

跨音速翼型反设计的一种大范围收敛方法¹⁾

崔 凯²⁾ 杨国伟 马小亮 陈大伟

(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100080)

摘要 求解跨音速翼型的反设计问题时, 传统的梯度型方法一般均为局部收敛. 为增大求解的收敛范围, 依据同伦方法的思想, 通过构造不动点同伦, 将原问题的求解转化为其同伦函数的求解, 并依据拟 Sigmoid 函数调整同伦参数以提高计算效率, 进而构造出一种具有较高计算效率的大范围收敛反设计方法. 数值算例以 RAE2822 翼型的表面压力分布为拟合目标, 分别采用 B 样条方法, PARSEC 方法及正交形函数方法等 3 种不同的参数化方法, 并分别以 NACA0012, OAF139 及 VR15 翼型为初始翼型进行迭代计算. 计算结果证明, 该方法适用于多种参数化方法, 且具有较好的计算效率, 从多个不同的初始翼型出发, 经较少次数迭代后, 均能与目标翼型很好地拟合, 是一种高效的大范围收敛方法.

关键词 同伦方法, 跨音速翼型, 反设计, 参数化, 雷诺平均 N-S 方程

中图分类号: V211.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2005)02-0157-07

引 言

近年来, 随着高性能计算机、数值计算方法及计算机可视化技术的飞速发展, 在计算流体动力学 (CFD) 和数值优化方法研究日趋成熟的基础上, 航空航天飞行器气动外形设计方法的研究已越来越引起人们的重视. 目前气动外形设计的方法可主要分为两大类, 即直接优化设计方法和反设计方法.

直接优化设计方法是在满足一定约束的条件下, 尽可能最大化或最小化某些设计目标 (如最大化升阻比、最小化阻力系数等), 从而将外形设计问题转化为一个约束优化问题求解. 依据所使用的求解方法的不同, 直接优化设计方法可以概括分为全局方法和局部方法两类. 全局方法如遗传算法 (GA)^[1,2]、模拟退火算法 (SA) 等^[3], 其主要优点是可能寻找到全局最优解, 适合于求解存在多个局部极小点的设计问题, 而且这类方法也不需计算目标对设计变量的灵敏度. 但本质上而言, 这类方法属于随机搜索方法, 需要多次进行流场计算, 因此计算效率相对较低. 局部方法即梯度型方法^[4~6], 是采用目标函数的梯度作为搜索方向的一种迭代方法, 虽然这种方法只能保证得到局部最优解, 但所需的流场计算次数较少, 因而具有较好的计算效率, 同时一般也

可以得到一个较好的解, 因此对于许多设计问题, 特别是对于流场计算是一个相当耗时的大型设计问题而言, 梯度型方法仍是一种广泛使用的方法.

反设计方法^[7~10]是以预先设计或要求的飞行器表面压力分布为目标, 通过计算不断修正飞行器的外形, 使其表面压力分布的计算结果与目标值达到最佳拟合, 从而得到飞行器外形的一种设计方法. 反设计方法的本质是将气动外形设计转化为一个反问题求解, 一般也可采用全局或梯度型优化方法求解. 当采用全局方法求解时, 同样需要较大的计算消耗, 而当采用一般梯度型方法求解时, 因反问题本身所具有的不适定性, 特别是求解过程的不稳定性使求解过程强烈地依赖于迭代初值的选取, 若选取的初值与解相距较远, 很可能造成迭代的发散.

针对反设计中使用梯度型方法出现的问题, 为增大求解的收敛范围, 本文依据同伦方法^[11]的思想, 通过同伦映射, 将原反问题转化为其不动点同伦方程的求解, 同时在迭代中依据拟 Sigmoid 函数修正同伦参数, 进而提出一种具有较高效率的大范围收敛反设计方法, 并应用于跨音速翼型设计. 为验证该方法的大范围收敛性及对不同翼型参数化方法的适应性, 作者分别采用 B 样条方法、PARSEC 方法及正交形函数方法等 3 种不同的翼型参数化方法,

2004-07-27 收到第 1 稿, 2005-01-10 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10372106) 和王宽诚教育基金会资助项目.

2) E-mail: karlcui@hotmail.com

并以 NACA0012, OAF139 及 VR15 等 3 种不同的翼型为初始翼型, 以 RAE2822 翼型为目标翼型进行计算, 通过将计算结果与采用 Levenberg-Marquardt 方法计算所得结果相比较, 验证了该方法的大范围收敛性和高效性.

