

一种考虑拉伸保持效应的多轴疲劳寿命模型¹⁾

石多奇²⁾ 杨晓光 王延荣

(北京航空航天大学能源与动力工程学院航空推进系, 北京 100083)

摘要 通过定义考虑拉伸保载效应的 CFI 因子 (creep-fatigue interaction factor), 将拉伸蠕变损伤和疲劳损伤进行非线性耦合。根据断裂实验的观察, 针对拉伸主导的裂纹萌生、扩展及破坏的多轴疲劳问题, 给出了一个基于临界面方法的能量型高温多轴疲劳寿命预测模型。所给出的模型可对不同温度、不同载荷特点、不同保载时间的多轴疲劳寿命进行预测, 模型的材料参数不依赖于温度和载荷。并且此方法可以很方便地推广到其它因素主导破坏的高温多轴疲劳寿命预测。通过拟合高温合金 Udimet720Li 单轴带保载时间的低循环疲劳 (low cycle fatigue, LCF) 寿命试验数据, 得到了材料常数。结合黏塑性有限元分析方法, 对高温双轴带保载循环载荷下 Cruciform 试件的寿命进行了预测, 预测结果基本落在 2 倍分散带内, 达到工程的要求, 证明了该模型的有效性。

关键词 高温合金, 多轴疲劳, 临界面, 蠕变 - 疲劳交互作用, 寿命预测

中图分类号: V252, TG132 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2006)02-0255-07

引 言

工程中许多部件或结构受载后其内部处于多轴应力状态, 其破坏表现为多轴疲劳失效。已有的研究表明基于材料单轴疲劳试验和理论建立的寿命预测方法对多轴疲劳而言是不保守的^[1]。因此在过去的几十年中, 不少学者针对多轴疲劳破坏开展了大量的研究, 发展了各种多轴疲劳理论, 它们主要分为 3 种类型: (1) 基于等效应力 (或应变) 的方法; (2) 基于临界面的方法; (3) 基于能量的方法。

早期的多轴疲劳理论仅仅是简单地应用某种等效方法, 如 von Mises 理论, 将多轴应力状态下的等效应力应变等同于单轴应力状态下的应力应变, 按照等损伤原则建立多轴疲劳寿命预测方法。Garud^[2] 总结 1979 年以前的研究结果发现, 等效应力 (应变) 方法用于室温比例加载情况下的多轴疲劳问题还可以得到比较好的结果, 但用于非比例加载和高温情况就有问题。

临界面概念的提出, 使得多轴疲劳问题的研究前进了一大步。Findley^[3] 最早提出临界面 (critical plane) 概念, 并认为此平面上的剪应力及法向正应力是导致疲劳裂纹萌生和扩展的主要原因。Brown

等^[4] 根据临界面的概念, 提出用最大剪应变幅值平面上对应的剪应变范围及其相应的正应变范围所构成的参量处理多轴疲劳问题, 并定义了两种类型的裂纹扩展模式, 即 A 型: 沿裂纹表面扩展, B 型: 向结构内部扩展。Lohr 等^[5] 提出与外表面成 45° 的平面上的剪应变以及相应的法向正应变用于高应变多轴疲劳。Ogate 等^[6] 修正了由 Brown 和 Miller 提出的 Γ -平面理论, 引入等效剪切应变范围参量建立多轴疲劳寿命预测模型, 对于承受同相和反相拉伸扭转载荷作用的 304 不锈钢试件, 预测结果与试验结果吻合得较好。Socie^[7] 考虑到具体构件的裂纹既可能沿着剪切平面也可能沿着拉伸平面发展, 认为合适的多轴疲劳模型应当同时考虑这两种情况。在比较分析 AISI304, Inconel718, SAE1045 等材料的疲劳试验结果的基础上, 采用 Fatemi 等^[8] 和 Smith 等^[9] 提出的参量, 分别处理剪切型和拉伸型的多轴疲劳问题。

能量方法也是处理多轴疲劳的一个有效方法。Halford^[10] 比较了大量的单轴和扭转疲劳试验数据后发现, 总塑性应变能与疲劳寿命之间存在联系。Lefebvre 等^[11] 依此提出针对高应变情况下的多轴疲劳模型。Garud^[12] 提出一种近似方法评估多轴

