

多孔材料 / 结构尺度关联的一体化拓扑优化技术¹⁾

张卫红²⁾ 孙士平

(西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安 710072)

摘要 针对多孔材料的尺度效应和微结构构型的可设计性, 提出以宏观结构最大刚度为目标, 材料表征体胞构型为变量的材料 / 结构尺度关联一体化设计新方法. 采用有限元超单元技术, 验证了材料表征体胞尺度、边长比、平移、对称周期分布方式对构型设计结果的影响, 实现了材料宏观布局设计、材料表征体胞构型精细设计以及多尺度均匀化设计的统一. 基于凸规划对偶优化求解技术与二次型周长控制约束, 完成了快速设计与材料分布棋盘格效应的控制. 计算结果表明, 在给定材料用量的情况下, 该方法能有效地实现蜂窝结构的拓扑优化设计, 设计结果充分反映了蜂窝夹层结构的尺度效应, 为轻质结构设计提供了新的设计方法.

关键词 尺度效应, 多孔材料, 拓扑优化, 材料设计, 表征体胞

中图分类号: TB303 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2006)04-0522-08

引 言

多功能轻质复合材料蜂窝结构具有抗冲击、吸能、隔热、吸音等优异综合性能, 在航空航天飞行器结构设计中受到了普遍的关注与青睐, 成为近年来材料、结构跨学科领域的一个研究热点. 基于材料表征体胞 (RVE, representative volume element) 的细观力学模型与多尺度计算方法^[1] 可以有效地预测多孔材料表征体胞的等效性能, 20 世纪 80 年代 Bendsoe 等^[2] 采用均匀化方法为多孔材料与结构的拓扑优化的发展奠定了基础. Sigmund^[3,4] 采用均匀化方法首先实现了具有极端物理性能的材料微结构设计, Takano 等^[5] 在材料微结构拓扑形式给定的情况下, 使用均匀化方法实现了满足宏观结构最小热弯曲变形的微结构形状优化设计; 在材料组分已知的条件下, Fujii 等^[6] 与 Rodrigues 等^[7] 分别研究了以最大刚度为目标, 宏观结构由单一材料微结构以及多种微结构组成情况下的构型设计. 趋势表明, 材料设计与结构设计的内在联系需求一种材料 / 结构一体化设计技术来消除两者之间的明显界限.

均匀化方法是一种通用双尺度计算方法, 在材料表征体胞空间周期分布假设的前提下, 能够根据其构型、材料组分预测等效性能. 由于计算格式使用小参数渐近展开近似, 预测结果属于极限值而无法

反映表征体胞尺度的影响. 而细观力学研究^[8~10] 表明, 无论是复合材料测试样件还是从已有复合材料上截取的试件, 物性参数测试结果与均匀化计算结果都存在一定差异, 这种差异就是材料的尺度效应. 所以基于均匀化方法的材料微结构的拓扑优化设计, 也无法体现材料尺度对宏观结构优化结果的影响. 目前, 关于材料尺度效应的研究方兴未艾^[11,12], 但是有关考虑尺度影响的拓扑优化设计还未见相关文献报道.

本工作提出了材料 / 结构尺度关联的一体化设计新思路, 建立了宏观布局优化与材料表征体胞拓扑优化精细设计相结合的分层计算策略. 宏观布局优化旨在获得材料的宏观分布, 精细设计着重于局部材料的空穴构型设计. 在此基础上, 通过使用有限元超单元技术描述表征体胞, 建立了宏观结构与表征体胞尺度关系的简洁表达. 以平面悬臂梁问题为例, 采用超单元技术、凸规划对偶求解与周长控制约束相结合的途径完成了轻质蜂窝结构的优化设计, 通过与均匀化方法的结果比较, 揭示了尺度关联效应的影响.

1 材料微结构的尺度效应研究

图 1 为夹芯板示意图, 夹芯构型为正六边形.

2005-05-08 收到第 1 稿, 2005-11-08 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重大项目 (90405016) 与面上项目 (10372083), 航空科学基金 (04B53080), 973 计划 (2006CB601205) 资助.

2) E-mail: zhangwh@nwpu.edu.cn

假设夹芯材料的组分、构型完全相同, 仅尺度不同如图 1(a)~1(d) 所示, 如果采用多尺度均匀化方法计算上述夹芯层的等效弹性张量, 则结果完全相同. 而实际上相同材料组分下不同数量和大小正六边形构成的夹芯层所表现的物理性能肯定具有差距, 这就是尺度效应. 因此, 夹芯的设计不仅要考虑夹芯构型的设计, 同时也要考虑其特征尺寸的影响, 这种尺度关联设计充分反映了材料与结构的内在耦合与依赖关系.

