

金属颗粒磁带宏观性质的细观力学估计

夏强平* 韦丹† 徐志平* 郑泉水*,1)

*(清华大学工程力学系, 北京 100084)

†(清华大学材料工程系, 北京 100084)

摘要 金属颗粒之间的磁场相互作用对金属颗粒磁带的高密度记录性能有显著的影响. 为了有效地估计该影响, 在单畴颗粒的 Stoner-Wohlfarth 模型基础上将新近提出的细观力学相互作用直推法 (Zheng & Du, J. Mech. Phys. Solid. 2001) 推广到非均匀磁记录材料中, 得到了磁带宏观性质的率形式解析表达, 能有效地计及颗粒之间的相互作用、颗粒形状的统计分布和体积分数对磁介质性能的影响. 得到的理论结果与数值模拟和有关的实验观测结果相当一致.

关键词 复合材料, 有效性质, 金属颗粒磁带, IDD 估计, 磁滞回线

中图分类号: TB331 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2006)03-0323-07

引 言

金属颗粒磁带是由可磁化的细长金属颗粒相和非磁性的基体相复合而成. 单个颗粒的内部磁化强度不仅受颗粒本身形状、晶体的各向异性、电子间的交换相互作用和磁弹耦合的影响, 还受到其它磁性颗粒的磁相互作用. 这使得对磁带材料中单个颗粒的能量描述比较复杂, 并导致对整个磁带宏观性质的理论分析比较困难. Stoner 等^[1]建立了单个磁畴颗粒磁化的模型, 该模型只考虑磁头直接施加给颗粒的外磁场和颗粒形状对颗粒内部磁化强度的影响, 而没有考虑磁带内部颗粒之间的磁相互作用对颗粒内部磁化强度的影响. 所以 Stoner-Wohlfarth 模型只适合于颗粒体积分数较低的情况. 随着颗粒体积分数增大, 颗粒之间的磁相互作用将增加, 对磁带宏观磁性质的分析就必须考虑相互作用. 为此, 磁学上发展了一些名义场的近似方法. 如 Atherton 等^[2]提出的考虑颗粒间相互作用的模型是对 Stoner-Wohlfarth 模型的修正, 它将 Stoner-Wohlfarth 模型中磁头直接施加在颗粒上的外磁场 H_∞ 变换为 $H_\infty + \alpha M$, 其中 M 表示颗粒的磁化强度、系数 α 的大小反映颗粒之间相互作用的强弱, 增加的部分 αM 表征其它颗粒对该颗粒的作用而引起的场. Brian 等^[3]在 Atherton-Beattie 模型的基础上提出了包含模型, 该模型指出 Atherton-Beattie 模型在计算邻近

颗粒之间相互作用时不够精确, 应该对邻近颗粒之间的相互作用采用逐个精确的计算. 所以包含模型认为作用在颗粒上的有效场为 $H_\infty + \alpha M + \sum_{i=1}^n H_i$, 其

中 $\sum_{i=1}^n H_i$ 表示由于临近颗粒对该颗粒的作用场. 除理论研究外, 实验研究和数值模拟方面也都有很多工作. 实验研究^[4~7]的一个目的是考查颗粒之间的相互作用是如何影响磁带的矫顽力和磁滞回线的. 实验结果表明矫顽力和体积分数成线性反比, 而磁滞回线的矩形比与体积分数成正比. 数值模拟的结果^[8~12]重现了矫顽力与体积分数成线性反比的特征, 且表明体积分数的提高增大了磁滞回线的矩形比. 就理论的复杂和计算时间的长短而言, 名义场方法比数值模拟方法简单且快捷. 但名义场方法难于保证很高的精度, 也不能考虑颗粒趋向分布、空间分布等因素对宏观材料的影响; 而数值模拟方法^[12,13]可以达到需要的精度, 且能很好地考虑分布因素. 综上所述, 笔者希望能建立一个新的理论方法: 既希望它能考虑颗粒定向、空间分布等因素对宏观性质的影响, 也希望它在保证一定的计算精度同时能简单、迅速地得到结果.

历经半个世纪的发展, 细观力学为复合材料的宏观力学性质与微结构和各组成材料性质之间的关系提供了众多的理论模型^[14], 如略去了相互作用的稀

2005-12-09 收到第 1 稿, 2006-03-16 收到修改稿.

