

# 自然对流边界层中湍流的发生<sup>1)</sup>

颜大椿

张汉勋

(北京大学力学与工程科学系, 北京 100871) (中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080)

**摘要** 自然对流边界层中从层流到湍流的转换经历了浮力振型、无摩擦振型和黏性振型的三重流动不稳定性相继产生的前转换过程, 以及近壁迅速出现强湍流源, 随之平缓地向自模拟的湍流边界层过渡的热转换过程. 浮力振型在修正 Grashof 数  $G > 40$  时开始失稳并成为主要振型, 在振幅分布中 3 种振型的临界层位置处出现 3 个峰值; 在  $G > 100$  时浮力振型消失, 无摩擦振型失稳并成为主要振型, 振幅分布中在近壁区还出现黏性振型的峰值; 在  $G > 170$  时无摩擦振型经非线性演化在外层形成较弱的湍流, 但内层黏性应力仍远高于湍流应力, 振幅分布中仅有与黏性振型相应的峰值, 在频谱中黏性振型的基频、第一、第二、第三阶亚谱随  $G$  的增加相继出现, 此时黏性不稳定波的高频成分已转化为湍流, 但低频成分仍按线性规律增长, 直至湍流惯性子区开始形成; 至  $G > 800$  时黏性振型消失, 并在  $G = 850$  附近时近壁区出现强湍流源, 湍流应力、湍能产生项和近壁湍流热流率剧增. 在热转换后期, 湍流应力和湍能产生项明显下降, 流动在内外层趋于平衡.

**关键词** 自然对流边界层, 浮力振型, 无摩擦振型, 黏性振型, 中性曲线, 热转换

## 引 言

自然对流边界层转换过程的研究已有很长的历史<sup>[1]</sup>. 理论上, 自然对流边界层的稳定性是基于有温度耦合的 Orr-Sommerfeld 方程的特征值问题, Szewczyk<sup>[2]</sup> 用渐近方法指出温度耦合项的影响在高 Grashof 数可以忽略, 并得到无摩擦振型和黏性振型的中性曲线, 但至今尚无有关黏性振型的实验结果; 在数值计算方面, Kurtz 和 Crandall<sup>[3]</sup> 得到无温度耦合时无摩擦振型的中性曲线; Nachtsheim<sup>[4]</sup> 由有温度耦合的 Orr-Sommerfeld 方程得到低 Grashof 数时的中性曲线的鼻部, 反映了浮力振型失稳时的 Grashof 数范围; Knowles 和 Gebhart<sup>[5]</sup> 的计算得到低 Grashof 数时温度脉动的振幅分布, 且峰值位于边界层平均速度剖面的最大值位置附近, 并在数值计算中得到统一考虑浮力振型和无摩擦振型的单一中性曲线; Hieber 和 Gebhart<sup>[6]</sup> 用渐近方法得到有温度耦合的 Orr-Sommerfeld 方程的通解, 它是浮力不稳定性、无摩擦不稳定性、黏性不稳定性 3 种特征解的线性组合, Hieber 等还用纯化方法得到各振型对应的微分方程, 但未对浮力振型和黏性振型分别给予分析. 在实验研究方面, Eckert 和 Soehngen<sup>[7]</sup>, Polymeropoulos 和 Gebhart<sup>[8]</sup> 分别采用干涉法和热线风速仪等对自然对流边界层的稳定性和转换问题

做了初步的研究.

自然对流边界层的稳定性满足有温度耦合的 Orr-Sommerfeld 方程

$$\left. \begin{aligned} & \{[(D^2 - \alpha^2) - i\alpha G(U - c)](D^2 - \alpha^2) + \\ & \quad i\alpha G U''\} \phi = D s \\ & [(D^2 - \alpha^2) - i\alpha G Pr(U - c)] s = -i\alpha G Pr \theta' \phi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $\phi$  和  $s$  为流函数和温度脉动的幅值函数,  $Gr = g\beta(T_w - T_e)x^3/\nu^2$  和  $Pr = \rho c_p \nu/k$  分别为 Grashof 数和 Prandtl 数,  $G = 4(Gr/4)^{1/4}$  为修正 Grashof 数,  $\eta = 0.25yG/x$  为边界层的无量纲法向距离 ( $x, y$  分别为距平板前缘和壁面的距离),  $D = d/d\eta$ ,  $U''$  和  $\theta'$  为平均速度和温度对  $\eta$  的二阶和一阶导数,  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  和  $c$  为扰动的波数和波速.  $\rho$  和  $T$  分别为介质的密度和温度, 下标  $w$  和  $e$  指壁面和环境参数,  $\beta$  和  $\nu$  为体膨胀系数和运动黏性系数,  $c_p$  和  $k$  为定压比热和导热系数,  $g$  为重力加速度. 此六阶线性方程组存在 6 对特征解, 其中 3 对在无穷远处发散, 故其通解为

$$\left. \begin{aligned} \phi(\eta) &= a_1 \phi_1(\eta) + a_2 \phi_2(\eta) + a_3 \phi_3(\eta) \\ s(\eta) &= b_1 s_1(\eta) + b_2 s_2(\eta) + b_3 s_3(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2002-05-02 收到第一稿, 2003-08-22 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10072003).