2005-01-11 收到第 1 稿, 2005-05-25 收到修改稿。

1) 欧盟 FP5 框架 E3E 发动机 Disc Lifing(E01100302) 资助项目。

2) E-mail: shdq@buaa.edu.cn

疲劳，采用塑性功 W_p 为损伤参数建立多轴疲劳寿命分析模型，对于 1% Cr-Mo-V 材料的多种类型试件，该模型预测结果与试验结果吻合较好。Ellyin 等^[13]采用每个循环的总应变能 ΔW^t 作为参数建立多轴疲劳寿命分析模型，对于 A-516 Gr.70 材料，同相和反相的双轴疲劳试验结果与预测结果吻合较好。Liu^[14]定义了有效应变能来分析临界平面上的疲劳损伤，发现比例加载情况下，SAE1045, Inconel718 材料在双轴应力状态下预测的疲劳寿命与试验结果吻合较好。此外还有用多轴因子 MF 或三轴因子 TF 对损伤参量进行适当的修正来预测多轴疲劳寿命。

但是目前并没有一个通用的多轴疲劳理论，针对高温多轴疲劳情况更是如此。由于高温多轴疲劳实验的复杂性和高成本，相关的研究工作开展得也较少。本文针对航空发动机热端部件典型的载荷特点（带拉伸保载），进行 Cruciform 试样的双轴高温疲劳实验，结合单轴疲劳实验结果，运用耦合损伤的黏塑性 Chaboche 型本构理论，研究基于临界面方法的高温多轴疲劳寿命预测方法。通过定义疲劳 / 蠕变损伤因子，考虑由于拉伸保载所引起的蠕变疲劳交互作用，给出了一个新的能量型高温多轴疲劳寿命预测方法。

1 基于临界面的多轴疲劳理论

1.1 已有的多轴疲劳理论

通过对多轴状态下疲劳裂纹萌生及扩展的观察，可以发现，在多数情况下，疲劳裂纹出现在材料中一些特定的平面，如剪切、拉伸或拉剪复合作用的平面，并与材料、应力状态、工作环境及载荷幅值等有关，裂纹的萌生和扩展受这些平面上某些参量的控制。通常采用两种方式来定义临界平面：(1) 最大剪应力、应变幅或最大正应力、应变幅所在的平面；(2) 以某个量定义的损伤达到最大值的平面。目前认为基于临界面方法的多轴疲劳理论可较好地预测多轴疲劳寿命^[15,16]。

式(1)至式(4)是目前得到认可和广泛采用的多轴疲劳模型参量，分别涉及剪切型、拉伸型、能量型和混合型主导的多轴疲劳。本文将用这 4 个有代表性的多轴疲劳理论，进行疲劳寿命预测，并与后面给出的多轴疲劳理论进行比较。

Fatemi-Socie 参量^[8]

$$FS = \frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y} \right) \quad (1)$$

Smith-Watson-Topper(SWT) 参量^[9]

$$SWT = \frac{\Delta\varepsilon_{\max}}{2} \sigma_{n,\max} \quad (2)$$

Glinka 参量^[17]

$$GLK = \frac{\Delta\gamma}{2} \frac{\Delta\tau}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} \frac{\Delta\sigma_n}{2} \quad (3)$$

Chu-Conle-Bonnen(CCB) 参量^[18,19]

$$CCB = \left(\tau_{n,\max} \frac{\Delta\gamma}{2} + \sigma_{n,\max} \frac{\Delta\varepsilon}{2} \right) \quad (4)$$

1.2 疲劳 / 蠕变损伤因子

在一个循环中，高温保载不可避免会产生蠕变损伤及蠕变与疲劳的交互损伤。保载既有拉伸保载也有压缩保载，一般说来这两种情况的保载对损伤的影响是不同的。虽然已有很多关于保载对疲劳影响的研究工作，但总体上不能给出一个通用的方法，对于多轴疲劳也不例外。本文主要针对拉伸保载的情况进行分析研究。

