

压力梯度对湍流逆梯度输运的影响¹⁾

邱 翔 蒋剑波 刘宇陆

(上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

摘要 用雷诺应力封闭模式 (RSM) 和 $k-\varepsilon$ 模式对底部放置了对称翼型的完全发展的非对称槽道流动进行了数值模拟研究. 工程实际中有压力梯度变化的流动是较常见的, 这些压力梯度会导致较强的湍流结构的变化, 从而影响湍流的扩散和传输过程. 用数值计算方法从压力梯度对湍流逆输运现象的影响角度展开研究, 以期了解并揭示湍流逆输运现象的物理机理. 由计算结果可以看出, RSM 模式能够较 $k-\varepsilon$ 模式更好地反映逆梯度输运 (CGT) 现象; 逆梯度输运现象的出现比湍动能负产生率更为普遍; 压力梯度的变化对湍动能负产生率区域和 CGT 区域的影响是有规律的, 顺压梯度时, 湍动能负产生率区域逐渐缩小, 至压力梯度为零时消失, 此时 CGT 区域从无到有, 呈先增大后缩小的趋势; 逆压梯度时, 湍动能负产生率区域不复存在, 此时 CGT 区域从有到无, 也是呈先增大后缩小的趋势, 并最终消失; CGT 区域内雷诺应力与平均速度梯度呈非线性关系.

关键词 湍流逆梯度输运现象, 雷诺应力模式, 槽道流动, 压力梯度, 能量级串

引 言

湍流是经典力学中仅有的几个尚未解决的问题之一, 也是自然界中普遍存在的现象. 众所周知, 湍流的输运特征是湍流最本质的特征, 湍流的任何特征最终均是由其输运过程决定的, 因此研究湍流的输运性质对于加深了解湍流的机理是非常重要的. 自 20 世纪 50 年代以来研究者在明渠流、射流、尾流以及分层流的实验中发现了区别于通常的顺梯度输运 (gradient transport) 现象的逆梯度输运现象, 两者输运方向恰好相反. 逆梯度输运 (counter-gradient transport, CGT) 现象往往伴随着湍动能的负产生率, 这与传统的能量级串理论相矛盾. 传统的能量级串理论中平均运动将能量传递给大涡; 大涡之间相互作用、扭曲破裂为小涡, 同时将能量传递给小涡, 小涡再通过黏性耗散将能量转化为热能. 但是逆梯度输运现象往往伴随着湍能负产生率这一现象说明: 与传统的能量级串理论相反, 在负产生率的区域能量是从湍流传到平均流动中, 同时小涡之间相互作用合并为大涡, 能量由小涡传到大涡. 初步研究得到的解释为: 通常情况下平均动量的输运 ($\overline{u'v'}$) 与同一位置的平均速度梯度 ($\partial\overline{U}/\partial y$) 异号, 这表明雷诺应力 ($-\rho\overline{u'v'}$) 与层流剪应力 ($\mu\partial\overline{U}/\partial y$) 这两种力方向相同, 正是这两种力的共同作用使得湍流从平均流

动中获取了能量; 而在逆梯度输运的区域, $\overline{u'v'}$ 与 $\partial\overline{U}/\partial y$ 同号, 则表示 $-\rho\overline{u'v'}$ 与 $\mu\partial\overline{U}/\partial y$ 这两种力方向相反, 相对剪切, 从而使得能量从湍流反传递到平均流动中. 可以预见湍流中出现的这种反常的特殊现象, 是湍流这一耗散系统得以持久的重要原因.

关于压力梯度对湍流逆梯度输运特别是对 CGT 区域变化的影响, Erian^[1] 对伴有射流的相关问题 (与本文物理模型有所区别) 作了研究发现, CGT 区域大小随着压力梯度的变化发生明显变化. 在顺压梯度 (favorable pressure gradient) ($\partial p/\partial x < 0$) 时, 发生逆输运的区域沿流向逐渐变窄; 当压力梯度变为零 ($\partial p/\partial x = 0$) 时, 逆输运区域缩为一点, 此时雷诺应力为零的点与平均速度为零的点重合; 而在逆压梯度 (adverse pressure gradient) ($\partial p/\partial x > 0$) 时, 发生逆输运的区域沿流向逐渐变宽, 并且此时雷诺应力为零的点与平均速度最大的点的相对位置与顺压梯度 ($\partial p/\partial x < 0$) 时发生了变化. Veynante 等^[2] 考虑了燃烧问题中压力梯度对 CGT 的影响, 实验测得顺压梯度更能促进湍流逆梯度输运, 而逆压梯度则更能促进顺梯度输运.

目前对湍流的计算研究大都是基于某些模式理论 (DNS 和 LES 除外). 在实际工程中我们经常遇到大量压力梯度发生明显变化的湍流剪切流动, 对于这种复杂的流动, 压力梯度是影响该流动的非重

2002-09-15 收到第 1 稿, 2003-11-25 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (19872043, 10272071).

