

成层半空间出平面自由波场的一维化时域算法¹⁾

刘晶波²⁾ 王 艳

(清华大学土木工程系, 北京 100084)

摘要 提出了一种计算出平面 SH 波斜入射时弹性水平成层半空间中自由波场时域计算的一维化有限元方法. 在进行有限元网格划分时, 竖向单元取满足有限元模拟精度的任意尺寸, 水平向网格尺寸由时间离散步长和水平视波速确定, 并自动进行虚拟网格划分. 基底设置人工边界, 并将波动输入转化为等效荷载施加在边界节点上. 然后将集中质量有限元法和中心差分法相结合建立节点运动方程, 并将水平方向相邻节点的运动用该节点相邻时刻的运动表示, 从而将求解节点运动的二维方程组转化为一维方程组. 求解此方程组, 即得到自由场中竖向一系列节点的运动. 最后根据行波传播的特点, 可方便地确定全部自由波场. 理论分析和数值算例表明, 该方法具有较高的精度和良好的稳定性.

关键词 水平成层半空间, 斜入射, 显式有限元法, Snell 定律, 人工边界, 虚拟划分

中图分类号: P315 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2006)02-0219-07

引 言

在考虑土 - 结动力相互作用的地震反应分析中, 波动输入处理得合理与否将直接影响到计算结果的精度和可信度^[1]. 对于一般工程的地震反应分析, 地震波假设为竖直向上入射的体波, 此时自由场的求解是简单的一维问题, 可以方便地在时域实现^[2]. 但是对于诸如核电站、高坝、桥梁等大型结构, 斜入射引起的地面运动的非一致变化对结构地震反应有很大影响^[3]. 为了确保重大工程结构在地震作用下的安全性, 有必要在抗震设计中考虑地震波斜入射的影响. 地震波斜入射时弹性半空间自由波场的计算可以在时域实现, 但是弹性半空间模型不能反映地球介质不均匀的特点, 因此应该采用更合理的水平成层半空间模型. 地震波斜入射时水平成层半空间自由波场的计算可以在频域实现^[4], 但是操作复杂, 而且要耗费大量的计算机存储空间和计算时间. 因此, 需要发展精度高和实用性强的时域计算方法来研究斜入射自由波场.

文献 [5] 采用固定有限元网格, 根据 Snell 定律设置辅助计算点, 建立了入射侧边界节点的内插公式, 并和节点位移计算公式相结合, 给出了地震波斜入射时自由波场计算的时域解法, 但是由于设

置辅助计算点而引入的插值公式导致计算方法比较复杂. 本文给出了一种更简便易行的一维化计算方法. 在有限元网格划分时, 竖直方向采用任意网格尺寸; 水平方向的网格尺寸由时间离散步长和水平视波速共同确定, 并且自动进行虚拟划分, 无需进行插值计算, 易于程序实现. 基底设置人工边界来模拟无限地基的辐射阻尼, 并将波动输入转化为等效荷载施加在边界节点上. 然后将集中质量有限元法和中心差分法相结合建立节点运动方程组, 并将水平方向相邻节点的运动用该节点相邻时刻的运动表示, 从而将求解节点运动的二维方程组转化为一维方程组. 求解此方程组, 即得到自由波场中竖向一系列节点的运动. 最后根据行波传播的特点, 可方便地确定全部自由波场. 这样, 地震波斜入射时水平成层半空间中自由波场计算的二维问题转化为一维问题.

1 计算区域的有限元离散化方案

1.1 斜入射情形下弹性波传播的特点

如图 1 所示, 设 x 轴为水平方向, y 轴为竖直方向, SH 波的入射角即波动传播方向与 y 轴的夹角为 θ . 以波速 c 传播的平面波沿水平方向 (x 轴方

2005-06-16 收到第 1 稿, 2005-11-15 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (50478014)、国家 973 计划 (2002CB412706) 和北京市自然科学基金重点项目 (8061003) 资助.

2) E-mail: liujb@tsinghua.edu.cn

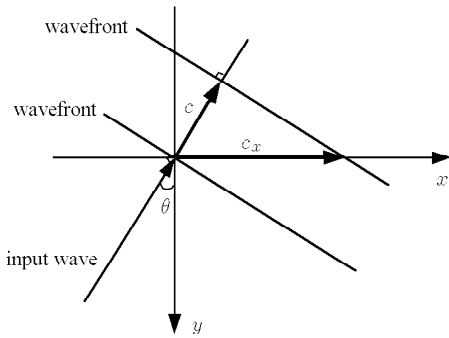


图 1 波速和水平视波速的关系

Fig.1 Relation of wave velocity and horizontal apparent wave velocity

向) 的视速度为

$$c_x = \frac{c}{\sin \theta} \quad (1)$$

如果介质为水平成层介质, 则由 Snell 定律^[6]可知, 同一平面波由下卧弹性半空间入射引起的各土层中的水平视波速相等, 并等于下卧半空间入射波的水平视波速 c_x .

