

机电耦合系统失稳振荡的动态分岔研究¹⁾

邱 宇 邱 勇 邱家俊

(天津大学机械学院力学系, 天津 300072)

摘要 应用机电分析动力学的理论建立了交流发电机组的机电耦合振动方程组, 运用微分动力学系统理论深入分析了交流电机的机电耦合失稳振荡问题. 对于该系统出现的高余维分岔问题, 通过中心流形定理、多参数稳定性理论和归一化方法得到了原系统的 Normal Form 形式, 并详细讨论了系统的分岔情况以及分岔解的稳定性, 并进行了详细的数值计算分析, 很好地验证了理论分析结果. 取得了交流电机失稳振荡更深入一步的研究成果.

关键词 机电耦合, 交流电机, 分岔, 中心流形, 摄动参数

引 言

机电耦合系统广泛存在于工农业生产和科学技术领域, 在国民经济的发展中占有重要地位. 旋转电机产生的能源占社会总动力能源的 90% 以上. 因此, 对于旋转电机的理论分析和科学研究显得十分重要. 在工程实际中, 各类旋转电机存在着一定的低频振动和振幅超标的问题, 这些问题对设备的安全运行带来了隐患, 有的甚至引发大事故, 从而造成严重后果. 例如: 交流电动机在一定的电磁参数范围内产生自激振荡. 远距离输电时, 为改善功率因数, 常采用串联电容补偿, 当电容器的补偿度增加时, 可能使发电机、变压器、输电线和电容器之间产生次同步振荡 (即 SSR), 这种振荡可能造成主轴系统严重损伤. 关于发电机和电力系统的失稳振荡问题, 则可引起电压崩溃、电网解裂, 造成大面积停电事故.

文献 [1] 应用机电动力学的方法, 建立了交流电机的机电耦合数学模型, 采用数值模拟和实验研究的方法, 得到了各种电磁参数对失稳振荡的规律. 非线性动力学理论^[2]在许多研究领域受到了高度重视和广泛应用, 例如文献 [3] 采用 Hopf 分岔理论研究了系统电磁参数变化引起的自激振动, 指出了系统失稳的数学机理及其变化规律, 文献 [4] 用 Hopf 分岔理论研究了发电机组的机电耦合失稳振荡问题, 文献 [5] 系统地阐述了多参数稳定性理论, 文献 [6] 研究了一对纯虚根和一个零根的动态分岔问题. 文

献 [7] 研究了两个零根和一对纯虚根的动态分岔问题. 本文根据文献 [5] 多参数稳定性理论和文献 [6] 的归一化方法进一步研究了机电耦合系统同时出现两对纯虚特征根的双参数余维 2 动态分岔, 取得了交流电机失稳振荡更深一步的结果.

1 数学模型

图 1 由两个转动惯量为 J_1, J_2 及其转角 ϕ_1, ϕ_2 的刚体, 用扭转刚度为 K_ϕ 及阻尼为 μ_ϕ 的弹性轴联接.

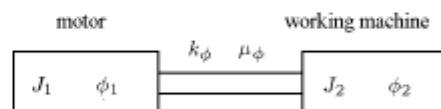


图 1 电动机组模型

Fig.1 Motor set model

由电磁场理论, 交流电机定、转子间的气隙磁场能为^[1]

$$W_m = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{\delta_0} \int_0^{2\pi} B \cdot H \cdot R_r d(\rho\varphi) d\rho dz \quad (1)$$

系统的耗散函数 F 和拉格朗日函数 L 为

$$F = \frac{1}{2} R_1 I_D^2 + \frac{1}{2} R_1 I_Q^2 + \frac{1}{2} R_2 I_\alpha^2 + \frac{1}{2} R_2 I_\beta^2 + \frac{1}{2} \mu_\phi (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)^2 \quad (2)$$

$$L = W_m + \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2 - \frac{1}{2} K_\phi (\phi_1 - \phi_2)^2 \quad (3)$$

2003-03-08 收到第 1 稿, 2003-10-15 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10202017, 10072038).

