

流体饱和多孔介质黏弹性动力人工边界¹⁾

王子辉^{*,†,2)} 赵成刚^{*} 董 亮^{*}

^{*}(北京交通大学土木建筑工程学院隧道与岩土工程研究所, 北京 100044)

[†](烟台大学土木工程学院, 烟台 264001)

摘要 基于 Biot 流体饱和多孔介质本构方程, 分别考察具有辐射阻尼性质的外行柱面波和球面波在圆柱面和球面人工边界上引起的法向、切向应力的表达式。在应力表达形式上, 固相介质和孔隙流体的法向和切向应力都是由两项组成, 它们分别与质点的位移和速度成正比, 因此, 可在人工边界的法向和切向设置连续分布的并联弹簧-黏滞阻尼器, 用来模拟人工边界以外的无限域介质对来自有限计算域的外行波动的能量吸收作用, 从而形成了流体饱和多孔介质的黏弹性动力人工边界。流体饱和多孔介质的黏弹性动力人工边界可方便地与大型通用软件结合, 用于分析饱和土中复杂的结构-地基动力相互作用问题。算例表明流体饱和多孔介质黏弹性动力人工边界具有较好的精度和稳定性。

关键词 流体饱和多孔介质, 黏弹性动力人工边界, 有限元法, 无限域, 辐射阻尼

中图分类号: O347.4, P315.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2006)05-0605-07

引 言

流体饱和多孔介质在自然界中广泛存在。它一般是由固体骨架和固体孔隙中的流体组成。当两者之间存在动力相互作用时, 按两相介质理论比按单相介质理论分析更为科学、合理^[1]。弹性波在流体饱和多孔介质中的传播理论首先由 Biot^[2,3] 建立。流体饱和多孔介质动力问题的解析解仅能用于少数规则边界, 大多数问题都需要采用数值方法解决。在无限或半无限空间的流体饱和多孔介质动力有限元分析中, 通常采用有限区域进行计算, 而这一有限区域的边界如何处理是关系到这一开放系统动力模拟与分析的关键, 这一问题通常被称为人工边界问题。关于流体饱和多孔介质人工边界和数值方法的研究要比单相固体介质少得多。Modaressi 等^[4] 首先将旁轴近似人工边界引入流体饱和多孔介质中, 并把人工边界上的 u - p 表达式引入有限元分析中; Degrande 等^[5] 在斜入射波假反射条件下得出流体饱和多孔介质频域人工边界条件; Akiyoshi 等^[6] 利用 Biot 动力方程和旁轴近似得到时域人工边界上 u - p , u - U , u - W 的黏性边界应力表达式; Gajo^[7] 将多向透射人工边界条件引入到流体饱和多孔介质中;

Akiyoshi 等^[8] 引入等效拉梅常数得到适用于各向同性、横观各向同性及各向异性的流体饱和多孔介质人工边界; 邵秀民等^[9] 基于透射边界, 得到一流体饱和多孔饱和介质的无反射人工边界条件, 并将其应用到二维有限元计算分析中; Zerfa^[10] 提出一流体饱和多孔介质黏性人工边界。在以上研究中, 流体饱和多孔介质的黏性边界占多数, 而关于流体饱和多孔介质的黏弹性人工边界的研究还未见报道。对于流体饱和多孔介质以上所提及的人工边界的推导都是在平面波的前提下进行的, 而且没有考虑波传播过程中的辐射阻尼(或几何阻尼)效应。然而对于能量是由有限扰动源释放的情况, 辐射阻尼变得非常重要, 它要比材料阻尼的作用大得多^[11]。当在半空间表面存在一有限扰动源(包括散射源)时, 可激发出向外传播的体波和面波。对二维半平面应变情况, 体波波阵面以半圆柱面形式向外传播^[14]; 对三维半空间情况, 点源所激发的体波波阵面以半球面形式向外传播^[14]。即使没有材料阻尼, 柱面波与球面波的幅值也是随传播距离的增大而衰减的, 即存在辐射阻尼。为给出简单的适于流体饱和多孔介质有限元计算的人工边界, 本文根据 Biot 流体饱和多孔介质本构关系, 分析向外扩散的轴对称波和球

