

模糊随机可靠性分析的统一模型¹⁾

吕震宙* 岳珠峰†

*(西北工业大学航空学院, 西安 710072)

†(西北工业大学力学与土木建筑学院, 西安 710072)

摘要 针对基本变量和状态变量的不确定性可能既有随机性又有模糊性的情况, 通过引入归一化因子和模糊变量隶属函数的等效概率密度函数转换, 建立了同时考虑随机和模糊两种不确定性因素的统一可靠性模型. 由于该模型将模糊变量等价转换成了随机变量, 并且这种等价变换没有改变模糊变量的可能性分布, 因而随机可靠性模型的所有方法均可用于统一模型, 并且其可靠度和失效概率的计算将是准确的. 所提模型不仅适用于只有应力和强度两个基本变量的情况, 而且也适用于多个变量的情况. 用算例对所提模型与前人的采用截集并在截集中引入人为分布的模型进行了对比, 结果表明该方法更适于工程应用.

关键词 模糊性, 随机性, 隶属函数, 统一模型, 可靠性

引 言

关于模糊可靠性的研究, 已经有二十余年. 纵观其发展历程, 可以发现人们对状态变量模糊性的研究多于对基本变量模糊性的研究^[1~6]. 文献 [1,2] 研究了基本变量的模糊性对安全性的影响, 基于嫡相等, 对模糊变量进行了等价随机变量变换; 文献 [4] 提出了一种考虑强度模糊性和应力随机性的广义模糊随机失效概率计算方法; 文献 [6] 则对文献 [4] 引入的截集内均匀分布的假设进行了改进, 提出了一种基于截集内线性分布的模糊随机失效概率数值算法. 文献 [4] 和文献 [6] 均只给出了强度为模糊变量和应力为随机变量情况下的模糊随机失效概率计算方法, 并且其方法较难以推广到多个变量的情况. 综合分析已有的模糊随机可靠性分析方法, 可得出以下结论: (1) 对基本变量的模糊性研究不够透彻. 采用概率来作为结构模糊随机性作用下的安全测度, 则此概率应与随机不确定性下的概率安全度量具有可比性. (2) 在安全测度指标相同的情况下, 应建立更完善的模糊随机可靠性分析理论. 随机可靠性分析理论相对于模糊随机可靠性理论来说要完善得多, 在统一了随机可靠性与模糊随机可靠性的安全测度指标后, 将应该可以借助于随机可靠性理论的成熟方法来完善模糊随机可靠性理论. 本文正是基于这一出发点来对模糊随机统一模型做深入研究的.

1 含模糊和随机不确定性的结构广义模糊随机失效概率

1.1 两个不确定性量的情况

1.1.1 不考虑状态的模糊性

设结构只含有两个不确定性变量: 强度 R 和载荷 S , R 和 S 相互独立, $R > S$ 对应安全, $R < S$ 对应失效. 设 R 的随机性和模糊性分别采用概率密度函数 $f_R(r)$ 和隶属函数 $\mu_R(r)$ 表示; S 的随机性和模糊性分别采用概率密度函数 $f_S(s)$ 和隶属函数 $\mu_S(s)$ 表示. 当 R, S 均为不具有模糊性的随机变量时, 有 $\mu_R(r) = \mu_S(s) = 1$; 当 R, S 均为不具有随机性的模糊变量时, 有 $f_R(r) = f_S(s) = 1$. 如下无量纲积分 F 可以反映结构在基本变量同时具有随机和模糊不确定性时的一个总的测度.

$$F = \iint \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds \quad (1)$$

可以 4 种情况讨论 F 的值:

1) $\mu_R(r) = \mu_S(s) = 1$, 即 R 和 S 均为不含模糊性的随机变量时, 有

$$F = \iint f_R(r) f_S(s) dr ds = 1 \quad (2)$$

2) $f_R(r) = \mu_S(s) = 1$, 即 R 为模糊变量, S 为

2004-01-06 收到第 1 稿, 2004-06-15 收到修改稿.