式(2)中的 R_1, R_2 为定、转子绕组电阻, 将 W_m, F 和 L 代入拉格朗日-麦克斯韦方程, 得到一组机电耦合的非线性周期系数微分方程组, 经变换可得到常系数微分方程组如下^[1]

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_D}{dt} &= K_1 - K_2 i_D + (K_4 - K_6) i_Q + K_3 i_d + \\ &\quad K_5 \Omega i_q + K_6 \Omega i_Q + r_1 K_5 \alpha_1 i_q + r_1 K_6 \alpha_1 i_Q \\ \frac{di_Q}{dt} &= (K_6 - K_4) i_D - K_2 i_Q + K_3 i_q - K_5 \Omega i_\alpha - \\ &\quad K_6 \Omega i_D - r_1 K_5 \alpha_1 i_d - r_1 K_6 \alpha_1 i_D \\ \frac{di_d}{dt} &= -K_7 + K_8 i_D - K_9 i_d + (K_4 - K_6) i_q - \\ &\quad K_4 \Omega i_q - K_{10} \Omega i_Q - r_1 K_4 \alpha_1 i_q - r_1 K_{10} \alpha_1 i_Q \\ \frac{di_q}{dt} &= K_8 i_Q + (K_6 - K_4) i_d - K_9 i_q + K_4 \Omega i_d + \\ &\quad K_{10} \Omega i_D + r_1 K_4 \alpha_1 i_d + r_1 K_{10} \alpha_1 i_D \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -L_m(i_D i_q - i_Q i_d)/G - \mu_1 \Omega/G - M_d/G \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \alpha_1 \\ \frac{d\alpha_1}{dt} &= -K_\phi^2 \alpha - b\alpha_1 - L_m(i_D i_q - i_Q i_d)/J_1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 i_D, i_Q 为电机定子电流; i_d, i_q 为电机转子电流; Ω 为轴系转动角速度; α 为轴系扭振角; 其它均为系数. 机电耦合的方程组(4)属于强非线性方程组.

2 稳定参数区计算及中心流形降维

2.1 稳定参数区计算

用 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)^T$ 表示 $(I_D, I_Q, I_d, I_q, \Omega, \alpha, \alpha_1)^T$, 式(4)写为

$$\dot{X} = f(X, \eta_\beta) \quad (x \in R^n, n=7, \beta=2) \quad (5)$$

式中 η_β 为分岔参数, 本文选取定子电阻 R_1 和转子电阻 R_2 为分岔参数. 由式(5)的右边 $f(X, \eta_\beta) = 0$, 可以求得系统的多个稳态解, 取有实际物理意义的稳态解 $X_0 = [i_{D0}, i_{Q0}, i_{d0}, i_{q0}, \Omega_0, \alpha_0, \alpha_{10}]$, 以 $X = X_0 + Y$ 代入式(5)得到系统的变分方程

$$\dot{Y} = AY + F(Y, \eta_\beta) \quad (6)$$

其中 A 为线性化矩阵, $F(Y, \eta_\beta)$ 为非线性项. 由 A 的特征值的实部, 可判断稳态解的稳定性, 若出现正实部, 则系统可能出现失稳振荡, 经计算得稳定区间随 R_1, R_2 变化的关系曲线如图2所示. 在区域 I 中, 特征值均具有负实部, 因此系统(4)的稳态解稳定, 在区域 I 与 II 的交线上, A 矩阵有一对共轭

特征值具有零实部, 而其余的特征值具有负实部, 在区域 II 中, 这一对特征值实部为正, 在区域 III 有两对具有正实部的特征值, 在 II 与 III 的交界线上, 一对共轭特征值具有正实部, 另一对具有零实部. 区域 I, II, III 的交点 E, F 则具有两对零实部特征值. 在区域 IV 中, 系统(4)无稳态解, 无法计算这一区域内的特征值.

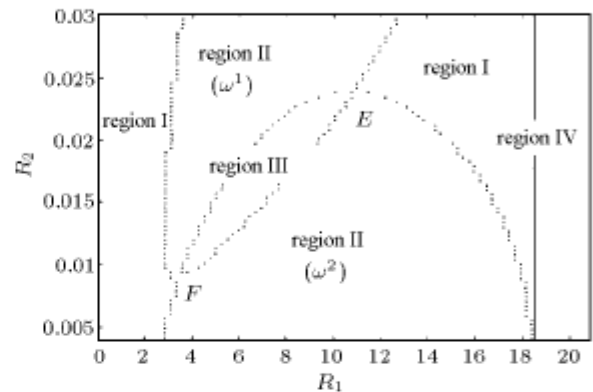


图2 稳定区随 R_1, R_2 变化的关系图 ($M_d = 0.15$)