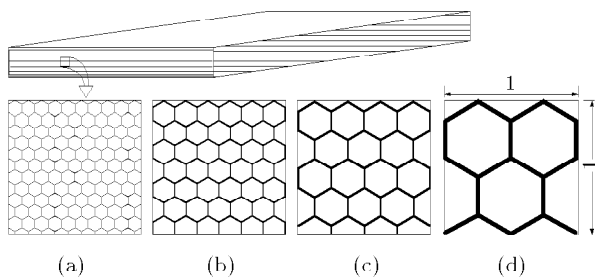


图 1 具有相同构型和组分的胞体尺度效应

Fig.1 Scale effect of the unit cell with the same microstructure and volume fraction

考虑到材料孔穴微结构分布的周期性, 尺度关联设计可以认为是在尺寸一定的宏观有限设计域内如何确定表征胞体的个数 m (如图 2 所示) 以及表征

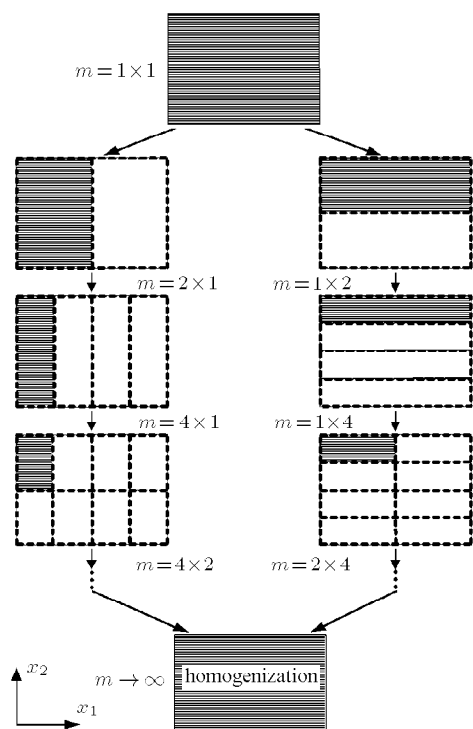


图 2 结构由不同数目表征胞体构成的示意图

Fig.2 A two-dimensional structure with RVE

胞体的内部构型, 使两者达到最佳匹配、满足优化设计要求. 记 $m = m_1 \times m_2$, 其中 m_1, m_2 分别为沿 x_1, x_2 方向的表征胞体个数. 如 $m = 1 \times 1$ 表示设计域由一个表征胞体构成; $m = 1 \times 4$ 则表示设计域包含由沿 x_2 方向的 4 个表征胞体组成. 显然, 在给定材料组分下, 表征胞体个数 m 的变化反映了宏观尺度和细观尺度的比例 ε 的变化. 可以看到, 一方面, 随着宏观结构中表征胞体数目的增多 (表征胞体变小) 即 $\varepsilon \rightarrow 0$, 表征胞体尺寸对宏观结构的影响逐渐减少, 最后趋于均匀化方法对应的极限值; 另一方面, 宏观结构在包含相同数目的表征胞体时, 表征胞体的长宽比也会影响构型的设计结果.

2 多孔材料 / 结构尺度关联的一体化设计方法

图 3 所示为宏观尺度 (X) 下给定边界和载荷条件的一多孔固体结构, 为了达到结构宏观性能最优与轻质化要求, 理想设计方案应在不同部位使用大小、形状不同的多孔微结构形式, 以便最大限度挖掘材料的潜力. 为此, 设计过程可分为两步进行: 宏观布局优化与表征胞体构型精细优化.

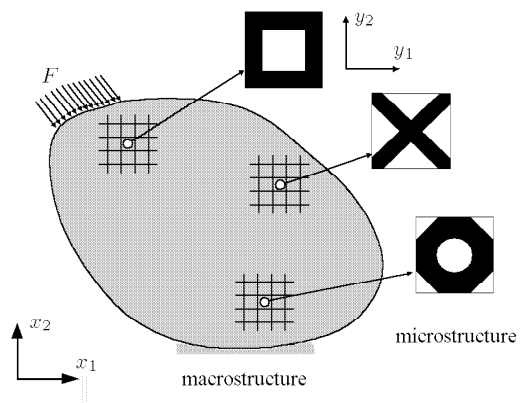


图 3 结构各部位材料构成示意图

Fig.3 A two-dimensional structure with alternative material microstructures

2.1 宏观布局优化

首先将宏观结构作为均质致密性材料进行有限元离散建模与分析, 对应的弹性有限元方程为

$$\mathbf{K}(\mathbf{X})\mathbf{U}(\mathbf{X}) = \mathbf{F} \quad (1)$$

其中单元 i 的刚度矩阵与伪密度设计变量 x_i 的关系假设为 $\mathbf{K}_i = x_i \mathbf{K}_i^0$, 即采用指数 $p = 1$ 的 SIMP 材

料模型, K_i^0 为当单元 i 的伪密度变量 $x_i = 1$ 时的刚度矩阵. 假设在材料用量一定的情况下以结构刚度为目标函数进行材料宏观布局设计, 即结构柔顺度最小化, 则优化模型为

$$\left. \begin{aligned} \min C(\mathbf{X}) &= \mathbf{F}^T \mathbf{U}(\mathbf{X}) \\ V(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^N V_i^0 x_i \leq \bar{V} \\ 0 < \delta &\leq x_i \leq 1, \quad i = 1, N \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

