

平稳随机激励下随机桁架结构动力可靠性分析¹⁾

胡太彬 陈建军 高 伟 马 娟

(西安电子科技大学机电学院, 西安 710071)

摘要 研究了随机桁架结构在平稳随机激励下的动力可靠度求解方法. 同时考虑结构物理参数、几何尺寸的随机性, 利用求解随机变量数字特征的代数综合法和矩法, 从结构随机响应的频域表达式出发, 导出了随机桁架结构在平稳随机激励下的位移、应力及其导数响应均方值的数字特征, 再由动力可靠性的 Poisson 公式导出了结构动力可靠度的计算公式. 通过算例分析了各参数的随机性对结构动力可靠度的影响, 验证了该方法的可行性和有效性.

关键词 动力可靠性, 随机桁架结构, 平稳随机激励, 随机变量, 数字特征

引 言

自 1944 年 Rice^[1] 发表动力反应首次超越概率计算公式起, 结构动力可靠性的研究已有近 60 年的历史. 在此期间, 许多学者对结构动力可靠性的理论及应用作了大量的工作. Helmstrom 等^[2] 求出了包络过程的首次超越时间矩的解析解. Coleman 等^[3] 基于反应是平稳过程并假设交叉次数服从泊松过程, 导出了首次超越问题的解析解, 即著名的泊松公式. 此后又有人提出了计算动力可靠度的点过程法、级数解法以及 Monte Carlo 数值解法等^[4]. Chen 等^[5] 则对最弱链环结构体系的动力可靠度分析问题进行了研究. 然而, 以往的研究对象均为确定性结构, 未曾涉及随机结构. 但在许多工程实际中, 结构本身参数的随机性是客观存在和必须考虑的. 因此, 对此类结构的动力可靠度问题进行研究, 无疑具有重要的理论和实际意义.

计算动力可靠度的前提是求解结构的动力响应. 对随机结构而言, 如何求解其动力响应的数字特征是问题的关键和难点. 目前, 应用于随机结构动力响应分析的主要方法有: 摄动法^[6]、正交展开法^[7]以及 Monte Carlo 数值模拟方法等. 最近, 文献^[8]又提出了随机因子法, 该法的突出优点是: 可方便、准确地获得随机结构中各个物理或几何参数的随机性对结构动力响应的影响.

本文以随机桁架结构为力学模型, 在考虑结构的弹性模量、质量密度、杆截面积和杆长分别或同

时具有随机性的情况下, 利用随机因子法, 对结构在平稳随机过程激励下的动力可靠度求解方法进行研究.

1 确定性结构的平稳随机响应分析

动力可靠性分析是以结构随机响应的数字特征为前提的. 为此, 本文首先给出确定性结构的平稳随机响应分析结果, 在此基础上导出随机结构的随机响应数字特征的计算公式.

设结构共有 n 个自由度, m 个单元, 其在平稳随机荷载激励下的有限元动力方程为

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = P(t) \quad (1)$$

式中: M, C, K 分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵; $u(t), \dot{u}(t), \ddot{u}(t)$ 分别为结构的位移、速度和加速度响应列向量; $P(t)$ 为作用于结构上的平稳随机荷载列向量.

利用振型叠加法和 Duhamal 积分可求得方程 (1) 的形式解. 从此形式解出发, 可求得结构位移响应的相关函数矩阵, 经傅氏变换得到位移响应功率谱密度函数矩阵, 再对谱密度函数矩阵积分可得结构位移响应的均方值矩阵为^[5]

$$\psi_u^2 = \int_0^{\omega_c} \{\Phi H(\omega) \Phi^T S_P(\omega) \Phi H^*(\omega) \Phi^T\} d\omega \quad (2)$$

式中: ω 为随机荷载干扰频率; ω_c 为响应计算的截止频率; Φ 为结构的正则振型矩阵; $S_P(\omega)$ 为随机荷载向量 $P(t)$ 的功率谱密度函数矩阵; $H(\omega)$ 为

2003-05-07 收到第 1 稿, 2003-08-25 收到修改稿.

1) 陕西省自然科学基金资助项目 (D7010418).

结构的频率响应函数矩阵; $H^*(\omega)$ 为 $H(\omega)$ 的共轭矩阵.

