

## 高架路匝道附近的交叉口交通流分析<sup>1)</sup>

戴世强\* 雷 丽\*† 董力耘\*

\* (上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

† (山东大学能源与动力工程学院, 济南 250061)

**摘要** 考虑高架路匝道附近的交叉口交通流问题, 所采用的模型是经修正的一维管流交通流模型, 在运动方程中引入了弛豫项。基于该模型, 对上海市内环线的武宁路匝道附近的交通流进行了案例分析, 着重对主干道上的右转车辆干扰效应进行了数值模拟, 所得结果与实测数据相当符合。分析表明, 右转车辆对主干道的“挤压”效应是引起某些交叉口交通堵塞的重要原因, 而设置在繁华路口的高架路匝道加剧了这种堵塞状况。

**关键词** 城市交通流, 弛豫项, 交叉口, 右转车辆, “挤压”效应

### 引 言

近年来, 由于汽车工业的蓬勃发展与道路建设的相对落后, 交通问题已经成为世界性矛盾, 许多大中城市的交通状况不容乐观: 事故频繁, 阻塞现象严重, 尤其是某些重要的交叉路口, 车辆流动不畅造成连环拥堵, 使交通状况极度恶化, 所造成的经济损失和环境污染问题十分严重<sup>[1~3]</sup>。近年来, 国内许多大中城市为了解决“交通难”问题, 投入了大量人力物力, 大搞市政建设, 其中最为常见的是兴建高速通行的高架路和环线。以上海市为例, 1994 年以来, 先后建成了内环线、南北、延安路以及逸仙、沪闵等多条高架路, 耗资数百亿元, 最近又在计划修建中环线及改造已建成的高架路。这些工程在一定程度上缓解了交通困难<sup>[4,5]</sup>。但是, 上海市目前仍存在“大动脉较为畅通, 微血管依然堵塞”的交通状况, 而且由于高架路的上下匝道设计不当, 往往带来新的交通阻塞问题<sup>[6]</sup>。图 1 为上海市内环线高架中山北路-武宁路下匝道处高峰时段拍摄到的交通情况。中山北路 (8 车道) 和武宁路 (6 车道) 是上海北区的交通干道, 交通流量相当大, 从图中可以看出, 内环线武宁路下匝道上的车辆排成“长龙”, 拥挤程度可见一斑。同时还可看到, 其相交道路 (武宁路) 上的右转弯车辆较多, 车流量较大。根据作者多次实测数据的分析, 在交通干道的交叉口, 由于车辆右转一般不受交通灯的限制, 一辆右转小轿车造成主干道车流在交叉点处滞留时间约为 2~4 s, 而右转大型客车造成的时耗则更长。因此, 分析右转



图 1 上海市内环线武宁路下匝道处的交通情况: 下匝道车辆排成长队, 交通处于拥堵状态; 相交道路上右转车辆连绵不断。  
(拍摄时间: 2002 年 4 月 24 日)

Fig.1 The traffic condition of Wuning Road off-ramp of the Inner Ring Freeway in Shanghai: vehicles from the off-ramp stopping in a queue, the intersecting road is full of successive right-turning cars. (Shooting time: April 24th, 2002)

车流对主干道的“挤压”干扰效应, 并提出相应对策, 对解决交叉口处的流出不畅问题具有非常重要的意义。

对上述下匝道及其附近的交叉口交通, 戴世强等<sup>[6]</sup>1998 年曾将其作为案例进行过分析, 所采用的模型是经改进的吴正一维管流模型<sup>[7,8]</sup>, 其中计及了正比于速度的阻尼项。时隔 4 年, 由于在内环线武宁路匝道的西边新建了金沙江路匝道, 交通状况略有改善; 而且我们发现文献<sup>[6]</sup>的模型尚有可改进之处, 因此我们决定重新解剖这只“麻雀”。本文在再次进行交通实测的基础上, 考虑主干道的绿灯周期内交叉口右转车流的影响, 并且计及车辆启动之

2002-12-03 收到第一稿, 2003-07-09 收到修改稿。

1) 国家自然科学基金资助项目 (19932020)。

后向平衡状态过渡和调节的弛豫过程, 对吴正的交通流“管道”模型作进一步改进, 建立了更适用于本问题的数学模型, 得到了与实测数据较为符合的数值模拟结果, 确认了右转车辆的上述“挤压”效应, 并以此为基础, 就匝道设置问题发表一些意见.