为了考虑保载所产生的损伤对寿命消耗的影响，对于保持时间(dwell time)为 t_d 的载荷谱，定义 CFI 因子(creep-fatigue interaction factor) k^* 如下

$$k^* = 1 + (t_d/t_R)N_f \quad (5)$$

其中， t_R 是在保持时间 t_d 内对应的临界面上最大正应力作用下的蠕变断裂时间。 $t_d = 0$ 时， $k^* = 1$ ，对应纯疲劳情况。 k^* 的物理意义仍然来源于对保持时间内恒定载荷产生蠕变损伤的一般认识，用 $(t_d/t_R)N_f$ 表示由于保载而消耗掉的材料在特定载荷下承受寿命循环的能力。 t_R 可由热强综合参数方程来得到，也可利用考虑损伤时的蠕变本构方程来确定^[20]

$$t_R = (\sigma_n/B)^{-p}/(q+1) \quad (6)$$

其中， B, p, q 是与温度有关的材料蠕变损伤参数，可以通过拟合单轴蠕变试验获得。

1.3 新提出的多轴疲劳理论

由于临界面方法在目前解决高温多轴疲劳问题中所具有的优势，因此新给出的方法也是基于临界面的方法。通过对多轴疲劳试样破坏方式的详细观察和分析(如图 1(b))，作者认为在多轴实验 Cruciform 试样中，裂纹在最大拉伸应变幅所定义的平面上萌生，主要受正应变幅所控制，而临界面法向的最大正应力则对裂纹扩展起主要作用。因此，定义

疲劳寿命参量 $(\sigma_{\max} \Delta \varepsilon / 2)^{k^*}$ ，用典型的寿命方程式表示多轴疲劳寿命

$$(\sigma_{\max} \Delta \varepsilon / 2)^{k^*} = A(2N_f)^m + B(2N_f)^n \quad (7)$$

Zrnik 等人^[21]利用 SEM 和 TEM 手段研究了不同保持时间下，镍基高温合金的变形和寿命与微结构演化的关系，发现低循环疲劳寿命强烈地依赖于保持时间，而且保持时间和载荷循环次数之间呈强非线性关系。这意味着每个循环中由保持时间引起的蠕变损伤和疲劳损伤之间的耦合，使得总损伤与保持时间有更强的非线性关系。因此，与 1.1 节各模型中疲劳参量不同的是，CFI 因子 k^* 放在了指数位置以表征这样的非线性关系。 A, m, B, n 是材料常数，被认为与温度无关，这一点也是不同于以往的疲劳寿命模型。但是这需要在更广泛的温度范围内进行验证。

结合具体的临界面情况，上面的方法也可用于由剪切主导的多轴疲劳，即，定义由剪应变幅和最大正应力组成的疲劳寿命参量，或由拉伸及剪切混合主导破坏的疲劳寿命参量。

2 Udimet720Li 双轴疲劳实验和寿命建模

2.1 单 / 双轴疲劳实验

目前喷气发动机涡轮盘材料的最高使用温度范围为 650°C~700°C。因此，对涡轮盘材料镍基高温合金 Udimet 720 Li，在 650°C, 675°C, 700°C 及不同载荷条件下进行了单轴和双轴疲劳实验。

单轴疲劳试验的内容见表 1，包括不同的加载控制方式和应力及应变比（主要是 $R = 0$ ），拉伸保持时间有 1s 和 120s。此实验内容用于建立材料耦合损伤的 Chaboche 黏塑性本构模型和高温单轴疲劳寿命建模；所获得的本构参数将用于双轴试样在实验载荷条件下的非线性应力应变分析，同时所获得的寿命方程常数将用于预测带保载的高温双轴疲劳寿命。

用于高温双轴疲劳实验的 Cruciform 试样如图 1(a) 所示。所有实验均为载荷控制，最小载荷 / 最大载荷为 0.1，最大载荷处有保持时间（1s 和 120s）。根据不同的温度，最大加载载荷从 50 kN 到 72 kN，包括等双轴加载实验，部分实验为非等双轴的实验（Cruciform 两个方向的循环载荷范围不同，含某一方向不加载的情况）；共进行了 26 个双轴实验。试验结果表明，保持时间对 Cruciform 的低循环疲劳寿命有很大的影响，保持时间越长，寿命越短。