2005-08-19 收到第 1 稿, 2006-05-29 收到修改稿。

1) 北京市自然科学基金重点项目(8052015)资助。

2) E-mail: wzh9306@sohu.com

对称波 (简称为柱面波和球面波) 引起的固相介质和孔隙流体在圆柱面和球面人工边界法向和切向的应力表达形式, 从应力表达形式上看, 应力是由两项组成, 其中一项与质点的位移成正比, 其系数可用静力弹簧刚度代表, 另一项与质点的速度成正比, 其系数可用黏滞阻尼代表. 因此, 可在人工边界的法向和切向设置连续分布的弹簧和黏滞阻尼物理元件, 代表波动能量向边界外的传播, 形成能量吸收的黏弹性人工边界. 数值计算表明本文提出的这种流体饱和和多孔介质黏弹性动力人工边界具有较好的精度和稳定性.

本文的目的是给出一种适于流体饱和和多孔介质计算并具有一定近似性的简单且易于工程应用的人工边界, 在推导过程中是以体波为研究对象的, 没考虑瑞利面波及角点处的反射问题, 因此, 是一种近似的人工边界.

1 流体饱和和多孔介质的本构方程

Biot 关于流体饱和和多孔介质本构方程^[2]

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + (\lambda e + Q\varepsilon)\delta_{ij} \quad (1)$$

$$s = Qe + R\varepsilon \quad (2)$$

其中, σ_{ij} 为固相介质应力张量; s 为孔隙流体应力; e, ε 分别为固相和孔隙流体的体应变; λ, μ, Q, R 为固流耦合系统的弹性常数; $e = \nabla \cdot \mathbf{u}$, $\varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{U}$, $\mathbf{u}, \mathbf{U}$ 分别为固相介质和孔隙流体的位移; $e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$; δ_{ij} 为 Kronecker 符号.

2 黏弹性动力人工边界

分别考虑二维平面外行柱面波和三维空间的外行球面波, 并假设孔隙流体无黏性. 另外, 由于 P_{II} 波是衰减波, 它一般在扰动源附近存在, 在距扰动源较远处的压缩波的应力主要是 P_I 波引起的, P_{II} 对应力的影响可忽略^[12], 因此, 为了简化, 假设在人工边界上压缩波只有 P_I 波的影响.

2.1 二维黏弹性人工边界

考察外行的柱面波, 它可包括 P 波, SV 波和 SH 波, 相应的运动形式分别是径向运动、旋转剪切运动和轴向剪切运动^[13].

2.1.1 径向运动

在柱坐标系中, 考虑外行的轴对称柱面 P_I 波. 柱面波波阵面上的位移是以 $r^{-1/2}$ 比例衰减, r 为

质点与扰动中心的距离, 平面内质点径向位移近似表达为^[14]

$$u_r = \frac{1}{\sqrt{r}} f(r - c_1 t) \quad (3)$$

其中, c_1 为 P_I 波波速, r 为质点距扰动中心的距离. 式 (3) 表明柱面波位移幅值随传播距离的增大而衰减, 即存在辐射阻尼. 孔隙流体径向位移为^[15]

$$U_r = f_1 u_r \quad (4)$$

其中, f_1 为液相参与系数. 由式 (3) 得

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{u_r}{2r} - \frac{1}{c_1} \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (5)$$

由于只有径向位移, 则

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}, \quad e_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon = f_1 \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right)$$

将式 (5) 及 e, e_{rr}, ε 的表达式代入式 (1), 式 (2) 得到

$$\sigma_{rr} = -\frac{\mu - (\lambda + Qf_1)/2}{r} u_r - \frac{\lambda + 2\mu + Qf_1}{c_1} \dot{u}_r \quad (6)$$

$$s = \frac{Q + Rf_1}{2rf_1} U_r - \frac{Q + Rf_1}{c_1 f_1} \dot{U}_r \quad (7)$$

其中, $\dot{u}_r = \frac{\partial u_r}{\partial t}$, $\dot{U}_r = \frac{\partial U_r}{\partial t}$ 分别代表固相介质和孔隙流体的速度. 式 (6), 式 (7) 都是由两项组成的, 第 1 项与质点的位移成正比, 其系数可用静力弹簧刚度代表, 第 2 项与质点的速度成正比, 可用黏滞阻尼代表. 如果取人工边界为一圆柱面, 可在人工边界的法向设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼物理元件来代表人工边界以外的无限域介质对人工边界处固相介质和孔隙流体的法向运动的作用, 它也代表了人工边界对外行 P 波的能量吸收作用 (图 1).