1)E-mail: zhengqs@tsinghua.edu.cn

疏法和计及相互作用的自洽法、广义自洽法、Mori-Tanaka 法、以及近期提出的相互作用直推法 (IDD 法)^[15~17] 等. 稀疏法具有简单显式的表示, 但因未计及夹杂间相互作用, 故只对夹杂体积分数较低的情况下才适合. 最近提出的 IDD 法是建立在三相模型基础上, 利用稀疏解的一种统一、解析的新的考虑相互作用的细观力学方法, 它较好地综合具备了以前诸方法的优点, 适用于含各种几何形状和分布的多相复合材料, 具有物理和几何含义明确、形式简洁的显式结构. 由于金属颗粒磁带材料的磁学性质的增量形式和颗粒增强复合材料中线弹性性质之间可以建立起对应关系, 所以本文尝试将细观力学的 IDD 方法推广到作为估计磁带材料宏观性能的新的理论模型.

1 细观力学和细观磁学的对应关系

控制静磁场的 Maxwell 方程组为

$$\mathbf{B} \cdot \nabla = 0, \mathbf{H} \times \nabla = \mathbf{0}, \mathbf{H} = \nabla \phi \quad (1)$$

其中 \mathbf{B}, \mathbf{H} 和 ϕ 分别为磁感应强度、磁场强度和磁势. 这些关系和线性弹性力学的平衡方程、协调方程以及几何方程

$$\sigma \cdot \nabla = 0, \nabla \times \varepsilon \times \nabla = \mathbf{0}, \varepsilon = (\mathbf{u}\nabla + \nabla\mathbf{u})/2 \quad (2)$$

分别一一对应. 由于铁磁材料中磁感应强度和磁场强度之间的关系是非线性的, 为了能和线弹性力学上的 Hooke 定律 $\sigma = \mathbf{C} : \varepsilon$ 对应, 取磁感应强度率 $\dot{\mathbf{B}}$ (指依赖加载参数的增加率, 后同) 与磁场强度率 $\dot{\mathbf{H}}$ 的关系作为磁学的本构关系, 并用下述率形式基本方程代替式 (1)

$$\dot{\mathbf{B}} \cdot \nabla = 0, \dot{\mathbf{H}} \times \nabla = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{H}} = \nabla \dot{\phi} \quad (3)$$

复合材料的宏观弹性张量 \mathbf{C} 可定义为在远场均匀应变 ε^∞ 作用下, 复合材料内部应力的平均值 $\bar{\sigma}$ 与 ε^∞ 之间的线性变换 $\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \varepsilon^\infty$, 对于夹杂 - 基体类型的复合材料, 可以严格建立如下关系^[1,2]

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C}_0 : \varepsilon^\infty + \sum_{i=1}^N c_i (\mathbf{C}_i - \mathbf{C}_0) : \bar{\varepsilon}_i \quad (4)$$

其中 $\mathbf{C}_i, \mathbf{C}_0$ 分别为第 i 相夹杂和基体的弹性张量, c_i 和 $\bar{\varepsilon}_i$ 分别为第 i 相的体积分数和平均应变. 多数细观力学方法的差异可以归结于对 $\bar{\varepsilon}_i$ 估计方法的不同^[1,2]. 图 1(a) 给出了复合材料中的夹杂及其基体氛围的示意图.

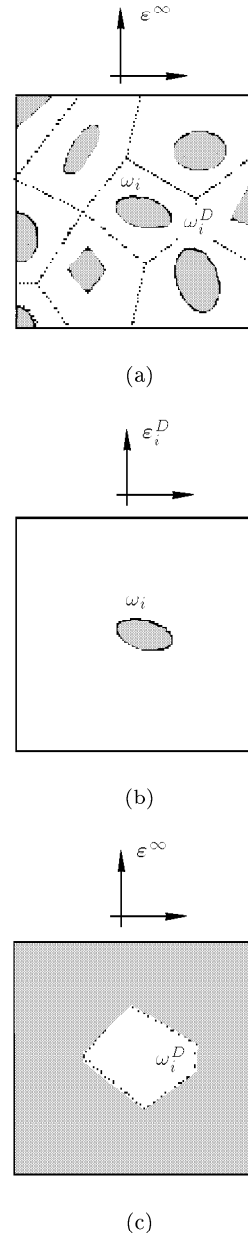


图 1 IDD 方法示意图

Fig.1 A schematic illustration for the IDD estimate

所谓一个夹杂的基体氛围, 是指包含该夹杂的一个基体区域, 由它来有效表征夹杂在基体中的比重和分布空间. 第 i 夹杂的几何区域记作为 ω_i, ω_i 及其基体氛围的几何区域记作为 ω_i^D , 见图 1(b). 详见文献 [15~17] 提出的划分或选择 ω_i^D 的一些基本原则.