根据单元应力与节点位移之关系, 结构中任一单元 e 上的应力响应 $\sigma(t)^{(e)}$ 可表为

$$\sigma(t)^{(e)} = T^{(e)} u^{(e)}(t) \quad (e = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

式中: $u^{(e)}(t)$ 为 e 单元上节点位移响应向量; $T^{(e)}$ 为 e 单元的应力位移关系矩阵.

同位移响应推导过程, 从式 (3) 出发, 通过求相关函数、功率谱密度函数以及在频域上积分, 可推导出 e 单元上应力响应的均方值矩阵为

$$\psi_{\sigma(e)}^2 = T^{(e)} \psi_{u(e)}^2 T^{(e)T} \quad (e = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

再利用响应过程与其导数过程之关系, 可推得结构的速度响应和各单元应力导数响应的均方值矩阵分别为

$$\dot{\psi}_u^2 = \int_0^{\omega_c} \left\{ \omega^2 \Phi H(\omega) \Phi^T S_P(\omega) \Phi H^*(\omega) \Phi^T \right\} d\omega \quad (e = 1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

$$\dot{\psi}_{\sigma(e)}^2 = T^{(e)} \dot{\psi}_{u(e)}^2 T^{(e)T} \quad (e = 1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

2 随机结构的平稳随机响应分析

现考虑随机桁架结构, 设共有 n 个自由度 m 个单元, 结构的刚度矩阵 K 和质量矩阵 M 可分别表为

$$K = \sum_{e=1}^m K^{(e)} = \sum_{e=1}^m \left\{ \frac{E^{(e)} A^{(e)}}{l^{(e)}} G \right\} \quad (7)$$

$$M = \sum_{e=1}^m M^{(e)} = \sum_{e=1}^m \left\{ \frac{1}{2} \rho^{(e)} A^{(e)} l^{(e)} I \right\} \quad (8)$$

式中: $E^{(e)}$, $A^{(e)}$, $l^{(e)}$ 和 $\rho^{(e)}$ 分别为杆单元的弹性模量、截面积、杆长和材料质量密度; 矩阵 G 为 6 阶方阵, 其中 $g_{11} = g_{44} = 1$, $g_{14} = g_{41} = -1$, 其余元素为 0.

考虑结构中各单元的材料相同, 且结构的物理参数 ($E^{(e)}$, $\rho^{(e)}$) 和几何尺寸 ($A^{(e)}$, $l^{(e)}$) 同时为随机变量. 由式 (7) 和 (8) 可知, 此时结构的刚度和质量矩阵将具有随机性, 从而进一步导致结构的各阶固有频率 ω_j ($j = 1, 2, \dots, n$)、以及结构位移、速度响应和应力、应力导数响应的均方值亦具有随机性. 对随机性的统计描述是由其随机变量的数字特征予以体现的, 下面将推导结构位移、速度响应均方值随机变量的数字特征计算表达式, 进一步导出单元

应力、应力导数响应均方值随机变量的数字特征计算表达式.

利用求解随机变量函数数字特征的矩法, 并考虑到结构本身参数与外部随机激励荷载之间是相互独立的, 从式 (2), 式 (5) 出发, 则可求得结构位移响应均方值随机变量的均值和均方差分别为

$$\mu_{\psi_u^2} = \Phi \left(\int_0^{\omega_c} \mu_{H(\omega)} \Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi \mu_{H^*(\omega)} d\omega \right) \Phi^T \quad (9)$$

$$\sigma_{\psi_u^2} = \Phi \left\{ \int_0^{\omega_c} (\mu_{H(\omega)}^2 (\Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi)^2 \sigma_{H^*(\omega)}^2 + \sigma_{H(\omega)}^2 (\Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi)^2 \mu_{H^*(\omega)}^2 + \sigma_{H(\omega)} (\Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi \sigma_{H^*(\omega)}) d\omega \right\}^{1/2} \Phi^T \quad (10)$$

$$\mu_{\dot{\psi}_u^2} = \Phi \left(\int_0^{\omega_c} \omega^2 \mu_{H(\omega)} \Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi \mu_{H^*(\omega)} d\omega \right) \Phi^T \quad (11)$$

$$\sigma_{\dot{\psi}_u^2} = \Phi \left\{ \int_0^{\omega_c} \omega^2 (\mu_{H(\omega)}^2 (\Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi)^2 \sigma_{H^*(\omega)}^2 + \sigma_{H(\omega)}^2 (\Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi)^2 \mu_{H^*(\omega)}^2 + \sigma_{H(\omega)} \Phi^T \mu_{S_P(\omega)} \Phi \sigma_{H^*(\omega)}) d\omega \right\}^{1/2} \Phi^T \quad (12)$$