1) 航空基金 (00363010)、航天基金 (N3CH0502) 和陕西省自然科学基金 (N3CS0501) 资助项目.

随机变量时, 有

$$F = \iint \mu_R(r) f_S(s) dr ds \quad (3)$$

3) $\mu_R(r) = f_S(s) = 1$, 即 R 为随机变量, S 为模糊变量时, 有

$$F = \iint f_R(r) \mu_S(s) dr ds \quad (4)$$

4) $f_R(r) = f_S(s) = 1$, 即 R 和 S 均为不含随机性的模糊变量时, 有

$$F = \iint \mu_R(r) \mu_S(s) dr ds \quad (5)$$

基于上述定义的不确定性量 R 和 S 在整个取值区域中总的测度 F , 可以采用如下积分来定义 R 和 S 为随机模糊变量时的广义模糊随机失效概率 P_f 和可靠度 P_r

$$P_f = \frac{1}{F} \iint_{R < S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds \quad (6)$$

$$P_r = \frac{1}{F} \iint_{R > S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds \quad (7)$$

显然有

$$P_f + P_r = \frac{1}{F} \left[\iint_{R < S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds + \iint_{R > S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds \right] = 1 \quad (8)$$

F 称为归一化因子, 通过归一化因子 F 的变换, 可以使得只含有随机性的可靠性模型与含有随机模糊性的可靠性模型统一到同样的度量安全与失效的测度空间中来。

1.1.2 考虑状态的模糊性

上述讨论中结构的失效域和安全域是明确的, 在有的情况下不能给出安全与失效的明确界线, 而只能给出状态变量 $M = R - S$ 属于模糊安全域 $\tilde{S}$ 的隶属度 $\mu_{\tilde{S}}(m)$ 和属于模糊失效域 $\tilde{F}$ 的隶属度 $\mu_{\tilde{F}}(m)$, 则此时对应于式 (6) 和式 (7) 的统一模型的模糊随机失效概率和可靠度应定义为下式

$$P_f = \frac{1}{F} \iint_{R < S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) \mu_{\tilde{F}}(m) dr ds \quad (9)$$

$$P_r = \frac{1}{F} \iint_{R > S} \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) \mu_{\tilde{S}}(m) dr ds \quad (10)$$

因 $\tilde{S}$ 和 $\tilde{F}$ 互为补集, 所以有 $\mu_{\tilde{S}}(m) + \mu_{\tilde{F}}(m) = 1$. 式 (9) 加式 (10) 有

$$P_f + P_r = \frac{1}{F} \iint [\mu_{\tilde{F}}(m) + \mu_{\tilde{S}}(m)] \cdot \mu_R(r) f_R(r) \mu_S(s) f_S(s) dr ds = 1 \quad (11)$$

式 (11) 说明状态的模糊性不会破坏失效概率和可靠度的互补性, 这与以前关于状态模糊性的可靠性研究的结论是一致的。

1.2 n 个不确定性量的情况

1.2.1 不考虑状态的模糊性

设结构含有 n 个不确定性变量 $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$, $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 相互独立. 其随机性和模糊性分别采用概率密度函数 $f_i(x_i)$ 和隶属函数 $\mu_i(x_i)$ 表示, 安全域和失效域分别为 Ω_s 和 Ω_f , 则相应于式 (1), 式 (6) 和式 (7) 的归一化因子 F , 广义模糊随机失效概率 P_f 和可靠度 P_r 分别如式 (12)~(14) 所示。

$$F = \int \cdots \int f_1(x_1) f_2(x_2) \cdots f_n(x_n) \mu_1(x_1) \cdot \mu_2(x_2) \cdots \mu_n(x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (12)$$

$$P_f = \frac{1}{F} \int_{\Omega_f} \cdots \int f_1(x_1) f_2(x_2) \cdots f_n(x_n) \mu_1(x_1) \cdot \mu_2(x_2) \cdots \mu_n(x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (13)$$

$$P_r = \frac{1}{F} \int_{\Omega_s} \cdots \int f_1(x_1) f_2(x_2) \cdots f_n(x_n) \mu_1(x_1) \cdot \mu_2(x_2) \cdots \mu_n(x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (14)$$

