

考虑压头曲率半径和应变梯度的微压痕分析¹⁾

陶彩军 王自强 陈少华

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)

摘要 在压头尖端曲率半径取 100 nm 的前提下, 采用 Chen 和 Wang 的应变梯度理论, 对微压痕实验进行了系统的数值分析. 首先通过拟合载荷 - 位移实验曲线的后半段来确定材料的屈服应力和幂硬化指数值, 然后用有限元方法数值模拟压痕实验, 并将计算得到的整段载荷 - 位移曲线及硬度 - 位移曲线和实验结果进行了比较. 结果表明应变梯度理论所预测的计算结果和实验结果很好地符合, 包括压痕深度在亚微米和微米范围内的整段曲线.

关键词 压痕尺度效应, 压头尖端曲率半径, 应变梯度理论, 有限元模拟, 微压痕实验

引 言

当非均匀塑性变形的特征长度在微米量级时, 材料呈现出很强的尺度效应. 传统理论的结论是: 材料的硬度值不随压痕深度的变化而变化. 研究尺度效应的一种方法, 即在连续介质力学理论的框架下建立含尺度效应的本构模型, 从而在经典弹塑性力学理论所能预测的范畴和微观模型所涉及的范畴之间建起跨尺度关联的桥梁. 研究者们利用应变梯度理论对微米和纳米压痕、裂纹尖端场断裂及颗粒增强金属基复合材料的尺度效应进行了研究. 然而, 早期对尺度效应持怀疑态度的学者认为^[1~3]: 在微压痕条件下, 实验手段的不完善、压痕面积测量的不准确和材料表面性能的影响如材料表面的缺陷和化学污损有可能使得压痕硬度随压痕深度的减小而上升. 李敏等^[4]认为压头尖端曲率半径等因素也可能造成上述硬度随着压入深度减小而提高的现象, 因此未必能够归结于材料本身的尺度效应. Swadener 等^[5]采用钛合金所做的球形压头的压痕实验结果表明对于给定的压头曲率半径 R , 当接触区半径小于压头曲率半径时, 硬度值是随着接触区半径的减小而下降的. Gerberich 等^[6]通过对 Cube Corner 和 Berkovich 压头的压痕实验结果发现, 不同的压头形状对压痕硬度的尺寸效应也有很大的影响.

针对李敏等^[4]提出的质疑和 Swadener 等^[5]球形压头压痕的实验结果, 本文在考虑压头尖端曲率半径的前提下, 利用有限元方法, 对微压痕实验进行了数值模拟. 在本文中, 将采用 Chen 和 Wang^[7]

的应变梯度理论, 考虑压头曲率半径的影响, 对单晶银、多晶铜和单晶铜材料的载荷 - 位移和硬度 - 位移实验曲线进行有限元数值模拟, 从而判断出能否用应变梯度理论来解释微压痕实验中的尺度效应.

1 应变梯度理论

Chen 和 Wang^[7]应变梯度理论的本构方程和硬化规律分别为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= 2\mu\dot{\varepsilon}'_{ij} + K\dot{\varepsilon}_m\delta_{ij}, \\ \dot{m}_{ij} &= 2\mu l_{cs}^2\dot{\chi}'_{ij} + K_1 l_{cs}^2\dot{\chi}_m\delta_{ij}, \end{aligned} \right\} \Sigma_e < \sigma_Y \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= \frac{2\Sigma_e}{3E_e}\dot{\varepsilon}'_{ij} + \frac{2\dot{\Sigma}_e}{3E_e}\varepsilon'_{ij} - \\ &\quad \frac{2\Sigma_e}{3E_e^2}\varepsilon'_{ij}\dot{E}_e + K\dot{\varepsilon}_m\delta_{ij}, \\ \dot{m}_{ij} &= \frac{2\Sigma_e}{3E_e}l_{cs}^2\dot{\chi}'_{ij} + \frac{2\dot{\Sigma}_e}{3E_e}l_{cs}^2\chi'_{ij} - \\ &\quad \frac{2\Sigma_e}{3E_e^2}l_{cs}^2\chi'_{ij}\dot{E}_e + K_1 l_{cs}^2\dot{\chi}_m\delta_{ij}, \end{aligned} \right\} \Sigma_e \geq \sigma_Y \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Sigma}_e &= A'(E_e)\left(1 + \frac{l_1\eta_h}{E_e}\right)^{\frac{1}{2}}\dot{E}_e = \\ &\quad B(E_e, l_1\eta_h)\dot{E}_e, \quad \Sigma_e \geq \sigma_Y \\ \dot{\Sigma}_e &= 3\mu\dot{E}_e, \quad \Sigma_e < \sigma_Y \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中各符号的含义详见文献 [7].

2004-02-11 收到第 1 稿, 2004-10-18 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10272103, 10202023).