## 1 数学模型

交通流模型在交通系统的分析中起着重要作用, 近年来许多学者陆续提出了多种交通流模型, 而每种模型都存在着优越性及局限性, 因此, 至今尚不存在可用来分析、解释所有交通现象的普适模型<sup>[1~3]</sup>. 鉴于此, 针对一些具体的交通过程, 必须因地制宜地采用合理的数学模型来描述和分析, 才能获得满意的结果.

在实测中细致分析中山北路-武宁路交叉口的交通流, 直观地确认了武宁路右转车辆对交叉口直行交通的“挤压”效应. 然后, 选取内环线高架内侧下匝道的直行车道作为考察的车道, 研究在中山北路的绿灯周期内, 武宁路上的右转车辆对下匝道车流的影响. 将直行车道的交通比拟为一维管道内的流动, 基本方程组为(见文献[7,8])

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A)}{\partial x} &= S \\ \frac{\partial(\rho u A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 A)}{\partial x} + A \frac{\partial p}{\partial x} + \tau_w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为车流密度;  $A$  为车道数;  $u$  为车流速度;  $S$  为源(汇)项, 在入口匝道和出口匝道分别为正和负;  $\tau_w$  为车流经过单位面积路面时所受阻力的总和.

由于仅考虑下匝道直行车道所对应的单一车道, 故  $A = 1$ . 假设不考虑车流所受阻阻力, 即  $\tau_w = 0$ . 同时, 引入吴正<sup>[7,8]</sup>提出的气动力学压力比拟

$$p = c\rho^n = \frac{(n-1)^2}{4n} u_f^2 \rho_j^{1-n} \rho^n \quad (2)$$

其中,  $n$  为交通状态指数,  $u_f$  为车流畅行速度,  $\rho_j$  为车流的阻塞密度.

重新整理方程组(1)并化简, 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= S \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{(n-1)^2}{4} u_f^2 \left( \frac{\rho}{\rho_j} \right)^{n-1} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{uS}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由于本文中考察主干道绿灯周期内右转车流的影响, 所以在交通灯由红转绿后, 主干道上的排队

车辆启动, 由挤压状态以一定的速度扩散到畅行状态, 这种现象表现出车流向一定的平衡状态调节的过程, 即车流的弛豫性. 为此, 作者对吴正的一维管流交通模型进行修正, 在方程组(3)的运动方程中引入弛豫项  $\frac{u-u_e}{T}$ , 其中  $u_e$  为平衡速度, 它是车流密度的函数, 即  $u_e = u_e(\rho)$ ;  $T$  为司机调节车速的弛豫时间. 于是方程组(3)变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= S \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{(n-1)^2}{4} u_f^2 \left( \frac{\rho}{\rho_j} \right)^{n-1} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{uS}{\rho} - \frac{1}{T} [u - u_e(\rho)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对上述方程组进行离散, 有

$$\left. \begin{aligned} \rho_i^{k+1} &= \rho_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} u_i^k (\rho_{i-1}^k - \rho_i^k) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \rho_i^k (u_{i+1}^k - u_i^k) + \Delta t S_i^k \\ u_i^{k+1} &= u_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} u_i^k (u_{i-1}^k - u_i^k) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \frac{n_0-1}{2} u_f \right)^2 \left( \frac{\rho_i^k}{\rho_j} \right)^{n_0-1} \left( \frac{\rho_{i+1}^k}{\rho_i^k} - 1 \right) - \frac{\Delta t u_i^k S_i^k}{\rho_i^k} - \frac{\Delta t}{T} [u_i^k - u_e(\rho_i^k)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, 上标  $k$  表示时间步, 下标  $i$  表示空间步,  $\Delta t$  是时间步长,  $\Delta x$  是空间步长.  $u_f, \rho_j$  由参数辨识过程确定. 出于实际应用的考虑, 文中设  $n = n_0 = \text{const}$ , 由参数辨识来确定.