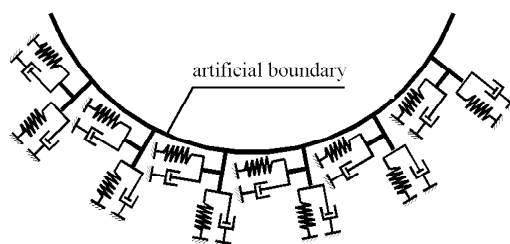


图 1 黏弹性人工边界

Fig.1 Viscous-spring artificial boundary

2.1.2 旋转剪切运动

在柱坐标系中, 考虑外行的轴对称柱面 SV 波, 因只存在切向位移 v , 其位移近似表达为^[14]

$$v = \frac{1}{\sqrt{r}} g(r - c_s t)$$

则

$$\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{v}{2r} - \frac{1}{c_s} \frac{\partial v}{\partial t}, \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)$$

代入式 (1) 得

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{3\mu}{2r} v - \frac{\mu}{c_s} \dot{v} \quad (8)$$

因假设孔隙流体无黏性, 则在圆柱面人工边界的切向只有固体骨架承担剪应力, 孔隙流体不承担剪应力. 由式 (8) 可见, 圆柱面人工边界的切向应力也由两项组成, 即静力弹簧项和黏滞阻尼项. 因此, 在人工边界的切向设置连续分布的并联弹 - 黏滞阻尼物理元件来代表人工边界以外的无限域介质对人工边界处固相介质切向运动的作用, 它也代表了人工边界对外行 SV 波的能量吸收作用 (见图 1).

2.1.3 轴向剪切运动 (出平面运动)

在柱坐标系下, 考虑外行轴对称柱面 SH 波, 波动方程为

$$\nabla^2 w = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (9)$$

w 为固相介质轴向位移, 其位移近似表达为^[14]

$$w = \frac{1}{\sqrt{r}} h \left(t - \frac{r}{c_s} \right)$$

剪切应变 $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$, 代入式 (1) 得

$$\tau_{zr} = \mu \frac{\partial w}{\partial r}$$

又

$$\frac{\partial w}{\partial r} = -\frac{w}{2r} - \frac{1}{c_s} \frac{\partial w}{\partial t}$$

所以

$$\tau_{zr} = -\frac{\mu}{2r} w - \frac{\mu}{c_s} \dot{w} \quad (10)$$

由式 (10) 可知, 圆柱面人工边界的出平面切向应力也由两项组成: 静力弹簧项和黏滞阻尼项. 可在圆柱面人工边界的轴向设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼物理元件来代表人工边界以外的无限域介质对人工边界处固相介质轴向 (出平面方向) 运动的阻抗作用, 也代表了人工边界对外行 SH 波的能量吸收作用.

2.2 三维黏弹性人工边界

考察外行的球面 P 波和 S 波, 相应的运动形式为径向运动和旋转剪切运动^[13].

2.2.1 径向运动

在三维空间中只考虑外行的球面 P_I 波. 球面波向外传播过程中, 其波阵面上质点的位移以 r^{-1} 比例衰减, r 为质点与扰动中心的距离, 质点径向位移表达为^[14]

$$u_r = \frac{1}{r} q(r - c_1 t) \quad (11)$$

其中, u_r 为球坐标系中固相介质的径向位移, c_1 为 P_I 波波速. 式 (11) 表明位移幅值以 $1/r$ 比例衰减, 即存在辐射阻尼.