1.2.2 考虑状态的模糊性

当安全状态和失效状态具有模糊性时, 即状态变量 $M = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 属于模糊安全域 $\tilde{S}$ 和模糊失效域 $\tilde{F}$ 是用隶属函数 $\mu_{\tilde{S}}(m)$ 和 $\mu_{\tilde{F}}(m)$ 来描述时, 其失效概率 P_f 和可靠度 P_r 如下所示

$$P_f = \frac{1}{F} \int \cdots \int f_1(x_1) f_2(x_2) \cdots f_n(x_n) \cdot \mu_1(x_1) \mu_2(x_2) \cdots \mu_n(x_n) \mu_{\tilde{F}}(m) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (15)$$

$$P_r = \frac{1}{F} \int \cdots \int f_1(x_1) f_2(x_2) \cdots f_n(x_n) \cdot \mu_1(x_1) \mu_2(x_2) \cdots \mu_n(x_n) \mu_{\tilde{S}}(m) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (16)$$

2 模糊随机广义失效概率的计算

2.1 不考虑状态模糊性

式 (13) 定义的广义模糊随机失效概率与随机失效概率有类似之处, 因子 F 的计算较为简单, 因为其积分域是整个实数空间, 采用适当的数值积分法则可以精确计算其值. 若能将式 (13) 中隶属函数转化为密度函数的形式, 则可以采用成熟的随机可靠性模型的方法来计算广义模糊随机失效概率. 要将隶属函数转化为具有密度函数性质的函数, 最简单的方法就是将其作如下变换^[2] (设结构第 $1, 2, \dots, n_f$ 个基本变量为模糊变量, 第 $n_{f+1}, n_{f+2}, \dots, n$ 个基本变量为随机变量, 即共有 n_f 个模糊变量和 n_r 个随机变量, 且 $n_f + n_r = n$).

$$\mu_i^{(e)}(x_i) = \frac{\mu_i(x_i)}{\int \mu_i(x_i) dx_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n_f \quad (17)$$

则 $\mu_i^{(e)}(x_i)$ 就是 $\mu_i(x_i)$ 对应的等价概率密度函数, 从式 (17) 可以看出, 这种等价变换未改变模糊可能性分布形式. 将 $\mu_i(x) = \mu_i^{(e)}(x_i) \int \mu_i(x_i) dx_i$ 代入式 (13) 可得

$$P_f = \frac{\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i}{F} \left[\int_{\Omega_f} \cdots \int f_{n_{f+1}}(x_{n_{f+1}}) \cdot f_{n_{f+2}}(x_{n_{f+2}}) \cdots f_n(x_n) \mu_1^{(e)}(x_1) \cdot \mu_2^{(e)}(x_2) \cdots \mu_{n_f}^{(e)}(x_{n_f}) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \right] = \frac{\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i}{F} P_f^{(e)} = K \cdot P_f^{(e)} \quad (18)$$

其中

$$P_f^{(e)} = \int_{\Omega_f} \cdots \int f_{n_{f+1}}(x_{n_{f+1}}) f_{n_{f+2}}(x_{n_{f+2}}) \cdots f_n(x_n) \mu_1^{(e)}(x_1) \mu_2^{(e)}(x_2) \cdots \mu_{n_f}^{(e)}(x_{n_f}) dx_1 dx_2 \cdots dx_n$$

$$K = \frac{\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i}{F}$$

上述求 $P_f^{(e)}$ 的积分就是相当于基本变量的联合概率密度函数在失效域 Ω_f 中的积分, 若 Ω_f 是由显式极限状态方程确定的, 则可以借用随机可靠性模型中的 FOSM 方法来求相应的等效可靠度指标 $\beta^{(e)}$, 那么式 (18) 所对应的失效概率为

$$P_f = \frac{\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i}{F} \Phi(-\beta^{(e)}) \quad (19)$$

其中 Φ 为标准正态分布函数, 与此相应的式 (14) 的可靠度为 $P_r = 1 - P_f$.