对于弹性介质, 沿水平方向 (x 轴方向) 的波动为行波, 传播速度为视波速 c_x , 因此波场可以表示为

$$u(x, y, t) = u\left(0, y, t - \frac{x}{c_x}\right) \quad (2)$$

若将时间离散步长表示为 Δt , 则由式 (2) 可以得到如下关系式

$$u(x + jc_x \Delta t, y, t) = u(x, y, t - j\Delta t), \quad j \in (-\infty, \infty) \quad (3)$$

1.2 计算区域的网格划分和一维化方法的建立

水平成层半空间模型如图 2 所示, 由下卧弹性半空间和其上水平成层介质构成, 各层的质量密度和剪切波速分别为 ρ_l 和 c_{sl} ($l = 1, 2, \dots, L$). 采用有限元方法离散化, 竖向网格尺寸为 Δy , 水平向网格尺寸为 Δx , 将坐标为 $(m\Delta x, n\Delta y)$ 的节点记为 (m, n) , 并将该节点在 $t = p\Delta t$ 时刻的自由场位移记为 $u_{m,n}^p$, 即 $u_{m,n}^p = u(m\Delta x, n\Delta y, p\Delta t)$. 在显式有限元法中, 节点 (m, n) 在 $p\Delta t$ 时刻的运动方程为

$$\sum_{i=m-1}^{m+1} \sum_{j=n-1}^{n+1} (a_{i,j} \ddot{u}_{i,j}^p + b_{i,j} \dot{u}_{i,j}^p + c_{i,j} u_{i,j}^p) = 0 \quad (4)$$

由上式可知, 节点 (m, n) 的运动只和与该节点

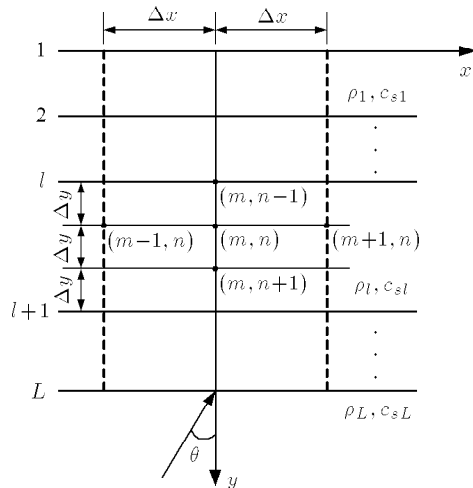


图 2 水平成层半空间的有限元离散化模型

Fig.2 The finite element model of layered half-space

直接相连的节点运动有关^[7]. 根据式 (4) 和弹性介质中行波传播的特点确定以下的有限元离散化方案, 即将竖向网格尺寸 Δy (Δy 可以不同, 为表示方便, 统一用 Δy 表示) 取任意值, 而沿水平 x 轴的网格尺寸相等, 均为 Δx , 且

$$\Delta x = c_x \Delta t \quad (5)$$

则根据式 (3), 当 $j = \pm 1$ 时

$$\left. \begin{aligned} u_{m-1,n}^p &= u_{m,n}^{p+1} \\ u_{m+1,n}^p &= u_{m,n}^{p-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

依此类推, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} u_{m-1,n-1}^p &= u_{m,n-1}^{p+1}, & u_{m-1,n+1}^p &= u_{m,n+1}^{p+1} \\ u_{m+1,n-1}^p &= u_{m,n-1}^{p-1}, & u_{m+1,n+1}^p &= u_{m,n+1}^{p-1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

同理, 节点的速度和加速度同样存在上述关系. 因此, 运动方程 (4) 可以改写为

$$\sum_{j=n-1}^{n+1} \left[\sum_{k=p-1}^{p+1} (a'_{m,j} \ddot{u}_{m,j}^k + b'_{m,j} \dot{u}_{m,j}^k + c'_{m,j} u_{m,j}^k) \right] = 0 \quad (8)$$

由式 (8) 可见, 节点 (m, n) 在 $p\Delta t$ 时刻的运动方程只包含竖直方向上相邻节点在相邻时刻的运动, 在求得该竖直方向上节点运动后, 就可以根据式 (2) 确定全部自由波场. 这样, 斜入射自由波场计算的二维问题就转化为了一维问题.