1 参数化方法

本文共采用了 3 种不同的参数化方法, 即 3 次 B 样条方法^[12,13]、PARSEC 方法^[14]和正交形函数方法.

B 样条方法是实际中普遍使用的一种参数化方法. 这里使用 3 次 B 样条函数对翼型进行参数化, 具体做法为将翼型分为上下两部分, 每部分两端固定, 前端定于 (0,0) 点, 后端定于 (1,0) 点, 中间部分上下各使用 3 个控制点, 控制点的坐标即为控制参数, 因此, 整个翼型由 12 个参数控制. 图 1 给出了采用 B 样条方法对 RAE2822 翼型进行参数化的实例.

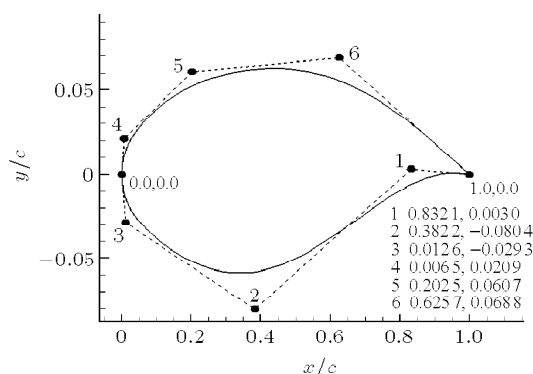


图 1 B 样条参数化方法 (RAE2822)

Fig.1 B-spline parameterization (RAE2822)

PARSEC 方法也是一种普遍使用的参数化方法, 这种方法使用若干关键参数控制翼型形状, 这里作者共使用 9 个参数 (如图 2 所示), 即前端半径 (R_{LE})、翼型上下边最高点坐标 (X_L, Y_L, X_U, Y_U)、最高点二阶导数 (Y_{XXL}, Y_{XXU})、及后端倾角 (θ_L, θ_U). 翼型坐标由式 (1) 确定.

$$y(x) = \sum_{i=1}^6 a_i x^{i-1/2} \quad (1)$$

其中参数 $a_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 与前述 9 个控制参数间的对应关系可以表达为一个简单的线性方程组, 因此, 改变控制参数就可以达到调整翼型的目的.

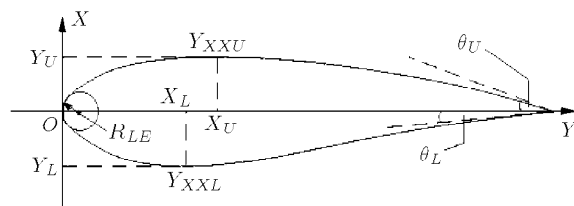


图 2 PARSEC 参数化方法

Fig.2 PARSEC parameterization

使用正交形函数参数化方法时, 也将翼型分为上下两边, 每边均由式 (2) 表示

$$y(x) = a_1(x^{1/2} - x) + \sum_{n=2}^6 a_n(x^{n-1} - x^n) + \sum_{n=7}^{10} a_n(x^{1/(n-4)} - x^{1/(n-5)}) \quad (2)$$

即上下两边各包含 10 个控制参数, 因此整个翼型由 20 个控制参数控制.

2 流场计算的数值方法和网格变形技术

在反设计过程中, 需要对不断修正的翼型进行流场计算以获得压力分布. 本文中, 流场及压力是通过第 2 作者发展的三维薄层 Navier-Stokes(RANS)方程有限体积程序计算得到. 三维程序用于二维流动模拟, 需要在翼型展向拓展二层网格. 为保证流动的二维特性, 在此方向的流场边界设置为对称边界条件.

所使用的三维薄层 NS 程序采用了包含子迭代的 LU-SGS 隐式时间推进方法^[15]和改进的 HLEW 空间离散格式^[16]. 子迭代可以消除由于方程线性化, 滞迟边界条件等带来的误差, 使计算更加稳定. 改进的 HLEW 格式在等熵流动区域, 格式自动恢复到迎风差分 Roe 通量分裂格式, 在熵跳跃大的流动区域, 格式变为标准的 HLEW 格式. 这样既可克服 Roe 格式模拟激波流动产生的非物理振荡现象, 也可克服 HLEW 格式在连续流动区域表现出的较强的格式黏性. 提高流场整体计算精度. 此外, 程序中黏性项用中心差分离散, 湍流模拟采用涡黏性 B-L 代数模型.