若 Ω_f 是由隐式极限状态方程所确定的, 则可以由响应面建立一个在概率上能近似替代隐式极限状态方程的显式极限状态方程, 再求得相应的等效失效概率 $P_f^{(e)}$.

以下来确定式 (18) 中 $P_f^{(e)}$ 的系数 K . 在本文的讨论中均假设基本变量是相互独立的, 若不独立, 则首先应将其转换成独立的变量. 设结构系统所包括的 n 个基本变量中有 n_f 个模糊变量, n_r 个随机变量, $n_f + n_r = n$. 第 $1, 2, \dots, n_f$ 个基本变量为模糊变量, 即 n_f 个模糊变量的 $f_i(x_i) = 1 (i = 1, 2, \dots, n_f)$; 第 $n_{f+1}, n_{f+2}, \dots, n$ 个基本变量为随机变量, 即 n_r 个随机变量的 $\mu_j(x_j) = 1 (j = n_{f+1}, n_{f+2}, \dots, n)$. 则规范化因子 F 如下式所示

$$F = \int \cdots \int \left[\prod_{i=1}^{n_f} \mu_i(x_i) \prod_{j=n_{f+1}}^n f_j(x_j) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \right] \quad (20)$$

由于 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 相互独立, 因此有

$$F = \left[\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i \right] \left[\prod_{j=n_{f+1}}^n \int f_j(x_j) dx_j \right] = \prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i \quad (21)$$

由此, 可推得式 (18) 中 $P_f^{(e)}$ 的系数为

$$K = \frac{\prod_{i=1}^{n_f} \int \mu_i(x_i) dx_i}{F} = 1 \quad (22)$$

由上述推导可得出如下结论: 当对结构体系的模糊变量作如式 (17) 的变换时, 由等价概率密度函数算得的失效概率就是原问题所对应的模糊随机失效概率.

2.2 考虑状态模糊性

2.2.1 P_f 简化计算公式

当考虑状态的模糊性时, 体系广义模糊随机失效概率的计算公式如式 (15) 所示, 与 2.1 节一样, 对于含 n_f 个模糊变量和 n_r 个随机变量的结构体系, 通过对模糊变量隶属函数的等价变换, 将式 (15) 变

为

$$P_f = \int \cdots \int \prod_{i=1}^{n_f} \mu_i^{(e)}(x_i) \prod_{j=n_f+1}^n f_j(x_j) \cdot \mu_F(m) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (23)$$

2.2.2 状态变量 m 与基本变量确定关系 $g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的不变性

式 (23) 中状态变量 m 与基本变量 $x_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 之间的关系为 $m = g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$, 此关系并不会因其中的 n_f 个模糊变量取值特性在总体安全度量值不变条件下的等价变换而改变, 即 n_f 个模糊变量的变换只是改变了 m 的取值特性, 而不改变 m 与 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 之间确定的函数关系, 且这种取值特性的改变不影响最终的模糊随机失效概率的计算, 这种变换只是为了利用随机可靠性模型中的成熟方法来计算广义模糊随机失效概率. 在已知等价变换后的基本变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的分布特性和 $m = g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 关系的基础上, 可以求得 m 的等价概率密度函数 $f_M(m)$, 则式 (23) 即可改写为如下形式

$$P_f = \int f_M(m) \mu_F(m) dm \quad (24)$$

上式为一阶积分, 采用适当的数值积分或数值模拟方法可求得其值.