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{u_r}{r} - \frac{1}{c_1} \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (12)$$

由于只有径向位移, 所以, 在球坐标系中, $e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2u_r}{r}$, $e_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$, $\varepsilon = f_1 e$, 代入式 (1), 式 (2) 得

$$\sigma_{rr} = -\frac{2\mu - (\lambda + Qf_1)}{r} u_r - \frac{\lambda + 2\mu + Qf_1}{c_1} \dot{u}_r \quad (13)$$

$$s = \frac{Q + Rf_1}{rf_1} U_r - \frac{Q + Rf_1}{f_1 c_1} \dot{U}_r \quad (14)$$

由式 (13), (14) 可见, 如果取人工边界为一球面, 与二维情况类似可在球面人工边界的法向设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼物理元件来代表人工边界以外的无限域介质对人工边界处固相介质和孔隙流体的法向运动的作用, 它也代表了人工边界对外行 P 波的能量吸收作用.

2.2.2 旋转剪切运动

在三维空间中只考虑外行的球面 S 波, 固相介质的剪切位移解的形式为^[14]

$$v = \frac{1}{r} s \left(t - \frac{r}{c_s} \right), \quad w = \frac{1}{r} s \left(t - \frac{r}{c_s} \right) \quad (15)$$

其中, v, w 为固相介质两个正交的切向位移; c_s 为剪切波速, 则

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{v}{r} - \frac{1}{c_s} \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial w}{\partial r} &= -\frac{w}{r} - \frac{1}{c_s} \frac{\partial w}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由于不考虑孔隙流体的黏性, 则在球面的切向只有固相介质承担剪应力. 在球坐标系中球面的切向剪切应力为

$$\left. \begin{aligned} \tau_{r\theta} &= -\frac{2\mu}{r} v - \frac{\mu}{c_s} \dot{v} \\ \tau_{r\varphi} &= -\frac{2\mu}{r} w - \frac{\mu}{c_s} \dot{w} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

所以, 在球面人工边界的切向上同样可设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼物理元件来代表人工边界以外的无限域介质对人工边界固相介质的切向运动的作用, 它也代表了对外行 S 波的能量吸收作用.

3 黏弹性人工边界的坐标转换

以上关于流体饱和多孔介质黏弹性人工边界应力的推导都假设人工边界是圆柱面或球面, 但在实际有限元动力数值计算中人工边界一般取为矩形或长方盒形, 而不是圆柱面或球面, 因此有必要对圆柱面和球面人工边界上固相介质和孔隙流体的应力进行坐标转换, 即将极坐标系和球坐标系下的人工边界应力的表达式转换为直角坐标系下的人工边界应力的表达式. 本文只给出二维平面应变条件下黏弹性人工边界的坐标转换, 关于三维空间的坐标转换可进行类似推导. 首先, 假设扰动中心为 A 点, 在半空间问题分析中采用直角坐标系下的矩形人工边界. 圆柱面人工边界上的法向矢量与切向矢量构成局部坐标系 (如图 2), 应力矢量用矩阵表示为

$$\sigma^l = K^l z^l + C^l \dot{z}^l \quad (18)$$

其中

$$\sigma^l = (\sigma_\theta, \sigma_r)^T, \quad K^l = \begin{bmatrix} k_\theta & 0 \\ 0 & k_r \end{bmatrix}$$

$$C^l = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 \\ 0 & c_r \end{bmatrix}, \quad z^l = (u, v)^T$$

z^l 为位移矢量, k_θ, c_θ 分别为切向弹簧刚度系数和黏性阻尼系数; k_r, c_r 分别为径向弹簧刚度系数和

黏性阻尼系数. 局部坐标系下的应力与位移矢量与直角坐标系下的应力与位移矢量的变换关系为

$$\sigma^l = T \sigma \quad (19)$$

$$z^l = T z \quad (20)$$

其中, $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y)^T$, $z = (u_x, u_y)^T$, T 为坐标转换矩阵. $T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, θ 为 y 轴与径向的夹角, 夹角在 y 轴的右侧取正值, 在 y 轴的左侧取负值. 将式 (19), (20) 代入式 (18), 得直角坐标系下的应力矢量为

$$\sigma = K z + C \dot{z} \quad (21)$$

其中, $K = T^{-1} K^l T$, $C = T^{-1} C^l T$. 对于孔隙流体应力, 在直角坐标系下表达为

$$s_i = k^l u_i + c^l \dot{u}_i \quad (i = x, y) \quad (22)$$

其中, k^l, c^l 分别为流体弹簧刚度系数和黏滞阻尼系数. 式 (21), (22) 为直角坐标系下矩形人工边界上的应力表达式. σ, s_i 分别为人工边界上某一点的固相介质和孔隙流体的应力矢量, 在有限元计算中, 可简单地边界上结点应力乘以单元格边长, 作为结点集中力列入动力方程中, 并集装到总体刚度矩阵和阻尼矩阵中. 因此, 在人工边界上设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼元件作为能量吸收边界可以方便地用于有限元的计算中, 尤其可将这种黏弹性边界并入大型有限元程序中, 并进行复杂的开放系统的动力分析与计算.