表 1 Udimet 720Li 高温单轴 LCF 试验

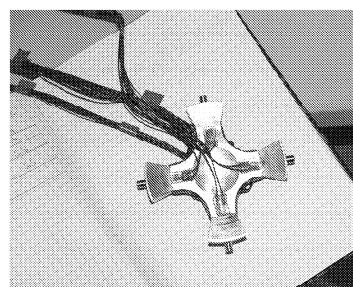
Table 1 Uniaxial LCF test for Udimet 720Li at

high temperature

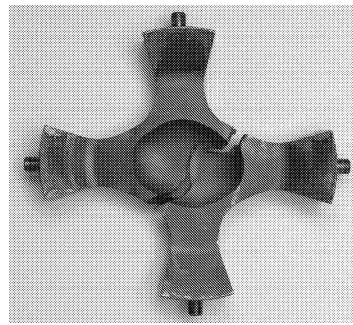
$T/^\circ C$	Stress ratio, R_σ	Strain ratio, R_ε	σ_{\max}/MPa	$\varepsilon_{\max}/\%$	$\dot{\varepsilon}/\times 10^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$	Dwell time/s
650	0		117,5			1
	0		975			120
		0		0.95	1	1
		0		0.95	1	0
		0		1	1	0
675	0		1125			1
	0		975			120
		-1		0.8	1	0
			975			1
			925			1
700	0		925			120
		0		0.8	1	0
		0		1.5	1	0
		-1		0.8	1	1

2.2 多轴疲劳寿命预测

利用耦合蠕变损伤的 Chaboche 黏塑性本构方程和相应的 ABAQUS UMAT 子程序^[23,24]，对 1/8 Cruciform 试样的有限元模型（如图 1(c)），进行



(a) 实验前
(a) Before test



(b) 实验断裂后
(b) After test

图 1 双轴 Cruciform 试件

Fig.1 Biaxial LCF sample

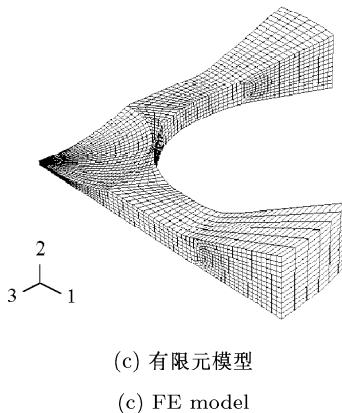


图 1 双轴 Cruciform 试件 (续)

Fig.1 Biaxial LCF sample (continued)

了在各种等双轴和非等双轴载荷条件下试样的非线性应力应变计算和分析, 得到了应力应变历程。利用文献 [22] 给出的寻找临界面的方法, 找到临界面及在此面上的各种参量, 解模型方程, 得到 N_f 值。需要指出, 在有保持时间的情况下, 由于 CFI 因子的存在, 方程 (7) 两端都含有未知数 N_f , 疲劳寿命参量与 N_f 之间是隐式关系。单独使用一种解非线性方程的方法可能失效, 需要结合两种不同方法进行求解, 如先采用 Newton-Raphson 法求得 $k^* = 1$ 时方程的解, 将它作为上界, 再用对分法求得相应的 N_f 值。

对方程 (1)~(4) 给出的多轴疲劳寿命预测方法, 也用与上面相同的步骤得到相应的预测寿命。

2.3 结果与分析

按上节所述的多轴疲劳寿命预测方法, 计算得到循环稳定时的应力应变, 然后, 利用表 1 中的单轴疲劳数据, 通过 Levenberg-Marquadt 非线性优化算法拟合出寿命方程材料常数, 代入方程 (1)~(4), 得到高温双轴疲劳的预测寿命; 所得的结果见图 2~图 4。