为对第 i 个夹杂的平均应变 $\bar{\varepsilon}_i$ 作出考虑夹杂间相互作用的估计, 建立在三相模型基础上的 IDD 方法最后证明可通过如图 1(b) 所示的无限大基体仅含单个夹杂 i , 受到远场某个均匀应变 ε_i^D 作用时, 由

此时该夹杂的应变平均值来估计 $\bar{\epsilon}_i$ ；而 ϵ_i^D 则又由无限大等效弹性体（以待定的 C 为弹性张量）中包含以基体材料（以 C_0 为弹性张量）制作的，以夹杂-基体胞元 ω_i^D 为形状的夹杂，受远场 ϵ^∞ 作用后 ω_i^D 内应变的平均值作为 ϵ_i^D 的估计，见图 1(c)。理论和大量应用表明^[15~17] IDD 方法所给出的关于有效弹性性质的估计，不仅物理几何意义明确，形式解析统一简单，适用于各种形状、分布、多相和高体积分数的问题，而且估计的精度很高。

金属颗粒磁带的基体材料一般是非磁性材料，故磁感应强度 B 和磁场强度 H 关系及其率形式分别为

$$B = \mu_0 H, \quad \dot{B} = \mu_0 \dot{H} \quad (5)$$

其中 μ_0 是真空磁导率。记第 i 个铁磁颗粒内部的磁感应强度率 \dot{B} 和内部磁场强度率 \dot{H} 的关系为

$$\dot{B} = \mu_i \dot{H} \quad (6)$$

其中 μ_i 为待推导的所谓类磁导率二阶张量，则该磁带材料的平均磁感应强度率 \dot{B} 与施加的远端均匀磁场率 \dot{H}_∞ 具有上述与式 (4) 类似的关系

$$\dot{B} = \mu_0 \dot{H}_\infty + \sum_{i=1}^N c_i (\mu_i - \mu_0 I) \dot{H}_i \quad (7)$$

因此，完全可以仿照 IDD 方法的思想 and 途径来估计第 i 夹杂内磁场强度率的平均值 \dot{H}_i ，从而最终建立起磁带作为等效均匀材料时的磁性质表示

$$\dot{B} = \mu \cdot \dot{H}_\infty \quad (8)$$

并给出等效磁性 μ 的解析形式的估计。

综合上述讨论，建立 μ 的 IDD 估计的关键是：

(1) 求出以等效磁带体包含非磁性 ω_i^D 区域并受远场均匀外磁场 \dot{H}_∞ 作用时， ω_i^D 内磁场强度率 \dot{H}_i^D 与 \dot{H}_∞ 的关系，并以 \dot{H}_i^D 作为下面步骤的外加场来求 \dot{H}_i 。

(2) 求出仅含单个颗粒时远场均匀磁场率 \dot{H}_i^D 与该夹杂内的平均磁场率 \dot{H}_i 的关系。

(3) 恰当地选择夹杂-基体胞元 ω_i^D 的形状和取向，以反映夹杂的空间分布。

2 基于 Stoner-Wohlfarth 模型铁磁颗粒的率形式磁本构关系

金属颗粒磁带中的颗粒是铁磁材料，其自由能由 5 部分组成^[18]：(1) 由电子自旋间的交换作用产

生的交换相互作用能；(2) 由颗粒形状引起的形状各向异性能；(3) 由晶体材料各向异性引起的磁晶各向异性能；(4) 由外磁场作用产生的外磁场能；(5) 由力磁耦合产生的磁弹性能。在铁磁材料中交换相互作用能和磁晶各向异性能比外磁场能和形状各向异性能小一个量级^[13,19]，磁致伸缩在外场不大的情况下也十分微弱。为简单起见，人们常常忽略磁晶各向异性能、交换相互作用能和磁弹性能，并将最终铁磁材料的总能量近似表示为外磁场能 W_∞ 和形状各向异性退磁能 W_d 之和。单个颗粒在外磁场 H_∞ 作用下对应的外磁场能^[1] 为

$$W_\infty = -\mu_0 M \cdot H_\infty \quad (9)$$

其中 μ_0 为真空磁导率， M 为磁化强度。而形状各向异性能（即退磁能）为

$$W_d = -\frac{1}{2} \mu_0 M \cdot H_d = \frac{1}{2} \mu_0 M \cdot N \cdot M \quad (10)$$

其中 $H_d = -N \cdot M$ 是退磁场， N 为退磁因子，它是与颗粒形状有关的量，具体形式可以由表面磁荷积分求得^[1]。特别地当颗粒形状为旋转椭球体时， N 在旋转长轴 a 和短轴 b 方向的两个独立主值分别为

$$N_a = \frac{1}{\epsilon^2 - 1} \left[\frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 - 1}} \ln(\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 1}) - 1 \right] \quad (11)$$

$$N_b = (1 - N_a)/2 \quad (12)$$

其中 $\epsilon = a/b$ 称作形状比因子。

对细长旋转椭球型磁性颗粒的内部磁化，Stoner-Wohlfarth^[1] 模型作了两条重要假设：(1) 初始磁化方向与长轴方向 m_0 一致；(2) 磁化过程中，发生一致反转，即磁化强度 M 大小 M_s 不变， M 的方向 m 随着外场的变化而变化（见图 2）。

