

单侧摩擦梯度非均匀双半平面的反平面运动¹⁾

盖秉政

(哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

摘要 研究了二个半平面的反平面运动, 二个半平面都是剪切弹性模量与材料密度为梯度的非均匀介质, 它们之间的界面是具有 Coulomb 摩擦的单侧界面. 当介质的梯度参数按二次幂规律变化时, 求得了这一问题的解析解, 给出了界面上粘着区与滑移区以及相应的界面剪应力与相对滑移量的分布. 通过抛物线脉冲入射下的数值计算发现, 界面上的剪应力呈反双峰形分布, 正、反滑移区出现在峰值点附近, 其范围随界面上施加的外压力 $\sigma = f_s p^\infty / \mu_0$ 的增加而减小, 当外压力达到某一数值时, 滑移区消失, 整个界面将完全粘着在一起.

关键词 非均匀介质, 双半平面, 单侧摩擦界面, 反平面运动, 解析解

引 言

弹性波在介质中的传播问题与许多自然现象及工程问题有关. 长期以来人们对它进行了大量的研究并取得了丰硕的研究成果^[1,2], 但是这些研究主要限于均匀和非均匀介质中双侧界面约束下的弹性波场问题, 即跨越界面位移及应力保持连续的弹性波场问题. 鉴于在实际问题中的重要性, 自 1977 年以来人们对介质中的另一大类界面, 即只能承压或靠摩擦承剪界面约束下的弹性波场问题产生了浓厚的兴趣. Miller^[3,4] 用等效线性化方法, Comninou 等^[5,6] 用双侧解修正法, 最先对这类问题进行了一系列研究, 后来一些作者用类似的方法^[7,8] 以及函数方程法^[9], 波动有限元法^[10], 边界元方法^[11] 等对这类问题又进行了更为深入和更为广泛的探讨, 但在这些研究中涉及的介质仍限于均匀介质.

众所周知, 裂纹面是典型的单侧界面, 裂纹是断裂力学的核心问题, 目前有关裂纹研究的文献浩如烟海^[12]. 近些年来由于复合材料, 特别是功能梯度材料(一种人工非均匀材料)的广泛开发与使用, 人们对它的断裂问题越来越感兴趣, 许多人研究了这类材料的动态断裂问题^[13~18], 由于数学上的困难, 这些研究没有按裂纹面单侧性的本来面貌处理问题, 而是按裂纹的常规模型, 即“常开”模型进行分析的. 在波动力作用下, 裂纹面间的接触与相互作用是不可避免的, 不考虑这样的接触与相互作用, 就很难说清所解决的问题与原问题相差多远.

基于这种考虑作者等人^[11] 曾用边界元方法分析了单侧裂纹的动态问题, 其结果与传统的“常开”结果有很大不同.

目前, 在单侧界面(如裂纹面)条件下, 非均匀介质中弹性波的传播问题, 仍是一类有待研究的课题; 对这类复杂而又实际的问题的研究可能会带来一些更新颖的结果. 对此, 本文将对这类问题给出一个初步的探讨, 文中解析地分析了单侧摩擦界面连接条件下二个梯度非均匀半平面的反平面运动, 并具体地计算了抛物线脉冲入射下的界面状态, 发现界面上的剪应力呈反双峰形分布, 正、反滑移区出现在峰值点附近, 其范围随界面上施加的外压力 $\sigma = f_s p^\infty / \mu_0$ 的增加而减小, 当外压力达到某一数值时, 滑移区完全消失, 整个界面将粘着在一起.

1 问题的表述

如图 1 所示, 双半平面靠无穷远处压力 p^∞ 结合在一起, 因此二个半平面间的结合面是一单侧界面. 假定二个半平面的介质都是沿 y 向梯度非均匀介质, 界面上存在着 Coulomb 摩擦, 于是在反平面波场中, 控制介质运动的基本方程为

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\mu'(y)}{\mu(y)} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\rho(y)}{\mu(y)} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{\mu^{*'}(y)}{\mu^*(y)} \frac{\partial w^*}{\partial y} = \frac{\rho^*(y)}{\mu^*(y)} \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中, $w(w^*)$ 为介质的离面位移; $\mu(y)(\mu^*(y))$ 为介

2004-05-11 收到第 1 稿, 2004-08-04 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目资助(10272036).