要的因素. 放置翼型的槽道流恰好是一种比较典型的压力梯度发生较大变化的复杂湍流, 本文旨在研究压力梯度对 CGT 的影响, 因此我们选用雷诺应力模式来模拟此流动, 并把模拟的结果与实验结果以及 $k-\epsilon$ 模式的计算结果进行比较和分析.

1 控制方程和湍流模型

计算中采用的控制方程即为二维定常不可压缩雷诺平均的 N-S 方程, 湍流模型为标准的 $k-\epsilon$ 模式和雷诺应力模式 (RSM). 这些方程可以从文献 [3] 中查到.

2 算 例

2.1 物理模型

算例放置翼型的槽道流 [4] 的示意图如图 1 所示. 测量中, 在槽道中间放置两块玻璃隔板, 底部放置一个对称翼型, 形成新的槽道流区. 试验段长为 53 cm, 槽道高 2.5 cm, 翼型长 14 cm, 翼型高 0.9 cm, 来流速度分别为 $U_0 = 1\text{m/s}$ 和 2m/s . 数值计算中完全采用实验装置的尺寸和入口速度.

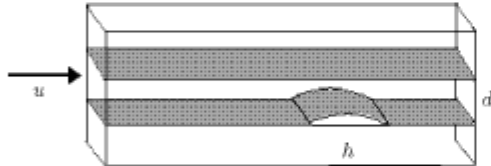


图 1 实验中采用的物理模型
Fig.1 Experimental schematic

2.2 边界条件

在入口, 即 $x = 0$ 处,

$$U_x = U_0, U_y = 0, k = 0.02U_0^2, \epsilon = C_\mu k^2 / v_t$$

在出口处, 采用出流 (outflow) 边界条件, 即 $\frac{\partial \Phi}{\partial t} + U_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$, 其中 Φ 代表 U_x, U_y, k, ϵ .

在槽的上下两边, 采用壁面边界条件.

2.3 网格和算法

由于翼型表面为不规则曲线, 因此在计算时须采用非结构网格, 网格单元约为 80000 个, 在有翼型处网格加密. 采用二阶迎风隐式差分格式, 压力速度项采用 SIMPLE 算法. 计算区域如图 2 所示.

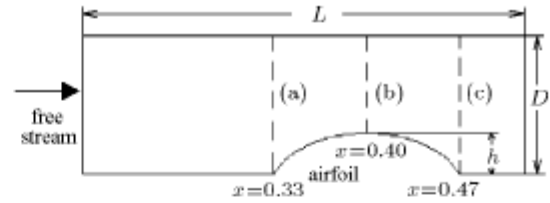
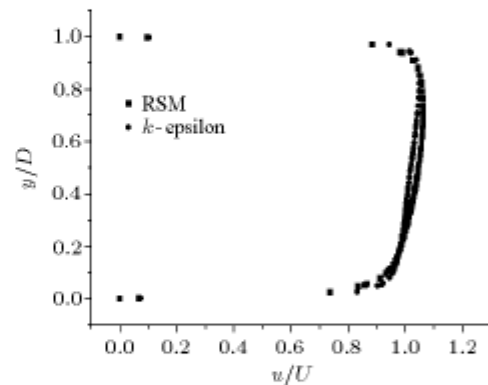


图 2 放置翼型的槽道湍流的计算区域
Fig.2 Computational region of turbulent wing channel

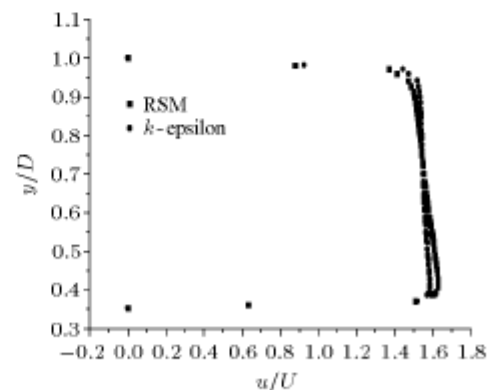
3 结果与讨论

3.1 流动特性

图 3(a), 图 3(b) 和图 3(c) 分别给出了翼型前部、顶部和后部 (3 个剖面如图 2 所示) 的流向平均速度的分布图以及 RSM 模式与 $k-\epsilon$ 模式结果的比较. 由结果可以看出两种模式的计算结果基本一致; 但是从图 3(d) 可以看出, 在翼型后靠近下壁面处 RSM 模式的计算结果中出现了负值, 这说明在翼型后流动出现了回流涡旋, 而 $k-\epsilon$ 模式的结果中则