2 人工边界和波动输入

2.1 人工边界的设置

在应用有限元法分析地震波动散射问题时, 必须从半无限介质中切取出有限的计算区, 并在计算

区边界上引入合适的人工边界条件, 以达到消除反射、模拟波动透射过程的目的. 目前已发展了多种人工边界, 比如透射边界^[8]、黏性边界^[9]、黏弹性边界^[10]等. 对于 SH 波的输入问题, 由于入射波和反射波均为平面波, 且入射方向可以确定, 因而采用上述人工边界都可以精确模拟波动的透射过程, 其中黏性边界具有使用方法简单、直观, 概念清晰的特点, 所以本文在计算区的底部设置了黏性边界.

黏性边界相当于在人工边界上设置一系列阻尼器以模拟无限地基的辐射阻尼, 如图 3 所示. 对于 SH 波入射的出平面问题, 黏性阻尼器系数的表达式为

$$C_b = \rho c_s \quad (9)$$

其中, C_b 表示人工边界节点上出平面切向的阻尼器系数, ρ 为介质质量密度, c_s 为介质剪切波速.

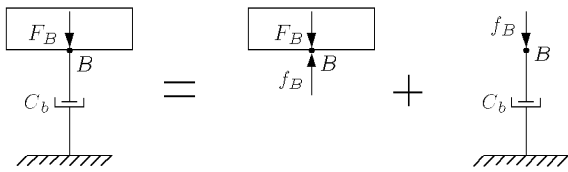


图 3 黏性边界及其脱离体示意图

Fig.3 Model of viscous boundary and its separation

黏性边界的精度可用其反射系数表示

$$R = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \quad (10)$$

其中, R 表示反射系数, θ 为 SH 波的入射角.

对于一般的散射问题, 由于散射波的方向不确定而不能精确设置阻尼器, 以致反射波不能完全消除. 但是对于地震波的输入问题, 入射角 θ 唯一确定, 因此将阻尼器系数修正为

$$C_b = \rho c_s \cos \theta \quad (11)$$

显然, 此时的反射系数 $R = 0$, 即反射波被完全消除.

2.2 边界上的波动输入

对于人工边界上的波动输入问题, 文献^[10]通过将地震波动输入问题转化为波源问题, 即将输入地震波动转化为作用于人工边界上的等效载荷的方法来实现, 可以准确地模拟任意角度入射的地震行波的输入, 具有较高的精度和广泛的适用性.

设 $w_0(x, y, t)$ 为已知的下卧弹性半空间中入射 SH 波场, 波的入射角度可以是任意的, 在设置的黏

性边界上入射波产生的位移为 $w_0(x_B, y_B, t)$, 应力为 $\tau_0(x_B, y_B, t)$, 方向为出平面切向. 为实现波动输入, 设在人工边界节点 B 上施加的等效力为 $F_B(t)$, 则

$$F_B(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + C_b \dot{w}_0(x_B, y_B, t) \quad (12)$$

因此, 只要在边界节点的出平面切向施加上述的等效荷载, 即可以完成边界上的波动输入.

3 斜入射自由波场的计算

对于弹性无阻尼问题, y 轴上的节点 $(0, n)$ 在任一时刻 $p\Delta t$ 的运动方程为

$$M_{0,n} \ddot{u}_{0,n}^p + \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=n-1}^{n+1} k_{i,j} u_{i,j}^p = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (13)$$

其中, $M_{0,n}$ 为集中于节点 $(0, n)$ 的质量, $k_{i,j}$ 为节点 $(0, n)$ 和节点 (i, j) 之间的刚度系数.

对于自由表面上的节点 $(0, 0)$, 运动方程为

$$M_{0,0} \ddot{u}_{0,0}^p + \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=0}^1 k_{i,j} u_{i,j}^p = 0 \quad (14)$$

对于黏性边界上的节点 $(0, N)$, 运动方程为

$$M_{0,N} \ddot{u}_{0,N}^p + C_b \dot{u}_{0,N}^p + \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=N-1}^N k_{i,j} u_{i,j}^p = F_B(p\Delta t) \quad (15)$$

其中, C_b 和 $F_B(p\Delta t)$ 分别根据式 (11) 和式 (12) 计算得到.