4 数值计算

算例 1, 2 分别给出两种荷载形式下地面一点的位移曲线, 并且对各种人工边界下的数值计算结果进行分析对比. 扩展有限元解就是将人工边界远置, 使得在计算时间段内从人工边界反射回来的波不能到达所考虑的点或局部区域; 黏性边界采用文献 [6] 的方法; 一阶透射公式采用文献 [16] 的方法.

算例 1 二维半空间情况下, 在地表作用一水平集中荷载 (见图 2), $P(t) = P_0 \sin \omega t$, $P_0 = 1 \text{ N/m}$, 地震工程感兴趣的频段为: $0.1 \sim 10 \text{ Hz}$. 选择频率分别为 0.1 Hz , 3 Hz , 5 Hz , 10 Hz . 计算区域: $12 \text{ m} \times 6 \text{ m}$, 采用正方形单元离散计算区域, 假设固相颗粒不可压缩, 材料参数见表 1. 计算在水平集中力作用下, 作用点处水平位移时程曲线见图 3. 图中分别给出了

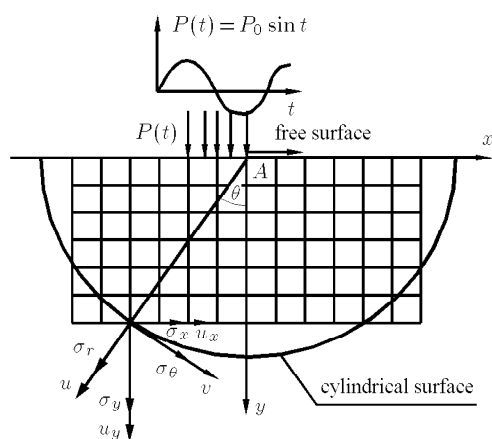


图 2 有限元计算模型

Fig.2 Finite element model

黏弹性边界、一阶透射边界、黏性边界对应的数值解, 精确解采用扩展有限元解. 有限元计算采用文献 [17] 的方法. 图 3 表明, 在水平动载作用下, 本文提出的黏弹性人工边界计算结果与扩展有限元解最为

接近, 虽然在动力荷载频率较低时 ($f = 0.1 \text{ Hz}$), 黏弹性人工边界计算结果与扩展有限元解存在一定的误差, 但随着动载频率的增加黏弹性人工边界表现出很好的精度和稳定性.

表 1 材料特性参数

Table 1 Basic properties of the material

λ/Pa	μ/Pa	n	$\rho_s/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\rho_f/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	Q/Pa	R/Pa	$k/(\text{m}^4\cdot(\text{N}\cdot\text{s})^{-1})$
33.3	1250	0.333	0.3101	0.2977	0.306	1.541×10^3	1.535×10^3	0.004 883