$\phi_i(\eta)$  和  $s_i(\eta)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为流函数和温度脉动对应于浮力振型、无摩擦振型和黏性振型的特征解; 系数  $a_i$  和  $b_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为  $U, \theta, \alpha, c, Pr$  和  $G$  的函数, 其中  $Pr$  由流动介质的物性确定,  $U$  和  $\theta$  由边界层方程按边界条件求自模拟解得出,  $c$  由各振型的临界层位置确定, 则任意截面上不同频率  $\omega = \alpha_r c$  的扰动强度由初始条件和各种振型在临界层位置的流向扰动增长率  $\alpha_i$  确定.

自然对流边界层的流动稳定性中的主要问题首先在于是否能在黏性振型和浮力振型的临界层位置测到相应的不稳定波. 这在我们的实验中已经得到证明<sup>[9,10]</sup>. 对 3 种振型的速度和温度脉动的增长率和中性曲线的全面测量是十分必要的, 它可以使我们对自然对流边界层的稳定性问题及其与热转换的关系有全面的认识.

关于热转换的研究, 工程中通常可以由 Nusselt 数 ( $Nu$ ) 和 Grashof 数的关系确定. 在层流和湍流状态下它们有各自的自模拟关系. 在两者之间的过渡区为热转换区. 更进一步的工作可以由平均速度剖面的相似性来确定, 当平均速度剖面明显偏离层流的自模拟解时定义为热转换开始<sup>[11]</sup>. 关于热转换过程中湍流应力、湍能产生项和湍流热流率的演化有待进一步研究.

## 1 实验装置

实验以常压空气为介质, 台架和测量系统如图 1 所示. 尺寸为  $1.5\text{m} \times 0.3\text{m} \times 0.015\text{m}$  的竖直加热平板与尺寸为  $3.7\text{m} \times 0.3\text{m} \times 0.0006\text{m}$  的光滑铝膜被均匀加热, 分别用于低 Grashof 数和高 Grashof 数恒温条件下自然对流边界层稳定性的研究. 加热平板周围用玻璃端板封闭以减小边界层的三维效应, 空气经整流网自下而上流过加热表面形成自然对流边界层. 实验采用温度控制器和数字式温度计调节加热表面的温度, 通过  $0.01\text{mm}$  精度的三维坐标架控制温度和速度探头的位置. 用计算机的 D/A 板产生低频正弦信号, 经功率放大器放大后驱动喇叭对边界层作声激励. 边界层内速度脉动  $u$  和温度脉动  $\theta$  分别用恒温热线风速仪和  $\phi 2\mu\text{m}$  的铂电阻冷线温度计测量, 测量的电信号通过 A/D 板采集到另一台计算机进行处理和分析. 在数据处理和分析中以  $u$ ,  $v$  和  $\theta$  分别代表速度流向脉动、法向脉动和温度脉动; 以下标  $i = 1, 2, 3$  分别代表浮力、无摩擦和黏性振型的物理量.

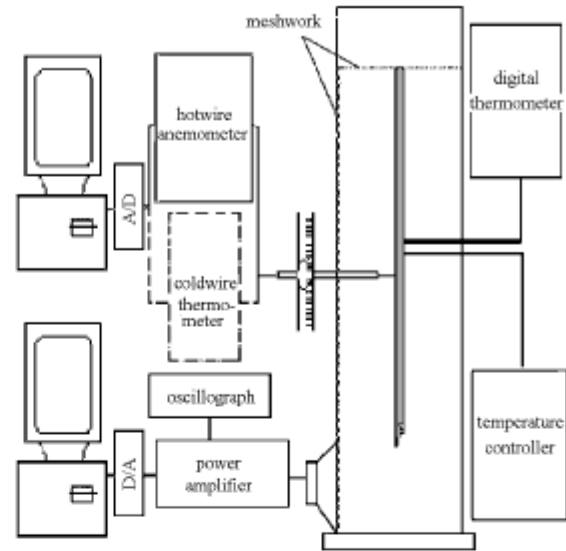


图 1 实验系统简图

Fig.1 Schematic diagram of experimental facilities

## 2 自然对流边界层的三重流动不稳定性

实验在很宽的 Grashof 数范围内 ( $40 < G < 800$ ), 对浮力、无摩擦和黏性不稳定波进行测量, 证明黏性不稳定波在转换过程中起主导作用. 在低 Grashof 数 ( $40 < G < 100$ ) 范围, 我们在温度和速度脉动的法向振幅分布中发现有 3 个峰值, 分别位于 3 种振型的临界层位置处. 无摩擦振型的临界层在拐点 ( $\eta = 1.8$ ) 处, 浮力振型在边界层平均速度剖面的最大速度点 ( $\eta = 1.0$ ) 处, 黏性振型位于近壁强剪切层 ( $\eta = 0.3$ ) 附近 (图 2). 浮力振型对应的温度脉动在边界层内最先失稳, 流向增长率出现两起两落 (图 3), 因而在中性曲线的低  $G$  区形成卵形区域 (图 4), 速度脉动至  $G > 60$  出现并单调增长 (图 3), 形成鼻型中性曲线 (图 4), 而无摩擦和黏性不稳定波在此范围内处于衰减状态<sup>[12]</sup>.