Fig.2 Vibration curve of stable region with

R_1, R_2 ($M_d = 0.15$)

2.2 中心流形降维

当 $(R_1, R_2) = (R_{10}, R_{20})$ 时, 系统同时出现两对纯虚特征值, 图2中的 E 点和 F 点是同时出现两对纯虚特征根的临界点, 首先研究 E 点. 为此, 设

$$R_1 = R_{10} + \eta_1, R_2 = R_{20} + \eta_2, X = X_0 + Y \quad (7)$$

代入式(5), 经此变换, 原系统的平衡点移到零点, 分岔参数移到临界点. 同时求得系统在临界点 $E(R_{10}, R_{20})$ 处的特征向量矩阵 T 之后, 作非奇异线性变换 $Y = TZ$, 由此得标准型方程组为

$$dz_i/dt = F_i(\eta_1, \eta_2, z_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, 7) \quad (8)$$

运用中心流形方法, 设 z_5, z_6, z_7 关于 $z_i (i = 1, \dots, 4)$ 和 $\eta_j (j = 1, 2)$ 的二次型

$$[z_i] = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ \eta_1 \ \eta_2]$$

$$\begin{bmatrix} t_{i11} \\ t_{i12} & t_{i22} \\ t_{i13} & t_{i23} & t_{i33} \\ t_{i14} & t_{i24} & t_{i34} & t_{i44} \\ t_{i15} & t_{i25} & t_{i35} & t_{i45} & t_{i55} \\ t_{i16} & t_{i26} & t_{i36} & t_{i46} & t_{i56} & t_{i66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

式中 $i = 5, 6, 7$, 结果把系统 (8) 约化到如下四维中心子空间上

$$dz_i/dt = Z_i(\eta_1, \eta_2; z_j) \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (9)$$

对于系统 (9) 有

$$Z_i(0; \eta_\beta) = Z_i^\beta(0; \eta_\beta) = Z_i^{\beta\beta}(0; \eta_\beta) = \dots = 0 \quad (10)$$

其中上标表示对 η_β 求导数, 即 $Z_i^\beta = \partial Z_i / \partial \eta_\beta$.

当 $\eta_1 = \eta_2 = 0$ 时, 式 (9) 在临界点 E 的雅可比矩阵 J 为

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{1c} & 0 & 0 \\ -\omega_{1c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{2c} \\ 0 & 0 & -\omega_{2c} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式 (9) 仍然是一个强非线性方程组, 它的稳定性、分岔特性等动力学性质完全能反映原系统 (4) 的动力学性质.

3 Normal Form 的推导

对于系统 (9) 运用文献 [5] 的多参数稳定性理论及文献 [6] 的归一化方法进行求解, 设

$$z_i(\tau_1, \tau_2; \sigma_\alpha) = \sum_{\substack{m=0 \\ (m_1+m_2=m)}}^M [p_{i,m_1m_2}(\sigma_\alpha) \cdot \cos(m_1\tau_1 + m_2\tau_2) + r_{i,m_1m_2}(\sigma_\alpha) \cdot \sin(m_1\tau_1 + m_2\tau_2)] \quad (12)$$

式中 $i = 1, \dots, 4$; $\tau_1 = \omega_1(\sigma_\alpha)t$; $\tau_2 = \omega_2(\sigma_\alpha)t$; m_1, m_2 为任意整数; 而 M 为非负整数. 设 σ_α 为虚设的参数, 取名为摄动参数, 其下标 $\alpha = 1, 2$. 由 $z_i(\tau_1, \tau_2, 0) = 0$, 则由式 (12) 得

$$p_{i,m_1m_2}(0) = r_{i,m_1m_2}(0) = 0 \quad (\forall i, m_1, m_2) \quad (13)$$

把 $z_i(\tau_1, \tau_2; \sigma_\alpha)$ 及 $\eta_\beta = \eta_\beta(\sigma_\alpha)$ 代入式 (9) 得

$$\omega_1(\sigma_\alpha) \partial z_i / \partial \tau_1 + \omega_2(\sigma_\alpha) \partial z_i / \partial \tau_2 = Z_i(\eta_1, \eta_2; z_j) \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (14)$$