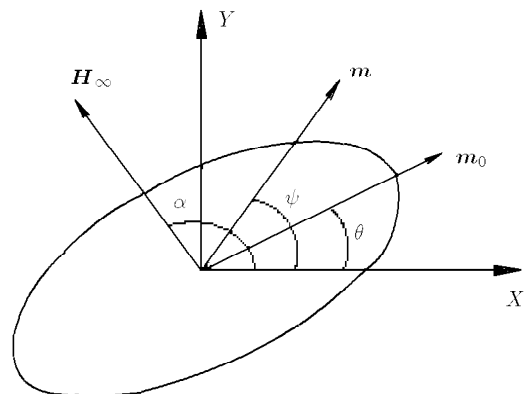


图 2 金属颗粒示意图

Fig.2 A schematic illustration for metal particle

磁带的制备过程使得颗粒大部分平躺在磁带平面内, 为了给出尽可能简单的模型, 本文限于研究在磁带平面内的外磁场和磁化强度的变化关系. 对该类问题, 二维的磁化强度表示为

$$\mathbf{M} = M_s \mathbf{m} = M_s (\cos \psi, \sin \psi)^T \quad (13)$$

其中 ψ 代表磁化强度方向 \mathbf{m} 与 X 轴之间的夹角 (见图 2). 记颗粒长轴方向 \mathbf{m}_0 和外磁场 \mathbf{H}_∞ 与 X 轴的夹角分别为 θ 和 α , 于是

$$\mathbf{H}_\infty = H_\infty (\cos \alpha, \sin \alpha)^T \quad (14)$$

将上述关系代入式 (9) 和式 (10), 得到铁磁颗粒的单位体积内的总自由能为

$$W = W_\infty + W_d = -\mu_0 H_\infty M_s \cos(\psi - \alpha) + \frac{1}{2} \mu_0 M_s^2 [(N_a - N_b) \cos^2(\psi - \theta) + N_b] \quad (15)$$

进一步, 引入无量纲参数 h_∞ , w 和 w_0

$$\left. \begin{aligned} h_\infty &= \frac{H_\infty}{M_s(N_b - N_a)} \\ w &= \frac{W}{\mu_0 M_s^2 (N_b - N_a)} \\ w_0 &= \frac{N_b}{2(N_b - N_a)} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

于是式 (15) 化简为

$$w = -h_\infty \cos(\psi - \alpha) - \frac{1}{2} \cos^2(\psi - \theta) + w_0 \quad (17)$$

颗粒在外磁场作用下发生磁化, 磁化准则是能量处于极小, 由此得到相应的两个必要条件

$$\frac{\partial w}{\partial \psi} = h_\infty \sin(\psi - \alpha) + \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \theta) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} = h_\infty \cos(\psi - \alpha) + \cos 2(\psi - \theta) \geq 0 \quad (19)$$

上述关系给出了内部磁化强度方向 ψ 与外场参数 (h_∞ , α) 的相互关系.

进一步, 式 (17) 的率形式为

$$\begin{aligned} \dot{h}_\infty \sin(\psi - \alpha) + h_\infty \cos(\psi - \alpha)(\dot{\psi} - \dot{\alpha}) + \\ \cos[2(\psi - \theta)]\dot{\psi} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

由此立即得到磁化方向变化率 $\dot{\psi}$ 与外磁场强度变化的关系为

$$\dot{\psi} = -\frac{\dot{h}_\infty \sin(\psi - \alpha) - h_\infty \cos(\psi - \alpha)\dot{\alpha}}{h_\infty \cos(\psi - \alpha) + \cos 2(\psi - \theta)} \quad (21)$$

式 (21) 刻画出了外磁场 \mathbf{H}_∞ 的变化是如何影响颗粒磁化强度方向 ψ 的变化的. 由式 (18) 可见当 $H_\infty \rightarrow \infty$, 且 α 不变时, 磁化强度方向 ψ 趋向于外加场方向 α , 则磁化强度方向的变化率 $\dot{\psi} \rightarrow 0$, 即磁化强度方向的变化减小, 颗粒磁化强度趋于稳定; 由式 (21) 可见, 当 $h_\infty = \frac{-\cos 2(\psi - \theta)}{\cos(\psi - \alpha)}$ 时, 磁化强度方向的变化率 $\dot{\psi} \rightarrow \infty$, 即磁化强度很不稳定, 甚至出现跳跃. 为了进一步得到矢量形式的本构关系, 作磁化强度 \mathbf{M} 和外加磁场 \mathbf{H}_∞ 的增量形式

$$\dot{\mathbf{M}} = M_s (-\sin \psi, \cos \psi)^T \dot{\psi} \quad (22)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_\infty = \dot{H}_\infty (\cos \alpha, \sin \alpha)^T + H_\infty (\cos \alpha, \sin \alpha)^T \dot{\alpha} \quad (23)$$