其中

$$\sigma_{H(\omega)} = \text{diag} \left(\frac{-2\mu_{\omega_j} - i2\xi_j \omega}{(\mu_{\omega_j}^2 - \omega^2 + i\xi_j \omega \mu_{\omega_j})^2} \cdot \sigma_{\omega_j} \right)$$

式中: μ, σ 分别表示随机变量的均值和均方差; ξ_j 为结构的第 j 阶振型阻尼比; $i = \sqrt{-1}$.

从结构振动的瑞利商表达式出发, 利用求解随机变量数字特征的代数综合法, 可导出随机结构各阶固有频率的均值和均方差的计算公式^[9].

由于弹性模量及杆长的随机性, 必然导致杆单元位移关系矩阵 $T^{(e)}$ 的随机性. 现将 $T^{(e)}$ 的表达式改写成: $T^{(e)} = \frac{E}{l} T^{(e)\#}$, 其中 $T^{(e)\#}$ 对于每一单元为一常数矩阵. 再由关系式 (4) 和式 (6) 出发, 利用求解随机变量数字特征的代数综合法, 可求得应力响应及应力导数响应均方值数字特征的计算表达式为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\psi_{\sigma(e)}^2} &= [(\mu_E^2 + \sigma_E^2)/(\mu_l^2 + \sigma_l^2)][1 + (4\mu_l^2 \sigma_l^2 + 2\sigma_l^4)/(\mu_l^2 + \sigma_l^2)^2] T^{(e)\#} \mu_{\psi_{u(e)}^2} T^{(e)\#T} \\ &\quad (e = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\psi_{\sigma(e)}}^2 &= \left\{ [(\mu_E^2 + \sigma_E^2)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)](1 + (4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2) \right\}^2 (T^{(e)\#})^2 \sigma_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 + \\ &\quad [(4\mu_E^2\sigma_E^2 + 2\sigma_E^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2 + (\mu_E^2 + \sigma_E^2)^2(4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^4] \cdot \\ &\quad (T^{(e)\#})^2 \mu_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 + [(4\mu_E^2\sigma_E^2 + 2\sigma_E^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2 + \\ &\quad (\mu_E^2 + \sigma_E^2)^2(4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^4] (T^{(e)\#})^2 \sigma_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 \}^{1/2} \quad (e = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mu_{\psi_{\sigma(e)}} = [(\mu_E^2 + \sigma_E^2)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)] [1 + (4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2] T^{(e)\#} \mu_{\psi_{u(e)}} T^{(e)\#T} \quad (e = 1, 2, \dots, m) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\psi_{\sigma(e)}}^2 &= \left\{ [(\mu_E^2 + \sigma_E^2)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)] [1 + (4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2] \right\}^2 (T^{(e)\#})^2 \sigma_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 + \\ &\quad [(4\mu_E^2\sigma_E^2 + 2\sigma_E^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2 + (\mu_E^2 + \sigma_E^2)^2(4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^4] \cdot \\ &\quad (T^{(e)\#})^2 \mu_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 + [(4\mu_E^2\sigma_E^2 + 2\sigma_E^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^2 + \\ &\quad (\mu_E^2 + \sigma_E^2)^2(4\mu_I^2\sigma_I^2 + 2\sigma_I^4)/(\mu_I^2 + \sigma_I^2)^4] (T^{(e)\#})^2 \sigma_{\psi_{u(e)}}^2 \left(T^{(e)\#T} \right)^2 \}^{1/2} \quad (e = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (16)$$