2 锥形压头

基于计算机速度与容量的原因,较早进行微压痕过程有限元模拟的 Bhattacharya 和 Nix^[8], Laursen 和 Sino^[9] 都使用圆锥压头模拟维氏显微硬度标准正四棱锥压头与纳米压痕仪标准正三棱锥压头. 之后 Bolshakov 等^[10] 用锥角为 70.3° 的圆锥压头模拟 Berkovich 压头,使这两种压头的压痕投影面积与深度的关系一致. 因为圆锥压头具有旋转对称性,所以可用二维轴对称单元进行计算从而降低计算规模. 即便如此,以当时大型计算机的水平,对规模为 $400 \sim 2000$ 个四节点矩形单元的有限元模型进行一次完整的加、卸载过程也需要 $1 \sim 2$ 天.

由于 Berkovich 压头、Vicker 压头以及 Knoop 压头的几何形状均不具备旋转对称性,它们在材料中产生的应力应变场与二维模拟中使用的圆锥压头产生的应力应变场在什么范围、何种程度相似,这是二维模拟有效性的基础. 李敏等^[4] 针对这 3 种标准压头,分别构造相应的圆锥压头进行压痕过程的有限元模拟,分析结果表明:圆锥压头的载荷-位移曲线与正棱锥基本吻合,可以用轴对称圆锥压头模型较好模拟 Berkovich 压头与 Vicker 压头三维模型的计算结果. 鉴于上述原因,为了保证计算准确性的前提下降低计算的复杂性,本文将采用二维轴对称的圆锥压头.

在压头作用下,材料的变形如图 1 所示. 图中, h_c 为接触深度, h_s 为表面位移, h 为压痕深度, h_f 为卸载后的压痕深度, P 为压头载荷, a 为接触区半径. 对于理想几何形状压头(即压头尖端曲率半径 $R=0$),其压入试件材料的圆锥压头的剖面示意图如图 2 所示. 图 3 为压头尖端曲率半径 $R \neq 0$ 时的压头压入试件的简单示意图.

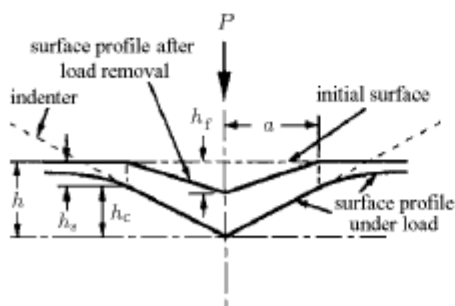


图 1 压头下材料区域的变形示意图 (Oliver et al.^[11])

Fig.1 Deformation of the contact region for indentation test (Oliver et al.^[11])

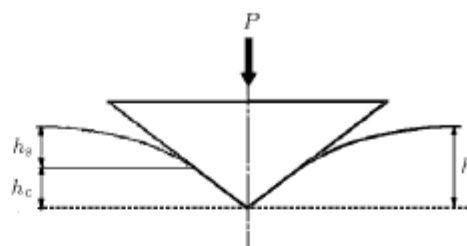


图 2 尖端曲率半径 $R=0$ 的压头压入试件示意图

Fig.2 Conical indenter ($R=0$)

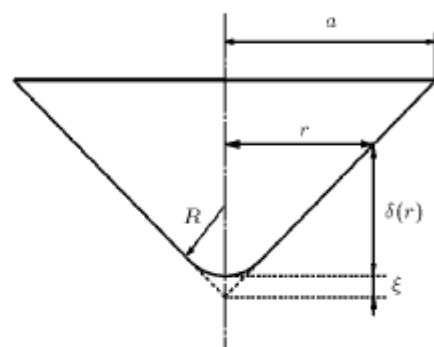


图 3 尖端曲率半径 $R \neq 0$ 的压头压入试件示意图

Fig.3 Conical indenter ($R \neq 0$)

R 为压头尖端曲率半径, r 为接触区内某点的接触半径, $\delta(r)$ 为该点到钝压头底端的深度. 图中所示为 $r_0 \leq r \leq a$ 的情况, $r \leq r_0$ 的情况类似. $r_0 = R \times \cos \beta$, ξ 为钝压头底端到锥形尖端的距离, 锥形压头的半顶角为 β , $\xi = R / \sin \beta - R$. 于是接触区某点的深度 $\delta(r)$

$$\left. \begin{aligned} \delta(r) &= \frac{r}{\tan \beta} - \xi, & r_0 \leq r \leq a \\ \delta(r) &= R - (R^2 - r^2)^{1/2}, & r \leq r_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3 基于应变梯度理论的微压痕有限元分析

3.1 虚功原理

应变梯度理论增量形式的虚功原理为

$$\int_V (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + m_{ij} \delta \chi_{ij}) dV = \int_S (t_k \delta u_k + q_k \delta \omega_k) dS \quad (5)$$