式 (14) 对摄动参数 σ_α 逐次求各阶导数, 得到各阶摄动方程如下

$$\omega_1^a z_i^{\tau_1} + \omega_2^a z_i^{\tau_2} + \omega_1 z_i^{\tau_1 a} + \omega_2 z_i^{\tau_2 a} = Z_i^j z_j^a + Z_i^\beta \eta_\beta^a \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \omega_1^a z_i^{\tau_1} + \omega_2^a z_i^{\tau_2} + \omega_1 z_i^{\tau_1 a} + \omega_2 z_i^{\tau_2 a} + \\ & \omega_2^b z_i^{\tau_2 a} + \omega_1 z_i^{\tau_1 ab} + \omega_2 z_i^{\tau_2 ab} = \\ & Z_i^{jk} z_j^a z_k^b + Z_i^{\beta\gamma} (z_j^a \eta_\beta^b + z_j^b \eta_\beta^a) + Z_i^j z_j^{ab} + \\ & Z_i^{\beta\gamma} \eta_\beta^a \eta_\gamma^b + Z_i^\beta \eta_\beta^{ab} \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $i, j, k = 1, \dots, 4$; $\beta, \gamma = 1, 2$; $a, b = 1, 2$. 字母的上标 $j, k, a, b, \tau_1, \tau_2$ 分别代表对 $z_j, z_k, \sigma_a, \sigma_b, \tau_1, \tau_2$ 求导数, 字母的下标代表方程右端函数 Z_i , 变量 z_j , 参数 η_β 的序号. 一阶摄动方程在临界点处, 根据式 (10) 及式 (13), 式 (15) 变为

$$\omega_{1c} z_i^{\tau_1 a} + \omega_{2c} z_i^{\tau_2 a} = Z_i^j z_j^a \quad (17)$$

式中 Z_i^j 由式 (12) 确定. 把式 (12) 代入式 (17), 并比较等式两端三角函数的系数得

$$\left. \begin{aligned} (m_1 \omega_{1c} + m_2 \omega_{2c}) r_{i,m_1m_2}^a - Z_i^j p_{j,m_1m_2}^a &= 0 \\ (m_1 \omega_{1c} + m_2 \omega_{2c}) p_{i,m_1m_2}^a + Z_i^j r_{j,m_1m_2}^a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (18)$$

由式 (18) 得到

$$\left. \begin{aligned} p_{1,10}^a &= -r_{2,10}^a, \quad r_{1,10}^a = p_{2,10}^a \\ p_{3,01}^a &= -r_{4,01}^a, \quad r_{3,01}^a = p_{4,01}^a \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

因为系统是自治的, 不失一般性, 可设 $r_{1,10}(\sigma^\alpha) \equiv r_{3,01}(\sigma^\alpha) \equiv 0$, 由式 (19) 得

$$p_{1,10}^a = -r_{2,10}^a, \quad p_{3,01}^a = r_{4,01}^a \quad (20)$$

同理可得二阶摄动方程 (16) 在临界点的表达式, 再把式 (12) 代入并比较两端的三角函数的系数, 可以得到一组方程, 由于此方程组数目多, 关系式繁杂, 对它们施加组合与子结构, 并应用欧拉齐次函数定理和归一化手法, 使方程降阶与简化, 解得了一系列 $p_{i,m_1m_2}, r_{i,m_1m_2}$ 的关系式, 它们可以通过 4 个关键变量来表达. 于是可以用极坐标上的 4 个变量 $p_{1,10}, p_{3,01}, \omega_1, \omega_2$ 以替代原系统的 4 个直角坐标变量 z_1, z_2, z_3 及 z_4 . 由二阶摄动方程所解得的 $p_{j,00}, p_{j,1-1}, r_{j,1-1}, p_{j,20}, r_{j,20}, p_{j,02}, r_{j,02}, p_{j,11}, r_{j,11}$ 代入式 (12) 得定态解

$$\begin{aligned} z_j &= p_{j,0} + p_{j,00} + p_{j,1-1} \cos(\tau_1 - \tau_2) + \\ & r_{j,1-1} \sin(\tau_1 - \tau_2) + p_{j,20} \cos 2\tau_1 + r_{j,20} \sin 2\tau_1 + \\ & p_{j,02} \cos 2\tau_2 + r_{j,02} \sin 2\tau_2 + p_{j,11} \cos(\tau_1 + \tau_2) + \\ & r_{j,11} \sin(\tau_1 + \tau_2) \quad (j = 1, \dots, 4) \end{aligned} \quad (21)$$