至此, 随机桁架结构动力可靠性分析所需的数字特征已全部求出。

3 随机结构的动力可靠性分析

对于平稳随机过程激励下的确定性结构, 若结构中第 i 个单元的应力响应与其给定界限 $(\lambda_i^{(a)}, \lambda_i^{(b)})$ 交叉服从 Poisson 过程, 则可推得在 $0 \sim t$ 时域内第 i 个单元的动力可靠度 $R_i(t)$ 计算的 Poisson 公式, 即

$$\begin{aligned} R_i(t) &= \exp \left\{ -\frac{1}{2\pi} \frac{\dot{\psi}_{\sigma_i}}{\psi_{\sigma_i}} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\psi_{\sigma_i}^2} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\psi_{\sigma_i}^2} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

对于文中所考虑的随机结构, 因其物理参数和几何参数具有随机性, 则诸 ψ_{σ} 及 $\dot{\psi}_{\sigma}$ 便具有随机性, 这将导致结构的动力可靠度 $R_i(t)$ 亦具有随机性。利用求解随机变量函数数字特征的矩法, 可推得随机结构中第 i 个单元的动力可靠度的均值和方差分别为

$$\begin{aligned} \mu_{R_i(t)} &= \exp \left\{ -\frac{1}{2\pi} \frac{\mu_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \right] \right\} \\ \sigma_{R_i(t)}^2 &= \mu_{R_i(t)}^2 \left\{ \frac{1}{2\pi} \frac{\mu_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2\pi} \frac{\mu_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}^4} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \lambda_i^{(a)2} + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \lambda_i^{(b)2} \right] \right\}^2 \sigma_{\psi_{\sigma_i}}^2 + \\ &\quad \mu_{R_i(t)}^2 \left\{ -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \right] \right\}^2 \sigma_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}^2 + \\ &\quad \mu_{R_i(t)}^2 \left\{ \frac{1}{2\pi} \frac{\mu_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2\pi} \frac{\mu_{\dot{\psi}_{\sigma_i}}}{\mu_{\psi_{\sigma_i}}^4} t \left[\exp \left(-\frac{\lambda_i^{(a)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \lambda_i^{(a)2} + \exp \left(-\frac{\lambda_i^{(b)2}}{2\mu_{\psi_{\sigma_i}}^2} \right) \lambda_i^{(b)2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

$$\left\{ -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu_{\psi/\sigma_i}} t \left[\exp\left(-\frac{\lambda_i^{(a)^2}}{2\mu_{\psi/\sigma_i}^2}\right) + \exp\left(-\frac{\lambda_i^{(b)^2}}{2\mu_{\psi/\sigma_i}^2}\right) \right] \right\} \sigma_{\psi/\sigma_i} \sigma_{\dot{\psi}/\sigma_i} \quad (19)$$

以上结果表明: 随机结构的动力可靠度之值是一随机变量, 它具有均值和方差. 显见, 若两个随机结构动力可靠度的均值彼此相同, 而它们的方差 (或变异系数) 不同, 则对应于方差 (或变异系数) 大的那一结构, 其动力可靠度取值的分散性就愈大, 从而该结构的动力可靠度将愈低.

4 算 例

据上述提出的计算方法, 作者编写了随机桁架结构动力可靠度的计算程序, 并对图 1 所示的 12 杆随机桁架结构进行了动力可靠性分析. 该结构在其右侧 4, 6, 8 三个节点的水平方向上受到 Davenport^[10] 风荷功率谱的作用, 平均风速为 $V = 20 \text{ m/s}$. 我们首先求出结构的频率及振型, 再针对不同的结构物理参数或几何尺寸的变异系数的组合, 求解结构位移、速度、应力及应力导数响应均方值的数字特征, 最后求出结构动力可靠度的均值及方差.

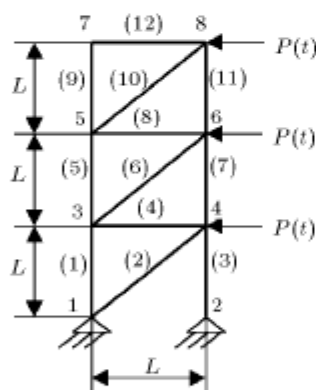


图 1 12 杆桁架结构

Fig.1 12-bar truss structure

为了考察结构参数变异系数的改变对结构动力可靠度均值和方差的影响, 现将结构弹性模量的变异系数 ν_E 由 0 变化到 0.15, 计算出相应的动力可靠度曲线. 图 2 为结构中应力响应最大的 (3) 号单元的动力可靠度计算结果, 其中每一变异系数下均有 3 条曲线, 即均值曲线和由 “3 σ ” 准则给出的上、下限曲线. 当弹性模量的变异系数 (即方差) 为 0 时, 结构即为确定性结构, 其动力可靠度的均值曲线与上、下限曲线相重合. 随着弹性模量变异系数的增大, 结构动力可靠度的均值曲线将整体下移, 且上、下限曲线所包含的区域逐步扩大. 例如 $t = 1000 \text{ s}$, 当 $\nu_E = 0$