当 $m = g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为显式表达式时, 可利用基本模糊变量的等价概率密度函数和基本随机变量的概率密度函数求得 $f_M(m)$, 当然也可以直接用数值模拟的方法求式 (24) 的值. 若 $m = g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 只存在数值关系而无解析关系时, 则一般应用随机可靠性理论中的响应面法确定一个近似的解析关系, 然后再求式 (24) 的值, 由于基本变量中的模糊变量已变换成了随机变量, 在此基础上建立的模糊随机可靠性模型的响应面法与随机可靠性模型的响应面法是一致的.

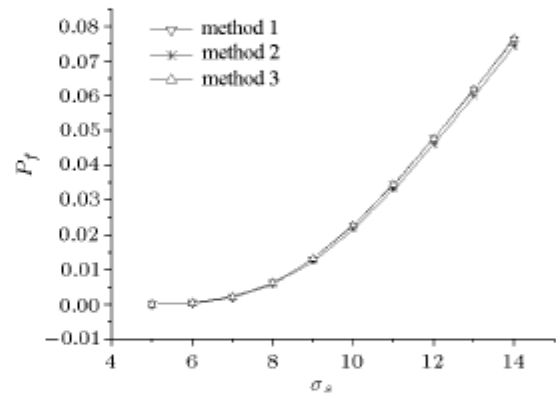
3 算例

文献 [4] 和 [6] 均采用截集的方法, 给出了强度为模糊变量和应力为随机变量, 且不考虑安全与失效状态模糊性情况下的广义模糊随机失效概率计算公式, 文献 [4] 在截集区间内引入了模糊变量服从均匀分布的假设, 而文献 [6] 则在截集区间内引入了模糊变量服从线性分布的假设, 具体计算过程请参见文献 [4] 和 [6]. 为比较本文方法 (称为 method 1) 与文献 [6] (称为 method 2)、文献 [4] (称为 method 3)

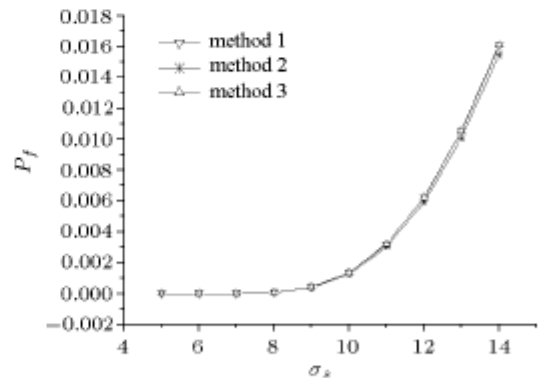
所提出的方法, 在此对含模糊强度和随机应力的不同参数情况进行计算, 所得结果示于图 1~图 5 中.

假设模糊强度的隶属函数为正态型, 其位置参数和形状参数分别为 μ_r 和 σ_r , 随机应力为正态型, 其均值和标准差分别为 μ_s 和 σ_s .

图 1(a) 给出了 $\sigma_r = 0.5, \mu_s = 80, \mu_r = 100$ 时, 3 种方法计算的广义模糊随机失效概率 P_f 随应力随机变量标准差 σ_s 的变化曲线, 图 1(b) 则是 $\mu_r = 110$ 的情况. 从图 1 可以看出, 对于同样的 σ_s , method 2 计算出的 P_f 小于 method 1 和 method 3 的结果; 随 σ_s 的增大, method 2 的 P_f 与 method 1, method 3 的 P_f 的绝对误差增大; μ_r 的增加只是使得 3 种方法计算出的 P_f 值减小, 但不改变 3 种方法结果的相对规律.