式中第 1 项 $p_{j,0}$, 当 $j = 1, 2, 3, 4$ 时, 分别为 $p_{1,0} = p_{1,10} \cos \tau_1$, $p_{2,0} = p_{1,10} \sin \tau_1$, $p_{3,0} = p_{3,01} \cos \tau_2$, $p_{4,0} = p_{3,01} \sin \tau_2$. $p_{j,00}, \dots, r_{j,11}$ 是关键变量 $p_{1,10}$, $p_{3,01}$ 的函数, 为了表示简便, 取 ρ_1, ρ_2 替代 $p_{1,10}$, $p_{3,01}$, 则 (21) 式可写成为 $z_i = f_i(\rho_1, \rho_2, \tau_1, \tau_2)$ 的形式. 定态解 (21) 代表了近似周期解在不变环面上的一种运动.

现研究定态解 (21) 的摄动. 将方程 (9) 在临界点 $(z_i; \eta_\beta) = (0; \eta_{\beta c})$ 展成泰勒级数, 并考虑到式 (10), 式 (11) 得到

$$\left. \begin{aligned} dz_1/dt &= \omega_{1c} z_2 + (Z_1^{j\beta} \eta_\beta + Z_1^{j\beta\gamma} \eta_\beta \eta_\gamma) z_j + \\ &\quad (Z_1^{jk} + Z_1^{jk\beta} \eta_\beta) z_j z_k + Z_1^{jkl} z_j z_k z_l + \\ &\quad O(|z_i; \eta_\beta|)^4 \\ dz_2/dt &= -\omega_{1c} z_1 + (Z_2^{j\beta} \eta_\beta + Z_2^{j\beta\gamma} \eta_\beta \eta_\gamma) z_j + \\ &\quad (Z_2^{jk} + Z_2^{jk\beta} \eta_\beta) z_j z_k + Z_2^{jkl} z_j z_k z_l + \\ &\quad O(|z_i; \eta_\beta|)^4 \\ dz_3/dt &= \omega_{2c} z_4 + (Z_3^{j\beta} \eta_\beta + Z_3^{j\beta\gamma} \eta_\beta \eta_\gamma) z_j + \\ &\quad (Z_3^{jk} + Z_3^{jk\beta} \eta_\beta) z_j z_k + Z_3^{jkl} z_j z_k z_l + \\ &\quad O(|z_i; \eta_\beta|)^4 \\ dz_4/dt &= -\omega_{2c} z_3 + (Z_4^{j\beta} \eta_\beta + Z_4^{j\beta\gamma} \eta_\beta \eta_\gamma) z_j + \\ &\quad (Z_4^{jk} + Z_4^{jk\beta} \eta_\beta) z_j z_k + Z_4^{jkl} z_j z_k z_l + \\ &\quad O(|z_i; \eta_\beta|)^4 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

将式 (21) 代入式 (22), 经冗长的直接代数运算, 例如用计算机的符号运算软件 (MAPLE 程序), 可解得 $d\rho_1/dt, d\rho_2/dt, d\tau_1/dt$ 及 $d\tau_2/dt$ 的表达式, 把计算得到的系数及已知常数代入, 得到下列方程

$$\left. \begin{aligned} d\rho_1/dt &= \rho_1(0.05504\eta_1 - 0.67067\eta_2 - \\ &\quad 0.14083\rho_1^2 + 0.00070\rho_2^2) \\ d\rho_2/dt &= \rho_2(-0.00102\eta_1 + 0.13662\eta_2 - \\ &\quad 0.09954\rho_1^2 - 0.00027\rho_2^2) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} d\tau_1/dt &= 0.06446 - 0.12234\eta_1 + \\ &\quad 1.15191\eta_2 - 0.30309\rho_1^2 - 0.00043\rho_2^2 \\ d\tau_2/dt &= 0.17343 - 0.0892\eta_1 + \\ &\quad 0.0605\eta_2 - 0.18965\rho_1^2 - 0.00053\rho_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中 η_1, η_2 为分岔参数, 由式 (2), (3) 可知, 它们

代表定子电阻与转子电阻在临界点附近的改变量.