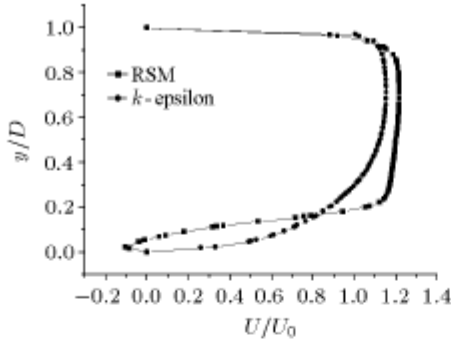


(a) 翼型前部
(a) Foreside of the wing

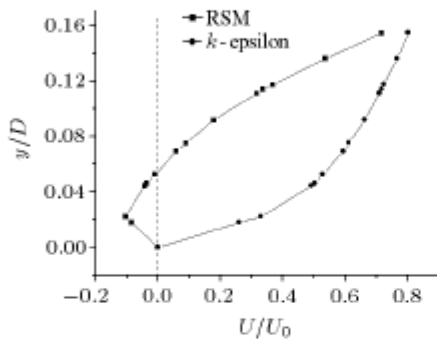


(b) 翼型顶部
(b) Top of the wing

图 3 流向平均速度沿垂直向的分布图
Fig.3 Vertical distributions of streamwise mean velocity



(c) 翼型尾部
(c) Tail of the wing



(d) 翼型尾部的局部放大图
(d) Local section at tail of the wing

图 3 流向平均速度沿垂向的分布图 (续)
Fig.3 Vertical distributions of streamwise mean velocity (continued)

没有出现,这体现了这两种模式之间的差别: RSM 模式比 $k-\epsilon$ 模式更能真切地反映平均流动的特征.

3.2 湍流特性

3.2.1 雷诺应力

图 4 给出了由 RSM 模式得到 3 个不同位置的湍流雷诺应力的垂向分布从中可以看出,在翼型前

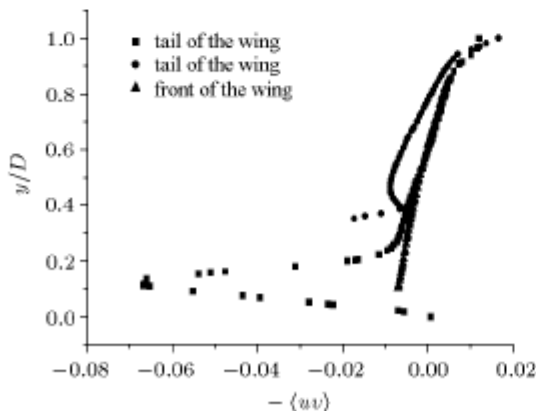
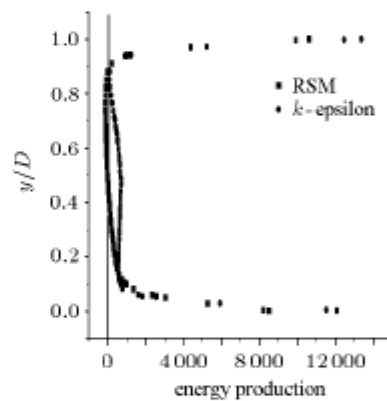


图 4 翼型 3 个不同位置雷诺应力垂向分布图
Fig.4 Vertical distribution of Reynolds stress at three different sections

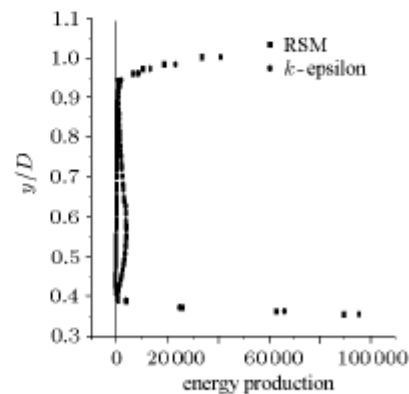
部,雷诺应力基本呈线性变化;到了翼型顶部剖面,除了在靠近翼型表面处,雷诺应力的值有些许偏离,总体上基本还是呈线性关系;到了翼型后部,特别是靠近下壁面的回流区内,雷诺应力变化特别剧烈,这是由回流涡旋引起.

3.2.2 湍动能产生率

图 5 给出了湍流动能产生率的垂向分布.可以看出,两种模式结果的变化趋势几乎完全相同,这也在一定程度上证实了结果的正确性.但是两种模式的结果却存在着很大的区别:其中 RSM 模式的结果中,在翼型前和翼型顶部有明显的湍动能负产生率区域(其中翼型前部位置湍动能负产生率区域约为总宽度的 40%,顶端位置约为 23%,参照图 5(d)和图 5(e),而 $k-\epsilon$ 模式不能得到湍动能负产生率.计算得到的湍动能负产生率的区域沿流向的变化情况如图 6 所示.其中两条竖线分别代表翼型所处位置的

