipiwenli2004@sina.com