在  $G > 100$  时浮力振型基本消失, 温度和速度脉动的法向振幅分布曲线中只出现无摩擦和黏性振型的峰值 (图 2), 无摩擦振型失稳并迅速增长 (图 3), 至  $G \approx 170$  附近无摩擦不稳定波开始向湍流过渡<sup>[13]</sup>, 和浮力振型相似, 同样具有右边开口的温度和速度脉动中性曲线 (图 4).

在  $G > 170$  时, 无摩擦振型在振幅分布中消失 (图 2), 边界层外层开始湍流化, 但边界层内层黏性应力仍远远高于湍流应力<sup>[13]</sup>. 黏性振型开始失稳 (图 3), 在无量纲频率  $B = 0.5 \sim 6.0$ ,  $G = 170 \sim 800$  的很宽的范围得到拇指型中性曲线. 随  $G$  的增加, 黏性不稳定波的高频成分在中性曲线的上支位置处

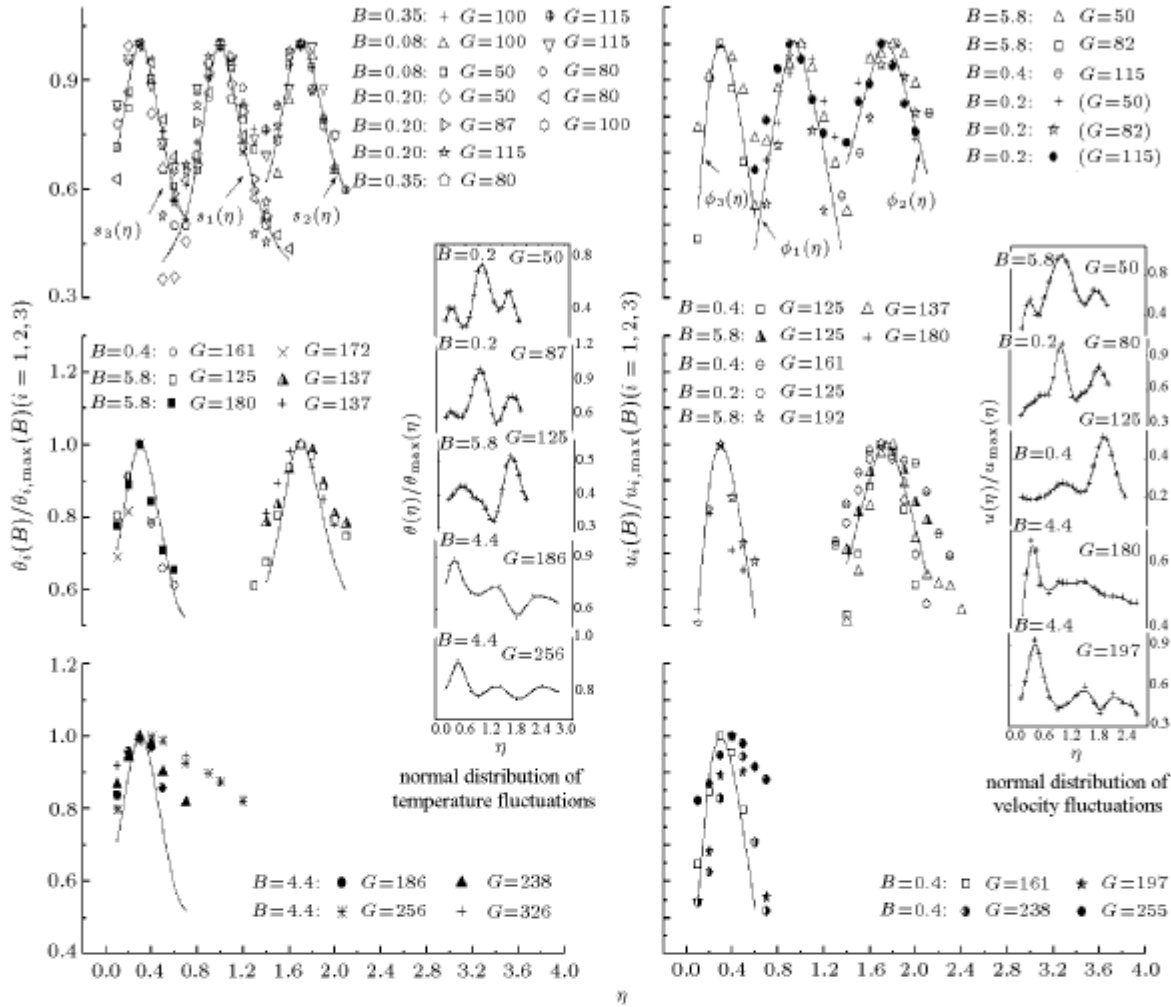


图 2 温度、速度脉动的法向振幅分布

Fig.2 Normal amplitude distribution of temperature and velocity fluctuation

破碎和湍流化并将部分能量转移到高阶亚谐波，逐级传递，直至第三阶亚谐波最终淹没在湍流成分中(图 4, 图 5).