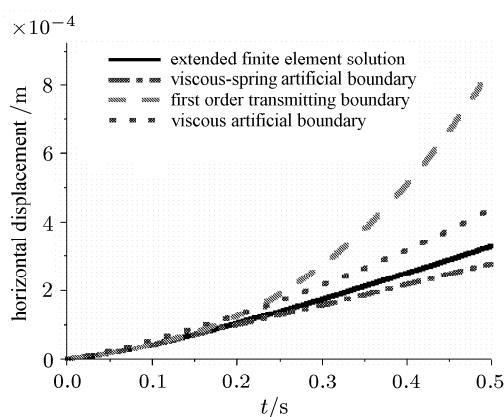
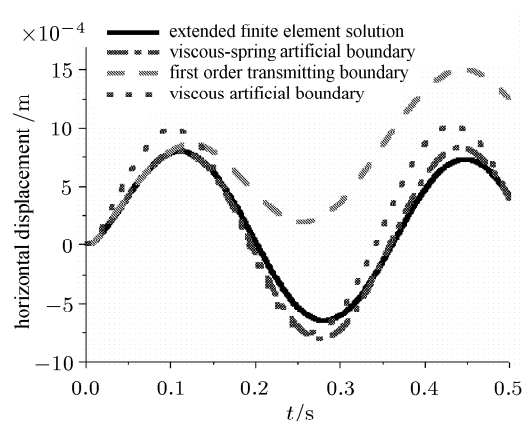
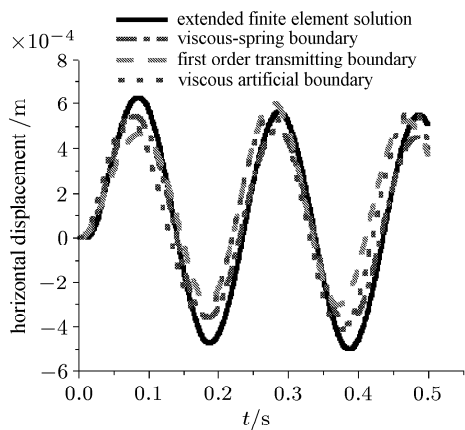
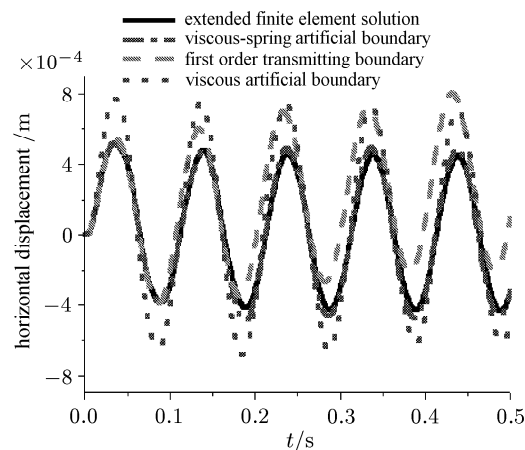
(a) $f = 0.1 \text{ Hz}$ (b) $f = 3.0 \text{ Hz}$ (c) $f = 5.0 \text{ Hz}$ (d) $f = 10.0 \text{ Hz}$

图 3 不同荷载频率下 A 点水平方向位移时程曲线

Fig.3 Horizontal displacements at point A with different load frequencies

算例 2 地表有一宽度 2 m 竖向作用的均布简谐变化荷载 (见图 2), $P(t) = P_0 \sin \omega t$, $P_0 = 1 \text{ N/m}^2$. 仍选择频率分为: 0.1 Hz, 3 Hz, 5 Hz, 10 Hz, 计算域的尺寸和材料常数同算例 1. 计算得到 A 点在不同荷载频率和人工边界条件下的竖向位移时程曲线, 见

图 4. 由图可见, 在竖向动荷载作用下, 尽管黏弹性人工边界的数值计算结果与扩展有限元解之间有一定的误差, 但它的数值解与扩展有限元解是最接近的, 而且不论动载是在低频 ($f = 0.1 \text{ Hz}$) 或高频 ($f = 10.0 \text{ Hz}$), 其数值计算结果很稳定.