综合式 (21)~(23) 得到第 i 个颗粒的磁化关系

$$\dot{\mathbf{M}}_i = \lambda_i \dot{\mathbf{H}}_\infty \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_i &= 1 / \left\{ \left[-\frac{1}{2} \sin 2(\psi_i - \theta_i) \operatorname{ctg}(\psi_i - \alpha) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos 2(\psi_i - \theta_i) \right] (N_b^i - N_a^i) \right\} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} \sin^2 \psi_i & -\sin \psi_i \cos \psi_i \\ -\sin \psi_i \cos \psi_i & \cos^2 \psi_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

称作第 i 颗粒的磁化系数.

颗粒内部的磁场 \mathbf{H}_i 是外磁场 \mathbf{H}_∞ 和退磁场 $\mathbf{H}_d^i = -\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{M}_i$ 的矢量和, 故 \mathbf{H}_i 的率形式 $\dot{\mathbf{H}}_i$ 可以表示为

$$\dot{\mathbf{H}}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{N}_i \cdot \lambda_i) \dot{\mathbf{H}}_\infty \quad (26)$$

上式用到了式 (24). 静磁场情况下, 颗粒内磁感应强度 \mathbf{B}_i 与磁场强度 \mathbf{H}_i 及磁化强度 \mathbf{M}_i 的关系和率形式分别表示为

$$\mathbf{B}_i = \mu_0 (\mathbf{H}_i + \mathbf{M}_i), \quad \dot{\mathbf{B}}_i = \mu_0 (\dot{\mathbf{H}}_i + \dot{\mathbf{M}}_i) \quad (27)$$

利用式 (24), 式 (26) 和式 (27), 可以得到

$$\dot{\mathbf{B}}_i = \mu_i \dot{\mathbf{H}}_i \quad (28)$$

其中

$$\mu_i = \mu_0 [\mathbf{I} + \lambda_i (\mathbf{I} - \mathbf{N}_i \lambda_i)^{-1}] \quad (29)$$

是一个类似于真空磁导率 μ_0 的对称张量, 本文称之为类磁导率张量, 它表征了无限大非磁性基体材料

含单磁颗粒且受均匀远磁场 \mathbf{H}_∞ 作用时的颗粒内部磁场变化率和内部磁感应强度变化率的关系。

3 金属颗粒磁带宏观磁性的 IDD 估计

按照 IDD 方法, 首先需要求解无限大等效磁带材料中嵌含非磁性材料区域 ω_i^D (即第 i 颗粒及其基体氛围所占据的总区域) 在远场施加均匀外磁场率 $\dot{\mathbf{H}}_\infty$ 时 ω_i^D 内的磁场强度率的平均值 $\dot{\mathbf{H}}_i^D$ 与 $\dot{\mathbf{H}}_\infty$ 的关系。

首先, 将有效介质的磁化强度率 $\dot{\mathbf{M}}$ 和外磁场强度率 $\dot{\mathbf{H}}_\infty$ 关系记为

$$\dot{\mathbf{M}} = \lambda \cdot \dot{\mathbf{H}}_\infty \quad (30)$$

其中 λ 为有效介质的磁化系数, 为待求量, 直接对应于宏观磁带的磁滞回线。根据定义有效介质的等效类磁导率张量 $\boldsymbol{\mu}$ 与 λ 的关系为

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0(\mathbf{I} + \lambda) \quad (31)$$

仿照对式 (26) 的推导, 可得 $\dot{\mathbf{H}}_i^D$ 与 $\dot{\mathbf{H}}_\infty$ 的关系为

$$\dot{\mathbf{H}}_i^D = (\mathbf{I} + N_i^D \lambda) \dot{\mathbf{H}}_\infty \quad (32)$$

其中用到了非磁性材料作为颗粒时的退磁因子等于非磁性材料作为基体并嵌含磁性相同形状颗粒时退磁因子 N_i^D 的负值。

同样, 仿照式 (26) 的推导, 在远场 $\dot{\mathbf{H}}_i^D$ 的作用下, 非磁性基体包含单个磁性颗粒时, 颗粒内部磁场律的平均值 $\dot{\mathbf{H}}$ 与 $\dot{\mathbf{H}}_i^D$ 关系为

$$\dot{\mathbf{H}} = (\mathbf{I} - N_i \lambda_i) \dot{\mathbf{H}}_i^D \quad (33)$$