计算网格为 C 型网格. 初始网格通过代数方法和求解包含控制网格边界正交的二维椭圆形方程光滑得到. 当然, 在反设计过程中, 可以对每一次修正的外形, 采用初始网格同样的生成方法重新生成网格, 对二维翼型反设计问题尚可使用, 但计算效率低, 不适用于三维飞行器的反设计与优化设计研

究. 本文采用 TFI 动网格变形技术^[17]生成新网格. 该方法基于翼型表面修正量和修正前的翼型网格弧长参数化分布, 分别使用一维、二维 TFI 方法将翼型表面的变形量插值到内网格. 将插值的变形量加到变形前的网格即可得到新网格. 对初始和目标翼型形状变化不大时, 本方法能保证变形后的网格具有初始网格同样的网格质量. 对初始和目标翼型形状相差比较大时 (如本文算例的第 2 种情况). 在整个反设计迭代过程中, 翼形网格逐渐变得扭曲. 对这种情况, 需对扭曲网格重新用椭圆型方法生成高质量的网格, 在新网格的基础上使用网格变形技术.

计算中, 使用修正前的翼型流场作为修正外形的初始流场, 可以大大节约计算时间.

3 翼型反设计及同伦方法

当翼型的几何形状和相关的流场初边条件给定后, 求解 RANS 方程可求得翼型表面的压力分布 (以 p 表示), 若以矢量 A 表达翼型的控制参数, 则参数 A 的变化将导致翼型外形的变化, 进而引起翼型表面压力分布的变化, 即压力 p 可以表达为 A 的函数, 即

$$p = p(A) \quad (3)$$

若给定的设计压力分布以 p_s 表示, 反设计的目标是调整翼型的形状, 使其表面压力分布与设计压力分布尽量拟合, 即表达为如下的最优化问题

$$\min J(A) = \frac{1}{2} \|p(A) - p_s\|^2 \quad (4)$$

依据极值条件, 有

$$\left(\frac{\partial p}{\partial A}\right)^T (p(A) - p_s) = 0 \quad (5)$$

式中, $p(A)$ 通过求解 RANS 方程获得.

问题 (4) 或 (5) 可以采用非线性最小二乘法 (如 Levenberg-Marquardt 算法) 等方法直接求解, 但这一类方法一般是局部收敛的, 即如果迭代初值没有很好地给定, 很可能会造成迭代的发散. 针对这个问题, 为增大求解的收敛范围, 作者依据同伦方法的思想求解非线性方程组 (5), 即将方程组 (5) 的求解转化为求解如下的不动点同伦方程

$$(1 - \lambda) \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right)^T (p(A) - p_s) + \lambda(A - A_0) = 0 \quad (6)$$

其中, A_0 为解的估计值, 迭代计算时可以取为上一步的计算结果, $\lambda \in [0, 1]$ 为同伦参数.

由式 (6) 可以看出, 当 $\lambda = 1$ 时, 方程 (6) 的解对应于一个易解的平凡问题的解, 而当 $\lambda = 0$ 时, 方程 (6) 的解则对应于原问题 (5) 的解. 当同伦参数 λ 从 1 或靠近 1 的位置开始, 沿一条稳定的路径下降到零时, 迭代求解方程 (6) 就可以得到原问题 (5) 的解, 这是采用同伦方法求解非线性方程组的基本思想.

为保证同伦参数在迭代中稳定地下降, 参考人工神经网络的传递函数, 即 Sigmoid 函数提出如下的连续化同伦参数的调整公式

$$\lambda^{(n)} = \frac{1}{1 + e^{-\beta(N_0 - n)}} \quad (7)$$

其中, n 为迭代步数, $\lambda^{(n)}$ 为第 n 个迭代步时同伦参数的取值, β 为下降速率调整参数, N_0 为初值调整参数. 该函数是一个取值界于 $[0, 1]$ 之间的光滑函数, 并且随着迭代的进行, 其值逐渐趋近于 0, 这样可以保证迭代稳定而高效地进行.

式 (7) 中有两个可调参数, 即 β 和 N_0 . 其中 β 用于调整同伦参数的下降速率. 该参数取值越大, 则同伦参数的下降速度越快, 相应的迭代收敛速度也快, 但若该参数取值过大, 则可能引起迭代的发散, 一般建议该参数取为 0.5 左右的数值, 这样可以兼顾计算效率和稳定性. 参数 N_0 为同伦参数从迭代初值下降至 0.5 的预估迭代步数, 一般可以选为 0 ~ 5 之间的整数, 主要用于保证计算初期的迭代稳定进行.