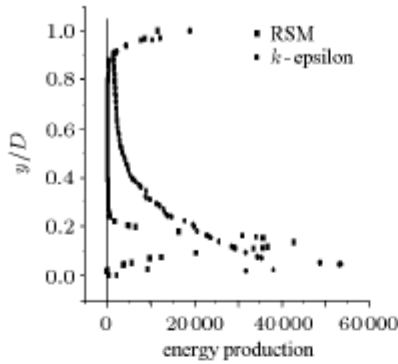


(a) 翼型前部
(a) Foreside of the wing

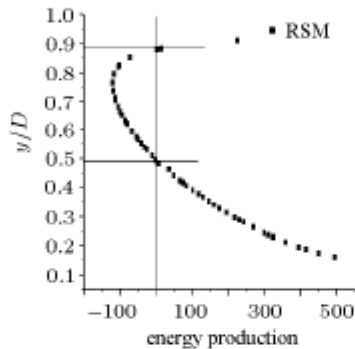


(b) 翼型顶部
(b) Top of the wing

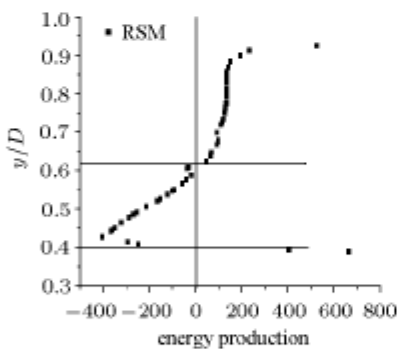
图 5 湍动能产生率垂向分布图
Fig.5 Vertical distribution of turbulent energy production



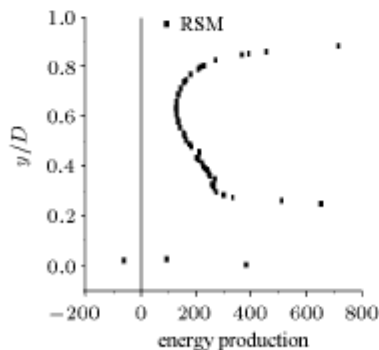
(c) 翼型后部
(c) Tail of the wing



(d) 翼型前部局部放大图
(d) Local profile at fore side of the wing



(e) 翼型顶部局部放大图
(e) Local profile at top of the wing



(f) 翼型后部局部放大图
(f) Local profile at tail of the wing

图 5 湍动能产生率垂向分布图 (续)

Fig.5 Vertical distribution of turbulent energy production

(continued)

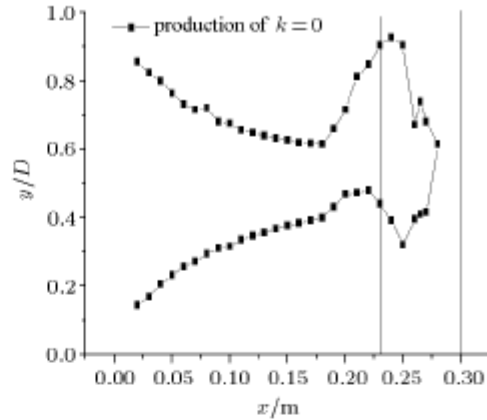


图 6 湍动能负产生率垂向区域流向变化

Fig.6 Variation of turbulent negative production region

纵剖面, 图中的点表示湍动能产生率为零的点, 这些点的连线之间的区域即为湍动能负产生率的区域, 由图 6 可见湍动能负产生率区域只存在于翼型前部和上部, 总体变化趋势是逐渐缩小的, 至翼型顶部缩为一点, 然后消失.

3.3 逆梯度输运现象以及压力梯度对 CGT 的影响

前面讲到, 雷诺应力与平均速度梯度方向相反时, 出现湍流逆梯度输运现象, 出现逆梯度输运现象的区域也就是流向最大平均速度点 (速度梯度为零) 与雷诺应力为零的点之间的区域. 实验^[4]中测得的湍流 CGT 区域随流向的变化如图 7 所示. 经过计算得到的逆输运区域在流动方向的变化情况如图 8 所示. 其中, 两条曲线上的点分别表示雷诺应力为零的点和平均速度最大值的点, 两条竖线表示翼型所处位置. 从图 8 中可以看出, 压力梯度的变化对 CGT 区域的变化产生了很大影响: 在顺压梯度 ($\partial p/\partial x < 0$) 时, 逆输运区域从无到有, 从小到大,