将 $\ddot{u}$ 用中心差分近似, 即

$$\ddot{u}_{0,n}^p = \frac{u_{0,n}^{p+1} - 2u_{0,n}^p + u_{0,n}^{p-1}}{\Delta t^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

由式 (6) 可得

$$u_{-1,n}^{p-1} = u_{0,n}^p, \quad u_{1,n}^p = u_{0,n}^{p-1} \quad (17)$$

将式 (16) 和式 (17) 代入式 (14), (13) 和式 (15), 并简记 $u_{0,n} = u_n$, $M_{0,n} = M_n$, 整理得到

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{-1,0}\right) u_0^{p+1} + \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{-1,1} u_1^{p+1} = \\ & \left(2 - \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{0,0}\right) u_0^p - \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{0,1} u_1^p - \\ & \left(1 + \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{1,0}\right) u_0^{p-1} - \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{1,1} u_1^{p-1} \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{-1,n-1} u_{n-1}^{p+1} + \left(1 + \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{-1,n}\right) u_n^{p+1} + \\
& \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{-1,n+1} u_{n+1}^{p+1} = -\frac{\Delta t^2}{M_n} k_{0,n-1} u_{n-1}^p + \\
& \left(2 - \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{0,n}\right) u_n^p + \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{0,n+1} u_{n+1}^p - \\
& \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{1,n-1} u_{n-1}^{p-1} - \left(1 + \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{1,n}\right) u_n^{p-1} + \\
& \frac{\Delta t^2}{M_n} k_{1,n+1} u_{n+1}^{p-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (18b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{-1,N-1} u_{N-1}^{p+1} + \left(1 + \frac{C_b \Delta t}{2M_N} + \right. \\
& \left. \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{-1,N}\right) u_N^{p+1} = -\frac{\Delta t^2}{M_N} k_{0,N-1} u_{N-1}^p + \\
& \left(2 - \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{0,N}\right) u_N^p + \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{1,N-1} u_{N-1}^{p-1} - \\
& \left(1 - \frac{C_b \Delta t}{2M_N} + \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{1,N}\right) u_N^{p-1} + \\
& \frac{\Delta t^2}{M_N} F_B(p\Delta t) \quad (18c)
\end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
a_{0,0} &= 1 + \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{-1,0}, \quad a_{0,1} = \frac{\Delta t^2}{M_0} k_{-1,1} \\
a_{1,0} &= \frac{\Delta t^2}{M_1} k_{-1,0}, \quad a_{1,1} = 1 + \frac{\Delta t^2}{M_1} k_{-1,1} \\
a_{1,2} &= \frac{\Delta t^2}{M_1} k_{-1,2}, \quad \dots, \quad a_{N,N-1} = \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{-1,N-1} \\
a_{N,N} &= 1 + \frac{C_b \Delta t}{2M_N} + \frac{\Delta t^2}{M_N} k_{-1,N}
\end{aligned}$$

则方程 (18) 可以写成矩阵的形式

$$\begin{bmatrix}
a_{0,0} & a_{0,1} & & & \\
a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & & \\
& \cdot & \cdot & \cdot & \\
& & \cdot & \cdot & \cdot \\
& & & \cdot & \cdot & \cdot \\
& & & & a_{N,N-1} & a_{N,N}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
u_0^{p+1} \\
u_1^{p+1} \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
u_N^{p+1}
\end{Bmatrix} =
\begin{Bmatrix}
d_0 \\
d_1 \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
d_N
\end{Bmatrix} \quad (19)$$

显然, 方程组 (19) 左边的系数矩阵是稀疏的三对角矩阵, 右边的系数 $d_0, d_1, \dots, d_n, \dots, d_N$ 只和节点 $(0, N)$ 输入的等效荷载及节点 $(0, n)$ ($n = 0, 1, \dots, N$) 在 $p\Delta t$ 及其以前时刻的位移有关. 因此, 求解上述方程组就可以得到 y 轴上各节点在 $(p+1)\Delta t$ 时刻的位移, 进而根据式 (2) 确定全部自由波场.

4 稳定性分析

如果采用矩形网格进行有限元分析, 则采用中心差分法进行逐步计算的稳定性条件为^[11]

$$\Delta t \leq \min\left(\frac{\Delta x}{c}, \frac{\Delta y}{c}\right) \quad (20)$$

由式 (5) 可知

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c_x} \quad (21)$$

将式 (1) 代入式 (21) 得

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} \sin \theta \leq \frac{\Delta x}{c} \quad (22)$$

可见, 水平方向有限元划分自动满足数值计算的稳定性要求. 因此总的稳定性条件式为

$$\Delta t \leq \frac{\Delta y}{c} \quad (23)$$

即仅需根据竖向有限元网格尺寸确定数值计算的稳定性条件. 这样, 二维问题的稳定性条件与一维问题的相同.

