

岩石弹塑性破裂过程的数值模拟研究

宋 力¹⁾ 肖丽萍

林韵梅

(大连大学材料破坏力学数值试验研究中心, 大连 116622)

(东北大学资源与土木工程学院, 沈阳 110006)

摘要 分析了对于非均质、非连续且材料参数分布具有分散性和随机性的岩体介质, 采用传统有限元法解决其工程问题的局限性. 阐述了用岩石力学性质的分布特性来描述岩石材料不均匀性, 并用蒙特卡洛模拟方法, 将符合 Weibull 分布规律的材料参数赋予岩体结构中的各个单元体, 进而用计算机进行数值模拟的研究方法. 应用了 Windows95 环境下利用 FORTRAN Power Station 4.0 平台开发的具有可视性的“岩石弹塑性破裂过程分析”软件——REPFPA 软件, 对典型的岩石试样和巷道模型的弹塑性破裂过程进行数值模拟研究, 得到了有价值的实验结果. 证明把材料参数随机赋值方法引入到岩土类材料的弹塑性破裂过程分析中去, 并用计算机进行数值模拟是研究岩石弹塑性破裂过程的一种有效方法.

关键词 岩石, 弹塑性破裂, 数值模拟, 随机赋值

中图分类号: TU451 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2005)04-0516-06

引 言

在金属固体力学中, 一般都做出“均匀、连续、各向同性”的假设, 并以此为基础来进行构件和结构中的应力变形分析. 然而, 工程中还大量地存在另一类材料——非均质性材料, 如: 岩石、黏土、混凝土等. 以岩石为例, 这种材料是经过亿万年地质变迁而形成的自然产物, 其组份、结构和致密程度等都存在很大差异. 非均质性、各向异性和多裂隙性是岩石类介质的典型特征. 岩石材料性质的复杂性导致了岩石力学的艰难性.

岩石除了在资源开采、水利、铁路、国防建设等工程项目中作为基本的建筑材料时, 需要研究其力学性质和破坏机理外, 为了认识资源的分布与地震的机制, 需要研究地球的构造运动, 弄清地球内部的结构与状态, 因而也必须研究岩石在地球内部条件下的力学性质和变形特性^[1].

近年来, 在数值模拟方法及理论研究方面取得了很大进展, 为解决岩土工程问题和其它工程问题提供了有力的工具. 尽管如此, 仍然不能很好地适应矿山工程或地质工程的复杂情况, 其主要原因在于岩体不但具有复杂的力学性质(弹性、塑性、流变性、应变硬化和应变软化等), 且具有复杂的结构特性. 岩体结构特征在空间上的分布既具有一定的规

律性, 又有一定的随机性. 岩体作为工程介质与其它材料介质的根本区别是其所具有的多裂隙性, 各种节理、断层等破裂结构面是造成岩体介质非均匀和不连续的基本原因.

岩体介质在肉眼可见的尺度范围内就呈现出不均匀性和不连续性. 然而在过去的采矿和地表工程的力学分析中仍将这些材料看作连续介质, 实质上, 这是在更大的尺度范围内(与金属材料相比)来考虑各种力学量的统计平均值, 如弹性模量、抗压强度等^[2].

由上述的岩石及岩体所具有的种种性质可见, 传统有限元在解决工程实际问题时是存在一定问题的. 因为没有仔细考虑岩体介质的不均匀性、不连续性和材料参数分布的分散性和随机性. 下面的例子是用以说明传统有限元在解决岩体介质力学问题时所存在的不足之处. 如图 1 所示, 是一个尺寸为 320×250 的方形试样, 两端夹在实验机的压板上, 通过控制上端面的位移来给试样加载. 假设试样厚度方向尺寸很小, 故可以假设为平面应力状态.

下面我们采用传统有限元法来分析计算这个问题, 从中便会看到传统有限元法存在的弊端.

用纵横直线把该试样划分为 800 个 8 节点等单元.

2003-06-25 收到第 1 稿, 2005-05-07 收到修改稿.