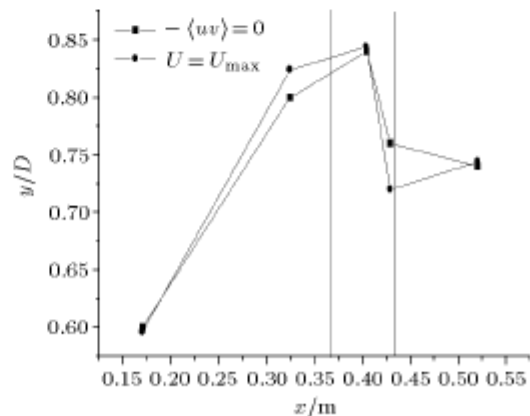


图 7 实验得到的 CGT 区域沿流向变化图

Fig.7 Variation of turbulent negative transport region

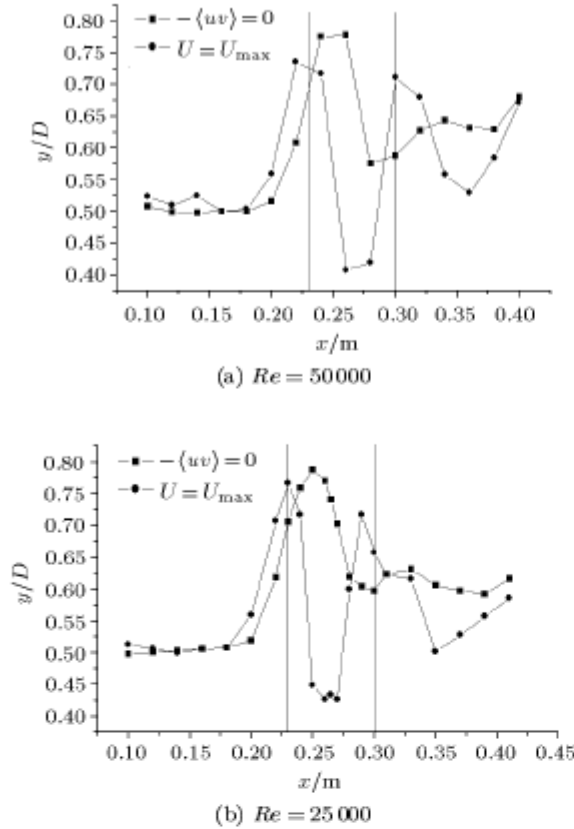


图 8 CGT 区域沿流向变化图

Fig.8 Variation of turbulent negative transport region

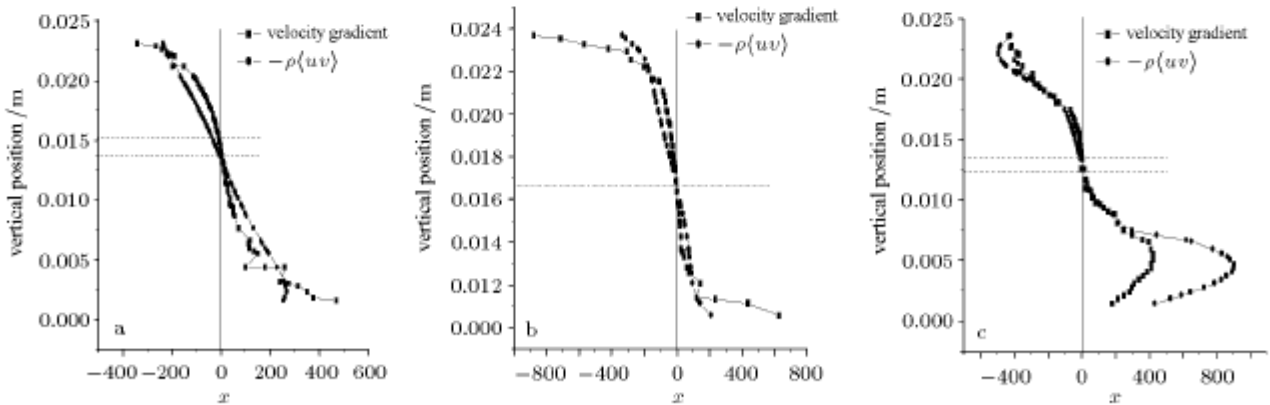
然后又减小；在翼型上部流动区域内，CGT 区域突然增大，而后又突然缩小，当流动到达翼型顶端，即压力梯度变为零 ($\partial p/\partial x = 0$) 时，逆输运区域变为最大；而在逆压梯度 ($\partial p/\partial x > 0$) 时，CGT 区域的变化情况与翼型前的变化趋势对称，最后从流动中消失。

从实验结果可以看出，除了翼型上部，其它流动区域内逆输运区域的变化情况计算结果和实验分析的结果还是吻合得比较好的，特别是在翼型前平均速度梯度为零的点位于雷诺应力为零的点上方，在翼型后两者相对位置恰好相反，这个结论中的共同点与 Erian^[1] 的非对称流动的实验结果完全相同。

下面讨论一下逆输运区域的大小与雷诺数的关系。根据实验数据分析，CGT 区域与雷诺数关系不大。例如，实验在两种工况下，测得的 CGT 区域占整个槽道高度的比率 (13%~14%) 基本相同，考虑到实验误差，基本上可以认为 CGT 区域与雷诺数无关，这是根据实验得到的结论。从计算结果来看，如图 8 所示，在雷诺数不同的两种情况下，逆梯度输运区域的大小以及其在流向的变化规律基本相同，因此可以说雷诺数对 CGT 的影响不明显。

3.4 雷诺应力和平均速度梯度的对应关系

图 9 给出了 3 个剖面上雷诺应力 $-\rho\overline{uv}$ 和平均速度梯度 $\partial U/\partial y$ 的对应关系，虚线之间的区域为 CGT 区域。可以发现两者的变化趋势是类似的 (特别是剖面 b 处)，这说明通常的湍流模式中雷诺应力用速度梯度来模化还是有其合理性的，但是在局部非线性特征还是很明显的，如剖面 a 的下部也就是翼型前部和剖面 c 下部也就是翼型尾部，根据经验判断这两个区域是流动特征最复杂的区域。另外，剖面 c 处 CGT 区域内两者的关系也呈现出很强的非线性，这说明在 CGT 区域内，不能用简单的速度梯度的线性关系来模化雷诺应力。