5 精度分析

由文献 [12] 可得, 考虑时间步长影响的离散模型中出平面波动的频散方程为

$$\frac{c}{c_s} = \frac{2}{k\Delta y} \frac{\omega}{\omega_c} \quad (24)$$

而

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{\Delta y}{c_s \Delta t} \arcsin \left[\frac{c_s \Delta t}{\Delta y} \sqrt{\frac{1}{\beta} s_1^2 + s_2^2 - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) s_1^2 s_2^2} \right] \quad (25)$$

其中, c 为 SH 波在离散模型中的传播速度, c_s 为 SH 波在连续介质中的传播速度, ω 为 SH 波的频率, k 为波数, θ 为入射角, $\omega_c = 2c_s/\Delta y$, $\beta = (\Delta x/\Delta y)^2$, $s_1 = \sin((k\Delta x \sin \theta)/2)$, $s_2 = \sin((k\Delta y \cos \theta)/2)$.

引入参数

$$\alpha = \frac{c_s \Delta t}{\Delta y} \quad (26)$$

根据式 (23), 稳定性条件要求

$$\alpha \leq 1 \quad (27)$$

将式 (26) 代入式 (25), 得

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{1}{\alpha} \arcsin \left[\alpha \sqrt{\frac{1}{\beta} s_1^2 + s_2^2 - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) s_1^2 s_2^2} \right] \quad (28)$$

根据方程 (24) 和 (28), 可以得到 SH 波以角度 θ 入射时 c/c_s 与 ω/ω_c 的关系, 如图 4 所示. 图 4(a) 给出了 $\alpha = 0.5$ 时, 不同的入射角 θ 对应的频散曲线, 并且和 SH 波垂直入射的情况进行了比较; 图 4(b) 给出了 $\theta = 45^\circ$ 时, 采用不同的时间步长参数 α 对应的频散曲线, 并且和采用固定方形网格的情况 ($\alpha = 0$) 进行了比较. 可以看出, 采用满足稳定性条件的时间步长时, 本方法对于不同方向的入射波都有很高的精度.

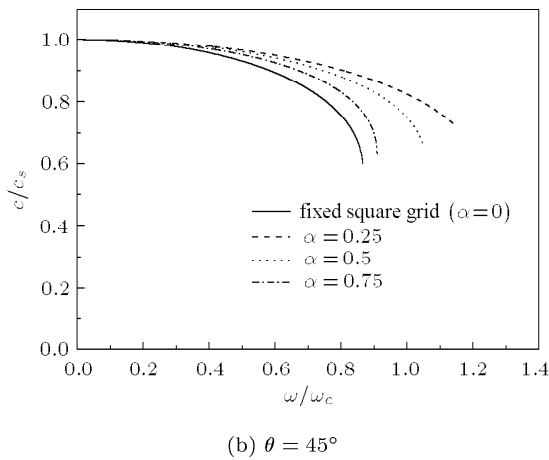
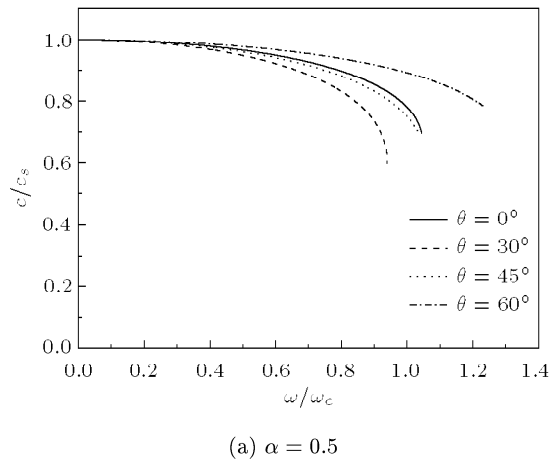


图 4 不同方向入射波在有限元离散模型中的传播速度

Fig.4 The propagation velocity of input wave with different incident angles in the finite element model

6 计算步骤和数值算例

本方法的具体计算步骤如下:

(1) 对于水平成层半空间模型, 竖直方向采用任意尺寸的网格划分, 即确定 Δy ;

(2) 根据竖向有限元网格尺寸和稳定性条件确定时间离散步长 Δt ;