1) E-mail: songli-500@163.com

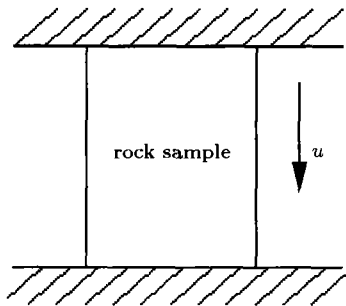


图 1 岩石试样加端部位移荷载

Fig.1 Applying displacement load in both sides of the rock sample

表 1 岩石试样材料参数的统计平均值

Table 1 Statistical means of material parameters of the rock

Modulus of elasticity E	Poisson's ratio μ	Compressive strength S_c	Tensile strength S_t	Internal friction angle ϕ	Shear strength C	Strain hardening parameter H'
50 000.0	0.25	100.0	20.0	45.0	30.0	30 000.0

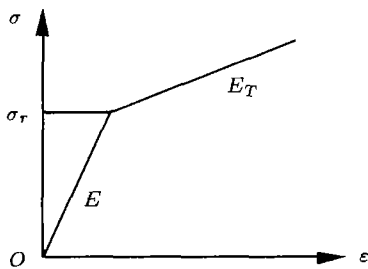


图 2 单向压缩应力应变曲线

Fig.2 Stress-strain diagram in uniaxial compress state

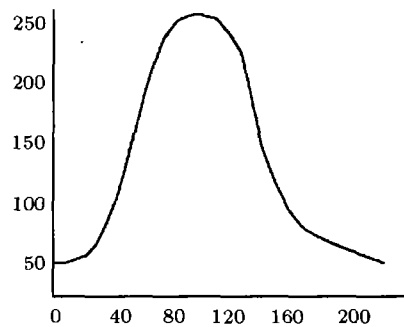


图 3 阿尔泰金属矿区抗压强度分布曲线

Fig.3 Compressive strength curve in Altai metal diggings

1 非均质材料不均匀性的统计描述

岩石材料不均质性可以用岩石力学性质的分布特性来描述. 以岩石的抗压强度为例, 用横坐标表示岩石的抗压强度 S_c , 纵坐标表示该物理量的试件数目, 构成直方图 (或频率分布曲线), 来展示该物理量的分布状况. 图 3 是阿尔泰金属矿区岩石抗压强度的分布曲线, 它说明该地区多数岩石处在 40~120 MPa 之间. 东北大学岩石分级课题组, 依据大量的岩石物理力学性质实验数据, 探讨了它们的分布特征, 图 4 是岩石点荷载强度 I_s 的样本直方图和分布曲线. 经统计检验该曲线属于正态分布的 Weibull 分布. 由此得出岩石点荷载强度 I_s 和单轴抗压强度 S_c 的概率密度函数 $P(x)$ 和分布函数 $F(x)$ 分别为 [3]

$$\left. \begin{aligned} P_{I_s}(x) &= 0.009x^{1.9} \exp(-0.003x^{2.9}) \\ P_{S_c}(x) &= 0.00012x^{1.2} \exp(-0.0006x^{2.1}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

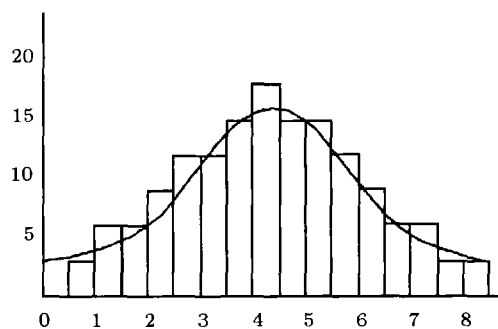


图 4 岩石点荷载强度的样本分布

Fig.4 The point load's distributing of the rock

$$\left. \begin{aligned} F_{I_s}(x) &= 1 - \exp(-0.003x^{2.9}) \\ P_{S_t}(x) &= 1 - \exp(-0.0006x^{2.1}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

岩石力学性质的分布特征描述了岩石材料的不均质性.

假设试样由某种软岩制成, 其材料参数如表 1. 表中, E 为弹性模量, 单位为 MPa; μ 为泊松比; S_c 为单轴抗压强度, 单位为 MPa; S_t 为单轴抗拉强度, 单位为 MPa; ϕ 为内摩擦角, 单位为度; C 为纯剪切强度, 单位为 MPa; H' 为应变强化参数, 单位为 MPa; $H' = E_r / (1 - E_r / E)$, 如图 2 所示.