其中, V 和 S 分别是物体的体积和表面积; t_k 为表面应力, q_k 为表面偶应力. 由于各个单元内的位移场和微观转动场可以由单元的形函数与节点位移插值而得, 应力由本构关系 (2) 得到, 对每一个增量

加载步, 现时的节点位移和转动矢量通过现时的虚功原理得到

$$\begin{aligned} & \int_V (\Delta s_{ij} \delta \varepsilon'_{ij} + \Delta \sigma_m \delta \varepsilon_{kk} + \Delta m'_{ij} \delta \chi'_{ij} + \\ & \Delta m_m \delta \chi_{kk}) dV - \int_S (\Delta t_k \delta u_k + \Delta q_k \delta \omega_k) dS = \\ & - \int_V (s_{ij} \delta \varepsilon'_{ij} + \sigma_m \delta \varepsilon_{kk} + m'_{ij} \delta \chi'_{ij} + \\ & m_m \delta \chi_{kk}) dV + \int_S (t_k \delta u_k + q_k \delta \omega_k) dS \end{aligned} \quad (6)$$

这里撇号表示偏量, Δ 表示增量, 而等式右边的量都是现在时刻的量。

3.2 计算模型、基本假设和边界条件

有限元计算模型如图 4 所示, 有限元单元选择为 9 节点的等参单元, 计算模型共划分了 700 个单元。

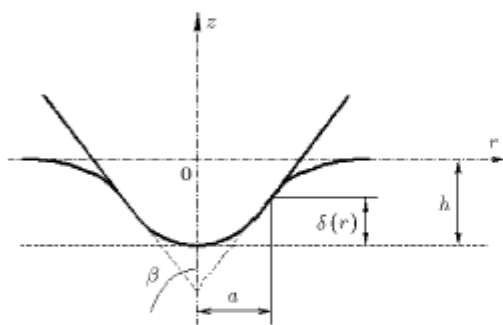


图 4 微压痕问题的轴对称几何模型

Fig.4 Geometry of the axis-symmetric indentation model

为了简化问题, 在计算中采用了如下假设:

(1) 压头采用轴对称形状, 这样一来就可以采用轴对称单元, 模拟的压头是尖端具有一定曲率半径的锥形压头, 其锥形半顶角为 $\beta = 72^\circ$, 对应于 Vickers 压头. 图 4 中的 a 为压头最大接触半径, h 为压头尖端的最大位移压头下量即压痕深度。

(2) 假设压头与被压材料之间光滑接触且没有粘连。

(3) 材料的力学行为遵循方程 (1)~(3)。

同时采用了以下的边界条件:

(1) 对称轴上径向位移 $u_r(0, z)$ 为零。

(2) 被压材料取为圆柱体, 圆柱体的侧面面力和偶面力自由, 圆柱体的半径 R 和圆柱体的长度 L 均取为 $10^6 \mu\text{m}$ 显然远远大于压入深度. 限制材料底部竖向位移 u_z , 径向位移 u_r 自由, 圆柱体底部偶面力自由。

(3) 压头和材料的接触区内 ($0 \leq r \leq a$), 由于压头无摩擦, 压头下的被压材料沿压头表面可切向自由滑动, 由几何关系可知, 接触面上材料的位移应满足

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, z) &= -\delta + \frac{r + u_r}{\tan \beta} - \xi, \quad r_0 \leq r + u_r \leq a \\ u_z(r, z) &= -\delta + R - (R^2 - r^2)^{1/2}, \quad r + u_r \leq r_0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对于小变形和浅压痕的情况, $u_r \ll r$, 上式可以通过指定如下的竖向位移边界条件, 以及径向位移自由来近似模拟

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, z) &= -\delta + \frac{r}{\tan \beta} - \xi, \quad r_0 \leq r \leq a \\ u_z(r, z) &= -\delta + R - (R^2 - r^2)^{1/2}, \quad r < r_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(4) 其他表面施加自由表面边界条件

很明显, 压头尖端的最终压头下量 h 和压痕接触半径 a 之间是高度非线性的隐式关系, 只能通过临界接触点 $r = a$ 处法向应力拽力为零来确定接触半径 a 。

$$(\sigma_{nr} \cos \beta - \sigma_{nz} \sin \beta)|_{r=a} = 0 \quad (9a)$$

在浅压头情况下, 上式可以近似表示为

$$t_z|_{r=a} = 0 \quad (9b)$$

t_z 表示临界接触点 $r = a$ 处法向应力。

面力边界条件

$$\left. \begin{aligned} t_z &= 0, \quad r > a \\ t_r &= 0, \quad 0 < r < \infty \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