时, 动力可靠度的均值及上、下限均为 0.9963; 当 $\nu_E = 0.1$ 时, 动力可靠度的均值为 0.9956, 上、下限分别为 0.9967 和 0.9946; 当 $\nu_E = 0.15$ 时, 动力可靠度的均值为 0.9947, 上、下限分别为 0.9976 和 0.9917.

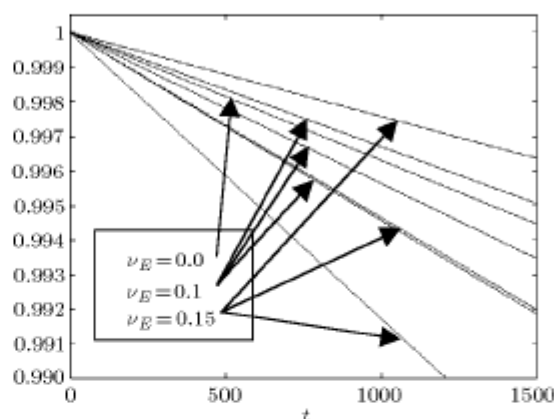


图 2 不同变异系数下的动力可靠度曲线

Fig.2 The dynamic curves of different variances

为了进一步考察结构中不同参数的随机性对结构动力可靠性的影响, 作者还分别对结构全部参数均无随机性 (即确定性结构), 弹性模量 E 、质量密度 ρ 、杆截面积 A 以及杆长 l 四者之一具有随机性, 以及全部参数都具有随机性等 6 种组合情况下的结构动力可靠度进行了计算. 图 3 绘出了应力响应最大的 (3) 号单元在 6 种组合情况下的动力可靠度的均值曲线. 从中可见: 弹性模量和杆长的随机性对结构动力可靠度的影响相对较大, 而截面积和质量密度的随机性对动力可靠度的影响相对较小.

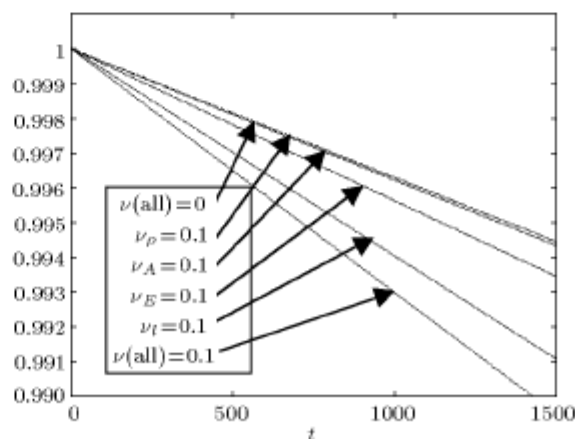


图 3 不同随机性组合下的动力可靠度曲线

Fig.3 The dynamic curves under different conditions

这是由于前两者不仅对结构的位移及速度响应有影响, 并且对结构的位移应力转换矩阵亦有影响, 而后两参数仅对结构的位移和速度响应有影响。

为验证文中解析方法的正确性, 现对算例采用了数值模拟方法进行了动力可靠度分析, 具体的是

在 $t = 1000\text{ s}$ 处利用 Monte Carlo 法针对不同参数具有随机性等 6 种情况各进行了 2000 次数值模拟, 统计求得动力可靠度的数值解, 表 1 列出了两种方法的计算结果。

表 1 文中方法和数值模拟法两者结果的比较

Table 1 The results of this paper method and Monte Carlo method

$R(1000\text{ s})$	$\nu(\text{all})=0$	$\nu_E = 0.1$	$\nu_A = 0.1$	$\nu_\rho = 0.1$	$\nu_l = 0.1$	$\nu(\text{all})=0.1$
this paper	0.9963	0.9956	0.9962	0.9962	0.9940	0.9930
Monte Carlo	0.9963	0.9945	0.9956	0.9957	0.9903	0.9842