通过计算发现, 当施加的位移为 0.6336 mm 时, 800 个单元无一破坏, 而当施加的位移为 0.6464 mm 时, 800 个单元全部破坏.

假设用 σ 表示岩石的某一材料参数, $P(\sigma)$ 表示该材料参数的概率密度函数, 则 Weibull 分布的一般形式为

$$P(\sigma) = cm(\sigma/\sigma_0)^{m-1} \exp[-(\sigma/\sigma_0)^m] \quad (3)$$

其中 c 为材料归一化系数, m 为统计分布函数的形态参数, σ_0 为 σ 的某一参照值.

蒙特卡洛 (Monte Carlo) 方法是一种根据已知密度分布函数, 利用均匀随机数来求随机变量的方法 [4].

用有限元法解决问题的第一步是将连续体划分为有限个单元, 这些单元只是在有限个结点处相互连结. 为了模拟岩石材料的非均质性, 必须给各单元赋随机分布的材料性质参数. 所谓蒙特卡洛模拟方法, 正是与现场实测统计过程相反的过程. 所谓岩石材料不均质性的统计描述, 就是用概率统计的方法, 将实验数据建立成一定的数学模型, 这个过程称为“建模”, 如上节所述. 而这里所说的蒙特卡洛方法, 是用模型进行实验, 具体讲, 就是根据实测统计建立的概率模型, 求服从这种模型的一组随机分布的变量, 将这组随机变量值逐一赋给各单元, 这个过程称为“模拟”.

计算机模拟是一种数值模拟, 它的通用性强, 可以模拟各种系统, 而且便于修改, 能反复进行实验.

2 在有限元网格中给材料赋随机分布的材料参数值

为了实现物理空间上的随机赋值, 可通过如下方法:

(1) 在计算过程中, 产生一组在 (0,1) 区间上均匀分布的随机数序列. 在计算机上通过各种算术运算产生随机数序列的方法之一是线性同步法, 之二是模 2 线性递推序列法. 实际上, 这两类方法都是用递推的方法, 按照一定的数学步骤进行的. 由于递推级数有限, 所以序列具有一定的周期. 严格说来, 这样生成的序列并不是真正相互独立的, 均匀分布的随机变量的样本, 因此常常被称之为伪随机数.

在我们使用的 FPS4.0(FORTRAN Power Station 4.0) 中, 有各种产生伪随机数序列的函数和子程序.

伪随机数序列记为 $\{r_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$, 其中 N 为网络中单元体总数.

(2) 因为 Weibull 分布的统计密度函数不具备单

调性, 如图 5 所示, 所以要先求积分函数.

$$q(\sigma) = 1 - c \cdot \exp[-(\sigma/\sigma_0)^m] \quad (4)$$

如图 6 所示为 Weibull 分布函数的积分函数示意图.

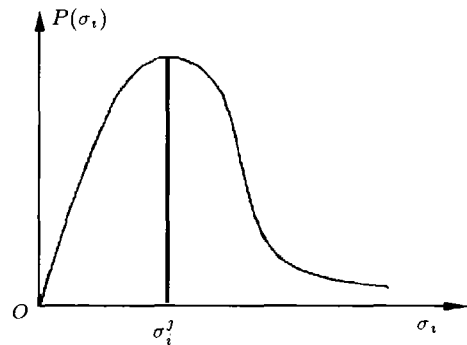


图 5 单元体材料参数 Weibull 分布密度函数
Fig.5 Density function of Weibull distribution of materials' parameter

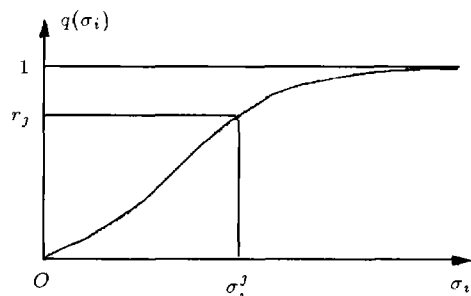


图 6 Weibull 分布函数的积分函数

Fig.6 Integral function of Weibull distribution function

由图 6 可见, 由程序生成一个介于 (0,1) 之间的随机数 r_j , 对应于该图中的横坐标 σ_i^j , 因此也对应图 5 中的横坐标 σ_i^j . 因而由随机数序列 $\{r_j\}$ 映射一组材料参数序列 $\{\sigma_i^j\}$. 由该方法生成的这组材料参数既具有随机性, 又服从 Weibull 统计分布规律. 所以说第 1 节介绍的蒙特卡洛方法正是与现场实测统计过程相反的过程.