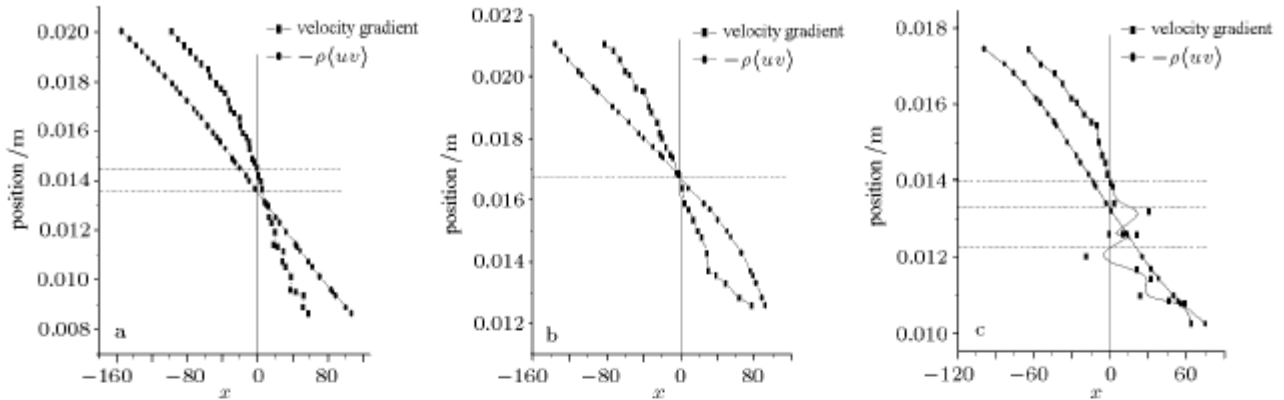


(a) 3 个剖面 a,b,c 处雷诺应力与平均速度梯度的对应关系

(a) Relationship between Reynolds stress and mean velocity gradient at three sections a,b and c

图 9

Fig.9



(b) 局部放大图

(b) Local profiles at three sections

图 9(续)

Fig.9(continued)

3.5 雷诺应力和压力梯度的对应关系

首先在流向选取了 4 个剖面 ($y = 0.012\text{ m}$, $y = 0.013\text{ m}$, $y = 0.015\text{ m}$, $y = 0.017\text{ m}$)，之所以选取这 4 个剖面，是因为计算中发现 CGT 现象基本上出现在这个区域范围内，这也是符合实验结果的；纵向考虑的范围基本上在翼型所处的位置附近，因为这

个区域是压力梯度变化最明显的区域。考虑湍动能是因为湍动能也是一个衡量湍流脉动强弱的一个重要的物理量。图 10 和图 11 分别给出了压力梯度与雷诺应力的流向对应关系和相同位置的湍动能的流向变化情况。结果显示雷诺应力在顺压梯度区域达到最大且在逆压梯度区域呈单调递减的趋势，随着