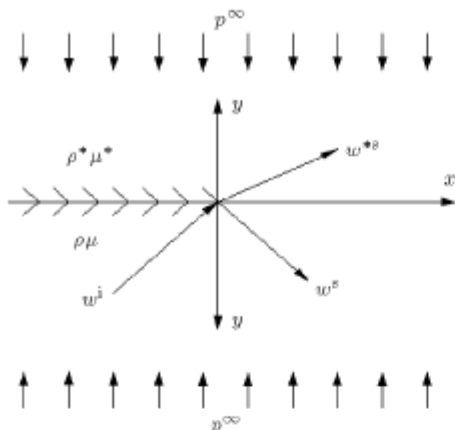


图 1 单侧界面条件下的反平面波场

Fig.1 Anti-plane wave field under unilateral interface

质的剪切弹性模量; $\rho(y)$ ($\rho^*(y)$) 为介质的密度; x, y 为空间坐标; t 为时间; “*” 表示与上半平面有关的量; “ $\prime$ ” 表示对其宗量的导数.

在界面上, 当波场造成的反平面剪力不足以克服界面上的静摩擦力时, 上、下二个半平面沿界面粘接在一起, 这部分界面称为粘着区, 记为 Lst, 在粘着区上下二个半平面保持位移连续, 应力连续; 当反平面剪力大到足以克服静摩擦力时, 上下二个半平面沿界面出现滑动, 这部分界面称为滑移区, 记为 Lsl. 在滑移区, 剪力与滑动摩擦力相平衡. 由此可知, 在反平面波场中, 界面条件为

$$\text{Lst } w = -w^*, |\tau_{yz} = -\tau_{yz}^*| \leq f_s P^\infty \quad (3)$$

$$\text{Lsl } \tau_{yz} = \pm f_k P^\infty, \tau_{yz}^* = \mp f_k P^\infty, |w + w^*| \geq 0 \quad (4)$$

式中, f_k 为滑动摩擦系数, τ_{yz} (τ_{yz}^*) 为剪应力, 它与位移 w (w^*) 有如下关系

$$\tau_{yz} = \mu(y) \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \tau_{yz}^* = \mu^*(y) \frac{\partial w^*}{\partial y} \quad (5)$$

2 行波解

方程 (1) 的波动解可取为

$$w = \Xi(\xi)g(y) \quad (6)$$

式中, $\Xi(\xi)$, $g(y)$ 分别为 ξ 及 y 的待定函数, $\xi \equiv x - ct$; c 为下半平面介质在界面上的视在波速. 把式 (6) 代入式 (1), 得

$$\Xi''g + \Xi g'' + \frac{\mu'}{\mu} \Xi g' = \left(\frac{c}{c_s}\right)^2 \Xi''g$$

或

$$\frac{\Xi''}{\Xi} = -\frac{g'' + \frac{\mu'}{\mu} g'}{g\left(1 - \left(\frac{c}{c_s}\right)^2\right)} = -k^2 \quad (7)$$

式中, $c_s = \sqrt{\mu(y)/\rho(y)}$ 为下半平面介质的剪切波速; k 为一比例常数, 由入射波场决定. 从式 (7) 有

$$\frac{d^2 \Xi}{d\xi^2} + k^2 \Xi = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2 g}{dy^2} + \frac{\mu'(y)}{\mu(y)} \frac{dg}{dy} - k^2 \left(1 - \left(\frac{c}{c_s}\right)^2\right) g = 0 \quad (9)$$

方程 (8) 线性独立的解为

$$\Xi(\xi) = e^{\pm i k \xi} \quad (10)$$

为了求解方程 (9), 必须给出介质的非均匀特性, 即剪切弹性模量 $\mu(y)$ 及密度 $\rho(y)$ 的具体形式. 现在假定 $\mu(y), \rho(y)$ 具有如下变化形式

$$\left. \begin{aligned} \mu(y) &= \mu_0(1 + \alpha y)^2 \\ \rho(y) &= \rho_0(1 + \alpha y)^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中, μ_0, ρ_0 为下介质在 $y = 0$ 处的剪切弹性模量及密度; α 为已知常数.