整个边界上偶面力边界条件为

$$m_{zz} = 0, \quad m_{zr} = 0 \quad (11)$$

由于在整个外边界上偶面力都等于零, 从而我们可以证明在整个区域内 $\omega = 0, m_{ij} = 0$, 因而 l_{cs} 的影响可以不予考虑。

在计算压痕问题时, 先假定接触半径 a 已知, 施加前述的位移载荷 (8) 和面力边界条件 (10), 然后反复迭代直到找到满足上式的压头最终压头下量 h , 此时施加在压头上的力, 即压痕接触区内 ($r \leq a$) 的所有节点竖向反力之和 P , 除以压痕面积就是对应于该压痕半径 a 的压痕硬度 $H = P/\pi a^2$, 对应的压痕深度为 $h = a/\tan \beta - \xi$. 这样, 通过计算出若干个压痕半径 a 所对应的压痕硬度 H 和压痕深度 h , 即可得出一系列硬度 H 和压痕深度的值 h 。

3.3 材料参数的确定

本文中的杨氏模量 E 和泊松比 ν 能够从各个实验中得到,可参见 4 小节中各具体实验的描述.由于实验中没有给出具体的屈服应力和幂硬化指数值,本文需要通过拟合实验曲线来得到.下面将详细说明这些参数的确定过程,目的在于使载荷-位移的有限元计算曲线和实验曲线的后半段能很好吻合.因为在载荷-位移曲线的后半段,即当压头压入比较深时,也就是实验测得的压痕硬度基本不随深度变化的平台段,应变梯度效应对压痕实验的硬度影响相当小.在这种情况下,拟合得到的屈服应力和幂硬化指数值将不随拟合点的选择而变化.不过这里所说的平台段并不是严格数学意义上的平台,而是压痕硬度随压痕深度缓慢的变化段,而载荷仍随深度有较大的变化.其选取过程如下:

(1) 考察载荷-位移实验曲线,显然对于每个不同的深度 h 都有一个对应的载荷 P 值.

(2) 对于每个压痕深度 h ,当材料的屈服应力 σ_y ,幂硬化指数 n 和内禀尺度 l_1 给定后,都可以通过有限元程序计算得到对应的载荷值 $P^*(h; \sigma_y, n, l_1)$.

(3) 预先指定某个 n 值和内禀尺度 l_1 值 ($0 \leq n \leq 1$; $0 < l_1 < 1 \mu\text{m}$; $n = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$; $l_1 = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1 \mu\text{m}$),对每一个预先指定的 n 和 l_1 值,大致选定一个屈服应力初值 $\sigma_y = \sigma$,同时在实验测得的载荷-位移曲线的后半段选取 3 个深度值,假设依次为 h_0, h_1 和 h_2 .这 3 个 h 值又能在相应的载荷-位移实验曲线中对应 3 个载荷值分别为 $P(h_0)$, $P(h_1)$ 和 $P(h_2)$,同时可以通过有限元程序计算得到对应的载荷值 $P^*(h_0)$, $P^*(h_1)$ 和 $P^*(h_2)$.定义泛函 $F(\sigma, n, l_1) = \sum_{i=0}^2 (P^*(h_i, \sigma, n, l_1) - P(h_i))^2$,采用最优化理论的方法通过反复的迭代过程 $\sigma_{k+1} = \sigma_k - \frac{F(\sigma_k)}{F'(\sigma_k)}$, $F'(\sigma_k) = \frac{F(\sigma_k) - F(\sigma_{k-1})}{\sigma_k - \sigma_{k-1}}$ 求使得泛函 $F(\sigma, n, l_1) = \sum_{i=0}^2 (P^*(h_i, \sigma, n, l_1) - P(h_i))^2$ 达到最小值的 σ 假设为 σ^* ,记 $\min_{\sigma} F(\sigma, n, l_1) = G(n, l_1)$,即 $F(\sigma^*, n, l_1) = G(n, l_1)$,显然此时得到的 σ^* 依赖于预先指定的 n 和 l_1 值,因此 $\sigma^* = \sigma^*(n, l_1)$.

(4) 此时保持 l_1 值不变,对每个 n 值重复上述步骤,可以依此得到对应的 $G(n, l_1)$,从中选择最小的 $G(n, l_1)$ 值,记为 $T(l_1) = \min_n G(n, l_1)$,如以 $n = n^*$ 时的 $G(n^*, l_1)$ 最小为例,此时求得的 $\sigma^*(n^*, l_1)$ 和 n^* 依赖于预先指定的 l_1 .

(5) 最后,对每个 l_1 值重复上述步骤,可以依此得到对应的 $T(l_1)$,从中选择最小的 $T(l_1)$ 值,记为 $\min_{l_1} T(l_1)$,如以 $l_1 = l_1^*$ 时的 $T(l_1^*)$ 最小为例,此时求得的 σ^* , n^* 及 l_1^* 即为所求材料的屈服强度 σ_y ,幂硬化指数 n 和内禀尺度值 l_1 .