V_i^0 为伪密度变量 $x_i = 1$ 时单元 i 的体积, $\delta = 10^{-4}$ 为一很小的正数以避免设计过程中单元刚度矩阵的奇异. 对于二维平面结构, 该问题与尺寸优化求解完全相同, 变量 x_i 可以作为单元初始厚度的比例因子. 柔顺度目标函数的敏度可按如下格式计算

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial x_i} &= \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} = \mathbf{F}^T \mathbf{K}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{U} \right) = \\ &= -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{U} = -\frac{1}{x_i} (\mathbf{F}_i^T \mathbf{U}_i) = -\frac{1}{x_i} C_i \end{aligned} \quad (3)$$

即宏观结构柔顺度的灵敏度与对应单元变形能成正比, 且总为负值.

2.2 多孔材料表征体胞构型优化

宏观布局优化后设计得到的任意单元 i 的变量结果有 3 种情况: 若 $x_i = 0$ 或 1, 则单元 i 为完全空洞或实心材料, 此时无需再进行材料表征体胞的构型优化; 若 $0 < x_i < 1$, 则为多孔材料单元, 需进一步进行材料微结构的构型设计. 为此将整个多孔材料区域离散为 m 个超单元, 每个超单元作为材料表征体胞又划分为 n 个有限单元进行内部构型设计, 超单元的尺度则反映了材料表征体胞的尺度. 使用超单元方法的优点在于通过内部节点的聚缩, 在计算规模上远小于原有的全尺寸有限元模型, 在提高计算效率的同时保留了原有结构的力学物理特征.

理论上可以证明, 基于宏观结构最大刚度的材料表征体胞的构型优化设计可等效分解为独立并行求解 m 个表征体胞应变能最大的子问题; 也可根据设计需求, 将具有同样材料组分值 x_i 所对应的结构超单元合并为具有相同材料构型的区域进行优化. 因此第 $i(i = 1, m)$ 个子问题优化模型为

$$\left. \begin{aligned} \min_y \quad & \Phi_i(\mathbf{y}^i) = -\mathbf{U}_i^T \mathbf{K}_i(\mathbf{y}^i) \mathbf{U}_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n v_j^0 y_j^i \leq V_i^0 x_i \\ & P(\mathbf{y}^i) = \sum_{k=1}^r l_k (y_j^i - y_{j+1}^i)^2 \leq \bar{P} \\ & 0 < \delta \leq y_j^i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & \mathbf{y}^i = (y_1^i, \dots, y_j^i, \dots, y_n^i) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{U}_i$ 为第 i 个超单元的已知节点宏观位移矢量; y_j^i 与 $\mathbf{y}^i$ 分别为第 i 个超单元所包含的第 j 个内部有限单元的伪密度变量与变量集合, v_j^0 为 $y_j^i = 1$ 时第 j 个内部单元伪密度的体积, $P(\mathbf{y}^i)$ 为二次型周长约束, 用于消除超单元体胞内构型的棋盘格效应^[13]; l_k 为超单元体胞内两相邻有限单元的公共边长, $\bar{P}$ 为已知的周长约束上限值. 式 (2) 与式 (4) 两个模型均采用凸规划对偶优化算法^[13] 求解.

3 算例分析

以悬臂梁 (平面应力) 问题为例, 假设设计区域尺寸为: 长 $L = 32$, 宽 $H = 20$, 厚 $t = 1$, 承受向下剪力 $F = 100$ (单位: 力 / 长度) 的作用. 组分材料弹性模量为 $E = 1000$, 泊松比为 $\nu = 0.3$. 材料用量为初始结构体积的 60%. 表征体胞边长尺寸为 $l \times h$.

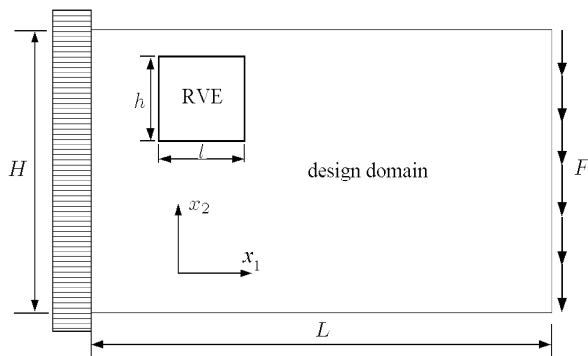


图 4 结构设计域与表征体胞

Fig.4 Design domain and RVE

3.1 结构宏观布局优化

结构在宏观上划分为 32×20 个单元, 假设结构沿纵向为多层结构, 每层具有相同的材料组分, 则对应 20 个设计变量 $x_i (i = 1, 20)$, 求解问题 (2) 得到图 5 所示的材料布局优化结果. 各层组分 x_i 对称分布, 分别为 (1.0, 0.72, 0.46, 0.41, 0.46, 0.72, 1.0), 并且层厚也不尽相同. 可见材料的梯度分布旨在最大限度地承受上下两侧的拉压应力.