3 数值模拟分析的例子

限于篇幅, 这里列举两个例子, 来说明非均质性材料弹塑性断裂过程的数值模拟方法.

(1) 试样尺寸为 320 mm × 250 mm, 厚度取 1 个单位, 由程序自动给出. 试样被划分为 800 个 8 节点等参元, 高斯数值积分阶次选取为 3, 因而每个单元便有 9 个高斯点, 每个单元按 9 个高斯点再划分

为 9 个小“单元”，共有 7200 个小“单元”。网格中共有 2515 个节点。

试样的材料参数的统计平均值如表 1。

假设各材料参数服从 Weibull 分布，在本例子中，选取统计分布函数的形态参数， $m_j = 2.5$ 。一般来说， m 值越大，材料越趋于均质材料。

试样在加载过程中，逐渐有破裂单元出现，整个破裂过程分析如下：

破裂过程可划分为 3 个阶段：①破裂单元随机分布阶段：破裂单元虽然逐渐增多，但基本上属于随机分布地出现在试样中。在这阶段，裂隙的发育是

不明显的，基本上是哪些单元的材料强度弱，哪些单元就先行破坏。②过渡阶段：这时破裂单元正向某些强度薄弱带状区域上集中。③宏观裂纹形成阶段，由于破裂的单元体的材料参数重新赋值使其降低，所以抵抗变形和破坏的能力在下降，所以与其毗邻的单元体会出现应力集中现象，从而导致相邻单元的加速破坏，进而形成宏观断裂带。这与文献 [6] 的试验结果是吻合的。

试样第 12, 18, 24, 30 步的破坏状态图和应力状态图如图 7 和图 8 所示。破坏单元统计情况和单元破坏数值荷载变化情况如表 2。

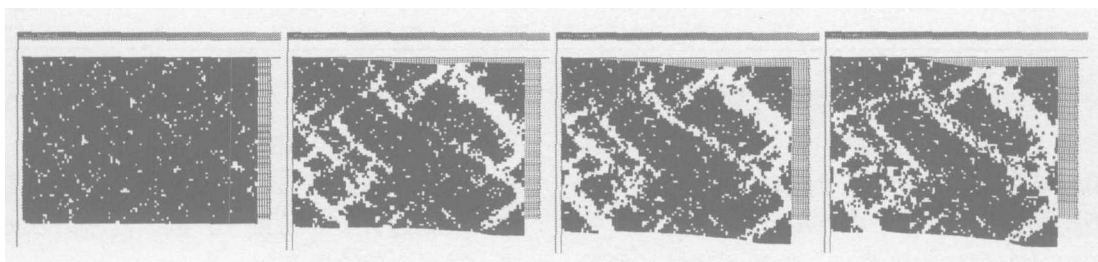


图 7 试样第 12, 18, 24, 30 步的破坏状态图

Fig.7 Element fracture on the load steps: 12, 18, 24, 30

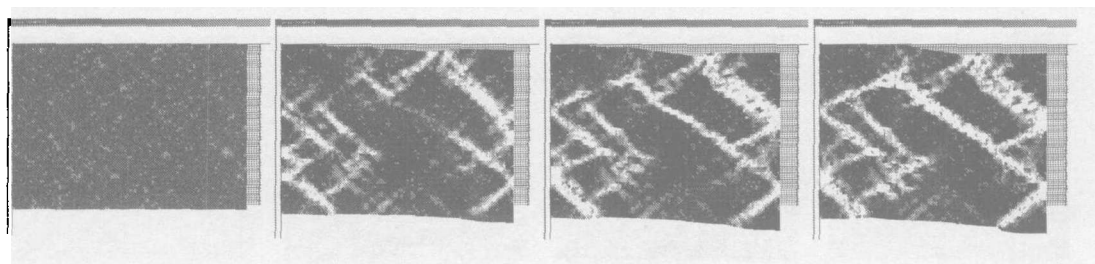


图 8 试样第 12, 18, 24, 30 步的应力状态图分布

Fig.8 Stress distribution on the load steps: 12, 18, 24, 30

表 2 各载荷步上的载荷系数和单元破裂总数

Table 2 The load increment coefficient and the number of ruptured elements in each load step for rock sample