(a) $\sigma_r = 0.5, \mu_s = 80, \mu_r = 100$

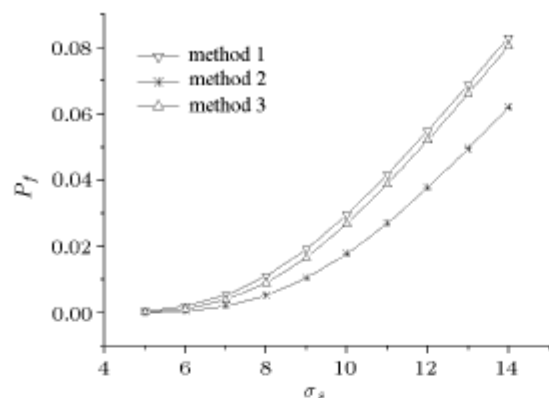
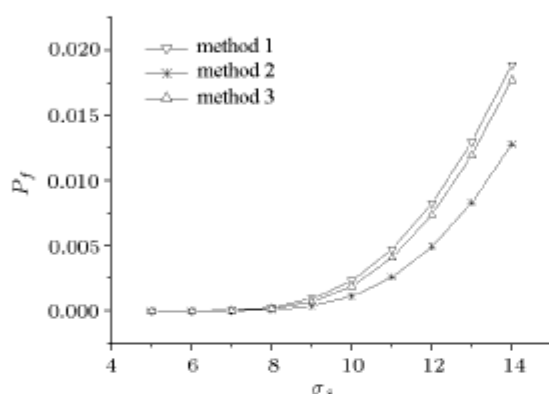


(b) $\sigma_r = 0.5, \mu_s = 80, \mu_r = 110$

图 1 P_f 随 σ_s 变化曲线

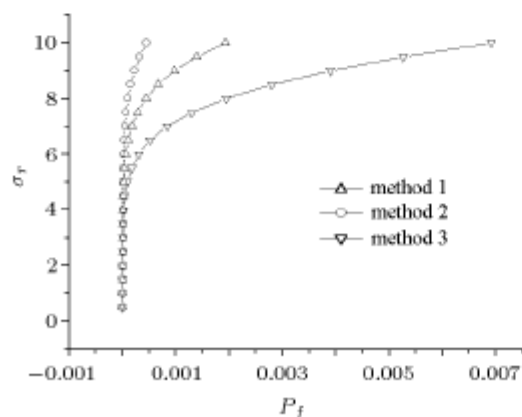
Fig.1 Effect of σ_s on P_f

图 2(a) 给出了 $\sigma_r = 5, \mu_s = 80, \mu_r = 100$ 时, 3 种方法计算的广义模糊随机失效概率 P_f 随应力随机变量标准差 σ_s 的变化曲线, 图 2(b) 则是 $\mu_r = 110$ 的情况. 从图 2 可以看出与图 1 类似的规律, 另外

(a) $\sigma_r = 5.0, \mu_s = 80, \mu_r = 100$ (b) $\sigma_r = 5.0, \mu_s = 80, \mu_r = 110$ 图 2 P_f 随 σ_s 变化曲线Fig.2 Effect of σ_s on P_f

还可以看出, 对于相同的 σ_s , 本文所提方法 (method 1) 的结果在 3 种方法中是最保守的。

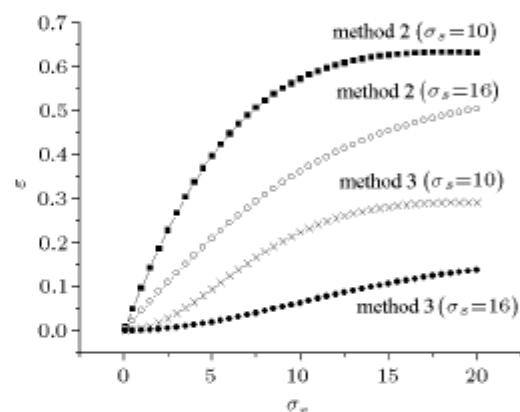
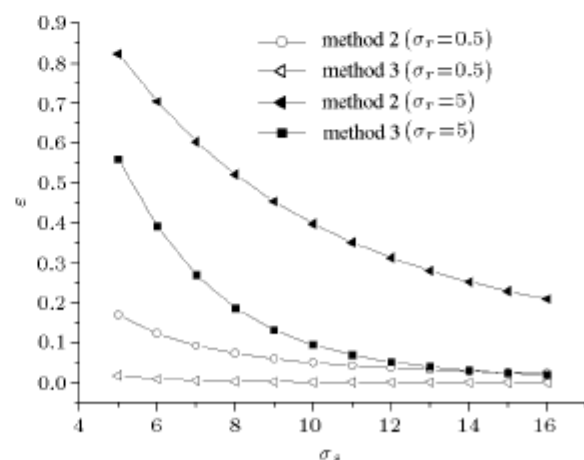
图 3 给出了 $\sigma_s = 4, \mu_s = 80, \mu_r = 100$ 时, 3 种方法计算的广义模糊随机失效概率 P_f 随强度模糊变量形状参数 σ_r 的变化曲线, 从图 3 可以看出, 当 σ_r 较小时 ($\sigma_r < 5$), 3 种方法的绝对误差可以忽略不