方程 (6) 可采用迭代法求解, 当迭代进行到第 n 步时, 将第 $n + 1$ 步的解在第 n 步得到的解附近做局部线性化, 即

$$(1 - \lambda) \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right)^T [p(A^n) + \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right) \cdot (A^{n+1} - A^n) - p_s] + \lambda(A^{n+1} - A^n) = 0 \quad (8)$$

对式 (8) 进行整理, 并令 $\Delta A = A^{n+1} - A^n$, 可得

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[(1 - \lambda^{(n)}) \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right)^T \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right) + \lambda^{(n)} \cdot I \right] \Delta A = \\ & (1 - \lambda^{(n)}) \left(\frac{\partial p}{\partial A}\right)^T [p_s - p(A^n)] \\ & A^{n+1} = A^n + \Delta A \end{aligned} \right. \quad (9)$$

式 (9) 即具体的迭代算法, 其中 I 为单位阵.

4 数值算例及结果

数值算例共分为两组, 第 1 组 (计算结果如图 3 ~ 图 5) 分别使用前面介绍的 3 种参数化方法对翼型进

行参数化,并以 RAE2822 翼型的压力分布为反设计的目标,以 NACA0012 翼型为初始翼型进行迭代计算,以测试该方法对不同参数化方法的适应性.第 2 组(计算结果如图 6,图 7)算例仍以 RAE2822 翼型的压力分布为反设计的目标,但分别以与其外形相

差较大的 OAF139 和 VR15 翼型为初始翼型进行计算,并同时使用常用的 Levenberg-Marquardt 算法进行计算,通过结果对比来验证该方法的大范围收敛性及高效性.以上各算例中所选取的相关参数如表 1 所示.

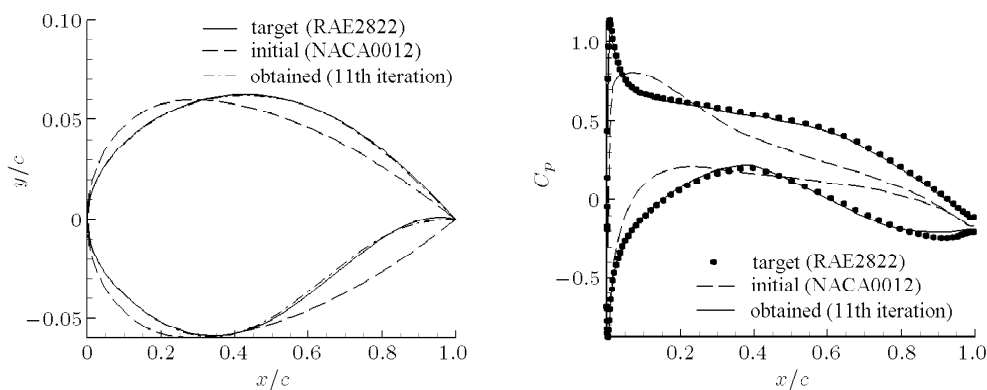


图 3 翼型(左)和压力分布(右)拟合(NACA0012-RAE2822, B 样条参数化方法)

Fig.3 Airfoil geometry (left) and C_p distribution (right) (NACA0012-RAE2822, B-spline parameterization)

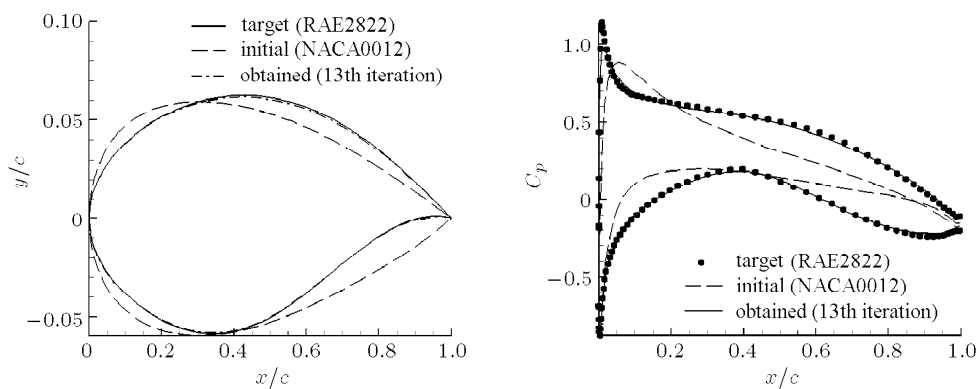


图 4 翼型(左)和压力分布(右)拟合(NACA0012-RAE2822, PARSEC 参数化方法)