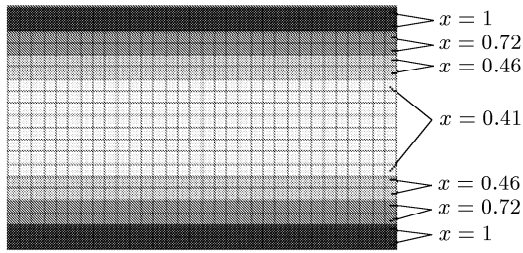


图 5 结构宏观布局设计结果

Fig.5 Macro-material layout with the SIMP model ($p = 1$)

3.2 多孔材料表征体胞的构型拓扑优化设计

3.2.1 不同材料组分下的表征体胞尺度的影响

根据图 5 宏观布局优化结果可以确定多孔材料表征体胞构型设计域为夹芯区域 $L \times H_1$ ，如图 6 所示。以 m, C_m 分别表示夹芯域内的表征体胞数目与整体结构柔顺度的大小，取表征体胞为 2×2 的小正方形，则表征体胞数 $m = 16 \times 8$ ，即沿 x_1 方向有 16 个，沿 x_2 方向有 8 个。假设夹芯内材料组分相同的横向层具有相同的表征体胞构型即沿 x_1 方向呈周期性，则求解 8 个子问题 (4) 得图 7(a) 所示构型优化结果和相应的柔顺度值 $C_{16 \times 8}$ ；若使用均匀化方法，相当于取无限个正方形表征体胞，得到图 7(b) 所示的优化结果。

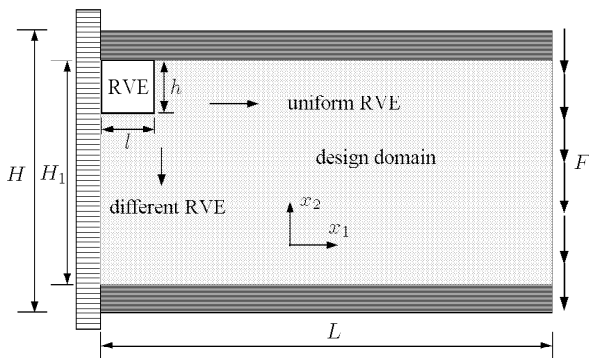


图 6 结构设计域和表征体胞示意图

Fig.6 Design domain and RVE

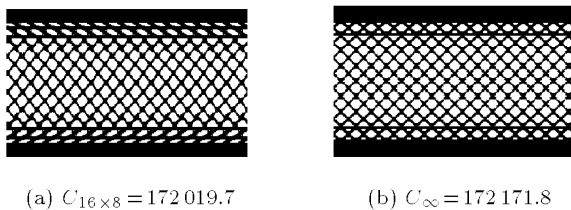


图 7 材料 / 结构一体化设计结果比较 (不同材料组分比)

Fig.7 Comparison of integrated material/structure optimal designs with different volume fraction

可见不同的材料组分层对应不同的微结构构型，充分发挥了材料的潜力。结构上下两边为致密材料而中间为菱形状微结构，这与结构上下端主要承受拉压、中间承受剪力的受力状态是相符的。尽管两种方法所得到的优化结构的柔顺度基本一致，但微结构构型之间的差别还是明显的。可以看到两种方法获得的结构中间部位材料构型基本一致，但在从致密材料到多孔蜂窝材料的过渡部分，均匀化方法给出的微结构为完全对称构型，表现为沿 45° 和 135° (与 x_1 轴夹角) 的理想加强状况，而考虑尺度关联 ($m = 16 \times 8$) 的优化构型则是在各自的上下端接近 $\pm 135^\circ$ 的方向加强。

3.2.2 相同材料组分下的表征体胞的尺度影响

为了进一步研究尺度效应，揭示 m 的变化对表征体胞构型的影响，将图 6 所示的夹芯区域的材料组分取为平均值 $\bar{x}_i = 0.5 (i = 3, 18)$ 进行分析，而整个宏观结构的材料体分比仍为 0.6。假设夹芯区域仍为多层结构，每层具有相同的微结构构型。图 8 和图 9 分别给出了正方形表征体胞的尺寸对构型设计结果的影响以及结构柔顺度的变化规律。图 8 中的优化结果相对 x_1 轴对称，图 9 中 1~4 点对应图 8