### 3 自然对流边界层的热转捩

边界层平均速度剖面在  $G < 532$  时基本符合层流边界层的自模拟规律(图 6)，最大速度点和拐点分别在  $\eta = 1.0$  和  $\eta = 1.8$  处；在  $G > 700$  后最大速度点和拐点位置外移明显，边界层厚度逐渐增长，按 Mahajan 和 Gebhart 的定义应为热转捩的开始；至  $G > 900$  处平均速度剖面渐趋一致，最大速度点外移至  $\eta = 1.7 \sim 1.8$  处，拐点则外移至  $\eta = 3.0 \sim 4.0$  处，而边界层厚度增至  $\eta = 5.0 \sim 10.0$  处。

边界层失稳初期，湍流应力法向分布的峰值位于  $\eta = 1.0$  附近 [12]，随着无摩擦振型的失稳和非线性演化，外层湍流应力增长明显且峰值逐渐外移至

$\eta = 1.8$  附近(图 7)。但在边界层内层，直至黏性不稳定波失稳和非线性演化后，内临界层位置附近的湍流应力才明显超出当地的黏性应力。

实验发现，热转捩过程中在  $G \approx 800 \sim 900$  范围内在近壁区存在一个很强的湍流源，湍能产生项远高出边界层其它区域(图 8)。它的出现使得湍流应力(图 9)和近壁湍流热流率值(图 10)急剧增加到最大。在  $G > 900$  以后湍能产生项，湍流应力和近壁湍流热流率值下降，边界层中湍流强度分布逐渐向充分发展的自相似规律演化。

热转捩过程的另一重要标志是：近壁层的热流率迅速增加。在层流边界层时，近壁层的热流率以  $q = -k\partial T/\partial y$  为主，而热转捩开始后，近壁层主要为法向湍流热流率  $\rho c_p \bar{v}\theta$ 。近壁法向湍流热流率在  $G > 800$  后占据主导地位(图 10)。Nusselt 数  $Nu = qx/k(T_w - T_e)$  随  $GrPr$  数的变化关系表明了