将式 (32), (33) 结合, 由式 (7), (8) 可以得到

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu} \dot{\mathbf{H}}_\infty &= \mu_0 \dot{\mathbf{H}}_\infty + \sum c_i (\boldsymbol{\mu}_i - \mu_0 \mathbf{I}) (\mathbf{I} - N_i \lambda_i) \cdot \\ &(\mathbf{I} + N_i^D \lambda) \dot{\mathbf{H}}_\infty \end{aligned} \quad (34)$$

由于 $\dot{\mathbf{H}}_\infty$ 的任意性, 注意到 $\boldsymbol{\mu} - \mu_0 \mathbf{I} = \mu_0 \lambda$ 以及式 (29), 得到

$$\lambda = \sum c_i \lambda_i (\mathbf{I} + N_i^D \lambda) \quad (35)$$

其中 λ_i 为单个磁畴的磁化系数, 它的值由式 (25) 确定, λ 为宏观磁带的磁化系数, 表征了磁带磁滞回线的形状。

由式 (35) 解出 λ , 并记为 λ^{idd}

$$\lambda^{\text{idd}} = \left(\mathbf{I} - \sum_{\alpha=1}^A c_\alpha \lambda_\alpha N_\alpha^D \right)^{-1} \lambda^d \quad (36)$$

此即为磁带磁化系数 λ 的 IDD 估计, N_α^D 与第 α 类夹杂对应的基体氛围形状相关的量, 其中

$$\lambda^d = \sum c_i \lambda_i \quad (37)$$

为宏观磁带磁化系数 λ 的稀疏估计。

对于基体氛围形状和取向的选择, 下述两种特殊情况在应用上特别重要:

(1) 颗粒随机分布, 即分布为各向同性, 因此, 各颗粒 - 基体氛围域 ω_i^D 应该取作为圆型, 此时 $N_\alpha^D = \frac{1}{2} \mathbf{I}$, 式 (36) 简化为

$$\lambda^{\text{idd}} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{2} \lambda^d \right)^{-1} \lambda^d$$

或

$$\lambda^{\text{idd}} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{2} \sum c_i \lambda_i \right)^{-1} \sum c_i \lambda_i \quad (38)$$

(2) 颗粒取向高度一致, 这时取 ω_i^D 与 ω_i 相似取向和形状更合理, 即取 $N_\alpha^D = N_\alpha$ 。当选择基体氛围和夹杂的形状取向一样时, 式 (36) 展开表示为

$$\begin{aligned} \lambda^{\text{idd}} &= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \sum c_\theta \begin{bmatrix} \lambda_{11}^\theta & \lambda_{12}^\theta \\ \lambda_{21}^\theta & \lambda_{22}^\theta \end{bmatrix} \right. \\ &\left. \begin{bmatrix} N_a^\theta \cos^2 \alpha + N_b^\theta \sin^2 \theta & (N_a^\theta - N_b^\theta) \sin \theta \cos \theta \\ (N_a^\theta - N_b^\theta) \sin \theta \cos \theta & N_a^\theta \sin^2 \theta + N_b^\theta \cos^2 \theta \end{bmatrix} \right\}^{-1} \cdot \\ &\begin{bmatrix} \sum c_\theta \lambda_{11}^\theta & \sum c_\theta \lambda_{12}^\theta \\ \sum c_\theta \lambda_{21}^\theta & \sum c_\theta \lambda_{22}^\theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4 分析和应用

对 Wei 等^[11] 建立的磁带模型进行模拟, 并与 Zhou 和 Wei^[12,13] 的直接数值模拟结果进行比较。

文献 [12,13] 对颗粒体积分数为 0.35, 颗粒形状比因子为 5.0, 颗粒取向为如图 3 所示 (计算采用的是条形图) 情况下的磁带进行了数值模拟, 本文用 IDD 方法对相同的磁带模型进行了模拟, 结果如图 4 所示。图中可以看出 IDD 方法计算出的矫顽力 H_c (磁滞回线中 M_x 取零的点, 见图 4) 比没有考虑相互作用的稀疏解计算出的矫顽力小, 而剩磁 M_r (磁滞回线中 H_∞ 取零的点, 见图 4) 却比稀疏解计算出的大。也可以看出, IDD 估计和 Zhou 和 Wei^[12,13] 的