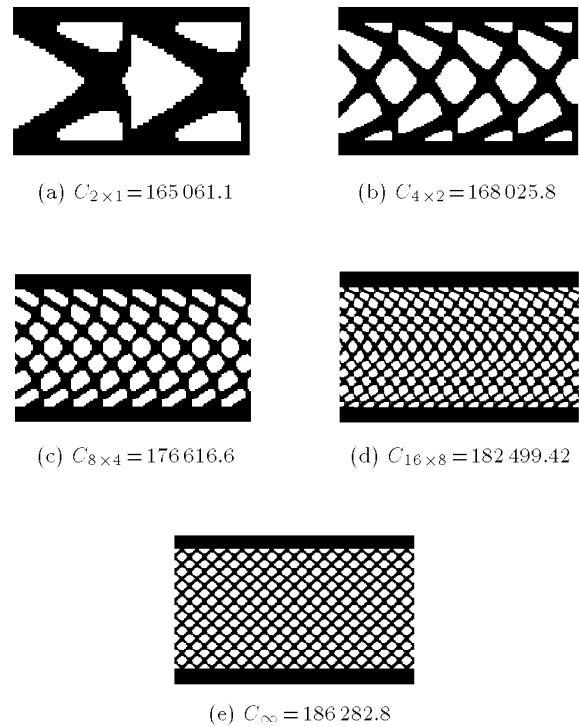
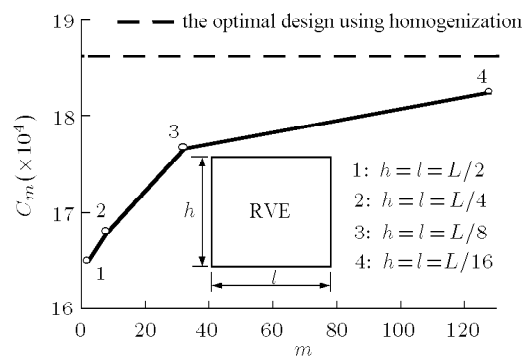
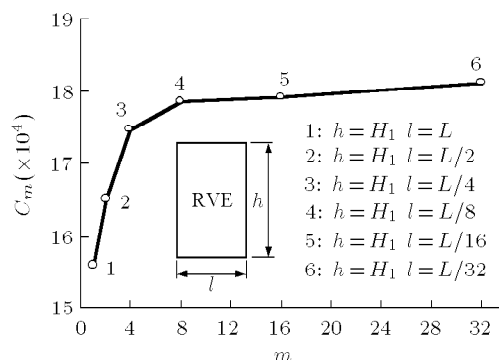


图 8 正方形体胞尺度对夹芯设计结果的影响 (材料组分比为 0.5)

Fig.8 Scale effect of the square RVE on the core design result (volume fraction: 0.5)

图 9 结构柔顺度 C_m 随 m 的变化曲线Fig.9 Compliance variation versus m 图 11 结构柔顺度 C_m 随 m 的变化曲线 ($h = 16$)Fig.11 Compliance variation versus m with $h = 16$

中 (a)~(d) 的优化结果. 可以看到由于表征体胞尺寸的减小限制了材料的设计空间, 使得结构刚度随之变小, 当 $m = 16 \times 8$ 时, 图 8(d) 中的优化结果与均匀化方法获得的图 8(e) 中的优化构型具有一定的可比性.

另外, 为了研究超单元表征体胞边长比 l/h 对构型优化结果的影响, 假定纵向边长 h 恒定时依次减小横向边长 l . 图 10 和图 11 分别给出 $h = 16$, l 不断减小时的结构优化构型和柔顺度的变化. 很明显, 表征体胞尺寸的减小限制了材料的设计空间, 使得结构刚度随之变小, 但由于边长比 l/h 过小,

使得最终构型结果与均匀化方法的计算结果相比仍有一定的差距. 图 11 列出对应图 10(a)~10(f) 的优化结果的表征体胞尺寸的大小.

另一方面, 对于多尺度均匀化方法, 一般均采用 $l/h = 1/1$ 的正方形体胞进行材料的性能表征. 本文也分析了沿水平与垂直量方向分别取 $l/h = 2/1$, $l/h = 1/2$ 的具有两个材料表征体胞时的夹芯构型的优化设计, 如图 12 所示. 发现计算结果对体胞的周期性不敏感, 再次说明了均匀化方法无法反映体胞的尺度效应.