关于材料内禀尺度 l_1 的确定,作者最初的设想是先利用载荷位移实验曲线的后半段确定屈服应力和幂硬化指数值,从而避免了应变梯度效应对确定屈服应力和幂硬化指数值的影响,然后在载荷位移实验曲线的前半段,位移大约为 $0.1 \sim 0.4 \mu\text{m}$ 之间选一个点,通过这个点来拟合 l_1 的值.但是后来作者认为:

1) 选择确定的 l_1 值可能依赖于这个预先选取的点,选取不同的点 l_1 值可能不一致.

2) 通过拟合载荷位移实验前半段选取的一个点得到的计算结果即使和实验曲线符合很好,也会使人觉得这是通过拟合参数 l_1 值得到的,这就使人觉得应变梯度理论能够从本质上刻划微压痕尺度效应的说法是缺乏足够说服力.

鉴于上述原因,本文设想在载荷位移曲线后半段选取 3 个值 h_0, h_1, h_2 ,定义泛函 F 求极小来确定 3 个材料参数 σ_y, n 和 l_1 在数学上是可行的,而且在压痕深度较大时,应变梯度对压痕硬度的影响是比较小的,但它对载荷的影响还是不可忽略的.这种方法试算后结果不错.于是作者采用这种方法分析了 3 组实验,均得到了满意的结果.后来作者又用最初设想的方法拟合了 Ma 和 Clarke^[12] 的实验数据,结果发现采用两种方法得到的 l_1 是一致的.

4 计算结果与实验比较

本文的有限元程序是在 Chen 和 Wang^[7] 的有限元程序基础上修改而成的,他们用该程序做了很多相关方面的研究,因此该有限元程序是可靠的.在进行有限元程序数值模拟计算过程中本文选取了十分精细的步长,对于每一个给定的接触半径 a ,为了求得相应的载荷 P 值,采用了 4000 步的加载步,从而保证了计算结果的精确性.

这里主要将计算结果与 Ma 和 Clarke^[12], McElhane^[13] 及李敏等^[4] 给出的实验结果进行了比较.本文中的实验曲线是根据实验给出的离散数据点通过数学软件连成的光滑曲线.由于一般压头的曲率半径在 $R=100 \text{ nm}$ 以内,且计算发现 $R=50 \text{ nm}$ 的结果和 $R=100 \text{ nm}$ 差别不大,故本文中假设压头

尖端曲率半径为 $R=100\text{nm}$.

4.1 与 Ma 和 Clarke^[12] 的单晶银实验结果比较

由 Ma 和 Clarke^[12] 的单晶银实验, 可知其部分材料参数为: 单晶银的杨氏模量为 $E=100.4\text{GPa}$, 剪切模量为 $\mu=46\text{GPa}$, 泊松比为 $\nu=0.2$. 压头曲率半径 R 取为 100nm , 圆锥半角 β 取为 72° . 由单晶银实验的载荷-位移曲线后半段 ($h>1.5\mu\text{m}$) 拟合参数可得: 单晶银的屈服应力 $\sigma_y=37.5\text{MPa}$, 塑性硬化指数 $n=0.2$, 内禀尺度 $l_1=0.4\mu\text{m}$, 由图 5 可见当压头压入较深时, 计算结果和实验结果符合很好, 这说明了材料参数的选取是合理的.

图 5 给出了应用应变梯度理论考虑压头曲率半径影响后的有限元计算结果和单晶银实验测得的载荷-位移曲线比较. 由图可以看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的压痕载荷与 Ma 和 Clarke^[12] 实验测得的单晶银载荷-位移曲线不仅在压痕深度比较大时符合很好, 在压痕深度比较浅时, 也能与实验曲线很好符合.

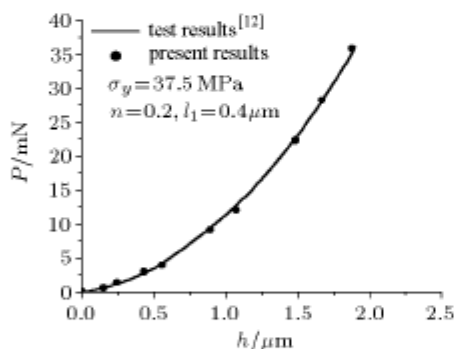


图 5 单晶银载荷-位移曲线理论计算和实验结果比较

Fig.5 Comparison of the present results with test results between load P and depth h on single crystal silver

为了进一步说明问题, 作者又考察 Ma 和 Clarke^[12] 给出的压痕深度 h 在 $0\sim 250\text{nm}$ 范围内的载荷-位移实验曲线, 如图 6 所示.

图 6 给出了有限元计算结果和 Ma 和 Clarke^[12] 实验测得的单晶银材料的载荷-位移曲线的压痕深度 h 在 250nm 范围内的比较. 从图 6 可以看到在浅压痕时载荷 P 的计算结果和实验结果依然符合很好, 由此可以进一步推理出应用应变梯度理论, 考虑压头曲率半径影响后的有限元数值模拟结果能和整个实验结果很好符合.