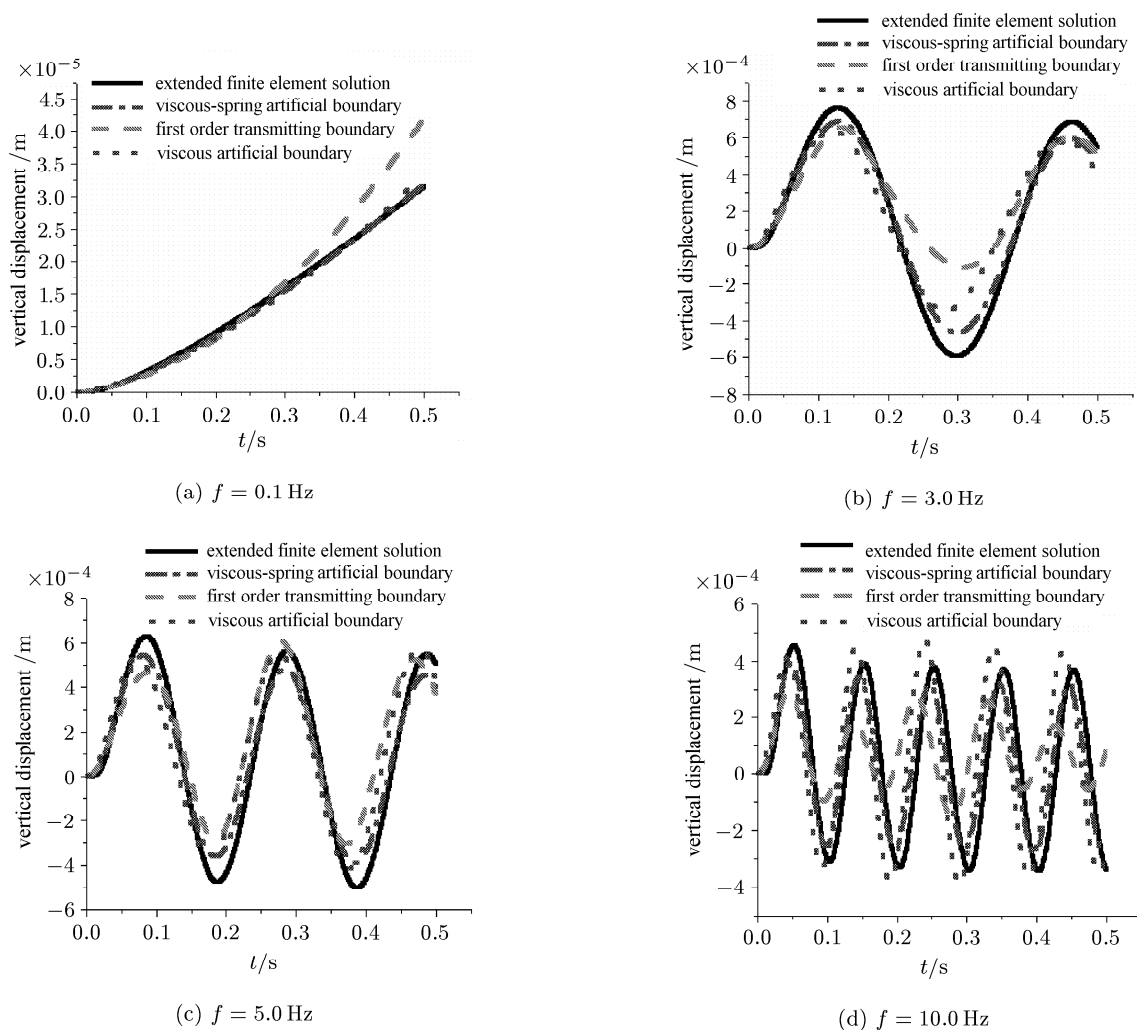


图 4 不同频率下 A 点竖向位移时程曲线

Fig.4 Vertical displacements at point A with different frequencies

5 结 语

(1) 基于 Biot 流体饱和和多孔介质的本构方程, 以外行的柱面波和球面波为研究对象, 推导出圆柱面和球面人工边界上的应力表达式, 应力由两项组成, 分别与质点的位移和速度成正比, 因此, 可在人工边界的法向和切向设置连续分布的并联弹簧 - 黏滞阻尼元件, 来模拟人工边界以外的无限域对人工边界处法向和切向运动的作用, 即对外行波动的能量吸收作用。

(2) 数值计算表明本文提出的流体饱和和多孔介质黏弹性动力人工边界具有较好的精度和稳定性。且简单易行, 便于有限元数值计算。

(3) 流体饱和和多孔介质黏弹性人工边界可方便地与大型通用软件结合, 用于分析结构 - 地基动力相

互作用或地下结构动力分析等开放系统的复杂动力分析与计算。

参 考 文 献

- 1 Zienkiewicz OC. Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering. John Wiley & Sons, 1998
- 2 Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *The Journal of Acoustical Society of America*, 1956, 28(2): 168~178
- 3 Biot MA. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1962, 34(9): 1254~1264
- 4 Modaressi H, Benzenati I. Absorbing boundary element for dynamic analysis of two-phase media. *Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering*, 1992. 1157
- 5 Degrande G, De Roeck G. An absorbing boundary condition for wave propagation in saturated poroelastic media.