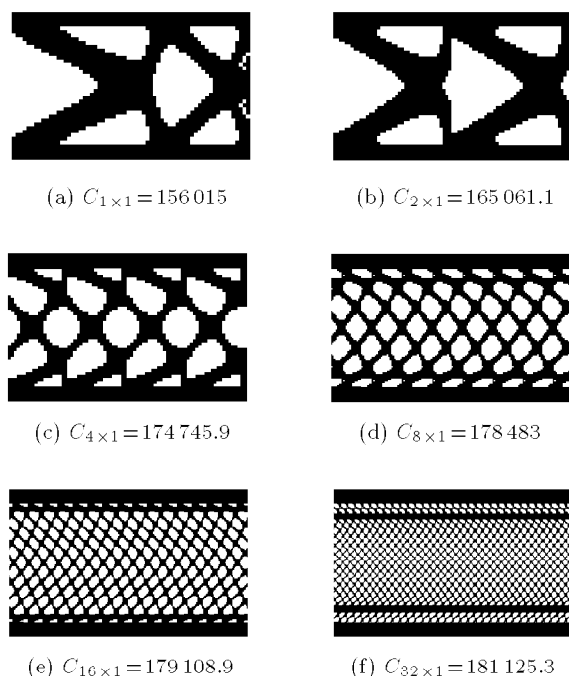
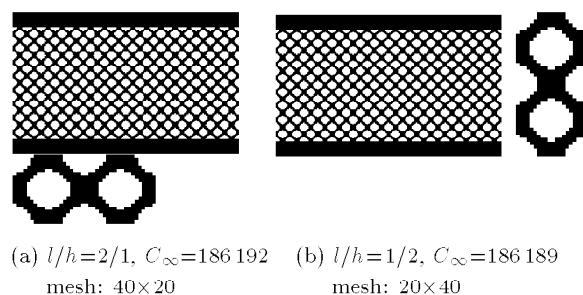
图 10 体胞边长比对夹芯设计结果的影响
(材料组分比为 0.5, $h = 16$)Fig.10 Effect of the RVE's aspect ratio on the core design result with $h = 16$ (volume fraction: 0.5)图 12 均匀化方法下单胞边长比对设计结果的影响
(材料组分比为 0.5)

Fig.12 Effect of the RVE's aspect ratio on the design result using homogenization method (volume fraction: 0.5)

3.3 具有单一材料表征体胞构型的结构优化设计

假设图 4 中的整个设计域 $L \times H$ 为单一正方形表征体胞构成的多孔材料填充, 则仅需求解一个由式 (4) 定义的优化子问题. 如果仍取材料用量体分比为 0.6, 那么考虑正方形体胞尺度变化的结构材料优化结果见图 13(a)~13(c). 图 13(a) 与图 13(b) 结果基本相同, 与图 13(d) 中均匀化方法的优化结果也很类似. 图 13(b) 与图 13(c) 的区别在于后者考虑了结构沿中性轴 x_1 的对称性, 仅取结构的一半分析优化. 由图 13(c) 可知, 上述对称假设能有效避免材料

在中性轴上的分布以便增大结构刚度。因此，在结构中进行多孔材料设计时需要恰当的考虑材料体胞的周期性与对称性方向。

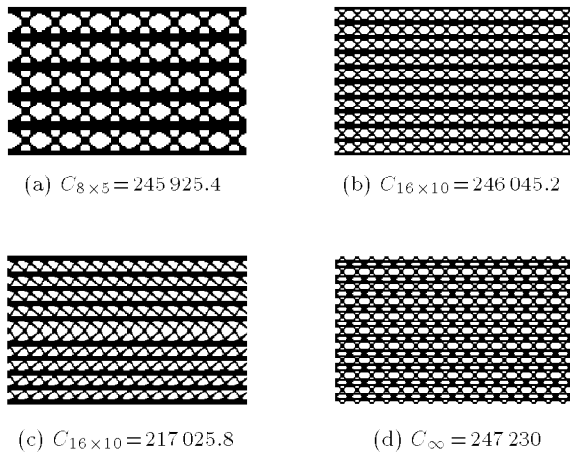


图 13 正方形表征体胞尺度对构型优化设计结果
(材料组分比为 0.6)

Fig.13 Scale effect of the square RVE on the design result
(volume fraction: 0.6)

分两种情况考虑超单元表征体胞边长比对优化构型的影响。图 14 和图 15 给出了当 $l = 16$ 取恒定值时，表征体胞边长比变大时结构刚度减小的过程。假设表征体胞沿纵向周期性分布，材料将无法合理地分布在对结构刚度影响最大的设计域顶层与底层。图 16 和图 17 给出了当 $h = 20$ ，表征体胞边长比变小时的构型设计结果与相应的柔顺度的变化；而图 18 和图 19 则给出了 $h = 10$ 时的情况，反映了同样的变化趋势。

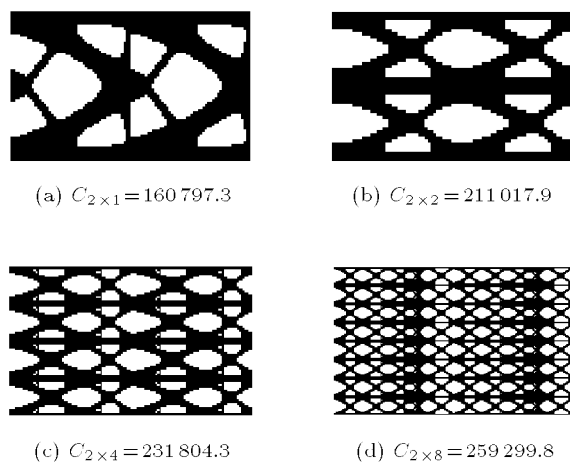


图 14 体胞尺度 ($l = 16$) 对构型优化设计结果的影响

Fig.14 Scale effect of the RVE on the design result with $l = 16$

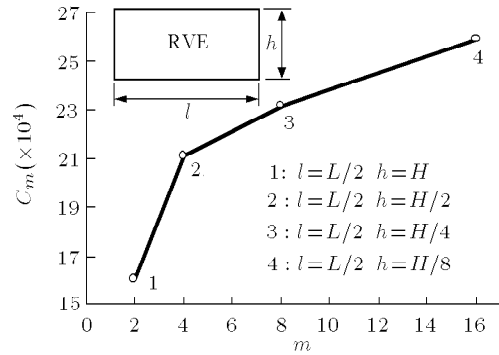


图 15 结构柔顺度 C_m 随 m 的变化曲线 ($l = 16$)