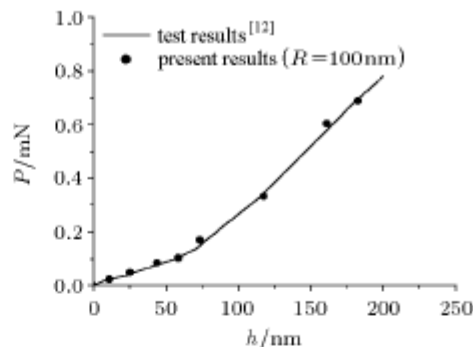


图 6 单晶银载荷-位移曲线理论计算和实验结果的浅压痕部分比较
Fig.6 Comparison of the present results with test results between load P and depth h within 250nm on single crystal silver

图 7 给出了有限元计算结果和单晶银实验测得的名义硬度-位移曲线比较. 此处所用面积为名义面积, 名义硬度定义为 $H^* = \frac{P}{24.56h^2}$. 需要指出的是名义面积 $S^* = 24.56h^2$ 是依照 Ma 和 Clarke^[12] 的建议采纳的, 图 8 的实验曲线是根据他们的实验结果直接给出的, 其中不包括任何计算量.

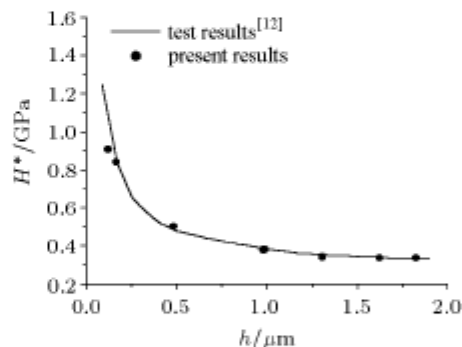


图 7 单晶银名义硬度-位移曲线理论计算和实验结果比较
Fig.7 Comparison of the present results with test results between nominal hardness H^* and depth h on single crystal silver

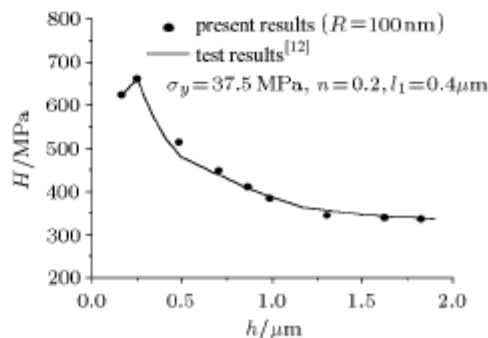


图 8 单晶银硬度位移实验曲线理论计算和实验结果比较
Fig.8 Comparison of the present results with test results of relation between hardness H and depth h on single crystal silver

由图可见 Chen 和 Wang^[7] 应变梯度理论预测的名义硬度与 Ma 和 Clarke^[12] 的单晶银实验给出的整条名义硬度 - 位移曲线结果符合很好, 可以想象应变梯度理论能很好解释实验现象。

图 8 给出了有限元计算结果和单晶银实验测得的硬度 - 位移曲线比较。

需要指出的是图中的实验曲线是由实验测得的 P 除以 πa^2 所得到的硬度值, 由于在实验中没有给出具体的压痕接触半径 a 值, 故图 8 实验曲线中的 a 是计算所得的压痕接触半径。因此只要图 5 的实验曲线和计算曲线符合好了, 图 8 必定符合较好。

由图可以看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的压痕硬度与 Ma 和 Clarke^[12] 实验测得的单晶银硬度 - 位移曲线结果符合很好, 而且还可以看到, 由于压头曲率半径的影响, 压痕深度 h 在小于 250 nm 的范围内, 计算所得的压痕硬度 H 随着压痕深度 h 的减小而下降, 这和 Swadener 等^[5] 采用钛合金所做的球形压头压痕实验结果相一致。即对于给定的压头曲率半径 R , 当接触区半径小于曲率半径时, 硬度值是随着接触区半径的减小而下降的。

4.2 与 McElhaney 等^[13] 的多晶铜实验曲线比较

由 McElhaney 等^[13] 的多晶铜实验, 可知其部分材料参数: 多晶铜的杨氏模量为 $E = 109.2 \text{ GPa}$, 剪切模量为 $\mu = 42 \text{ GPa}$, 泊松比为 $\nu = 0.3$ 。由多晶铜实验的载荷 - 位移曲线后半段 ($h > 1.25 \mu\text{m}$) 拟合参数可得: 多晶铜的屈服应力值为 $\sigma_y = 43.5 \text{ MPa}$, 塑性硬化指数 $n = 0.25$, 内禀尺度 $l_1 = 0.2 \mu\text{m}$, 由图 9 可见当压头压入较深时, 计算结果和实验结果符合很好, 说明材料参数的选取是合理的。图 9 给出了有限元结果和多晶铜实验测得的载荷 - 位移曲线比较。