从以上运算过程可见, 相当于引入一个非线性变换 (21), 将原系统在临界点的泰勒展式 (22) 变成了式 (23), (24) 的 Normal Form 形式. 应用式 (23) 可以得到系统的各种分岔情况解及其稳定性. 应用式 (24) 可求出对应各周期解的频率, 可见, 在平衡、临界点, $\eta_\beta = \rho_1 = \rho_2 = 0, d\tau_1/dt = \omega_{1c}, d\tau_2/dt = \omega_{2c}$; 当 $\eta_\beta, \rho_1, \rho_2$ 不为 0, 系统振荡频率 ω_1, ω_2 随 η_β, ρ_1 与 ρ_2 而改变. 由式 (23), (24) 可描述在临界点邻域内动力学的全部特性.

4 稳定与分岔分析

由方程组 (23), $d\rho_1/dt = d\rho_2/dt = 0$, 可得到 4 种稳态解:

- (1) $\rho_1 = \rho_2 = 0$;
- (2) $\rho_1 = 0, \rho_2^2 = -3.7778\eta_1 + 506.0\eta_2$;
- (3) $\rho_1^2 = 0.39084\eta_1 - 4.76229\eta_2, \rho_2 = 0$;
- (4) $\rho_1^2 = 0.13239\eta_1 - 0.80901\eta_2,$
 $\rho_2^2 = -51.766\eta_1 + 791.81\eta_2.$

其中, (1) 对应于原系统的平衡解, (2) 和 (3) 则对应于系统的周期解, 而 (4) 对应于系统的概周期解. 由方程组 (23) 的雅克比矩阵及 Hurwitz 判据, 可分别得到以上 4 种稳态解的稳定性条件, 以及各解的稳定区域的 4 条边界线:

- $L_1: \eta_1 = 12.184\eta_2 \quad (\eta_2 < 0);$
- $L_2: \eta_1 = 133.94\eta_2 \quad (\eta_2 < 0);$
- $L_3: \eta_1 = 5.2983\eta_2 \quad (\eta_2 > 0);$
- $L_4: \eta_1 = 12.791\eta_2 \quad (\eta_2 > 0).$

在分岔图 3 中, 分界线 L_1, L_2 之间的参数区域内系统的平衡解稳定, 在边界线 L_1, L_2 上系统发生 Hopf 分岔, 由稳定的平衡解向周期运动过渡. 在边界线 L_3, L_2 之间的区域内, $\rho_1 = 0, \rho_2 \neq 0$ 的稳态解 (2) 稳定, 也即系统频率为 ω_2 的周期运动是稳定的, ω_2 的大小可由式 (24) 的第 2 式求得. 在边界线 L_3 上系统发生二维环面分岔, 由频率为 ω_2 的周期运动过渡到概周期运动. 在 L_1, L_4 之间的区域内, $\rho_2 = 0, \rho_1 \neq 0$ 的稳态解 (3) 稳定, 即系统频率为 ω_1 的周期运动是稳定的, ω_1 值由式 (24) 第 1 式求之. 在边界线 L_4 上, 系统发生二维环面分岔, 由频率为 ω_1 的周期运动过渡到概周期运动.

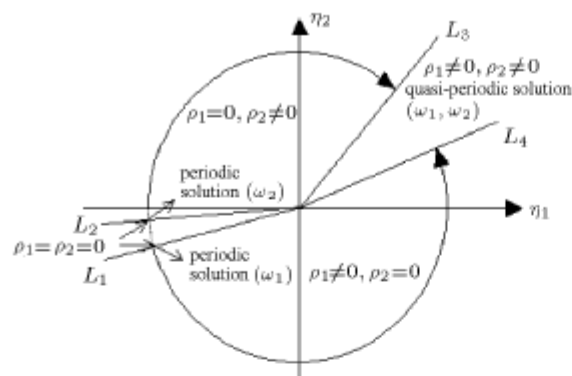


图 3 分岔图

Fig.3 The figure of bifurcation

在 L_3 与 L_4 之间 $\rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$ 的稳态解 (4) 对应的概周期解稳定, 其振荡频率 ω_1, ω_2 可由式 (24) 求得. 在此区域内, 一般情况下有可能使二维环面再一次发生分岔, 变成三维环面 $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$, 但对于本系统经过计算得知, 进一步再分岔的条件不成立.