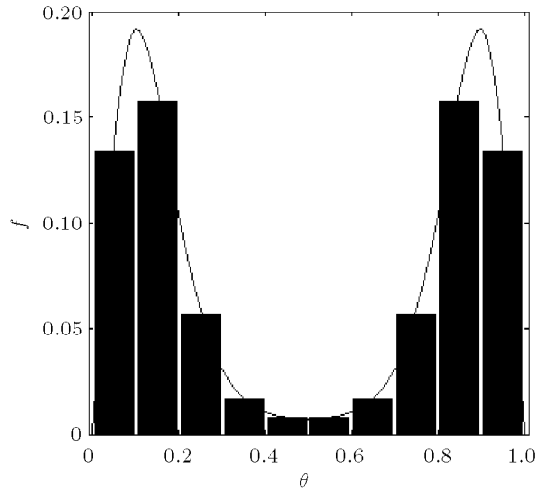


图 3 颗粒取向图

Fig.3 Distribution of the orientation of particle

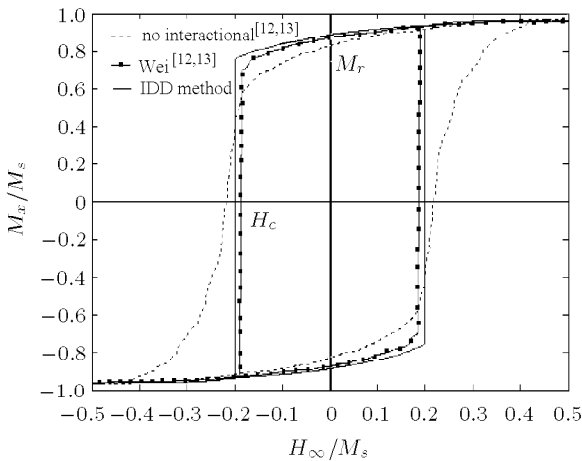


图 4 不同方法的磁滞回线

Fig.4 Hysteresis loop for different scheme

直接数值模拟结果非常一致. 这说明对于磁带材料可以用 IDD 估计这一理论模型进行模拟.

本文还对颗粒随机取向情况下磁带模型进行了模拟, 在三维随机分布情况下 Knowles^[20] 整理了磁带矫顽力和磁带内部颗粒体积分数之间关系的实验数据, 并进一步研究表明用方程 $\frac{H_c(p)}{H_c(0)} = (1 - Dp^{4/3})$ 能很好地描述实验值, 其中 D 为拟合参数 (在颗粒趋向随机分布情况下, D 取 0.76), p 为颗粒的体积分数, $H_c(p)$ 为磁带在颗粒体积分数为 p 情况下的矫顽力, $H_c(0)$ 为所有单个粒子在真空中的矫顽力平均值. 名义场的近似方法对矫顽力和体积分数的关系^[21] 为: $\frac{H_c(p)}{H_c(0)} = (1 - p)$. 用 IDD 估计式 (36) 进行了模拟. 如图 5 所示, 可以看出 IDD 估计计算出的矫顽力比名义场方法的结果好很多, 仅

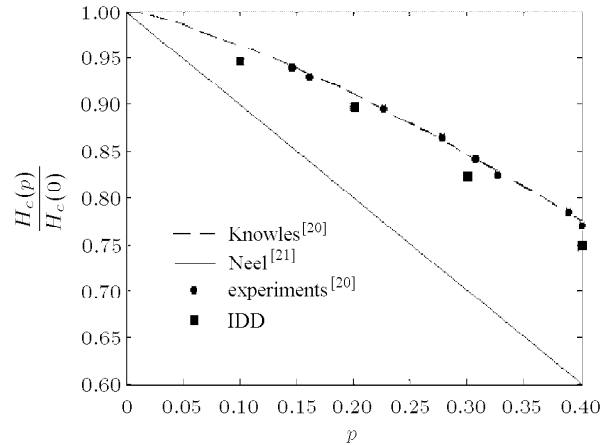


图 5 无量纲矫顽力和体积分数的关系

Fig.5 The relationship of normalized coercivity versus packing fraction

比实验的数值以及拟合的公式低. 出现偏低的其中一个原因可能是: 这些试验的数值都是三维的.

5 结 论

本文从复合材料的细观力学的 IDD 估计框架出发, 在静力学和静磁学一一对应的基础上, 推广得到了估计磁带材料宏观磁性能的细观磁学 IDD 估计. 通过 IDD 估计和数值结果及试验结果比较, 可以得到细观磁学的 IDD 估计, 不但可以很好地考虑颗粒之间的相互作用对磁带宏观性能的影响, 而且可以考虑颗粒的取向分布、空间分布、形状对宏观磁性能的影响. 本文进一步的努力方向是建立三维的磁带模型.