Fig.15 Compliance variation versus m with $l = 16$

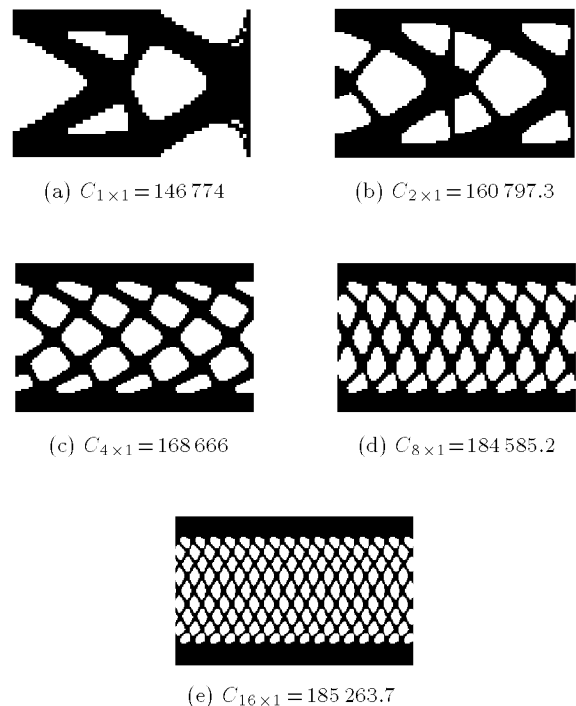


图 16 体胞尺度 ($h = 20$) 对构型优化设计结果的影响

Fig.16 Scale effect of the RVE on the design result with
 $h = 20$

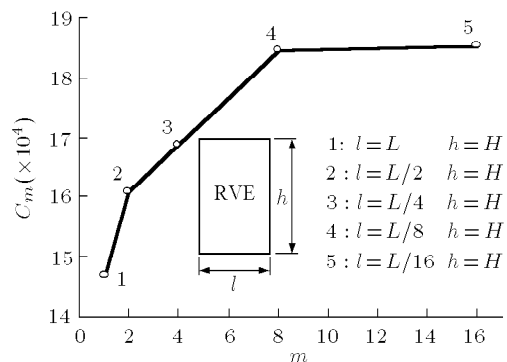


图 17 结构柔顺度 C_m 随 m 的变化曲线 ($h = 20$)

Fig.17 Compliance variation versus m with $h = 20$

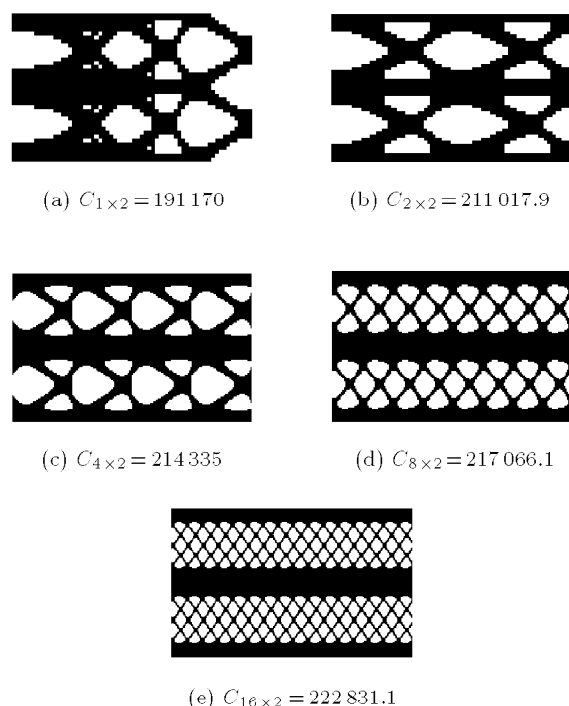
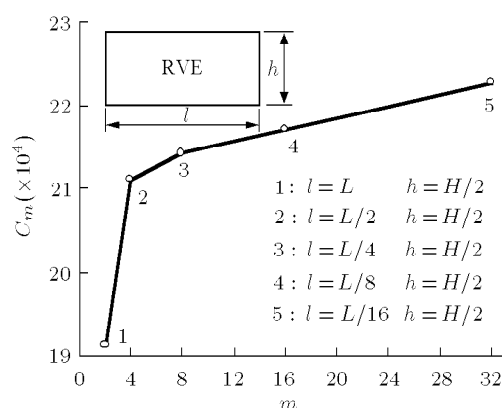
图 18 胞体尺度 ($h = 10$) 对构型优化设计结果的影响