5 数字模拟结果与结论

5.1 数值模拟

由图 2 稳定区随 R_1, R_2 变化曲线图, 可知稳定区是随定子电阻 R_1 及转子电阻 R_2 的改变而变化, E 点和 F 点是出现两对纯虚特征根的临界点, 现研究临界点 E 临域的动力学特性. 采用图 1 所示的一台实验室内的 5.5kW 电动机模型, 将其已知的动力学参数和电机的电磁参数代入原系统 (4) 式进行数值模拟, 以验证以上理论分析结果的正确性. 选择了 4 个不同的参数区域的参数值进行计算验证. 在 L_1 与 L_2 之间选择 $\eta_1 = -0.05, \eta_2 = -0.001$; 将 η_1, η_2 值代入式 (7) 得到定子、转子电阻 R_1, R_2 , 再和其他参数一起代入式 (4) 进行计算, 结果如图 4 所示. 由图可知原系统的平衡解稳定, 在接近 L_1, L_2 边界时, 系统的稳态解收敛时间较长, 并过渡到 Hopf 分岔. 在 L_2 与 L_3 之间选择 $\eta_1 = -0.01, \eta_2 = 0.01$, 计算结果如图 5 所示, 系统出现 Hopf 分岔, 并由频谱分析可知此参数区域的频率为 8.7 Hz 左右. 在 L_1 与 L_4 之间选择 $\eta_1 = -0.01, \eta_2 = -0.01$, 计算结果如图 6 所示, 原系统出现频率为 2.73 Hz 左右的 Hopf 分岔周期振荡. 以上两种 Hopf 分岔的参数区间内, 系统的周期解有非常好的稳定性, 与理论分析的结果吻合. 计算的 ω_1, ω_2 频率也与特征频率 ω_{1c}, ω_{2c} 相一致. 在 L_3 与 L_4 之间选择 $\eta_1 = 0.0175, \eta_2 = 0.001$, 其数值计算结果如图 7 所示. 原系统在

此参数区域内出现概周期运动, 由频谱分析可知, 8.7 Hz 和 2.73 Hz 左右的频率同时存在.

给定一组参数代入 (4) 式进行计算, 可以得到定、转子电流 (i_D, i_Q, i_d, i_q) 转子角速度 Ω 和轴系扭振角 α 随时间的变化曲线, 由于以上各变量的失