Load step	Load coefficient	Increment coefficient	The number of ruptured elements	Total number of ruptured elements
1	0.46	0.46	0	0
2	0.48	0.02	0	0
3	0.50	0.02	0	0
4	0.52	0.02	0	0
5	0.54	0.02	10	10
6	0.56	0.02	13	23
7	0.58	0.02	27	50
8	0.60	0.02	46	96

表 2 各载荷步上的载荷系数和单元破裂总数 (续)

Table 2 The load increment coefficient and the number of ruptured elements in each load step for rock sample (continued)

Load step	Load coefficient	Increment coefficient	The number of ruptured elements	Total number of ruptured elements	Load step	Load coefficient	Increment coefficient	The number of ruptured elements	Total number of ruptured elements
9	0.62	0.02	56	152	20	0.84	0.02	39	1980
10	0.64	0.02	63	215	21	0.86	0.02	14	1994
11	0.66	0.02	75	290	22	0.88	0.02	21	2015
12	0.68	0.02	118	408	23	0.90	0.02	59	2074
13	0.70	0.02	153	561	24	0.92	0.02	64	2138
14	0.72	0.02	280	841	25	0.94	0.02	5	2143
15	0.74	0.02	449	1290	26	0.96	0.02	21	2164
16	0.76	0.02	371	1661	27	0.98	0.02	33	2197
17	0.78	0.02	172	1833	28	1.00	0.02	30	2227
18	0.80	0.02	50	1883	29	1.02	0.02	25	2252
19	0.82	0.02	58	1941	30	1.04	0.02	40	2292

表 3 给出的是单元破裂数随荷载的变化情况表. 由表 3 可以看出, 当总位移达到 0.444 时, 试样出现单元破裂高峰, 这意味着此时试样失稳. (单元破裂数指的是按 7200 个小“单元”统计的.)

对于已进入破坏的小单元, 重新给其材料参数进行赋值, 使其折减一个系数. 折减的系数应该依据试验结果来确定.

在本例中, 选取弹性模量 E 和线性硬化参数 H' 的折减系数为 0.9, 内聚力 c 和抗压强度 S_c 的折减系数选取为 0.8, 其他参数的折减系数选取为 0.0. 目前尚缺少这部分试验结果, 因为这种方法还刚刚尝试, 需要今后给予充实.

(2) 这里分析巷道模型, 考虑其为平面应变状态, 经数值模拟后的输出结果如图 9 所示.