Fig.18 Scale effect of the RVE on the design result with

 $h = 10$ 图 19 结构柔顺度 C_m 随 m 的变化曲线 ($h = 10$)Fig.19 Compliance variation versus m with $h = 10$

4 结 论

本文采用宏观结构所包含的多孔材料的表征胞体的数目与边长比研究其尺度效应, 结合宏观布局优化与表征胞体构型设计的分层计算策略, 开展了材料 / 结构尺度关联的一体化设计新方法研究. 通过二维算例分析, 发现表征胞体尺度 m 以及边长比 l/h 对优化设计构型具有重要的影响. 当正方形表征胞体数 m 逐渐增大时, 优化结果趋向于均匀化方法对应的极限值; 而表征胞体边长比的选取、胞体的周期性与对

称性的排列方式同样对优化构型有着不可忽视的影响. 另一方面, 采用具有不同材料组分的表征胞体由于材料分布的梯度变化所获得的结构刚度优化结果 (如图 7(a), $C_{16 \times 8} = 172019.7$) 明显高于基于单一胞体构型的优化结果 (图 13(c), $C_{16 \times 10} = 217025.8$), 更能充分地发挥组分材料的潜力, 提高承载能力. 因此, 进一步开展该方向的热、力耦合优化设计研究对发展航空航天新型轻质多功能结构设计理论与方法具有重要的意义.

参 考 文 献

- 1 Bensoussan A, Lions JL, Papanicolaou G. Asymptotic Analysis for Periodic Structures. Amsterdam: North Holland, 1978
- 2 Bendsoe MP, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 71(2): 197~224
- 3 Sigmund O. Materials with prescribed constitutive parameters: an inverse homogenization problem. *International Journal of Solids and Structures*, 1994, 31(17): 2313~2329
- 4 Sigmund O, Torquato S. Design of materials with extreme thermal expansion using a three-phase topology optimization method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45(6): 1037~1067
- 5 Takano N, Zako M. Integrated design of graded microstructures of heterogeneous materials. *Archive of Applied Mechanics*, 2000, 70: 585~596
- 6 Fujii D, Chen BC, Kikuchi N. Composite material design of two-dimensional structures using the homogenization method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 50: 2031~2051
- 7 Rodrigues H, Guedes JM, Bendsoe MP. Hierarchical optimisation of material and structure. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, 24: 1~10
- 8 Sutherland LS, Shenoi RA, Lewis SM. Size and scale effects in composites-I. Literature review. *Composites Science and Technology*, 1999, 59: 209~220
- 9 Pecullan S, Gibiansky LV, Torquato S. Scale effects on the elastic behavior of periodic and hierarchical two-dimensional composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1999, 47: 1509~1542
- 10 Kouznetsova V, Geers MGD, Brekelmans WAM. Multi-scale constitutive modelling of heterogeneous materials with a gradient-enhanced computational homogenization scheme. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, 54: 1235~1260
- 11 Fish J, Shek K. Multi-scale analysis of composite materials and structures. *Composites Science and Technology*, 2000, 60: 2547~2556
- 12 Baron E. On dynamic behaviour of medium-thickness plates with uniperiodic structure. *Archive of Applied Mechanics*, 2003, 73: 505~516

- 13 Zhang WH, Duysinx P. Dual approach using a variant topology optimization. *Computers & Structures*, 2003, 81(22/23): 2173~2218
- perimeter constraint and efficient sub-iteration scheme for

INTEGRATED DESIGN OF POROUS MATERIALS AND STRUCTURES WITH SCALE-COUPLED EFFECT¹⁾

Zhang Weihong²⁾ Sun Shiping

(The Key Laboratory of Contemporary Design & Integrated Manufacturing Technology,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract It is known that structural behaviors of cellular solids are dictated by the topology of the dense and porous regions, with a complex arrangement of microstructures of different sizes and topologies. In this paper, an integrated design methodology using Representative Volume Element(RVE) scale is proposed for the global stiffness maximization of the overall structure and the local design of Representative Volume Element based on multi-scale computing. Influences of Representative Volume Element aspect ratio, scale, and periodic arrangement style such as translation, symmetric pattern on the optimal design are investigated using the super-element method. By means of the dual optimization scheme and perimeter constraint, Representative Volume Elements are efficiently optimized with checkerboards being eliminated. Numerical results show that the proposed method can be used in the design of porous materials such as honeycomb panels and hierarchical cellular sandwich panels and the hierarchical cellular materials scale effects are well represented. This provides an innovative design concept for the lightweight structures.

Key words scale effect, porous materials, topology optimization, materials design, homogenization method, representative volume element

Received 8 May 2005, revised 8 November 2005.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10372083, 90405016), the Aeronautical Science Foundation (04B53080) and the 973 Program (2006CB601205).

2) E-mail: zhangwh@nwpu.edu.cn