由于文中公式推导过程中利用了矩法, 这使得最终的解析表达式在理论上存在一定的误差, 表现在解析法求得的动力可靠度比数值模拟的结果偏大; 参数的随机性对结构动力可靠度影响越大, 两种方法的结果相差也越大, 当全部参数均具有同样的变异系数时, 两者之差最大; 当单个参数具有 0.1 的变异系数时, 相对误差小于 0.4%, 当所有参数均具有 0.1 的变异系数时, 相对误差小于 0.9%。总体来说两种方法结果甚为接近, 表明本文方法是可行正确的。

5 结 论

本文对随机桁架结构的动力可靠度提出了求解方法。随机结构的动力特性及动力响应分析是求解结构动力可靠度的前提与关键, 本文利用随机因子法导出了其计算公式。分析研究和算例结果均表明: 随机结构的动力可靠度是一随机变量, 它具有均值和方差 (变异系数), 其方差 (或变异系数) 是反映随机结构动力可靠度取值分散程度的重要指标。对于随机结构, 其动力可靠度将低于相应的确定性结构的动力可靠度。

参 考 文 献

- 1 Rice SO. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, 1944, 23: 282~332
- 2 Helmstrom CW. Note on a Markov a envelop process. Institute of Radio Engineers, Transaction on Information The-

ory, IT-5, 1959

- 3 Coleman JJ. Reliability of aircraft structures in resisting chance failure operations. *Res*, 1959, 7(5): 639~645
- 4 李桂青, 曹宏. 动力可靠性述评. 地震工程与工程震动, 1983, 3(3): 42~61 (Li Guiqing, Cao Hong. Review on the dynamic reliability of structures. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1983, 3(3): 42~61 (in Chinese))
- 5 Chen JJ, Duan BY, Zen YG. Study on dynamic reliability analysis of the structures with multidegree-of-freedom system. *Computers & Structures*, 1997, 62(5): 877~881
- 6 林家浩, 易平. 线性结构的随机平稳响应. 计算力学学报, 2001, 18(4): 402~408 (Lin Jiahao, Yi Ping. Stationary random responses of structures with stochastic parameters. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, 18(4): 402~408 (in Chinese))
- 7 李杰, 廖松涛. 线性随机结构在随机激励下动力响应分析. 力学学报, 2002, 34(3): 416~424 (Li Jie, Liao Songtao. Dynamic response of linear stochastic structures under random excitation. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, 34(3): 416~424 (in Chinese))
- 8 Chen JJ, Che JW, Sun HA, et al. Probabilistic dynamic analysis of truss structures. *Structural Engineering & Mechanics*, 2002, 13(2): 231~239
- 9 Gao W, Chen JJ, Ma HB. Dynamic response analysis of closed loop control system for intelligent truss structures based on probability. *Structural Engineering & Mechanics*, 2003, 15(2): 239~248
- 10 Chen JJ. Analysis of engineering structures response to random wind excitation. *Computers & Structures*, 1994, 51(6): 687~693

DYNAMIC RELIABILITY ANALYSIS OF STOCHASTIC TRUSS STRUCTURES UNDER STATIONARY RANDOM EXCITATION¹⁾

Hu Taibin Chen Jianjun Gao Wei Ma Juan

(*School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract A method of calculating dynamic reliability of stochastic truss structures under stationary random excitation is discussed in this paper. Considering the randomness of the structural physical parameters and the geometric dimensions parameters and utilizing the random variable's functional moment method and the algebra synthesis method, the mean value and the variance of the mean square value of the structural displacement and stress response and stationary random excitation are computed firstly from the expressions of structural stationary response in frequency domain. And then the expressions of the mean value and the variance of stochastic truss structural dynamic reliability are deduced from the Poisson formula of calculating dynamic reliability. Finally, the influence of the random of structural physical and geometric dimensions parameters on the structural dynamic reliability is analyzed through the examples, validating the feasibility of this method.

Key words dynamic reliability, stochastic truss structures, stationary random excitation, random variable, numerical characteristics

Received 7 May 2003, revised 25 August 2003.

1) the project supported by the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (D7010418).