把式 (11) 代入式 (9) 得

$$\frac{d^2 g}{dy^2} + \frac{2\alpha}{1 + \alpha y} \frac{dg}{dy} - k^2 \left(1 - \left(\frac{c}{c_s}\right)^2\right) g = 0 \quad (12)$$

引入新变数

$$Y = k(1 + \alpha y), \quad G = (1 + \alpha y)^{1/2} g \quad (13)$$

把式 (13) 代入式 (12) 得

$$\frac{d^2 G}{dY^2} + \frac{1}{Y} \frac{dG}{dY} + \left[\left(\frac{p}{\alpha}\right)^2 - \frac{1}{4Y^2}\right] G = 0 \quad (14)$$

式中

$$p = \sqrt{\left(\frac{c}{c_s}\right)^2 - 1} \quad (15)$$

方程 (14) 是 1/2 阶 Bessel 方程, 它的线性独立的解为 1/2 阶 Hankel 函数: $H_{1/2}^{(1)}\left(\frac{p}{\alpha}Y\right)$ 及 $H_{1/2}^{(2)}\left(\frac{p}{\alpha}Y\right)$, 于是方程 (12) 的线性独立解为

$$g(y) = (1 + \alpha y)^{-1/2} H_{1/2}^{(1)(2)}\left(\frac{k}{\alpha}(1 + \alpha y)\right) \quad (16)$$

在下半平面有来自无穷远处的入射波及从界面射向无穷远处的反射波. 依 Hankel 函数的性质, 入射波应选用第二类 Hankel 函数, 而反射波应选用第一类 Hankel 函数, 从而可以保证在无穷远处没有反

射波反回 (即保证无穷远处的辐射条件). 于是依式 (10),(16) 在下半平面入射波 w^i 及反射波 w^s 可写为

$$w^i = \int_{-\infty}^{+\infty} A^i(k)(1+\alpha y)^{-1/2} H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}(1+\alpha y)\right) e^{ik\xi} dk \quad (17)$$

$$w^s = \int_{-\infty}^{+\infty} A^s(k)(1+\alpha y)^{-1/2} H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}(1+\alpha y)\right) e^{ik\xi} dk \quad (18)$$

式中, $A^i(k), A^s(k)$ 是 k 的函数.

对于上半平面, 假设介质的非均匀性类似于下介质, 即

$$\left. \begin{aligned} \mu^*(y) &= \mu_0^*(1+\alpha^*y)^2 \\ \rho^*(y) &= \rho_0^*(1+\alpha^*y)^2 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中, μ_0^*, ρ_0^* 分别为上介质在 $y=0$ 处的剪切弹性模量及密度; α^* 为已知常数, 则上半平面内的折射波可写为

$$w^{*s} = \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(k^*)(1+\alpha^*y)^{-1/2} H_{1/2}^{(1)}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}(1+\alpha^*y)\right) e^{ik^*\xi^*} dk^* \quad (20)$$

式中, k^* 为求解方程 (2) 时引入的比例常数, 其物理意义是波数; $A^*(k^*)$ 是 k^* 的函数; $\xi^* = x - c^*t$.

$$p^* = \sqrt{\left(\frac{c^*}{c_s^*}\right)^2 - 1} \quad (21)$$

c^* 为上半平面介质在界面上的视在波速; $c_s^* = \sqrt{\mu^*/\rho^*}$ 为上半平面介质的剪切波速.

3 界面状态

在下半平面的总波场 w 是入射波场 w^i 与反射波场 w^s 之和, 即

$$w = w^i + w^s \quad (22)$$

在上半平面, 只有折射波, 因此总波场 w^* 应是折射波场 w^{*s} , 即

$$w^* = w^{*s} \quad (23)$$

把式 (22),(23) 代入界面条件式 (3),(4), 并应用式 (5), 有:

在粘着区 (Lst)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[A^i(k) H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + A^s(k) H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \right] e^{ik\xi} dk = \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(k^*) H_{1/2}^{(1)}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}\right) e^{ik^*\xi^*} dk^* \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[-\frac{\alpha}{2} H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + p k H_{1/2}^{(2)'}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \right] A^i(k) + \right. \\ \left. \left[-\frac{\alpha}{2} H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + p k H_{1/2}^{(1)'}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \right] A^s(k) \right\} e^{ik\xi} dk = \\ \mu_0^* \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\frac{\alpha^*}{2} H_{1/2}^{(1)}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}\right) + p^* k^* H_{1/2}^{(1)'}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}\right) \right] \cdot \\ A^*(k^*) e^{ik^*\xi^*} dk^* \end{aligned} \quad (25)$$