(3) 根据式 (1) 确定波场水平方向视波速 c_x ;

(4) 由水平视波速和离散时间步长确定水平向有限元网格尺寸 Δx , 并自动进行虚拟划分;

(5) 在计算区底部设置黏性边界, 并将输入 SH 波转化为等效荷载施加在边界节点上;

(6) 将显式有限元法和中心差分法相结合, 建立求解 y 轴上节点的运动方程, 并将其水平方向相邻节点的运动用 y 轴上节点相邻时刻的运动来表示, 从而将二维方程组转化为一维方程组;

(7) 求解上述方程组, 得到 y 轴上节点的运动, 并根据行波传播的特点, 确定全部自由波场.

为验证本文提出的波动输入方法的精度和实用性, 下面对横向均匀的单覆盖层模型中 SH 波倾斜入射时的自由波场进行分析计算, 模型如图 5 所示. 其中上部覆盖层的介质参数为: 覆盖层厚度 $h = 10\text{ m}$, 质量密度 $\rho_1 = 1500\text{ kg/m}^3$, 剪切波速 $c_{s1} = 500\text{ m/s}$; 下卧半无限空间的介质参数为: 质量密度 $\rho_2 = 2000\text{ kg/m}^3$, 剪切波速 $c_{s2} = 1000\text{ m/s}$. 计算区范围 $y_b = 20\text{ m}$, y 方向的有限元网格尺寸 $\Delta y = 2\text{ m}$, 而 x 方向的有限元网格尺寸 Δx 根据式 (5) 确定. 入射波的位移时程如图 6 所示.

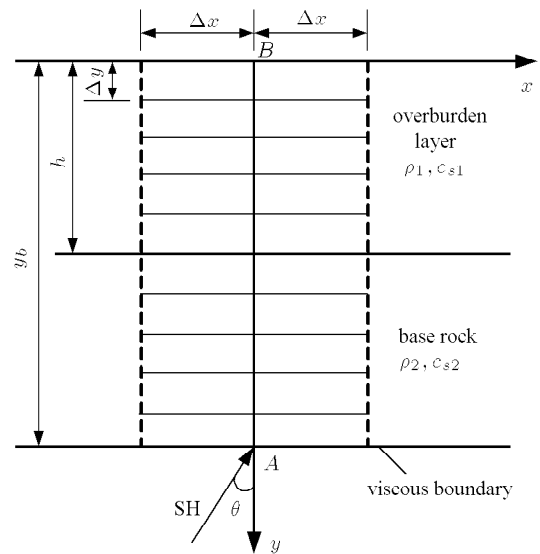


图 5 单覆盖层模型及离散化示意图

Fig.5 Model of single overburden layer and its discretization

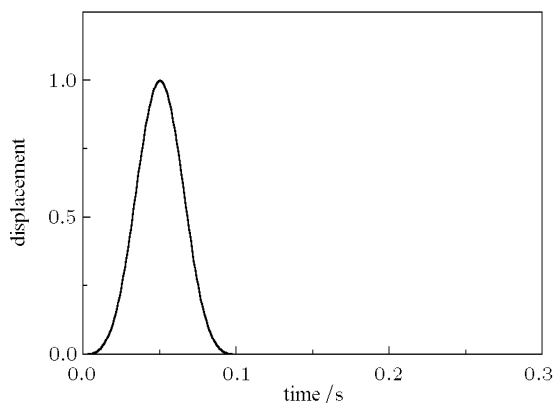
图 6 观测点 $A(0, y_b)$ 的入射波位移时程

Fig.6 Displacement time history of incident SH wave at observation point $A(0, y_b)$

图 7 给出了 SH 波以不同角度入射时自由表面观测点 $B(0, 0)$ 的位移时程, 其中理论解根据文献 [4] 给出的频域结果采用 Fourier 变换技术得到.