从图 2~图 4 的结果中可以看出, 无论是剪切主导的多轴疲劳寿命模型 (Fatime-Socie)、拉伸主导的多轴疲劳寿命模型 (Smith-Watson-Topper), 还是混合主导的多轴疲劳寿命模型 (Chu-Conle-Bonnen) 及 Glinka 的能量模型, 由于它们没有很好地考虑保载对多轴疲劳寿命的影响, 没有考虑蠕变与疲劳的交互作用, 预测寿命的分散带都超过了 100 多倍, 工程上是不可接受的。而采用式 (7) 对双轴疲劳寿命进行预测 (见图 4(b)), 其结果与实验寿命相比, 分散带大都在 2 倍之内, 工程上可以接受。同时对单轴疲劳的预测结果也非常好, 寿命分散带基本在 2 倍

之内。这表明本文所给出的方法完全适于航空发动机热端部件结构及载荷特点的高温多轴疲劳寿命分析和预测。

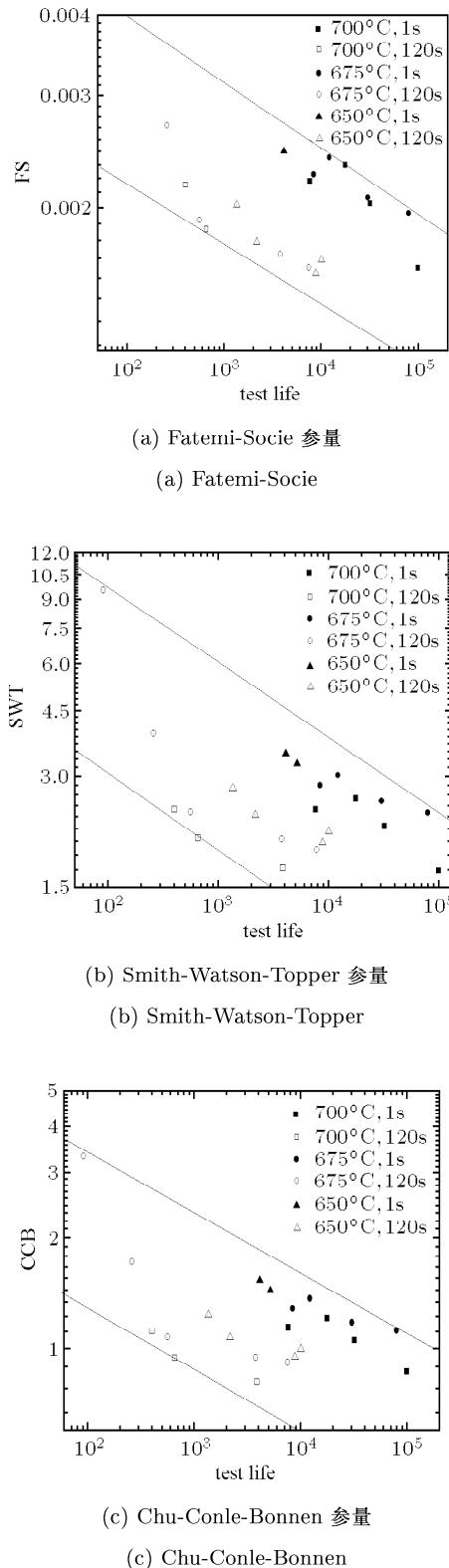


图 2 不同疲劳参量与寿命的关系

Fig.2 Different fatigue parameters versus life

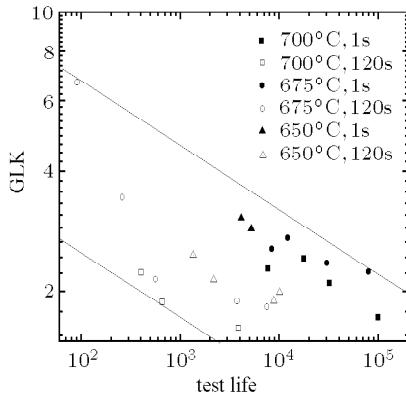


图3 Glinka 参量与试验寿命的关系

Fig.3 Glinka parameter versus test life

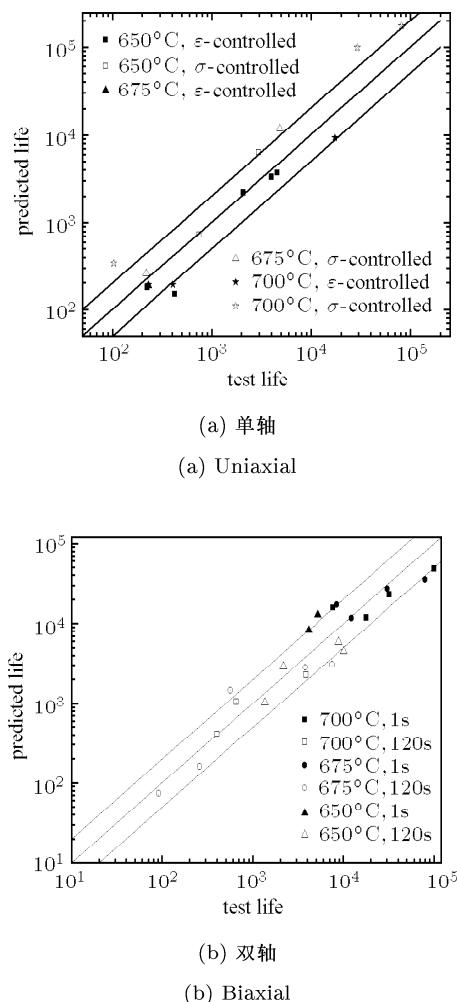


图4 预测寿命与试验寿命的关系

Fig.4 Predicted life versus test life

3 结 论

考虑到蠕变-疲劳交互作用对于热端部件材料低周疲劳行为具有的重要影响，本文定义了蠕变-疲

劳非线性交互因子和统一的疲劳寿命参量，建立了一种多轴疲劳寿命模型，提出了仅与材料有关而与温度、载荷形式无关的疲劳寿命常数。预测了在不同温度、不同循环特征（不同的平均应力）及不同保载时间等载荷条件下的单轴和双轴低循环疲劳寿命。

利用黏塑性本构方程，模拟了高温循环载荷下材料的非线性应力应变响应，建立了多轴疲劳寿命模型预测疲劳寿命，使得预测寿命的精度得到了提高。

本文发展的多轴疲劳分析方法，可通过适当的安排，用于更宽的温度和载荷范围。

需要指出，耦合蠕变损伤的黏塑性本构模型，考虑了高温下保载期间所引起的蠕变损伤，可以得到更加合理的应力应变结果。另一方面，高温疲劳、蠕变及其交互作用的过程极为复杂，还需要进一步的探索研究。

本文仅仅给出了宏观唯象框架内的高温多轴疲劳寿命预测方法，没有考虑材料微结构的演化，这是作者今后要开展的工作。

致谢 感谢 Wolfgang Roothkegel 博士和 Hartmut Schlums 博士的讨论和帮助。

参 考 文 献

- Bannantine JA, Socie DF. A multiaxial fatigue life estimation technique. In: Mitchell MR, Landgraf RW, eds. Advances in Fatigue Lifetime Predictive Techniques, ASTM STP 1122, Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1992. 249~275
- Garud YS. Multiaxial fatigue: a survey of the state of the art. *Journal of Testing and Evaluation*, 1981, 9: 165~178
- Findley WN. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *Journal of Engineering for Industry*, 1959, 81: 301~306
- Brown MW, Miller KJ. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *Proc Inst Mech Eng*, 1973, 187: 745~755
- Lohr RD, Ellision EG. A simple theory for low cycle multiaxial fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 1980, 3: 1~17
- Ogata T, Nitta A, Kuwabara K. Biaxial Low-cycle Fatigue Failure of Type 304 Stainless Steel under In-phase and Out-of-phase Straining. *Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading*, ESIS10, London, Mechanical Engineering Publication, 1991. 377~392
- Socie DF. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. In: D.L. McDowell and R.Ellis, eds. Advances in Multiaxial Fatigue, ASME STP 1191, PA, 1993. 7~36