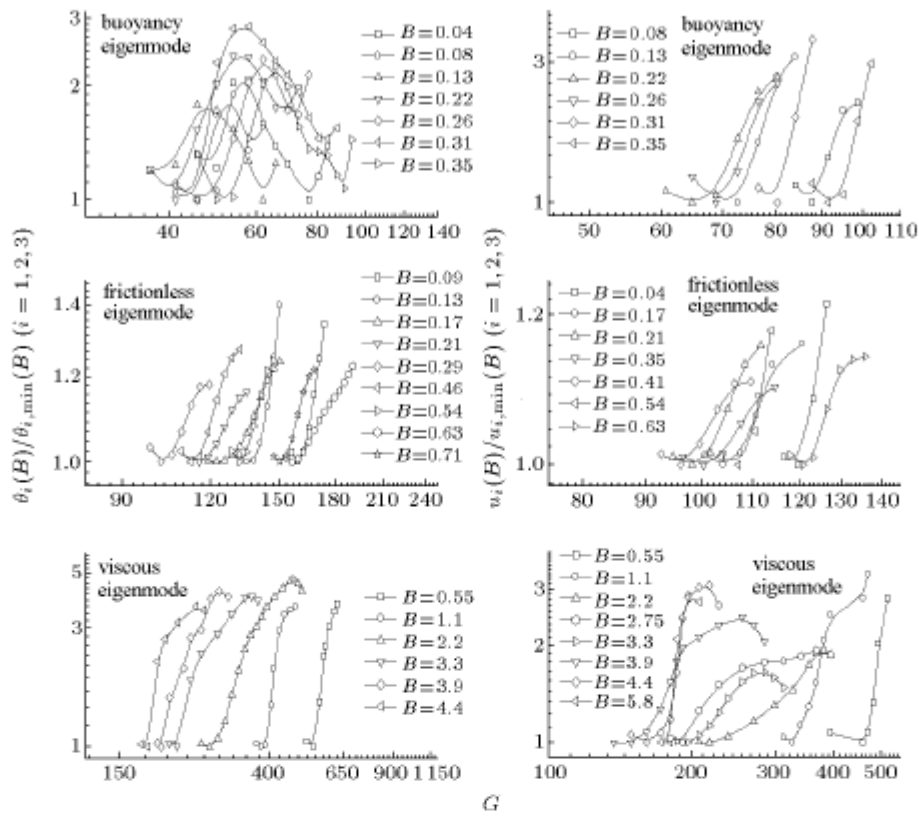


图 3 温度和速度脉动的流向增长率

Fig.3 Streamwise growth rate of temperature and velocity fluctuation

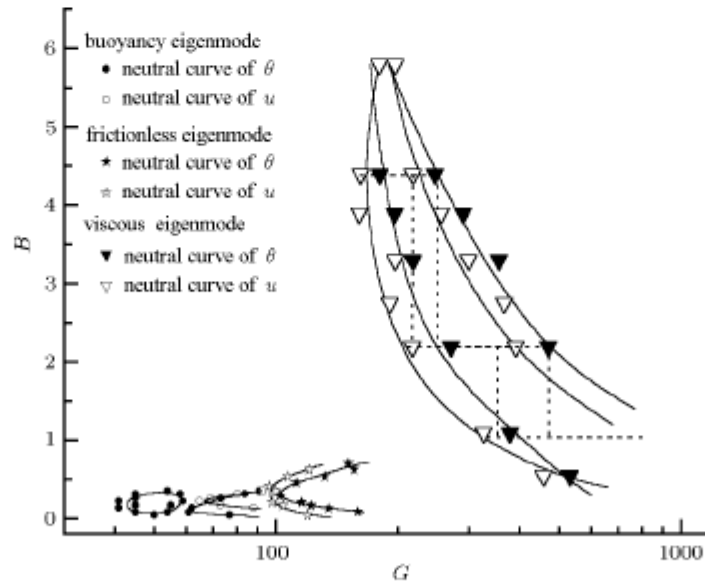


图 4 3 种不稳定性温度、速度脉动中性曲线

Fig.4 Neutral curves of temperature and velocity fluctuation for 3 instabilities

热转换过程开始和终止 (图 11), 其中  $GrPr < 7.0 \times 10^8 (G < 500)$  时与层流热传导规律相符<sup>[14]</sup>, 而  $GrPr > 8.0 \times 10^9 (G > 900)$  时与湍流热交换公式相近<sup>[15]</sup>.