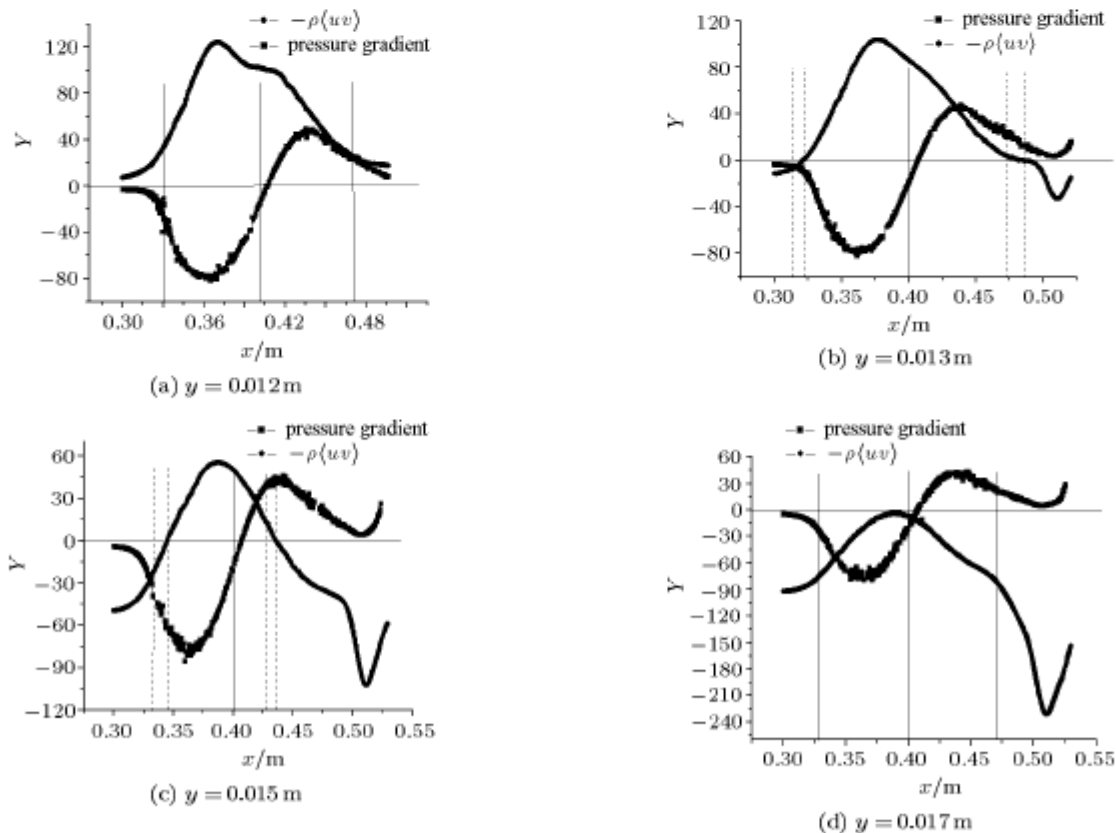


图 10 雷诺应力与压力梯度在流向的对应关系

Fig.10 Relationship between Reynolds stress and pressure gradient

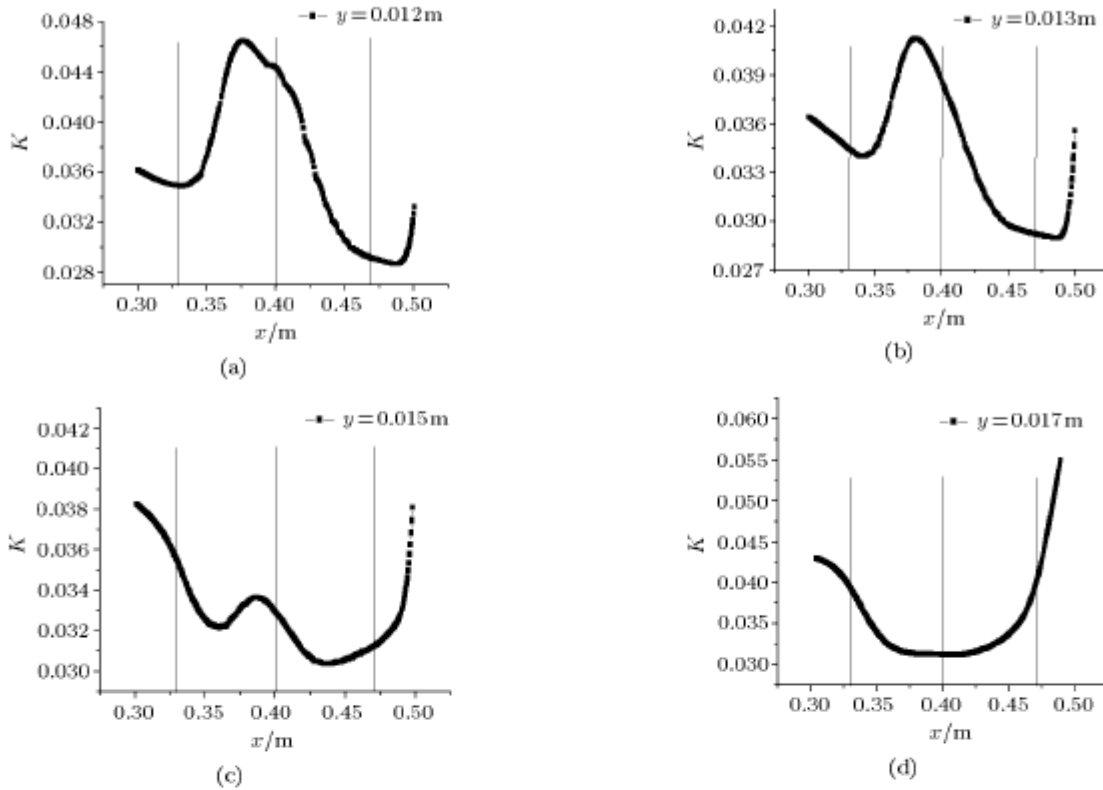


图 11 湍动能的流向变化图

Fig.11 Variation of turbulent kinetic energy in flow direction

剖面位置的上升, CGT 区域向翼型中心位置靠近; 湍动能的最大值对应于雷诺应力的最大值出现的位置, CGT 现象消失后, 湍动能在这个区域的极值点也随之消失 (图 10(d) 和图 11(d)).

通过以上研究发现, 流场中的雷诺应力特别是 CGT 区域内的雷诺应力不能简单地被平均速度梯度所表示, 表征雷诺应力和平均速度梯度的关系式中还应该包含有压力梯度一项, 而且数值结果发现, 湍动能的变化规律与雷诺应力恰好有某种对应关系.