在滑移区 (Lsl)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[-\frac{\alpha}{2} H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + p k H_{1/2}^{(2)'}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \right] A^i(k) + \right. \\ \left. \left[-\frac{\alpha}{2} H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + p k H_{1/2}^{(1)'}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \right] A^s(k) \right\} e^{ik\xi} dk = \pm \frac{f_k}{\mu_0} p^{\infty} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[-\frac{\alpha^*}{2} H_{1/2}^{(1)}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}\right) + p^* k^* H_{1/2}^{(1)'}\left(p^* \frac{k^*}{\alpha^*}\right) \right] \cdot \\ A^*(k^*) e^{ik^*\xi^*} dk^* = \pm \frac{f_k}{\mu_0^*} p^{\infty} \end{aligned} \quad (27)$$

从式 (24), (25) 可以看出, 对任意时空 (t, x) 要使界面条件成立, 必有

$$k^* = k, \quad c^* = c \quad (\text{从而 } \xi^* = \xi) \quad (28)$$

也就是说, 此时 Snell 定律仍然成立, 由此在粘着区 (Lst) 有

$$\begin{aligned} H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) A^i + H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) A^s = \\ -H_{1/2}^{(1)}\left(p^* \frac{k}{\alpha^*}\right) A^* \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)}) A^i + a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) A^s = \\ -\frac{\mu_0^*}{\mu_0} a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)}) A^* \end{aligned} \quad (30)$$

式中 $a(\alpha, p; H)$ 是参数 α, p 及 H 的函数, 定义为

$$\begin{aligned} a(\alpha, p; H) \equiv a\left(\alpha, p; H\left(p \frac{k}{\alpha}\right)\right) = \\ -\frac{\alpha}{2} H\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + p k H'\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

求解式 (29),(30), 得

$$A^s = \frac{\frac{\mu_0^*}{\mu_0} a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(2)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right) - a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p^* \frac{k}{\alpha^*} \right)}{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p^* \frac{k}{\alpha^*} \right) - \frac{\mu_0^*}{\mu_0} a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right)} A^i \quad (32)$$

$$A^* = - \frac{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(2)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right) - a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right)}{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p^* \frac{k}{\alpha^*} \right) - \frac{\mu_0^*}{\mu_0} a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)}) H_{1/2}^{(1)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right)} A^i \quad (33)$$

在滑移区 (Lsl) 反演式 (26), (27) 得

$$a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)}) A^i + a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) A^s = \pm \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_i}^{\xi_j} \frac{f_k}{\mu_0} p^\infty e^{-ik\xi} d\xi \quad (34)$$

$$a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)}) A^* = \pm \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_i}^{\xi_j} \frac{f_k}{\mu_0} p^\infty e^{-ik\xi} d\xi \quad (35)$$

式中, ξ_i, ξ_j 分别为滑移区 (Lsl) 与粘着区 (Lst) 间的界点.

求解式 (34), (35) 得

$$A^s = \pm \frac{if_k p^\infty}{2\pi k \mu_0} \frac{(e^{-ik\xi_i} - e^{-ik\xi_j})}{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)})} - \frac{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)})}{a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)})} A^i \quad (36)$$

$$A^* = \mp \frac{if_k p^\infty}{2\pi k \mu_0^*} \frac{(e^{-ik\xi_i} - e^{-ik\xi_j})}{a(\alpha^*, p^*; H_{1/2}^{(1)})} \quad (37)$$

在粘着区 (Lst) 剪应力 $\tau_{yz} \leq$ 界面上的静摩擦力 $f_s p^\infty$ (f_s 为静摩擦系数). 于是滑移区 (Lsl) 与粘着区 (Lst) 的分界点 ξ (ξ_i 或 ξ_j) 应满足方程

$$m(\xi) (\equiv \text{Re} M(\xi)) = \frac{f_s p^\infty}{\mu_0} (= \sigma) \quad (38)$$

式中

$$M(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} [a(\alpha, p; H_{1/2}^{(2)}) A^i + a(\alpha, p; H_{1/2}^{(1)}) A^s] e^{ik\xi} dk \quad (39)$$