图 3 P_f 随 σ_r 变化曲线 ($\sigma_s = 4, \mu_s = 80, \mu_r = 100$)Fig.3 Effect of σ_r on P_f ($\sigma_s = 4, \mu_s = 80, \mu_r = 100$)

计, 但随着 σ_r 的增大, 3 种方法的差别增大, 且 method 2 与 method 1 的绝对误差较 method 3 与 method 1 的绝对误差要大。

图 4 给出了 $\mu_s = 80, \mu_r = 100$ 时, method 2, method 3 与 method 1 计算的广义模糊随机失效概率 P_f 的相对误差 ε 在 $\sigma_s = 10$ 和 $\sigma_s = 16$ 时随 σ_r 的变化曲线。从图 4 可以看出, 相对误差随 σ_r 的增大而增大, 且 method 3 与 method 1 的相对误差在相同情况下较 method 2 与 method 1 的相对误差小; σ_r 很小时 (在本例中 $\sigma_s = 16$ 的情况下, $\sigma_r < 8$), method 3 与 method 1 的相对误差小于 5%; 在 3 种方法中 method 1 的结果最保守。

图 5 给出了 $\mu_s = 80, \mu_r = 100$ 时, method 2,

图 4 σ_s 取不同值时 method 2, method 3 与 method 1 相对误差 ε 随 σ_r 变化曲线 ($\mu_s = 80, \mu_r = 100$)Fig.4 ε/σ_r curves at different σ_s with $\mu_s = 80, \mu_r = 100$, where ε is the relative error of method 2 or method 3 to method 1图 5 σ_r 取不同值时 method 2, method 3 与 method 1 的相对误差 ε 随 σ_s 变化曲线 ($\mu_s = 80, \mu_r = 100$)Fig.5 ε/σ_s curves of method 2 and method 3 at different σ_r with $\mu_s = 80, \mu_r = 100$

method 3 与 method 1 计算的广义模糊随机失效概率 P_f 的相对误差 ε 在 $\sigma_r = 0.5$ 和 $\sigma_r = 5$ 时随 σ_s 的变化曲线. 从图 5 可以看出与图 4 类似的结论, 且随 σ_s 增大, 相对误差减小.

4 结 论

本文建立了同时考虑基本变量和结构状态随机性、模糊性的统一模型, 该模型既适用于两个变量的情况, 也可以推广到多个变量的情况. 在统一模型中引入的归一化转换因子 F , 使得广义模糊随机失效概率与随机失效概率具有了可比性. 当已知模糊变量的连续闭合可能性分布时, 通过对模糊变量作等价随机变量变换, 也即给出模糊变量的等价概率密度函数, 可以将计算广义模糊随机失效概率的问题转化为计算随机失效概率的问题. 文中的推导表明: 在基本变量相互独立时, 模糊变量等价变换为相应的随机变量时所求得解就是原模糊随机可靠性问题的解, 因此可以将用于解决随机可靠性问题的一次二阶矩法和响应面法等推广应用于广义模糊随机失效概率的计算, 建立广义的一次二阶矩法和广义响应面法. 从文中算例可以看出, 本文所提出的方法未改变模糊变量的可能性分布, 且其算出的广义模糊随机失效概率较其它两种引入截集区间中人为分布的方法来说偏于保守, 因此本文方法更适于工程应用; 当模糊强度变量的形状参数较小且随机应力的标准差较大时, 三种方法的结果非常接近.