- Part I: Formulation and efficiency evaluation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1993, 12: 411~421
- 6 Akiyoshi T, Fuchida K, Fang HL. Absorbing boundary conditions for dynamic analysis of fluid-saturated porous media. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1994, 13: 387~397
 - 7 Gajo A, Saetta A, Vitaliani R. Silent boundary conditions for wave propagation in saturated porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1996, 13: 253~273
 - 8 Akiyoshi T, Sun X, Fuchida K. General absorbing conditions for dynamic analysis of fluid-saturated porous media. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1998, 17: 397~406
 - 9 邵秀民, 蓝志凌. 流体饱和多孔介质波动方程的有限元解法. 地球物理学报, 2000, 43(2): 267~275 (Shao Xiumin, Lan Zhiling. Finite element methods for the equations of waves in fluid-saturated porous media. *Chinese Journal of Geophysics*, 2000, 43(2): 267~275(in Chinese))
 - 10 Zohra Zerfa, Benjamin Loret. A viscous boundary for transient analyses of saturated porous media. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2004, 33: 89~110
 - 11 Steven L. Kramer. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Inc, 1996. 180
 - 12 杨军, 宋二祥, 陈肇元. 饱和土动力反应中两类压缩波的独立作用分析. 岩土力学, 2001, 22(2): 199~203 (Yang Jun, Song Erxiang, Chen Zhaoyuan. Analysis of individual contributions of two compression waves in dynamic response of saturated soil layer. *Rock and Soil Mechanics*, 2001, 22(2): 199~203(in Chinese))
 - 13 Achenbach JD. *Wave Propagation in Elastic Solids* (3rd ed.). North-Holland Publishing Company, 1980
 - 14 Julius Miklowitz. *The Theory of Elastic Waves and Waveguides*. North-Holland Publishing Company, 1978
 - 15 Lin Chi-Hsin, Lee Vincent W, Trifunac Mihailo D. The reflection of plane waves in a half-space saturated with inviscid fluid. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, 25: 205~223
 - 16 廖振鹏. 工程波动理论导论 (第二版). 北京: 科学出版社, 2002 (Liao Zhenpeng. *Introduction to Wave Motion Theories in Engineering* (2nd edition). Beijing: Science Press, 2002(in Chinese))
 - 17 Zhao Chenggang, Li Weihua, et al. An explicit finite element method for biot dynamic formulation in fluid-saturated porous media and its application to a rigid foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 282(3-5): 1155~1168

A VISCOUS-SPRING DYNAMICAL ARTIFICIAL BOUNDARY FOR SATURATED POROUS MEDIA ¹⁾

Wang Zihui^{*,†,2)} Zhao Chenggang^{*} Dong Liang^{*}

^{*}(*Institute of Tunnel and Geotechnical Engineering, School of Civil and Architectural Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China*)

[†](*School of Civil Engineering, Yantai University, Yantai 264001, China*)

Abstract In the dynamic finite element analysis of saturated porous media in whole space or half-space, a finite region is usually selected for computing, so how to deal with the boundaries of this finite region is the key procedure for simulating and analyzing the open system. Based on the constitutive equations of saturated porous media, this paper discusses the normal and tangent stress formulae on the artificial boundary of cylinder and sphere shapes under the assumption of out-going cylindrical waves and spherical waves, respectively, which attenuate with distance. With regards to the form of the formulae, the normal or tangent stress includes two terms, which are proportional to the particle displacement and velocity, respectively, so the continuously distributed parallel connecting springs and viscous damping dashpots can be placed on the artificial boundaries in the normal and tangential directions to simulate the energy absorbing function of the unbounded media outside the artificial boundaries. The viscous-spring artificial boundary can be easily applied in a large universal finite element software to analyze sophisticated dynamic problems. The examples show that the viscous-spring dynamical artificial boundaries enjoy good accuracy and good stability.

Key words saturated porous media, viscous-spring artificial boundary, finite element method, infinite domain, radiation damping

Received 19 August 2005, revised 29 May 2006.

1) The project supported by the Beijing Natural Science Foundation (8052015).

2) E-mail: wzh9306@sohu.com