A^s 作为 k 的函数, 按式 (32) 计算. 粘着区 (Lst) 内的应力分布 τ_{yz} 为

$$T (\equiv \tau_{yz}) = \mu_0 m(\xi) \quad (40)$$

滑移区 (Lsl) 内上下介质沿界面的相对滑移 Δ 为

$$\Delta = \text{Re} \Delta w(\xi) \quad (41)$$

式中

$$\Delta w(\xi) = w + w^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A^i H_{1/2}^{(2)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right) + A^s H_{1/2}^{(1)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right) + A^* H_{1/2}^{(1)} \left(p^* \frac{k}{\alpha^*} \right) \right] e^{ik\xi} dk \quad (42)$$

A^s, A^* 为 k 的函数, 按式 (36), 式 (37) 计算.

4 数值算例

取入射波 $w^i(\xi)$ 为抛物线型脉冲波

$$w^i(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < -l \\ h(1 - (\xi/l)^2), & -l \leq \xi \leq l \\ 0, & l < \xi \end{cases} \quad (43)$$

式中, h 为脉冲波高; $2l$ 为脉冲波宽度, 如图 2 所示.

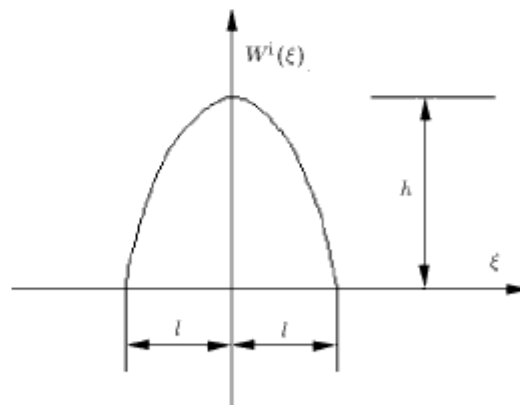


图 2 入射波 $W^i(\xi)$

Fig.2 Incidence wave $W^i(\xi)$

在界面上反演式 (17) 有

$$A^i(k) H_{1/2}^{(2)} \left(p \frac{k}{\alpha} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} w^i(\xi) e^{-ik\xi} d\xi = \frac{2h}{\pi k^2 l} \left(\frac{\sin kl}{kl} - \cos kl \right)$$

由此求得

$$A^i(k) = \frac{h}{\pi k^2 l} \cdot \frac{1}{H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right)} \left(\frac{\sin kl}{kl} - \cos kl \right) \quad (44)$$

把式 (44) 代入式 (39), 式 (42) 得

$$M(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[a(\alpha, p, H_{1/2}^{(2)}) + a(\alpha, p, H_{1/2}^{(1)}) \frac{A^s}{A^i} \right] \cdot \frac{h}{\pi k^2 l H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right)} \left(\frac{\sin kl}{kl} - \cos kl \right) e^{ik\xi} dk \quad (45)$$

$$\Delta W(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) + H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \frac{A^s}{A^i} + H_{1/2}^{(1)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right) \frac{A^*}{A^i} \right] \frac{h}{\pi k^2 H_{1/2}^{(2)}\left(p \frac{k}{\alpha}\right)} \cdot \left(\frac{\sin kl}{kl} - \cos kl \right) e^{ik\xi} dk \quad (46)$$

取 $\alpha l = 0.2$; $\alpha^* l = 0.5$; $\mu^*/\mu = 1.5$; $h/l = 1$; $c_s^*/c = 1.2$; $f_0 = f_k/f_s = 0.8$; $\theta_0 = \sin^{-1}(c_s/c) = \pi/6$. 图 3 给出了界面上无量纲剪力 $\tau(\eta)(\equiv T/\mu_0)$, $\eta = \xi/l$ 分布, 从图中可以看出 $\tau(\eta)$ 的变化呈反双峰形式, 并在 η 分别为 $-1, 0.3529$ 二点达到极大值, 界面在这两点附近出现了滑移区. 图 4, 图 5 给出了 $|\sigma| = f_s p^\infty / \mu_0 = 5$ 时, 界面上正、反滑移区范围及滑移区附近的无量纲剪力 $\tau(\eta)$ 及无量纲相对滑移 $\delta(\eta)(\equiv \Delta/l)$ 的分布. 滑移区范围 $\Delta\eta$ 随界面上施加的外压力 $\sigma = \frac{f_s p^\infty}{\mu_0}$ 的增加而减小, 如图 6 所示. 当外压力达到 $|\sigma| = 7.0175$ 时, 滑移区消失, 整个界面将完全粘着在一起.