## 2 算例与计算结果分析

考察路段为中山北路-武宁路高架下匝道直行车道, 路段长 500m, 等距地分成 10 个网格, 时间步长取为 5s. 网格划分如图 2 所示. 由图 2 可以看出, 第 8 单元为交叉口, 将武宁路上右转车辆的流量产生率视为方程组(5)中的源项  $S$ , 因此除第 8 单元(交叉口段)外, 其余各单元  $S$  均为 0. 根据实测结果, 平均来说, 第 8 单元上的源项  $S = 0.0024 \text{ veh/m}\cdot\text{s}$  (veh 表示单位“辆”, 下同). 基于吴正<sup>[8]</sup>提出的参数辨识思想, 我们进行了相应的实测和辨识. 由于所考察的中山北路下匝道直行车道无左转车辆, 故布置测点如图 3 所示. 观测员 1 和 2 分别负责测取离开停车线  $dx$  处车辆的起动时间  $dt_k^m$  和车流的排队长度  $l_k^m$ , 选取  $dx = 60 \text{ m}$ ,  $dx$  除以  $dt_k^m$  记为  $a_k^m$ , 即为

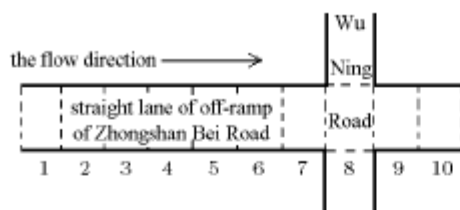


图 2 计算网格示意图

Fig.2 Space discretization of the straight lane

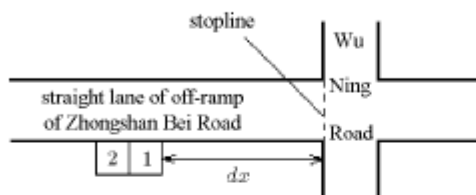


图 3 参数辨识测点分布图

Fig.3 Distribution of measured points for parameter identification

实测的第  $k$  次测量中的起动波速. 而利用  $l_k^m$ , 经理论公式可以计算出第  $k$  次测量中的起动波速  $a_k$ , 其计算式为

$$a_k = \frac{u_f}{2} [1 + \exp[-\beta(l_k^m - l_0)]] \quad (6)$$

其中,  $l_0$  是路段上的最小排队长度,  $\beta$  是有量纲的常数, 交通状态指数  $n_0$  与起动波速  $a_k$  之间存在如下关系:  $a_k = \frac{n_0 - 1}{2} u_f$ .

参数辨识需要有一个数据分析系统使得泛函  $J = \sum_{k=1}^{k^*} (a_k - a_k^m)^2$  达到极小值. 采集 50 组有效数据 ( $k^* = 50$ ), 然后以吴正测量到的参数作为初始值 ( $\beta = 0.02 \text{ m}^{-1}$ ,  $u_f = 6 \text{ m/s}$ ,  $l_0 = 40 \text{ m}$ ), 经过校正以后得到适用于该路段的参数值:  $u_f = 7 \text{ m/s}$ ,  $\rho_j = 0.24 \text{ veh/m}$ ,  $n_0 = 2.16$ .

选取  $T = 7 \text{ s}$ , 平衡速度密度关系采用如下形式<sup>[9]</sup>

$$u_e = u_f \left(1 - \frac{\rho}{\rho_j}\right) \quad (7)$$

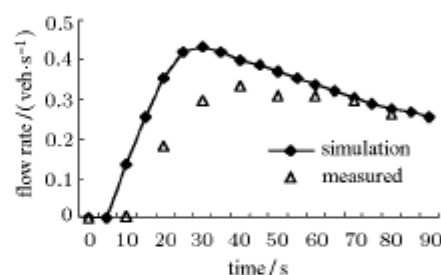
由于该文考虑中山北路绿灯周期内 (实测绿灯时间为 90 s) 武宁路上的右转车流所产生的影响, 在交通灯由红转绿时, 所考察的路段上的车辆呈不均匀分布. 初始条件由实测可得

$$\left. \begin{aligned} \rho(i, 0) &= 0.035 \text{ veh/m}, \quad u(i, 0) = 4 \text{ m/s} \\ 1 \leq i \leq 5, \quad 8 \leq i \leq 10 \\ \rho(i, 0) &= 0.24 \text{ veh/m}, \quad u(i, 0) = 0 \\ 6 \leq i \leq 7 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