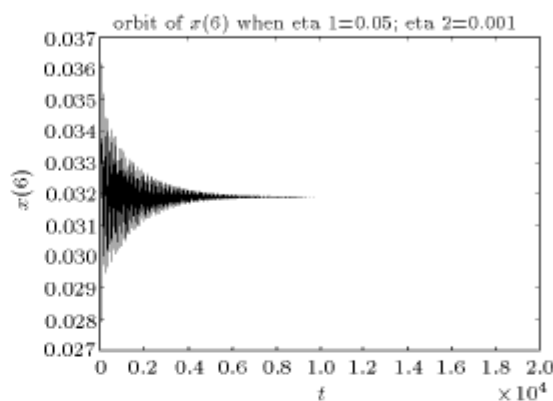


图 4

Fig.4

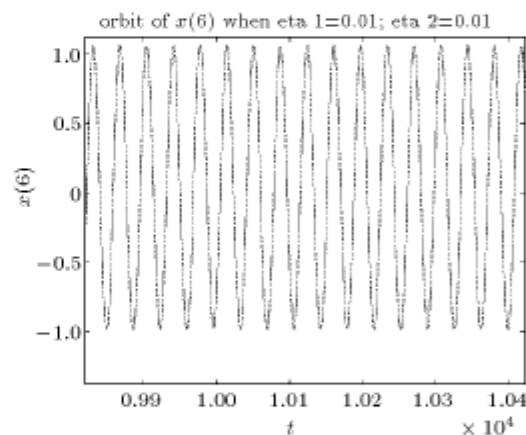


图 5

Fig.5

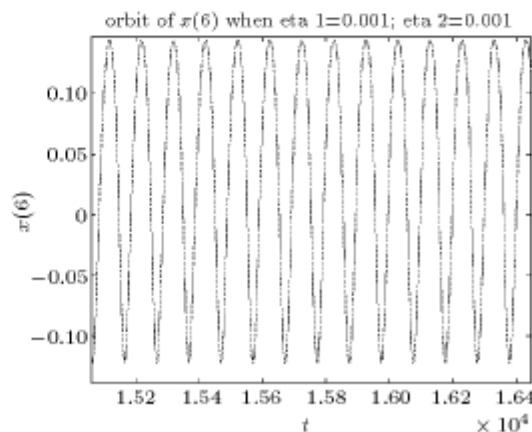


图 6

Fig.6

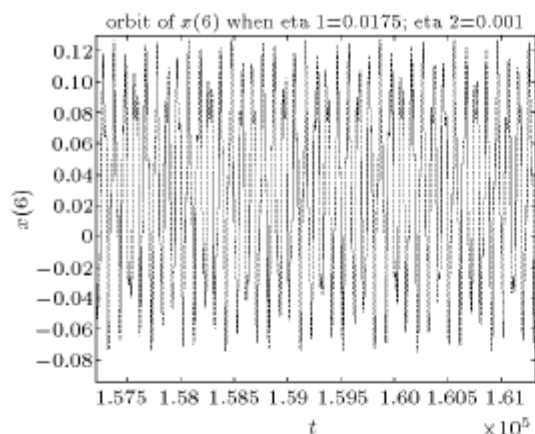


图 7

Fig.7

稳振荡频率相同、振荡曲线形状都相似, 故只需选其中一个代表, 在图 4~ 图 7 中列出扭振 $\alpha(x(6))$ 的振荡曲线。

5.2 结 论

(1) 本文对于交流电机的机电耦联系统在一定的参数范围内同时出现两对纯虚特征值的情况, 应用动态分岔理论进行了详细的分析, 得到了一些非常有意义的理论分析结果, 并通过数值模拟验证了此理论的正确性。

(2) 在文献 [1] 中对电机的失稳振荡进行了系统的实验研究, 发现了很多的实验现象, 除了周期失

稳振荡能用 Hopf 分岔加以解释之外 [3,4], 还有一些现象一直没有能用理论结果加以阐述。本文对一些失稳振荡现象能够给予一定的理论解答, 并对大型发电机组及各类电动机组的失稳振荡问题能有指导意义。

参 考 文 献

- 1 邱家俊. 机电耦联动力系统的非线性振动. 北京: 科学出版社, 1996 (Qiu Jiajun. Nonlinear Vibrations of Coupled Mechanical and Electric Dynamic Systems. Beijing: Science Press, 1996 (in Chinese))
- 2 Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical System, and Bifurcation of Vector Fields. New York: Springer-Verlag, 1983
- 3 Niu Xize, Qiu Jiajun. Theoretical and experimental investigation on Hopf bifurcation of generator set. *Electric Power Components and Systems*, 2001, 29(5): 437~446
- 4 Niu Xize, Qiu Jiajun. Investigation of torsional instability, bifurcation, and chaos of a generator set. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2002, 17(2): 164~168
- 5 Huseyin K. Multiple Parameter Stability Theory and Its Applications. Oxford University Press, 1986
- 6 Yu P, Huseyin K. A perturbation analysis of interaction static and dynamic bifurcations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(1): 28~40
- 7 Yu P, Huseyin K. A codimension-3 bifurcation problem and its application to electrical circuits. *ISCAS'88 IEEE*, 255~259

A STUDY OF DESTABILIZING OSCILLATION IN THE MECHANICS AND ELECTRICITY COUPLING SYSTEM BY DYNAMICAL BIFURCATION METHOD¹⁾

Qiu Yu Qiu Yong Qiu Jiajun

(Department of Engineering Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract Based on mechanical and electrical analytical dynamics, we established equations about vibration coupled with mechanics and electrics in AC motor set. Using the theory of differential dynamic system, destabilizing oscillation of the AC motor's were analyzed with electricity and mechanics coupling. By Center Manifold, theory of stability with multiple parameters and unification technique to analyze the high-codim bifurcation occurring in the system, the Normal Form of the original system is obtained. The bifurcation situation and the stabilization of the bifurcation solution are discussed in detail. In addition, a detailed numerical analysis is made, its results are in agreement with the theoretic results. Also, we got the further result in vibration when AC motor lose its stability.

Key words mechanical and electricity coupling, AC motor, bifurcation, center manifold, perturbation parameter

Received 8 March 2003, revised 15 October 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10202017, 10072038).