Fig.4 Airfoil geometry (left) and C_p distribution (right) (NACA0012-RAE2822, PARSEC parameterization)

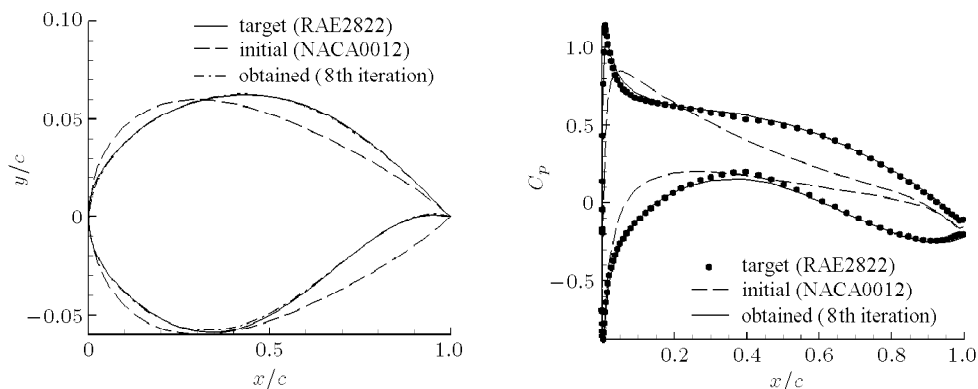


图 5 翼型(左)和压力分布(右)拟合(NACA0012-RAE2822, 正交形函数参数化方法)

Fig.5 Airfoil geometry (left) and C_p distribution (right) (NACA0012-RAE2822, OSF parameterization)

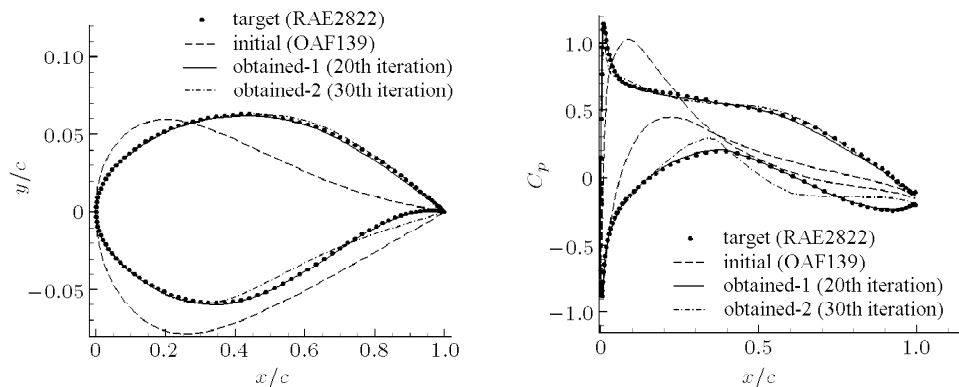


图 6 翼型 (左) 和压力分布 (右) 拟合 (OAF139-RAE2822, B 样条参数化方法). 图中 obtained-1 为使用本文方法所得的计算结果, obtained-2 为使用 Levenberg-Marquardt 方法所得的计算结果

Fig.6 Airfoil geometry (left) and C_p distribution (right) (OAF139-RAE2822, B-spline parameterization)
Curve “obtained-1” and “obtained-2” are computational results by using our method and Levenberg-Marquardt method respectively