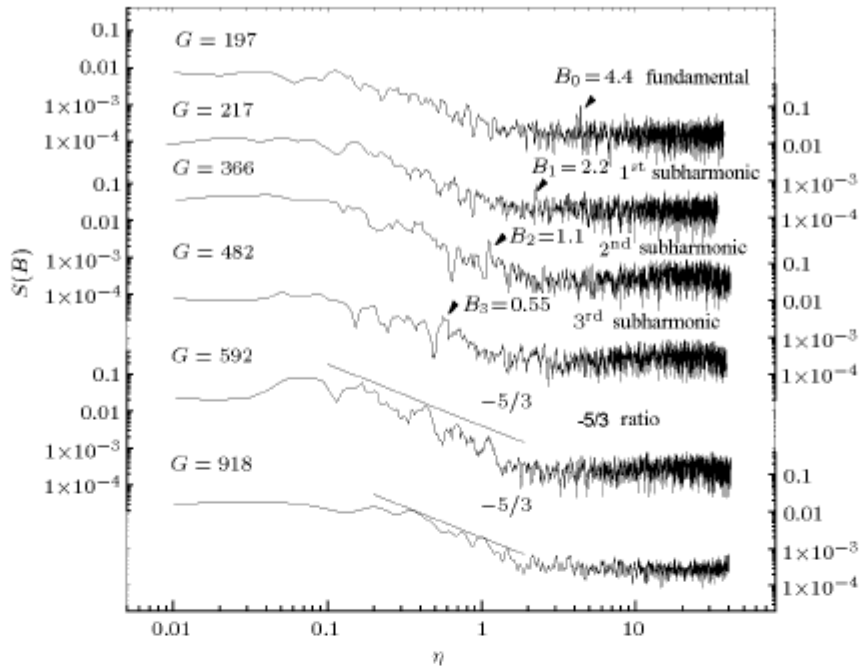


图 5 黏性不稳定波的流向演化规律

Fig.5 Streamwise evolution of viscous instability waves

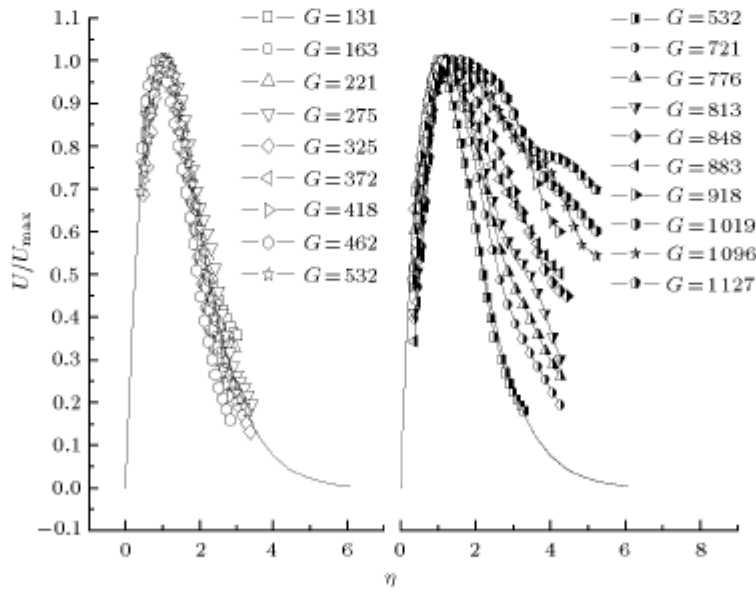


图 6 归一化平均速度剖面流向演化

Fig.6 Normalized average velocity distribution

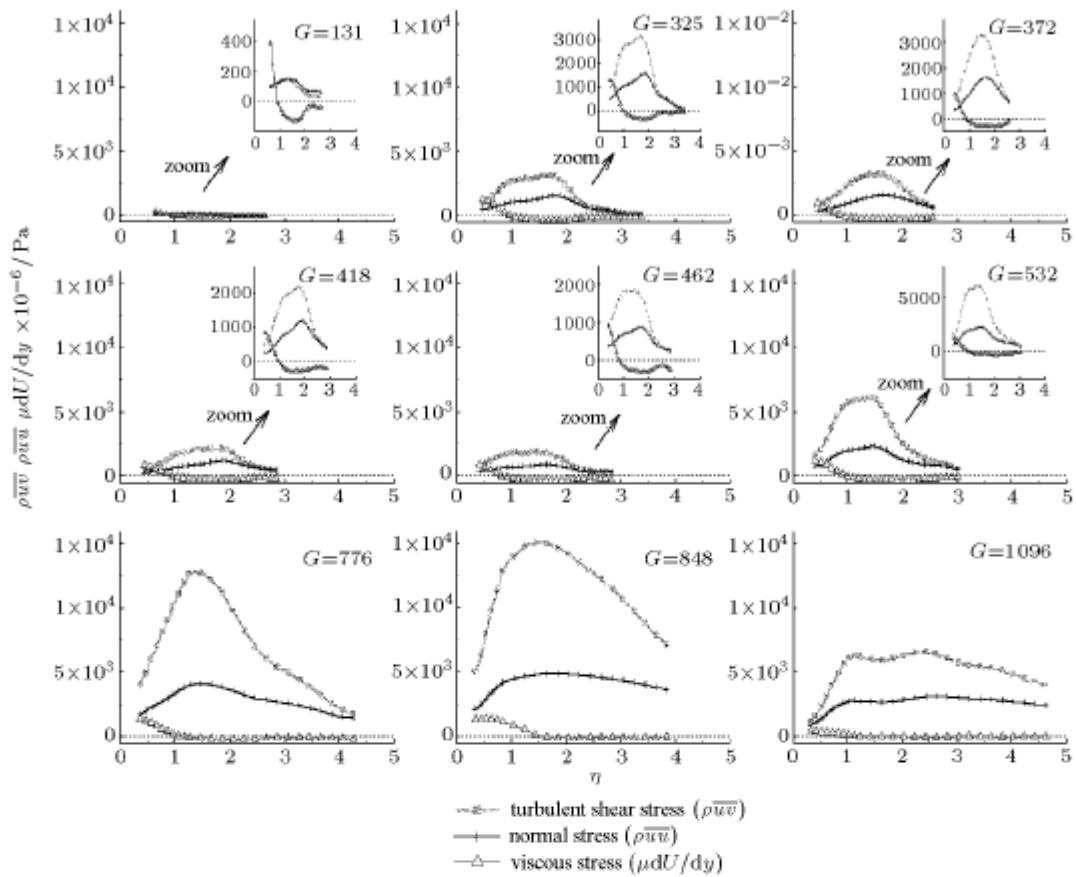


图 7 湍流剪应力、正应力和黏性应力的法向分布

Fig.7 Normal distribution of Reynolds, normal and viscous stress

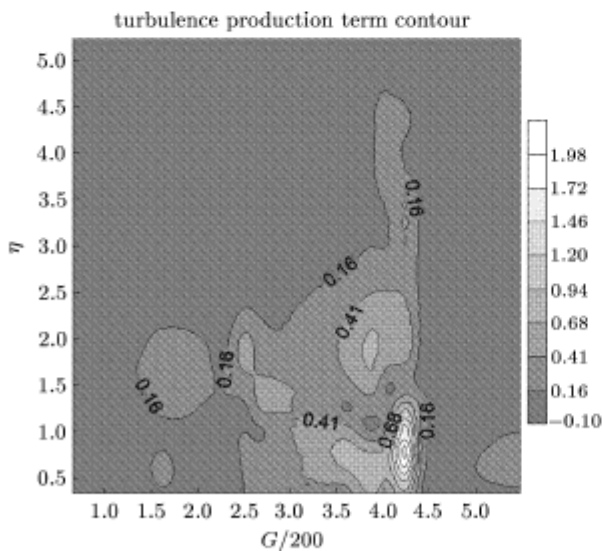


图 8 湍能产生项的流向演化规律

Fig.8 Evolution of turbulence energy production term

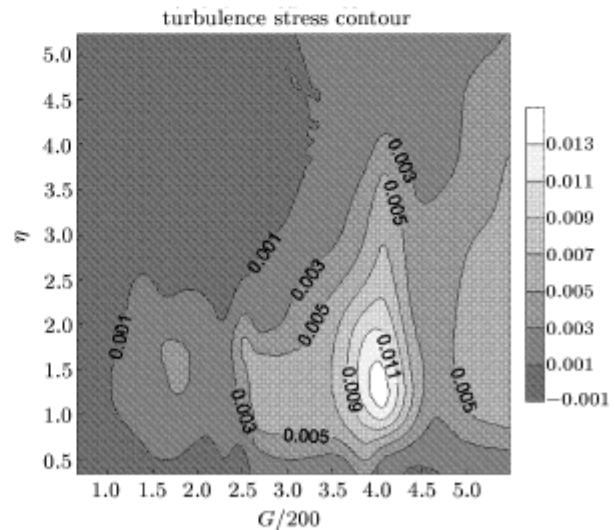


图 9 湍流应力的流向和法向演化规律

Fig.9 Streamwise and normal evolution of Reynolds stress

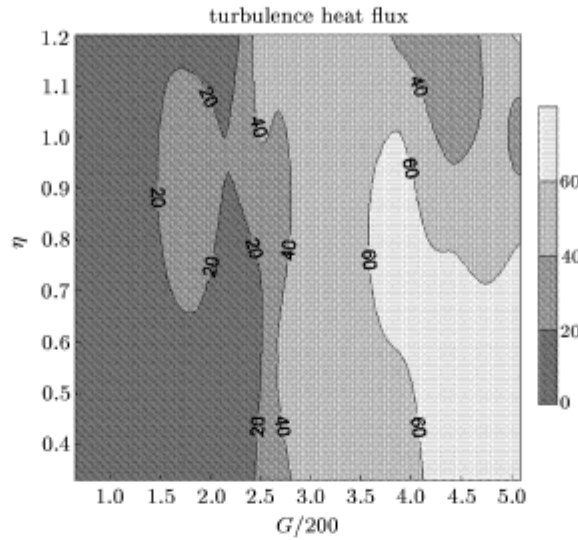


图 10 湍流热流率的流向和法向演化规律

Fig.10 Streamwise and normal evolution of turbulent heat flux

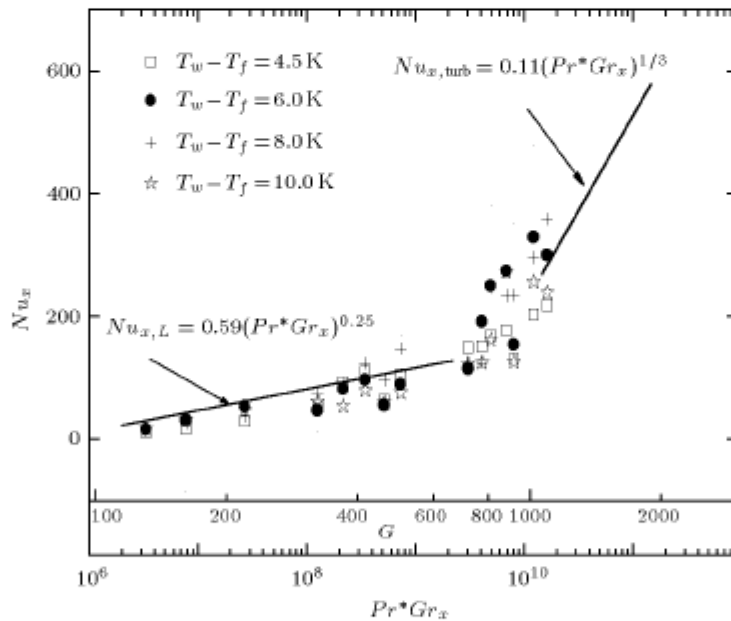


图 11 转换过程中  $Nu$  数和  $G$  数的演化规律

Fig.11 The evolution of  $Nu$  with  $G$  in the transition process