4 结 论

本文给出了放置翼型的槽道流的数值研究, 从流动特性、湍流特性以及压力梯度对湍流逆运输区域的影响等几个方面对计算结果进行了分析, 并与相应的实验结果进行了比较, 得到如下结论: 雷诺应力模型 (RSM) 可以反映逆梯度运输现象, 而采用 $k-\varepsilon$ 模型则不能; 同时发现, 湍动能负产生率区域的变化情况与 CGT 区域不同, 出现 CGT 现象的区域不一定有湍动能的负产生率发生; 出现这个问题的

原因在文献 [5] 中有详细的论述; CGT 区域的变化有规律地受压力梯度变化的影响; CGT 区域内雷诺应力和流向平均速度梯度呈非线性关系; CGT 区域内雷诺应力和湍动能在顺压区达到最大值, 在逆压区呈单调递减.

参 考 文 献

- 1 Erian FF. Influence of pressure gradient on turbulent flows with asymmetric mean velocity. *ASME-Journal of Applied Mechanics*, 1969, 91: 901~904
- 2 Veynante D, Poinot T. Effects of pressure gradient on turbulent premixed flames. *J Fluid Mech*, 1997, 353: 83~114
- 3 是勋刚. 湍流. 天津: 天津大学出版社, 1994. 84~101 (Shi Xungang. Turbulence. Tianjin: Tianjin University Press, 1994. 84~101 (in Chinese))
- 4 蒋剑波. 湍流逆梯度运输的理论及实验研究. [博士论文]. 上海: 上海大学, 2002. 60~71 (Jiang Jianbo. Theoretical and experimental study of counter gradient transport phenomena in turbulent flows. [Ph.D Thesis]. Shanghai: Shanghai University, 2002. 60~71 (in Chinese))
- 5 Eskinazi S, Erian FF. Energy reversal in turbulent flows. *Phys Fluids*, 1969, 12: 1988~1992

附录： 1. 雷诺应力模式

雷诺应力输运方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{u_i u_j}) = & \\ -\frac{\partial}{\partial x_k}[\rho \overline{u_i u_j u_k} + p(\delta_{kj} u_i + \delta_{ik} u_j)] + & \\ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j}) \right] - \rho \left(\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) + & \\ p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} & \end{aligned} \quad (1)$$

其中方程左边为对流项 C_{ij} ；右边第 1 项为湍流扩散项 D_{ij}^T ，第 2 项为分子扩散项 D_{ij}^L ，第 3 项为产生项 P_{ij} ，第 4 项为压力应变关联项 ϕ_{ij} ，第 5 项为耗散项 ε_{ij} 。

在这个方程中，分子扩散项和应力产生项不需要任何模拟，而湍流扩散项、压力应变项和耗散项需要近似方程模拟。

湍流扩散项使用一个标量湍流扩散模型

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (2)$$

耗散项模型为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon \quad (3)$$

ε 模拟为

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + & \\ C_{e1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{e3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{e2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} & \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ ，常数 $\sigma_\varepsilon = 1.0$, $C_\varepsilon = 0.09$, $C_{e1} = 1.44$, $C_{e2} = 1.92$ 。

2. 压力应变项采用线性模型

压力应变项 ϕ_{ij} 可以分解为 3 个分量

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij}^w \quad (5)$$

其中 $\phi_{ij,1}$ 是“慢压力应变”项， $\phi_{ij,2}$ 是“快压力应变”项， ϕ_{ij}^w 是“壁面反射项”。

$$\phi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (6)$$

$$\phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[(P_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P - C) \right] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^w \equiv C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - & \\ \frac{3}{2} \frac{\overline{u_i u_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u_j u_k n_i n_k}}{C_l \varepsilon d} \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} + & \\ C_2' \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - & \right. \\ \left. \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} & \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $C_1 = 1.8$, $C_2 = 0.6$, $P = P_{kk}/2$, $C = C_{kk}/2$, $C_1' = 0.5$, $C_2' = 0.3$, d 为到壁面的距离, $C_l = C_\mu^{3/4}/\kappa$, $C_\mu = 0.09$, $\kappa = 0.41$ 。

EFFECTS OF PRESSURE-GRADIENT ON TURBULENT COUNTER-GRADIENT TRANSPORT¹⁾

Qiu Xiang Jiang Jianbo Liu Yulu

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract By using Reynolds Stress Closure Model (RSM) and $k-\varepsilon$ Model, the turbulent field of wing flow is numerically simulated. In most practical situations, flows with changing pressure gradient are familiar, these pressure gradients may induce strong modifications of turbulent structure, accordingly, affect the diffusion and transportation process of turbulence. The effects of pressure gradient on counter-gradient transport phenomena are studied. The computational results show that RSM model can describe the CGT phenomena while $k-\varepsilon$ model cannot. Negative turbulent energy production appears in the result of RSM, but it behaves differently with CGT: it gradually shrinks until the position of the wing central part is reached, where it vanishes; while the CGT region exists all along. This fact shows that CGT phenomena is more general than negative turbulent energy production. The pressure gradient takes an important effect on the region of negative turbulent energy production and counter-gradient transport. In the CGT region, the relation between turbulent Reynolds stress and mean velocity gradient is nonlinear.

Key words turbulent counter-gradient transport, Reynolds stress model, channel flow, pressure gradient, energy cascade

Received 15 September 2002, revised 25 November 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19872043, 10272071).