参 考 文 献

- 1 Stoner EC, Wohlfarth EP. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys. *Philos Tran R. Soc London*, 1948, A240: 599~642
- 2 Atherton DL, Beattie JR. A mean field Stoner-Wohlfarth hysteresis model. *IEEE Trans Magn*, 1990, 26: 3059~3063
- 3 Phelps BF, Liorzou F, Atherton DL. Inclusive model of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Trans Magn*, 2002, 38: 1326~1332
- 4 Zimmermann G, Hempel KA. Comparison of the magnetization reversal of Hi-8 ME and MP videotape. *J Magn Magn Mater*, 1996, 155: 286~288
- 5 McConochie SR, Schmidlin F, Bissell PR, et al. Interaction effects from reversal studies of single particles. *J Magn Magn Mater*, 1996, 155: 89~91
- 6 Nagai N, Inoue M. Influence of magnetic interaction and particle length on MP tape noise. *IEEE Trans Magn*, 1998, 34: 1669~1671

- 7 Crew DC, Girt E, Suess D. Magnetic interactions and reversal behavior of $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ particles diluted in a Nd matrix. *Phy Rev B*, 2002, 66: 184418~184430
- 8 Kechrakos D, Trohidou KN. Magnetic properties of dipolar interacting single-domain particles. *Phy Rev B*, 1998, 58: 12169~12177
- 9 Bertram HN, Christian S. Numerical simulations of hysteresis in longitudinal magnetic tape. *J Magn Magn Mater*, 1999, 193: 388~394
- 10 Hilo ME, Chantrell RW, O'Grady K. A model of interaction effects in granular magnetic solids. *J Appl Phys*, 1998, 84: 5114~5122
- 11 Wei D, Neal Betram H, Friedman A. Signals and nonlinearities in thin metal-particle tape. *J Appl Phys*, 1996, 79: 5661~5663
- 12 Zhou P, Wei D. M-H loop analysis in MP tape with accurate calculation of magnetostatic interaction. *Tech Rep of IEICE*, 2001, 71: 201~204
- 13 周鹏. 金属颗粒磁记录介质宏观磁性质的微磁学分析. [硕士论文]. 北京: 清华大学材料科学与工程系, 2002. 5 (Zhou Peng. Micromagnetic analysis of magnetic properties in metal-particle tapes. [Master Thesis]. Beijing: Department of Materials Science and Engineering of Tsinghua University, 2002. 5 (in Chinese))
- 14 Nemat-Nasser S, Hori M. Micromechanics: overall properties of heterogeneous elastic solids. Lecture Notes, 1993, initiated at UCSD
- 15 Zheng QS, Du DX. A explicit and universally applicable estimate for the effective properties of multiphase composites which accounts for the inclusion distribution. *J Mech Phys Solids*, 2001, 49: 2765~2788
- 16 杜旦旭. 多相材料有效性质的研究. [博士论文]. 北京: 清华大学工程力学系, 2000. 5 (Du Danxu. Theoretical studies on the effective properties of multiphase materials. [Ph D Thesis]. Beijing: Department of Engineering Mechanics of Tsinghua University, 2000. 5 (in Chinese))
- 17 Du DX, Zheng QS. A further exploitation on the effective self-consistent scheme and IDD estimate for the effective properties of multiphase composites which accounts for the inclusion distribution. *Acta Mech*, 2002, 157: 61~80
- 18 钟文定. 铁磁学 (中册). 北京: 科学出版社, 1987 (Zhong Wending. Ferromagnetism. Beijing: Science Press, 1987 (in Chinese))
- 19 徐志平. 材料有效性质估计中的两个问题. 清华大学工程力学系, 综合论文训练, 2002. 6 (Xu Zhiping. Two problems in estimating effective properties of materials. Department of Engineering Mechanics of Tsinghua University, Scientific Thesis, 2002.6 (in Chinese))
- 20 Knowles JE. Coercivity and packing density in acicular particle. *J Magn Magn Mater*, 1981, 25: 105~112
- 21 Neel L. Anisotropie magnétique superficielle et surstructures d'orientation. *J Phys Rad*, 1954, 15: 225~239

ESTIMATE OF EFFECTIVE PROPERTIES OF METAL PARTICLE TAPE BASED ON MICROMECHANICS

Xia Qiangping* Wei Dan[†] Xu Zhiping* Zheng Quanshui^{*,1)}

^{*}(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

[†](Department of Materials Science and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract The magnetic interaction of the particles has significant effects on the effective properties of high-density recording tape. The interaction direct derivation (IDD) estimate based on the single particle's Stoner-Wohlforth model is generalized in this paper. The generalized IDD (GIDD) estimate, based on micromagnetic theory, is found very close to the results of related experiments and numerical simulations. We show that the IDD (GIDD) estimate has a simple and explicit structure, with clear physical meanings for all involved components, valid for multiphase composites of nonlinear materials, and the influence of various inclusion distribution can be taken into account.

Key words composites, effective properties, MP tape, IDD estimate, M-H loop