### 4 结 论

与一般边界层不同，自然对流边界层的稳定性问题具有三重振型。我们发现，在低 Grashof 数时它的法向振幅分布中在各自临界层位置出现了对应于浮力振型，无摩擦振型和黏性振型的 3 个尖峰。在  $G > 100$  时浮力振型的尖峰消失，振幅分布中只出

现对应无摩擦振型和黏性振型的尖峰，温度耦合作用的减弱使自然对流边界层的稳定性方程蜕变为四阶。在  $G > 170$  时只有对应于黏性振型的尖峰，方程蜕变为二阶。因而简单地用有温度耦合的六阶常微分方程组作为基本方程直接求解黏性振型的中性曲线不可能得到理想的结果。

黏性振型开始失稳时，边界层外层已开始湍流

化,然而在临界层附近的黏性应力仍远远大于湍流应力.我们发现,当黏性振型的基波或基频成分失稳后,随 Grashof 数的增加,在中性曲线上支位置处其破碎为湍流,同时有部分能量转移到高阶亚谐波,使第一亚谐波成分明显加强,逐级传递,最后到第三亚谐波.因而在黏性振型随 Grashof 数增加使高频成分逐渐湍流化时,其低频成分仍保持线性增长,直至临界层位置的湍流应力明显超出黏性应力时为止.这时平均速度剖面中拐点明显外移,近壁层湍流应力明显增长,黏性振型在振幅分布中的峰值消失.显然,单纯用低 Grashof 数的速度剖面无法对黏性振型的发展过程和中性曲线进行计算和分析.

由于黏性振型频带最宽,在流向发展中持续时间最长,它在近壁层逐渐积累了大量湍能并使湍流应力迅速增长,对转捩起着决定性的作用.我们发现,在黏性振型完成湍流化过程之后,在近壁层 Grashof 数变化范围不大的区域内出现湍能产生项极高的强湍流源,使湍流应力和湍流热流率迅速达到最大值.而在下游方向,湍能产生项和湍流应力明显减小,内外层湍流重新平衡,向充分发展湍流过渡.对于热转捩初期的强湍流源的各种物理特性,目前还未见详细报导和理论分析.它在工程应用中具有重要意义,对强湍流源直接进行控制有可能成为边界层控制中最有效的方法.