由图 7 可以清楚地看出, 采用本文提出的一维化计算方法得到的结果和理论解符合得非常好, 说明这一方法具有良好的精度. 特别应该注意的是, 当波动的入射角 θ 很小时, 水平方向单元尺寸 $\Delta x = c\Delta t / \sin \theta$ 将变得很大, 例如当 $\theta = 0.01^\circ$ 时,

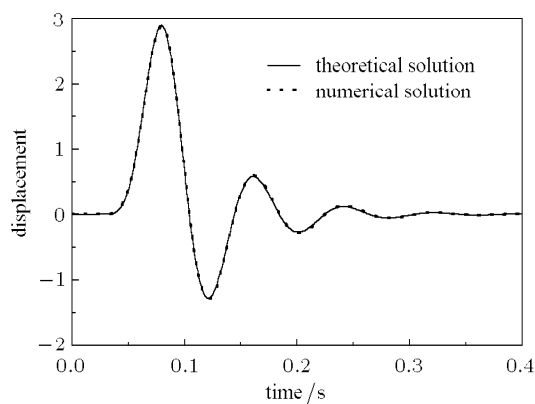
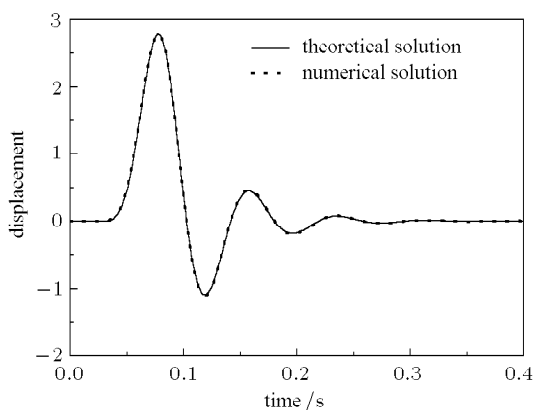
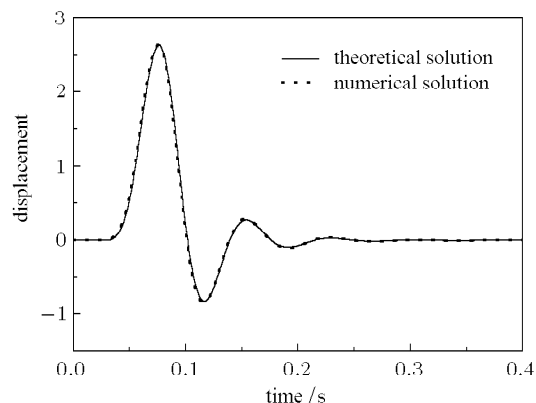
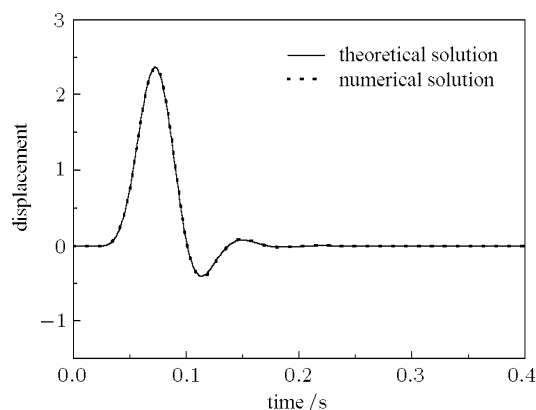
(a) $\theta = 0.01^\circ$ (b) $\theta = 30^\circ$ (c) $\theta = 45^\circ$ (d) $\theta = 60^\circ$ 图 7 SH 波以不同角度入射时自由表面观测点 $B(0, 0)$ 的位移时程

Fig.7 Displacement time history of observation point $B(0, 0)$ excited by SH wave with different angles

$\Delta x = 5729 \text{ m}$, $\Delta y = 2 \text{ m}$, 即水平方向单元尺寸约为竖直方向的 2864 倍, 但图 7(a) 给出的结果表明, 本文方法仍可以给出精度很高的模拟结果.

7 结 论

本文提出了一种计算出平面 SH 波斜入射时水平成层半空间自由波场的一维化时域计算方法. 理论分析和数值算例表明, 该方法具有较高的精度和良好的稳定性. 本方法在有限元分析的意义下是精确的, 即给出了真实的二维有限元模型的解. 本文研究了出平面运动的 SH 波斜入射的问题, 文中的基本思路和处理方法同样可以推广应用于研究平面内运动的 SV 波和 P 波问题.