边界条件也由实测确定为

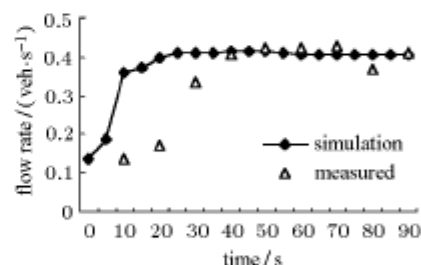
$$\left. \begin{aligned} \rho(1, k) &= 0.035 \text{ veh/m}, \quad u(1, k) = 4 \text{ m/s} \\ \rho(10, k) &= \rho(9, k), \quad u(10, k) = u(9, k) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

数值模拟结果与实测数据的比较如图 4 所示. 由图 4 可以看出, 采用上述模型和定解条件模拟得到的绿灯周期内第 6 单元和第 10 单元流量变化曲线与实测数据相当符合, 其符合程度优于文献 [6] 中的结果, 从而验证了本文模型的可靠性. 据作者分析, 模拟结果与实测数据仍然存在的差距是由于没有计及车辆变道效应以及第 8 单元源项的动态性.



(a) 第 6 单元

(a) The sixth cell



(b) 第 10 单元

(b) The tenth cell

图 4 数值模拟结果与实测数据的比较

Fig.4 The comparison between the numerical simulation results and the measured data

下面对右转车流所产生的源项  $S$  进行分析. 为了说明右转车辆对主干道的影响, 取  $S = 0.0024, 0.0036, 0.0012$  和 0, 分别对应着实测平均值、增大源项、减小源项和无源项干扰 4 种情况. 图 5 和图 6 给出了源项不同时车流密度在整个绿灯周期内的变化曲线, 其中图 5 为第 7 单元情况, 图 6 为第 8 单元情况. 由图可知, 在不改变其它参数的条件下, 仅变化源项数值, 第 7, 8 单元的密度值随着源项增大

而居高不下, 这表明当源项增大, 即驶入主干道的右转车辆数目增加时, 造成交叉口处 (即第 8 单元) 车辆密度增大, 从而影响到后续单元 (即第 7 单元) 的车辆行驶状态, 致使第 7 单元的车流密度也相应增加. 但是当源项为 0, 即无右转车辆进入主干道时, 第 7 和第 8 单元的密度值随着绿灯时间的延长而逐渐下降, 反映出红灯时的排队车辆在绿灯时段内逐渐疏散的过程.

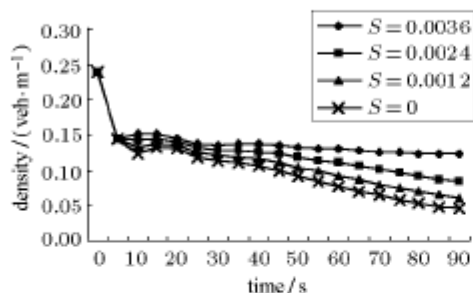


图 5 源项不同时第 7 单元密度变化图

Fig.5 Density of the seventh cell with different source term

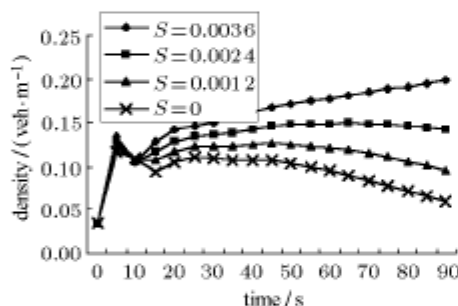


图 6 源项不同时第 8 单元的密度变化

Fig.6 Density of the eighth cell with different source term

图 7 给出了改变源项数值, 绿灯周期结束时各单元的密度分布情况. 由图可以看出, 当  $S$  为 0, 即无右转车辆时, 绿灯时段结束车流在整个路段上几乎呈均匀分布, 只是由于交叉口的其它因素影响而使 8~10 单元的密度略有上升. 当  $S = 0.0024$  时, 即考虑实测情况, 由于右转车辆影响, 车流密度在第 7 单元开始增大, 第 8~10 单元呈现出高密度状态, 整个路段上的密度分布很不均匀, 反映了右转车辆对主干道的“挤压”效应. 由于交叉口附近的单元均处于高密度区, 所以在有限的绿灯时段里, 极易造成车流不畅, 导致排队车辆的大量聚集, 从而出现图 1 所示的画面. 当  $S$  再增大时, 第 8 单元的密度急剧增加, 导致后面单元的密度也迅速增大, 而且随交通密度波的传播, 影响波及第 6 单元, 该单元的车流密度开始呈上升趋势. 因此, 可以预见, 随着这

种“挤压”效应的加剧, 交通状况会愈加恶化. 为了了解各单元的整体交通情况, 图 8 给出了源项  $S$  不同时车流密度的时空演化图. 采用相同的初边值条件和参数, 不同源项数值所得到的结果反映出右转车辆对主干道“挤压”干扰效应的大小. 源项  $S$  越大, “挤压”效应越明显.