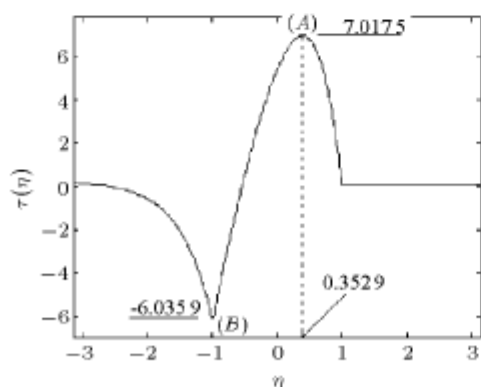


图 3 剪应力 $\tau(\eta)$ 随 η 变化

Fig.3 The variations of $\tau(\eta)$ with η

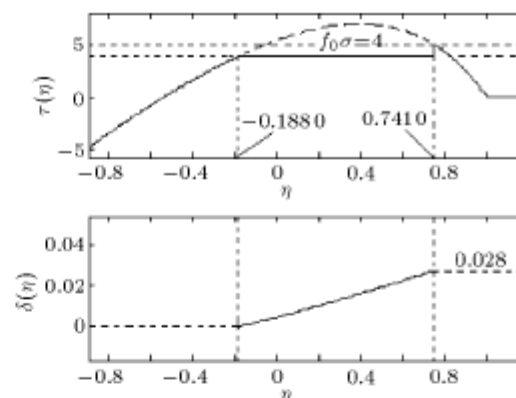


图 4 界面上 A 点附近剪应力 $\tau(\eta)$ 与相对滑移 $\delta(\eta)$ 分布

Fig.4 The distributions of shear stress $\tau(\eta)$ and relative slip $\delta(\eta)$ round A at interface

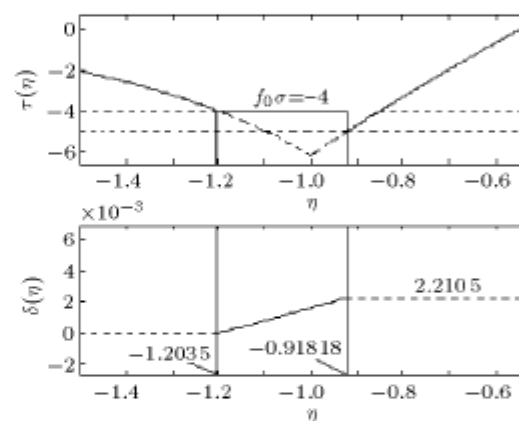


图 5 界面上 B 点附近剪应力 $\tau(\eta)$ 与相对滑移 $\delta(\eta)$ 分布

Fig.5 The distribution of shear stress $\tau(\eta)$ and relative slip $\delta(\eta)$ round B point at interface

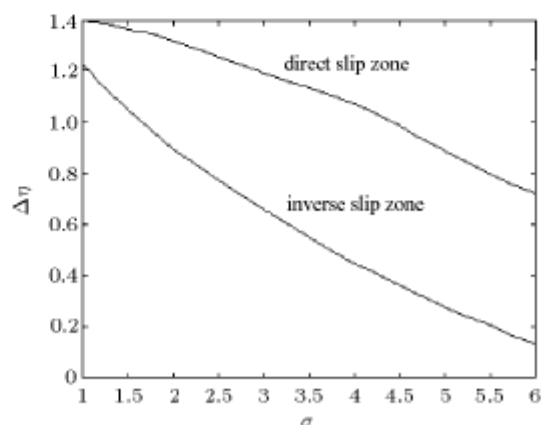


图 6 滑移区范围 $\Delta\eta$ 随无量纲压力 σ 的变化

Fig.6 Variation of range of slip zone $\Delta\eta$ with non-dimensional pressure σ