参 考 文 献

1 刘长虹, 陈虬等. 基于信息熵理论中的含模糊参数的响应面法.

机械强度, 2003, 25(2): 187~189(Liu Changhong, Chen Qiu, et al. Response surface method in fuzzy parameters under the entropy. *J of Mechanical Strength*, 2003, 25(2): 187~189 (in Chinese))

2 刘长虹, 陈虬等. 基于信息熵下的结构强度和外载的广义可靠度. 机械科学与技术, 2003, 22(3): 444~446 (Liu Changhong, Chen Qiu, et al. Analysis of structural general reliability of the loading and strength based on information entropy. *Mechanical Science and Technology*, 2003, 22(3): 444~446 (in Chinese))

3 董玉革, 陈心昭, 赵显德等. 模糊可靠性理论在机构运动可靠性分析中的应用. 应用科学学报, 2002, 20(3): 316~320(Dong Yuge, Chen Xinzhaoh, Cho Hyun-deog, et al. An application of fuzzy reliability theory in the reliability analysis of mechanism movement. *J of Applied Sciences*, 2002, 20(3): 316~320 (in Chinese))

4 董玉革, 朱文子, 陈心昭. 机械模糊可靠性计算方法研究. 系统工程学报, 2000, 15(1): 7~12 (Dong Yuge, Zhu Wenyu, Chen Xinzhaoh. Study on a calculating method of machine fuzzy reliability. *J of Systems Engineering*, 2000, 15(1): 7~12(in Chinese))

5 Moller B, Graf W, Beer M. Safety assessment of structures in view of fuzzy randomness. *Computers & Structure*, 2003, 81(5): 1567~1582

6 Jiang Qimi, Chen Chun-Hsien. A numerical algorithm of fuzzy reliability. *Reliability Engineering and System Safety*, 2003, 80(3): 299~307

7 黄洪钟. 基于模糊失效准则的机械结构静强度的模糊可靠性计算理论. 机械强度, 2000, 22(1): 36~40 (Huang Hongzhong. Fuzzy reliability analysis of generalized static strength of mechanical structure based on fuzzy failure criterion. *J of Mechanical Strength*, 2000, 22(1): 36~40(in Chinese))

8 Melchers RE, Ahammed M, Middleton C. FORM for discontinuous and truncated probability density functions. *Structural Safety*, 2003, 25: 305~313

UNIFIED RELIABILITY MODEL FOR FUZZINESS AND RANDOMNESS OF THE BASIC VARIABLES AND STATE VARIABLES IN STRUCTURE¹⁾

Lü Zhenzhou* Yue Zhufeng[†]

**(School of Aviation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)*

[†](School of Mechanics and Civil Construction, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract Based on the randomness and fuzziness of the basic variables and state variables, a unified reliability model is presented for the fuzzy random structure. In the unified reliability model, a factor is introduced to formulate the safe measure for the fuzzy random structure as the same one for the random structure. After the membership function of the fuzzy variable is replaced by the equivalent probability density function from the mathematical transition in the unified reliability model, the conventional reliability methods for random structure can be extended for the fuzzy random structure directly. Due to the unchangeable possibility distribution of the fuzzy variable in the equivalent mathematic transition, the failure probability can be calculated precisely for the fuzzy random structure. And the unified reliability model for random fuzzy structure can be extended to the structure with multiple variables from strength-stress two variables. Comparison in the illustrations shows that the presented method is more suitable for engineering application than the existed methods in the references.

Key words randomness, fuzziness, membership function, reliability, unified model

Received 6 January 2004, revised 15 June 2004.

1) The project supported by the Aviation Base Science Foundation (00363010), the Aerospace Science Foundation (N3CH0502) and the Shaanxi Province Natural Science Foundation (N3CS0501).