- 8 Fatemi A, Socie DF. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 1988, 11(3): 149~166
- 9 Smith RN, Watson P, Topper TH. A stress-strain function for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, JMLSA, 1970, 5: 767~778
- 10 Halford GR. The energy required for fatigue. *Journal of Materials*, 1966, 1: 3~18
- 11 Lefebvre D, Neale KW, Ellyin FA. Criterion for low-cycle fatigue failure under biaxial states of stress. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1981, 103: 1~6
- 12 Garud YS. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1981, 103: 118~125
- 13 Ellyin F, Xia Z. A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1993, 115: 411~416
- 14 Liu KC. A method based on virtual strain-energy parameters for multiaxial fatigue life prediction. In: McDowell DL, Ellis R, eds. *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, Philadelphia 1993. 67~84
- 15 Socie D. A summary and interpretation of the Society of Automotive Engineers' biaxial testing program, multiaxial fatigue: analysis and experiments. SAE AE-14, 1989, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, 1~11
- 16 You BR, Lee SB. A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals. *International Journal of Fatigue*, 1996, 18(4): 235~244
- 17 Glinka G, et al. A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 1995, 18(1): 37~46
- 18 Chu C-C, Conle FA, Bonnen JF. Multiaxial stress-strain modeling and fatigue life prediction of SAE axle shafts. In: McDowell DL, Ellis R, eds. *Advances in Multiaxial Fatigue*. ASTM STP 1191, West Conshohocken, PA, 1993. 67~84
- 19 Chu C-C. Fatigue damage calculation using the critical plane approach. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1995, 117: 41~49
- 20 石多奇, 杨晓光. 时间硬化蠕变本构方程耦合损伤的应用研究. 航空动力学报, 2004, 19(1): 12~16 (Shi Duoqi, Yang Xiaoguang. Application of the time-hardening creep law coupling damage. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(1): 12~16 (in Chinese))
- 21 Zrnik J, et al. Influence of hold period on creep-fatigue deformation behaviour of nickel base superalloy. *Materials Science and Engineering*, 2001, A319~321: 637~642
- 22 Das J, Sivakumar SM. An evaluation of multiaxial fatigue life assessment methods for engineering components. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1999, 76: 741~746
- 23 石多奇, 杨晓光, 王延荣. Udimet720Li 高温变形特性的粘塑性本构建模研究. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(8): 727~731 (Shi Duoqi, Yang Xiaoguang, Wang Yanrong. Viscoplastic constitutive modeling of inelastic deformation of udimet 720li at high temperature. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2004, 30(8): 727~731 (in Chinese))
- 24 石多奇, 杨晓光, 王延荣. 耦合蠕变损伤的 Chaboche 粘塑性本构方程的应用研究. 航空动力学报, 2005, 20(1): 60~65 (Shi Duoqi, Yang Xiaoguang, Wang Yanrong. Applied investigation of Chaboche's unified visco-plastic constitutive model of coupled creep damage. *Journal of Aerospace Power*, 2005, 20(1): 60~65 (in Chinese))

A NEW MULTIAXIAL FATIGUE MODEL TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF TENSILE DWELL TIME¹⁾

Shi Duoqi²⁾ Yang Xiaoguang Wang Yanrong

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract The influence of tensile dwell time on fatigue was used to define a CFI (Creep -Fatigue Interaction) factor, that characterizes the nonlinear interaction of creep damage and fatigue damage. A high temperature multiaxial fatigue model with energy-type parameters based on the critical plane approach was proposed. The model considers both the experimental observation of fatigue fracture and the tensile dominant effects of crack initiation, propagation and fracture under biaxial fatigue loading. The model has a “unified” ability of modeling the multiaxial fatigue life under different temperatures, various loading properties and dwell time. The material life constants in the model are temperature-independent and loading-independent, and the method may be generalized to other dominant effects of fatigue to build multiaxial fatigue models. The constants for Udimet720 Li, a superalloy used for turbine disc, were obtained by fitting the test data under uniaxial low cycle fatigue loading with dwell time. The model was applied to predict the fatigue life of cruciform under biaxial cyclic loading with dwell time at elevated temperatures based on the stress-strain results by a viscoplastic finite element analysis method. Errors are within a factor of 2, that is, within the engineering requirement margins. The validity and accuracy of the model were verified.

Key words superalloy, multiaxial fatigue, critical plane, creep-fatigue interaction, life prediction

Received 11 January 2005, revised 25 May 2005.

1) The project supported by the program of EUFP5 “E3E Disc Lifing”(E01100302).

2) E-mail: shdq@buaa.edu.cn