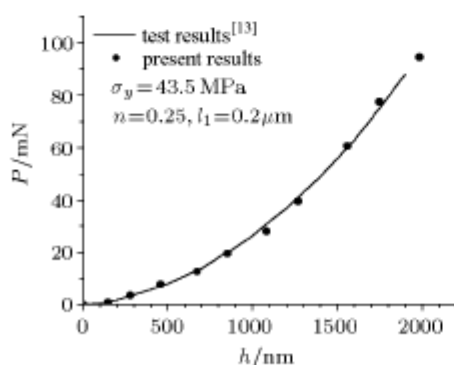


图 9 多晶铜载荷 - 位移曲线理论计算和实验结果比较
Fig.9 Comparison of the present results with test results between load P and depth h on polycrystal copper

由图可以看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的载荷 - 位移曲线与 McElhaney 等^[13] 的多晶铜实验的载荷 - 位移曲线结果符合很好。

图 10 给出了有限元计算结果和多晶铜实验测得的名义硬度 - 位移曲线比较。由图可以看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的压痕硬度与 McElhaney 等^[13] 多晶铜实验测得的名义硬度 - 位移曲线结果符合很好, 由此可见应用应变梯度理论考虑曲率半径后的结果能很好解释单晶银的实验现象。

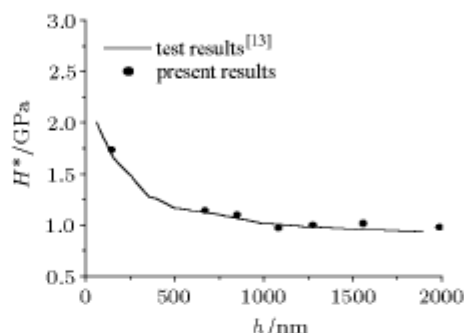


图 10 多晶铜名义硬度 - 位移曲线理论计算和实验结果比较
Fig.10 Comparison of the present results with test results between nominal hardness H^* and depth h on polycrystal copper

4.3 与李敏等^[4] 的单晶铜实验结果进行比较

从李敏等^[4] 的单晶铜实验, 可知其部分材料参数: 单晶铜的杨氏模量为 $E = 128 \text{ GPa}$, 剪切模量为 $\mu = 42 \text{ GPa}$, 泊松比为 $\nu = 0.3$ 。由单晶铜实验的载荷 - 位移曲线后半段拟合参数可得: 单晶铜的屈服应力值为 $\sigma_y = 42 \text{ GPa}$, 塑性硬化指数 $n = 0.26$, 内禀尺度 $l_1 = 0.35 \mu\text{m}$, 由图 11 可见当压头压入较深时, 计算结果和实验结果符合很好, 说明材料参数的选取是合理的。

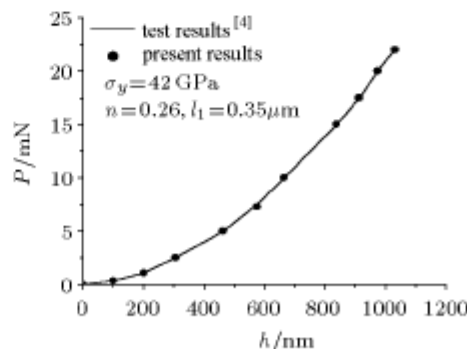


图 11 单晶铜载荷 - 位移曲线理论计算和实验结果比较
Fig.11 Comparison of the present results with test results between load P and depth h on single crystal copper

图 11 给出了有限元计算结果和单晶铜实验载荷 - 位移曲线比较图. 由图可看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的压痕载荷与李敏等^[7] 的单晶铜实验的载荷 - 位移曲线结果符合很好, 推理可知应用应变梯度理论考虑曲率半径后的结果应能很好地解释实验现象.

图 12 给出了有限元计算结果和单晶铜实验的名义硬度 - 位移曲线比较图.

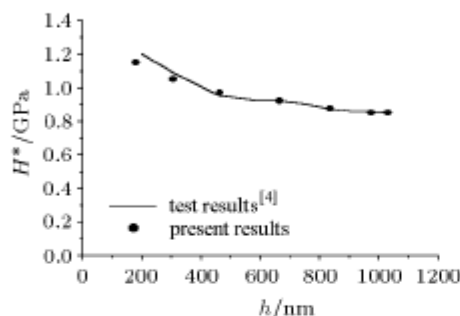


图 12 单晶铜名义硬度 - 位移曲线理论计算和实验结果比较
Fig.12 Comparison of the present results with test results between nominal hardness H^* and depth h on single crystal copper

由图可以看出 Chen 和 Wang^[7] 的应变梯度理论所预测的名义硬度与李敏等^[4] 实验测得的单晶铜的硬度 - 位移曲线结果符合很好, 可见应用应变梯度理论考虑曲率半径后的结果同样能很好地解释单晶铜的实验现象.