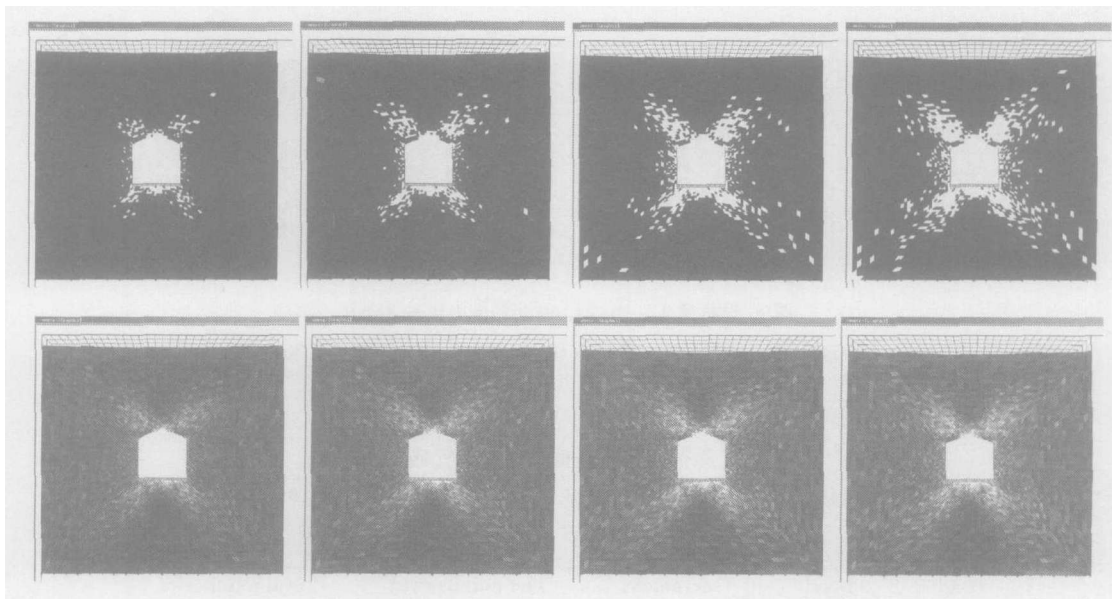


图 9 巷道第 24, 30, 36, 40 步的破坏状态图和应力状态图

Fig.9 Element fracture and stress distribution of laneway on the load steps: 24, 30, 36, 40

巷道是资源开采, 地下工程和穿山铁路等工程中必需的结构.

从模拟结果可见, 巷道开挖后, 在地应力的作用下, 底板和两侧帮是易破裂的部位, 底板上将出现严重底鼓现象, 从破裂单元的数目及分布情况可

以看出这一点.

参 考 文 献

- 1 王仁. 地学中岩石力学性质的研究. 力学与实践, 1983 (3): 2~8 (Wang Ren. Study about the rock medium in geology. *Mechanics in Engineering*, 1983(3): 2~8 (in Chinese))
- 2 殷有泉. 岩石类介质的本构方程. 岩石力学新进展, 东北工学院出

- 版社, 1989. 23~25 (Yin Youquan. Constitutive Law Equations about the Rock Medium. New Development in Rock Mechanics, Northeastern University Press, 1989. 23~25 (in Chinese))
- 3 李兆权主编. 应用岩石力学. 北京: 冶金工业出版社, 1994 (Li Zhaoquan. Appliance about the Rock Medium. Beijing: Metallurgy Industry Press, 1994 (in Chinese))
- 4 吴新瞻, 吴新桓编著. 随机模型与计算机模拟. 北京: 电子工业出版社, 1990 (Wu Xinzhan, Wu Xinhuan. Random Model and Computer Simulation. Beijing: Electron Industry Press, 1990 (in Chinese))
- 5 宋力, 肖丽萍. 岩石材料弹塑性破裂过程数值模拟的计算机实现. 土木工程学报, 2003, 36(12): 87~92 (Song Li, Xiao Liping. Computer language realization about the numerical simulation of elastic-plastic failure process of rock materials. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 36(12): 87~92 (in Chinese))
- 6 赵永红, 黄杰藩, 王仁. 岩石微破裂发育的扫描电镜即时观测研究. 岩石力学与工程学报, 1992 (3): 284~294 (Zhao Yonghong, Huang Jiefan, Wang Ren. Studies on the development of rock micro crack by means of immediately observation with scanning electric mirrors. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1992 (3): 284~294 (in Chinese))

STUDIES ON ELASTIC-PLASTIC FAILURE PROCESS ANALYSIS OF ROCK BY MEANS OF NUMERICAL SIMULATION

Song Li¹⁾ Xiao Liping

(Research Center of Numerical Test on Material Failure, Dalian University, Dalian 116622, China)

Lin Yunmei

(School of Resources and Civil Engineering, Northeast University, Shenyang 110006, China)

Abstract The thesis analyzes the limitations of the traditional FEM in solving engineering problems of the anisotropic and discontinuous rock-like materials with dispersing and random material parameters distribution, and sets forth the study method in which the anisotropy of rock-like material is described with mechanical properties distribution, and the material parameters conforming to Weibull distribution law are assigned to the cell in rock construction via Monte Carlo simulation method, and then the numerical simulation is processed by computer. With the help of the software, REPFPA, which is of strong visibility and developed by the authors of this article, "Rock Elastic-Plastic Failure Process Analysis", on the platform of FORTRAN Power Station 4.0 under MS Windows95, valuable experimental results are obtained by using the method in which the elastic-plastic failure process of typical rock specimen and tunnel model are studied with numerical simulation. The method proves to be an effective one in the study of rock elastic-plastic failure process, in which the randomly assigned material parameters are introduced into rock-like materials elastic-plastic failure process analysis, and the numerical simulation is carried out by computer.

Key words rock, elastic-plastic failure, numerical simulation, random assignment

Received 25 June 2003, revised 7 May 2005.

1) E-mail: songli-500@163.com