参 考 文 献

- 1 沈聚敏, 周锡元, 高小旺等. 抗震工程学. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000 (Shen Jumin, Zhou Xiyuan, Gao Xiaowang, et

- al. Antiseismic Engineering. Beijing: China Architecture and Building Press, 2000(in Chinese))
- 2 廖振鹏. 工程波动理论导论. 北京: 科学出版社 (第二版), 2002(Liao Zhenpeng. Introduction to Wave Motion Theories in Engineering(2nd edition). Beijing: Science Press, 2002(in Chinese))
- 3 潘旦光, 楼梦麟, 范立础. 多点输入下大跨度结构地震反应分析研究现状. 同济大学学报, 2001, 29(10): 1213~1219(Pan Danguang, Lou Menglin, Fan Lichu. Status of seismic response analysis of long-span structures under multiple support excitations. *Journal of Tongji University*, 2001, 29(10): 1213~1219(in Chinese))
- 4 傅淑芳, 刘宝诚. 地震学教程. 北京: 地震出版社, 1991(Fu Shufang, Liu Baocheng. Seismology Tutorial. Beijing: Seismic Press, 1991(in Chinese))
- 5 李山有, 廖振鹏, 周正华. 大型结构地震反应数值模拟中的波动输入. 地震工程与工程振动, 2001, 6(2): 1~5(Li Shanyou, Liao Zhenpeng, Zhou Zhenghua. Wave motion input in numerical simulation of seismic response for large-scale structure. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2001, 6(2): 1~5 (in Chinese))
- 6 黎在良, 刘殿魁. 固体中的波. 北京: 科学出版社, 1995(Li Zailiang, Liu Diankui. Wave Motion in Solid. Beijing: Science Press, 1995(in Chinese))
- 7 廖振鹏. 近场波动问题的有限元解法. 地震工程与工程振动, 1984, 4(2): 1~14 (Liao Zhenpeng. The finite element solution of near-field wave motion problem. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1984, 4(2): 1~14 (in Chinese))
- 8 Liao Zhenpeng, Huang Kongliang, Yang Baipo, et al. A transmitting boundary for transient wave analysis. *Science in China* (Series A), 1984, 27(10): 1063~1076
- 9 Lysmer J, Kulemeyer RL. Finite dynamic model for infinite media. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1969, 95: 759~877
- 10 刘晶波, 吕彦东. 结构 - 地基动力相互作用问题分析的一种直接方法. 土木工程学报, 1998, 31(3): 55~64(Liu Jingbo, Lü Yandong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction. *China Civil Engineering Journal*, 1998, 31(3): 55~64 (in Chinese))
- 11 刘晶波, 王艳. SH 波斜入射时弹性半空间自由波场的一维算法. 见: 崔京浩. 第 14 届全国结构工程学术会议论文集. 第 14 届全国结构工程学术会议, 烟台, 2005(Liu Jingbo, Wang Yan. The 1D computational method of free field in elastic half-space with obliquely incident SH wave. In: Cui Jinghao, ed. Proceedings of the 14th National Conferences on Structural Engineering. The 14th National Conference on Structural Engineering, Yantai, 2005(in Chinese))
- 12 刘晶波, 廖振鹏. 有限元离散模型中的出平面波动. 力学学报, 1992, 24(2): 207~215(Liu Jingbo, Liao Zhenpeng. The out-plane wave motion in finite element model. *Acta Mechanica Sinica*, 1992, 24(2): 207~215 (in Chinese))

A 1-D TIME-DOMAIN METHOD FOR 2-D WAVE MOTION IN ELASTIC LAYERED HALF-SPACE BY ANTIPLANE WAVE OBLIQUE INCIDENCE¹⁾

Liu Jingbo²⁾ Wang Yan

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A 1-D finite element method in time domain is developed in this paper, which can be used to calculate the wave motion of free field in elastic layered half-space by antiplane SH wave oblique incidence. When the layered half-space is discretized, the vertical element size is determined conforming to the simulation accuracy; the horizontal element size is determined automatically by the horizontal apparent wave velocity and the discrete time step in the step-by-step calculation, and then the elements are divided virtually. Artificial boundary is constructed on the bottom of the computational area and the input wave motion is transformed into an equivalent load, which is applied on the nodes of the boundary. Then, the finite element method with lumped mass and the central difference method are combined to establish the wave motion equations in 2-D finite element model. Since the displacement of any node in the finite element model can be represented by that of the adjacent node in the horizontal direction, the 2-D wave motion equations can be transformed into 1-D equations. By solving the 1-D equations, the displacement of nodes in one vertical line can be obtained. Finally, the wave motion in elastic half-space is obtained based on the propagation characteristics of traveling wave. Both the theoretical analysis and the numerical results demonstrate that the proposed method features high accuracy and good stability.

Key words layered half-space, oblique incidence, explicit finite element method, Snell law, artificial boundary, virtual division

Received 16 June 2005, revised 15 November 2005.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China(50478014), National 973 Program(2002CB412706) and Beijing Natural Science Foundation (8061003).

2) E-mail: liujb@tsinghua.edu.cn