5 结 论

本文采用 Chen 和 Wang 的应变梯度理论, 结合二维轴对称有限元模型, 在考虑压头曲率半径的影响的情况下, 分析了微压痕的实验过程. 对单晶银、多晶铜和单晶铜材料的载荷 - 位移实验曲线及硬度 - 位移实验曲线进行了有限元数值模拟. 通过选择合适的内禀材料常数, 把计算得到的结果和上述实验结果进行了比较. 由本文可见 Chen 和 Wang 的应变梯度理论所预测的有限元计算结果和整个实验结果符合很好, 从而可以推理出应变梯度理论能很好地解释实验现象, 而仅考虑压头曲率半径的经典弹性理论并不能解释此现象, 这说明了在微压

痕实验中, 当压痕深度减小时硬度值增加, 确实是一种尺度效应现象.

参 考 文 献

- 1 Iost A, Bigot R. Indentation size effect: reality or artefact? *Journal of Material Science*, 1996, 31: 3573~3577
- 2 Shi MX, Huang Y, Hwang KC. Fracture in a higher-order elastic continuum. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 2513~2538
- 3 Truly DM, Samuels LE. The nature of mechanically polished surfaces of copper. *Metallography*, 1981, 14: 275~294
- 4 李敏, 梁乃刚, 张泰华等. 纳米压痕过程的三维有限元数值试验研究. *力学学报*, 2003, 35(3): 257~264 (Li Min, Liang Naigang, Zhang Taihua, et al. 3D finite element simulation of the nanoindentation process. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 35(3): 257~264 (in Chinese))
- 5 Swadener JG, George EP, Pharr GM. The correlation of the indentation size effect measured with indenter of various shapes. *J Mech Phys Solids*, 2002, 50: 681~694
- 6 Volinsky AA, Bahr DF, Kriese MD, et al. Nanoindentation methods in interfacial fracture testing. In: Gerberich W, Yang W eds. *Comprehensive Structural Integrity Fracture of Material from Nano to Macro*, Vol 8. Oxford, UK: Elsevier Ltd, 2003. 453~494
- 7 Chen SH, Wang TC. A new deformation theory for strain gradient effects. *Int J Plasticity*, 2002, 18(8): 971~995
- 8 Bhattachary AK, Nix WD. Finite element simulation of indentation experiments. *Int J of Solids and Structure*, 1988, 24(9): 881~891
- 9 Laursen TA, Simo JC. A study of the mechanics of microindentation using finite elements. *J Mater Res*, 1992, 7(3): 618~626
- 10 Bolshakov A, Oliver WC, Pharr GM. Influences of stress on the measurement of mechanical properties using nanoindentation: Part II: Finite element simulations. *J Mater Res*, 1996, 11(3): 760~768
- 11 Oliver WC, Pharr GM. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J Mater Res*, 1992, 7(6): 1546~1583
- 12 Ma Q, Clarke DR. Size dependent hardness in silver single crystals. *J Mater Res*, 1995, 10: 853
- 13 McElhaney KW, Vlassak JJ, Nix WD. Determination of indenter tip geometry and indentation contact area for depth-sensing indentation experiments. *J Mater Res*, 1998, 13: 1300

THE INFLUENCE OF INDENTER TIP RADIUS TO MICRO-INDENTATION TESTS¹⁾

Tao Caijun Wang Tzuchiang Chen Shaohua

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

Abstract In this paper, the effect of the indenter tip radius of curvature on the micro indentation hardness was investigated, using finite element method with the strain gradient theory. It is known that, when the indentation depth is large enough, the conventional J_2 theoretical results agree well with the experiment results and the indentation hardness values are independent of the indentation depth. It means that there is a nearly flat section on the experimental curve of the depth versus the indentation hardness, in which the indentation hardness is nearly constant, and the influence of strain gradient effect on the indentation hardness is quite small, hence we can use the later section of the experimental curve of indenting depth versus load which corresponds to the nearly flat section of the experimental curve of indenting depth versus the indentation hardness to get three material constants (yielding stress, the exponent of the power law strain hardening and intrinsic parameter) using fitting method.

Following the above thinking, we simulated the three existed indentation tests based on the strain gradient theory proposed by Chen and Wang. The simulation results confirmly show that the size effect of the micro indentation hardness for the indentation test is really existed due to the factor of the strain gradient effect.

Key words size effect, indentation tests, indenter tip radius, strain gradient theory, finite element method

Received 11 February 2004, revised 18 October 2004.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272103, 10202023).