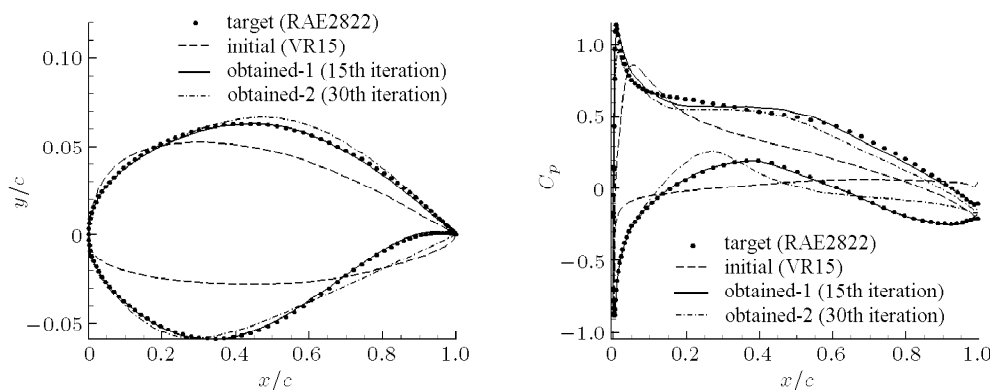


图 7 翼型 (左) 和压力分布 (右) 拟合 (VR15-RAE2822, B 样条参数化方法). 图中 obtained-1 为使用本文方法所得的计算结果, obtained-2 为使用 Levenberg-Marquardt 方法所得的计算结果

Fig.7 Airfoil geometry (left) and C_p distribution (right) (VR15-RAE2822, B-spline parameterization)
Curve “obtained-1” and “obtained-2” are computational results by using our method and Levenberg-Marquardt method respectively

表 1 计算相关参数

Table 1 Parameters for computation

M	α	Re	β	N_0
0.6	2.57	6 300 000	0.5	3

表 1 中 M 为马赫数; α 为攻角; Re 为雷诺数; β 和 N_0 分别为式 (7) 中使用的下降速率调整参数和初值调整参数.

由图 3~ 图 5 可以看出, 以 NACA0012 为初始翼型, 使用 B 样条方法、PARSEC 方法和正交函数方法 3 种参数化方法, 分别经 11 次、13 次和 8 次迭代以后, 所得翼型形状及表面压力分布均与 RAE2822 翼型拟合良好, 这说明本文提出的方法适用于不同的翼型参数化方法. 同时也说明对于不同的参数化方法而言, 该方法均具有较好的计算效率.

由图 6, 图 7 可以看出, 使用 B 样条参数化方法, 以 OAF139 和 VR15 为初始翼型, 分别经 20 次和 15 次迭代后, 其翼型与表面压力分布均与目标翼型较好地拟合, 而在相同条件下使用 Levenberg-Marquardt 算法计算时, 分别经 30 次迭代后, 仍不能收敛到一个满意的结果, 这说明了本文提出的方法具有较大的收敛范围, 即从一个外形相距较远的初始翼型开始迭代, 仍能保证计算稳定地收敛到一个较好的结果.

5 结论与讨论

从计算结果可以看出, 采用不同的翼型参数化方法, 从不同的初始翼型出发, 计算结果均能与目标翼型很好地拟合, 并优于常用的 Levenberg-Marquardt

算法,这说明本文提出的方法具有很大的收敛范围.此外,从迭代次数也可以看出,这种方法也具有较好的计算效率.

对于外形优化或反设计问题,在每一迭代步中应控制外形的变化程度在一个有限的范围内,否则可能因外形产生较大突变而导致迭代发散,因此,采用不同的初始翼型,收敛到较好结果所用的迭代次数将有所差别.从本文的计算结果可以看出,以 OAF139 和 VR15 为初始翼型时,其外形与目标翼型相差较大,因此所使用的迭代次数也较多.

虽然本文仅涉及二维跨音速翼型的反设计,但方法的推导与问题的维数无关,因此本文提出的方法也可以直接应用于三维机翼或飞行器的设计.此外,这种方法使用了目标函数的梯度,这里我们使用差分法计算,这是一个相对耗时的过程,但梯度计算部分十分适合于并行处理,若采用并行计算,将会大大地减少计算时间.因此在下一步的工作中,我们将着重研究算法的并行化处理,并将其推广至三维飞行器的设计.