参 考 文 献

- 1 Eringen AC, Suhubi ES. Elastodynamics: Vol. 2, Linear Theory, New York: Academic Press, 1975
- 2 Ewing WM. Elastic Wave in Layered Media. New York: McGraw-Hill, 1957
- 3 Miller RK. An approximate method of analysis of the transmission of elastic waves through a friction. *Journal of Applied Mechanics*, 1977, 44: 625~656
- 4 Miller RK. The effects of boundary friction on the propagation of elastic waves. *Bulletin of the Seismology Society of America*, 1978, 68: 987~998
- 5 Comninou M, Dundurs J. Reflection and refraction of elastic waves in presence of separation. *Proceeding of Royal Society of London Series*, 1977, A356: 509~528
- 6 Comninou M, Dundurs J. Elastic interface waves and sliding between two solids. *Journal of Applied Mechanics*, 1978, 45: 325~330
- 7 龚育宁. 波在滑动接触面上的反射与折射. 固体力学学报, 1987, 8(2): 174~178 (Gong Yuning. The reflection and refraction of SH wave on sliding interface. *Acta Mechanica Sinica*, 1987, 8(2): 174~178 (in Chinese))
- 8 Wang YS, Yu GL, Gai BZ. In-plane motion induced by an SH pulse at a frictional contact interface. *Mechanic Research Communications*, 1998, 25: 203~210
- 9 Gai BZ. Interaction of elastic waves with the unilateral interface between a layer and a half-space. *International Journal of Solids and Structure*, 2000, 37: 5233~5245
- 10 刘品波, 王铎, 姚玲. 动静摩擦可接触裂纹动态响应的一种算法. 力学学报, 1994, 26(4): 494~502 (Liu Jingbo, Wang Duo, Yao Ling. Method for calculating the dynamic effect of dynamic and static friction on a contactable crack. *Acta Mechanica Sinica*, 1994, 26(4): 494~502 (in Chinese))
- 11 Gai BZ, Chen CC. BEM-analysis of interaction of elastic wave with unilateral interface crack. *Communication in Numerical Methods in Engineering*, 2001, 17: 137~147
- 12 Freund LB. Dynamic Fracture Mechanic. New York: Cambridge University Press, 1990
- 13 BaBaei R, Lukasiewicz SA. Dynamic response of a crack in a functionally graded material between two dissimilar half planes under anti-plane shear impact load. *Engineering Fracture Mechanics*, 1998, 60: 479~487
- 14 Parameswaran V, Shukla A. Crack-tip stress fields for dynamic fracture in functionally gradient materials. *Mechanics of Materials*, 1999, 31: 579~596
- 15 Shul CW, Lee KY. A subsurface eccentric crack in a functionally graded coating layer on the layered half-space under antiplane shear impact load. *International Journal of Solids and Structure*, 2002, 39: 2019~2029
- 16 Wang BL, Han JC, Du SY. Multi-crack problems for inhomogeneous composites subjected dynamic antiplane loading. *International Journal of Fracture*, 1999, 100: 343~353
- 17 Li CY, Wang GJ. Dynamic stress intensity factor of a cylindrical interface crack with a functionally graded interlayer. *Mechanics of Materials*, 2001, 33: 325~333
- 18 Meguid SA, Wang XD, Jiang LY. On the dynamic propagation of a finite crack in functionally graded materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69: 1753~1768

THE ANTI-PLANE MOTION OF TWO GRADIENT NON-HOMOGENEOUS HALF-PLANES WITH THE UNILATERAL FRICTIONAL INTERFACE¹⁾

Gai Bingzheng

(Department of Aeronautical Engineering and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract The anti-plane motion of two half-planes, both are composed of gradient non-homogeneous media and the interface between them is unilateral interface with Coulomb friction, is investigated. When the gradient parameters of media vary by the law of the second power, analytical solutions of the problem are obtained. The stick zone and the slip zone and distributions of the shearing traction and relative slip quantities in these zones are given. Though the numerical calculation to wave field under the incidence of the parabolic wave pulse, it is found that the distributions of the shearing traction at the interface are shown as anti-two peaky ship. The direct and inverse slip zones appear nearby the peak points and their range decrease with the increase the external pressure applied to the interface. When the external pressure reach a certain value, the slip zone disappear, the whole interface will be completely stuck together.

Key words non-homogeneous medium, two half-planes, unilateral frictional interface, anti-plane motion, analytical solution

Received 11 May 2004, revised 4 August 2004.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272036).