通过上述分析可以看出, 右转车辆对主干道的“挤压”效应不容忽视, 尤其在两相交道路均为繁华干道的交叉口, 绿灯时段的较大出流持续受到相交道路上右转车辆的“挤压”, 可能会引起出流受阻, 导致交通状况的恶化.

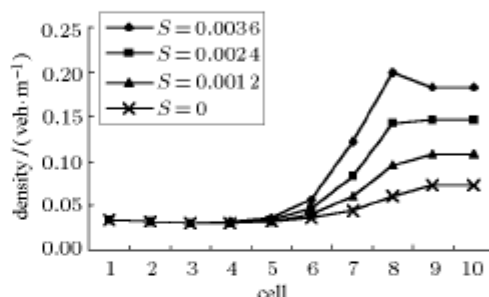
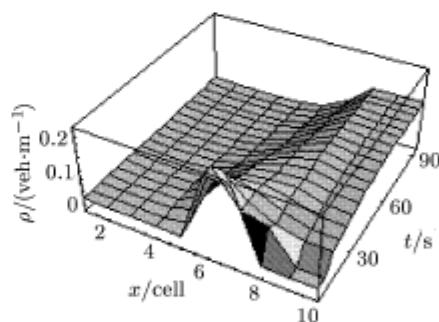
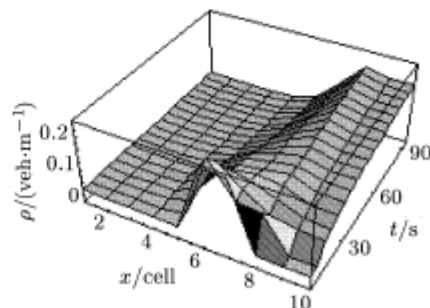


图 7 绿灯周期结束时各单元的密度分布

Fig.7 Density of all cells at the end of the green time



(a)  $S = 0.0024$



(b)  $S = 0.0036$

图 8 源项不同时车流密度的时空演化图

Fig.8 The evolution pattern of the vehicle density in space and time

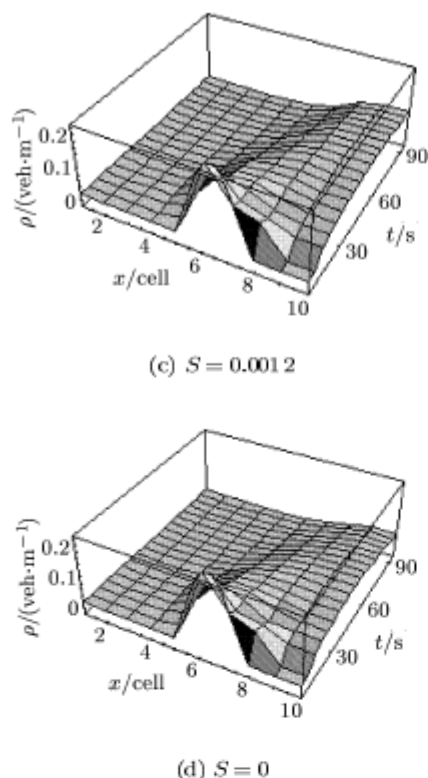


图 8 源项不同时车流密度的时空演化图(续)

Fig.8 The evolution pattern of the vehicle density in space and time (continued)

### 3 结 论

在一维管道流模型的基础上, 考虑车辆向平衡状态的调节过程, 在运动方程中引入弛豫项, 并采用不均匀分布的初始条件, 对主干道上的右转车辆干扰效应进行了数值模拟, 模拟结果与实测数据吻合较好. 从本文的计算结果来看, 右转车辆对主干道的“挤压”效应随着右转车辆的数目增多而加剧, 是导致某些交叉口出流不畅的重要原因. 所以在制定此类交叉口的交通管理措施时, 设立专用右转交通灯, 使主干道出流不会受到右转车辆的干扰, 不失为一种极佳的解决方案.