参 考 文 献

- Oyama A, Obayashi S, Nakahashi K, et al. Euler/Navier-Stokes optimization of supersonic wing design Based on evolutionary algorithm. *AIAA Journal*, 1999, 37(10): 1327~1329
- Giannakoglou KC. Design of optimal aerodynamic shapes using stochastic optimization methods and computational intelligence. *Progress in Aerospace Sciences*, 2002, 38(1): 43~76
- Wang X, Damodaran M. Aerodynamic shape optimization using computational fluid dynamics and parallel simulated annealing algorithms. *AIAA Journal*, 2001, 39(8): 1500~1508
- Pandya MJ, Baysal O. Gradient-based aerodynamic shape optimization using alternating direction implicit method. *Journal of Aircraft*, 1997, 34(3): 346~352
- Newman JC, Taylor AC, Barnwell RW, et al. Overview of sensitivity analysis and shape optimization for complex aerodynamic configurations. *Journal of Aircraft*, 1999, 36(1): 87~96
- 刘航, 朱自强, 吁日新. 自适应翼型的气动外形优化设计. *航空学报*, 2003, 23(4): 289~293 (Liu Hang, Zhu Ziqiang, Yu Rixin. Optimization design of adaptive airfoil's aerodynamic shape. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2003, 23(4): 289~293 (in Chinese))
- Takahashi S, Obayashi S, Nakahashi K. Inverse design optimization of transonic wings based on multi-objective genetic algorithms. *AIAA Journal*, 1999, 37(12): 1656~1662
- Wang X, Damodaran M, Lee SL. Inverse transonic airfoil design using parallel simulated annealing and computational fluid dynamics. *AIAA Journal*, 2002, 40(4): 791~794
- Dulicravich GS. Aerodynamic shape inverse design methods, in: Sobieczky H ed. *New Design Concepts for High Speed Air Transport*. New York: Springer, 1997. 159~172
- 朱自强, 夏智勋, 吴礼义. 跨音速翼型设计的一种满足正则化条件的反设计方法. *北京航空航天大学学报*, 1993, 19 (1): 12~19 (Zhu Ziqiang, Xia Zhixun, Wu Liyi. Inverse method with regularity condition for transonic airfoil design. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1993, 19 (1): 12~19 (in Chinese))
- 王则柯, 高安堂. 同伦方法引论. 重庆: 重庆出版社, 1990 (Wang Zeke, Gao Antang. *Introduction of Homotopy Method*. Chongqing: Chongqing Press, 1990(in Chinese))
- Obayashi S. Pareto genetic algorithm for aerodynamic design using the Navier-Stokes equations. *Genetic Algorithms and Evolution Strategy in Engineering and Computer Science*, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 1998. 245~266
- Doorly DJ, Peiro J. Supervised Parallel Genetic Algorithms in Aerodynamic Optimization. *AIAA-97-1852*, 1997
- Sobieczky H. Parametric airfoil and wings, in: Fujii K, Dulicravich GS, eds. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vieweg, Verlag, 1998. 71~88
- Yoon S, Jameson A. Lower-upper symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*, 1988, 26(9): 1025~1026
- Obayashi S, Guruswamy GP. Convergence acceleration of a Navier-Stokes solver for efficient static aeroelastic computations. *AIAA Journal*, 1995, 33(6): 1134~1141
- Yang G, Obayashi S, Nakamichi J. Aileron buzz simulation using an implicit multiblock aeroelastic solver. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(3): 580~589

A GLOBAL CONVERGENCE METHOD ON INVERSE DESIGN OF TRANSONIC AIRFOIL¹⁾

Cui Kai²⁾ Yang Guowei Ma Xiaoliang Chen Dawei

(Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100080, China)

Abstract Inverse design problem can be represented by a nonlinear optimization problem or a complex nonlinear equation. Some traditional algorithms, such as nonlinear least square method, can be used to solve inverse design problems. But unfortunately, they are all local convergence and an unsuitable initial value of iteration may lead to a divergent computational procedure. In this paper, a global convergence method was developed to overcome the shortcoming. Based on the idea of a homotopy method, the original formulation for inverse design was replaced by a homotopy function, and then an iterative local linearization method was used to solve the equation. Moreover, a quasi-sigmoid method was utilized to adjust the homotopy parameter during the iteration, which can assure a stable and efficient iteration procedure. As numerical examples, the surface pressure distribution of RAE2822 airfoil was taken as the target pressure distribution, three parameterization methods, which include B-Spline, PARSEC and Orthogonal Shape Function methods were individual used to parameterize the airfoil shape, and three different airfoil shapes, including NACA0012, OAF139 and VR15 airfoils, were used as the initial shapes, all inverse design results demonstrate the feature of global convergence and efficiency of the presented new method.

Key words homotopy method, transonic airfoil, inverse design, parameterization, Reynolds-averaged Navier-Stokes equations

Received 27 July 2004, revised 10 January 2005.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10372106) and K. C. Wang Education of Foundation, Hong Kong.

2) E-mail: karlcui@hotmail.com