### 参 考 文 献

- Gebhart B, Jaluria Y, Mahajan T, et al. Buoyancy-induced Flows and Transport. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1988
- Szewczyk, Albin A. Stability and transition of the free-convection boundary layer along a vertical flat plate. *Int J Heat Mass Transfer*, 1962, 5: 903~914
- Kurtz EF, Crandall SH. Computer-aided analysis of hydrodynamic stability. *J Math Phys*, 1962, 41: 264~279
- Nachtsheim PR. Stability of free-convection boundary layer flows. NASA, TN D-2098. 1963
- Knowles CP, Gebhart B. The stability of the laminar natural convection boundary layer. *J Fluid Mech*, 1968, 34: 657~686
- Hieber CA, Gebhart B. Stability of vertical natural convection boundary layers: some numerical solutions. *J Fluid Mech*, 1971, 48: 625~646
- Eckert ERG, Soehngen E. Interferometric studies on the stability and transition to turbulence of a free convection boundary layer. In: Proc Gen Discuss Heat Transfer ASME-IME, Londres, 1951. 321~332
- Polymeropoulos CE, Gebhart B. Incipient instability in free convection laminar boundary layers. *J Fluid Mech*, 1967, 30: 225~239
- Yan DC, Tao JJ. An experimental research on the instability of natural convection boundary layer around a vertical heated flat plate. *Acta Mechanica Sinica*, 1999, 15(1): 1~7
- Yan DC, Zhang HX. Buoyancy instability in the natural convection boundary layer around a vertical heated flat plate. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, 18 (2): 126~132
- Mahajan RL, Gebhart B. An experimental determination of transition limits in a vertical natural convection flow adjacent to a surface. *J Fluid Mech*, 1979, 91: 131~164
- 颜大椿, 张汉勋. 竖直加热平板自然对流边界层的浮力不稳定性. 北京大学学报, 2001, 37(5): 652~657(Yan Dachun, Zhang Hanxun. Buoyancy instability in natural convection boundary layer around a vertical heated plate. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*, 2001, 37(5): 652~657 (in Chinese))
- 颜大椿, 张汉勋. 自然对流边界层非线性稳定性问题的实验研究. 北京大学学报, 2002, 38(1): 18~23(Yan Dachun, Zhang Hanxun. Experimental research on the nonlinear instability in natural convection boundary layer. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*, 2002, 38(1): 18~23 (in Chinese))
- McAdams WH. Heat Transmission. 3rd ed, New York: McGraw-Hill Book Company, 1954
- Warner CY, Arpaci VS. An experimental investigation of turbulent natural convection in air at low pressure along a vertical heated flat plate. *Int J Heat and Mass Transfer*, 1968, 11: 397~406



## ORIGIN OF TURBULENCE IN NATURAL CONVECTION BOUNDARY LAYER<sup>1)</sup>

Yan Dachun\* Zhang Hanxun\*\*

*\*(Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China)*

*\*\* (Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)*

**Abstract** Experiments indicated that the transition of the natural convection boundary layer from laminar to turbulent flow passed through a pre-transitional process with triple instabilities of buoyancy, frictionless, and viscous eigenmode dominating sequentially, and a thermal transition process where a strong turbulence-production source appeared rapidly at the near wall region before the beginning of the smooth evolution to self-similarity characterized turbulent boundary layer.

Buoyancy eigenmode became unstable and dominated while modified Grashof number  $G > 40$ , and 3 peaks corresponding to the triple-eigenmode appeared at their respective critical layer in the normal amplitude distribution of velocity and temperature fluctuations. Buoyancy eigenmode disappeared at  $G > 100$ , and the frictionless eigenmode became dominant with the viscous eigenmode peak still existed at the near-wall region in the normal amplitude distributions. While  $G > 170$ , weak turbulence emerged at the outer layer with the non-linearization of the frictionless eigenmode, but the viscous stress in the inner layer was still much higher than the turbulence stress therein, and the viscous peak was the only one existing in the normal amplitude distributions, in the spectra of the viscous eigenmode, its fundamental frequency, 1st, 2nd, and 3rd subharmonics appeared sequentially with the increasing of  $G$ , while the higher frequency components already became turbulent, the lower frequency components still kept growing linearly until the turbulent inertial subrange came into being.

Viscous eigenmode vanished at  $G > 800$ , then a strong turbulence-production source could be observed in the near-wall region at  $G = 850$ , and turbulent stress, turbulent energy production term, the near wall turbulent heat flux grew sharply. In the later stage of thermal transition, turbulent stress and turbulent energy production term dropped obviously and the flow equilibrated gradually at both inner and outer layer.

**Key words** natural convection boundary layer, buoyancy instability, frictionless instability, viscous instability, neutral curves, thermal transition

---

Received 2 May 2002, revised 22 August 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China(10072003).