通过上述分析, 作者还认为, 由于在修建高架路时, 未考虑上下匝道设置的合理性, 是产生目前这种交叉口交通拥堵的根本原因. 就本案例而言, 武宁路是上海市北区的一条交通干道, 特别是沪宁高速公路通车以后, 它更成了苏南地区车辆进入上海市区的一条捷径, 交通量剧增, 在离这条交通干道的百米量级的距离处设置高架路的上下匝道肯定不是明智之举, 而匝道不通, 势必影响内环线的畅通, 1998 年之前, 高峰时段的排队车辆绵延数公里, 被

讥为“高架停车场”. 为了解决燃眉之急, 不得不在武宁路上游一公里处耗资上亿元, 修建了金沙江路匝道, 于是情况稍有改观, 但由图 1 中的照片可见, 内环线的这一路段, 车辆排队现象仍然十分严重. 据说, 市政部门正在考虑改造一些匝道, 例如有让武宁路下匝道往右打个弯的方案, 这样做又不知要多耗费多少资金! 从这个案例可以看到, 发展交通科学和进行交通预研的重要性, 但愿今后少发生这种“高架路遗憾”或“市政工程遗憾”.

### 参 考 文 献

- 1 Dirk Helbing. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Rev Mod Phys*, 2001, 73(4): 1067~1141
- 2 Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Phys Rept*, 2000, 329: 199~329
- 3 戴世强, 冯苏苇, 顾国庆. 交通流动力学: 它的内容、方法和意义. 自然杂志, 1997, 19(4): 196~201 (Dai Shiqiang, Feng Suwei, Gu Guoqing. Dynamics of traffic flow: Its content, methodology and intent. *Nature Magazine*, 1997, 19(4): 196~201(in Chinese))
- 4 张易谦. 上海市交通建设和展望. 见: 上海市交通工程学会主编. 畅达新世纪的城市交通——1999 上海市国际城市交通学术研讨会文集. 上海: 同济大学出版社, 1999. 216~220 (Zhang Yiqian. Progresses and prospects in traffic construction of Shanghai. In: Shanghai Association of Traffic Engineering eds. Unblocked Urban Traffic—Proceedings of 1999 Shanghai International Symposium on Urban Traffic. Shanghai: Tongji University Press, 1999. 216~220 (in Chinese))
- 5 孙立军, 胡家伦, 陈建阳等. 上海高架道路交通阻塞问题的 ITS 解决机遇. 2000 上海国际智能交通及管理技术研讨会论文集. 上海: 同济大学出版社, 2001. 19~23 (Sun Lijun, Hu Jialun, Chen Jianyang et al. The opportunities for ITS to mitigate the traffic problem at the Shanghai elevated road network. In: Proceedings of 2000 Shanghai International Symposium on Intelligent Traffic and Management. Shanghai: Tongji University Press, 2001. 19~23 (in Chinese))
- 6 东明, 戴世强. 地面交通流对高架匝道畅通度的影响. 见: 周连第, 邵维文, 张立翔主编. 第十三届水动力学研讨会文集. 北京: 海洋出版社, 1999. 202~208 (Dong Ming, Dai Shiqiang. Influence of ground traffic on expressway traffic flow. In: Zhou Liandi, Shao Weiwen, Zhang Lixiang, eds. Proceedings of the 13rd National Conference on Hydrodynamics. Beijing: Ocean Press, 1999. 202~208 (in Chinese))
- 7 吴正. 交通流的动力学模拟与测量方法. 复旦学报(自然科学版), 1991, 30(1): 111~117 (Wu Zheng. Traffic flow dynamic modeling. *Journal of Fudan University (Natural Science)*, 1991, 30(1): 111~117 (in Chinese))
- 8 吴正. 低速混合型城市交通的流体力学模型. 力学学报, 1994, 26(2): 149~157 (Wu Zheng. A fluid dynamics model for the low speed traffic systems. *Acta Mechanica Sinica*, 1994, 26(2): 149~157 (in Chinese))

9 冯苏苇. 低速混合型城市交通流的建模、实测与模拟. [博士学位论文]. 上海: 上海大学. 1997 (Feng Suwei. Mathematical modeling, field calibration and numerical simulation of low-

speed mixed traffic flow in cities. [Ph D Thesis]. Shanghai Shanghai University. 1997(in Chinese))

## ANALYSIS OF TRAFFIC FLOW AT INTERSECTIONS NEAR RAMPS OF OVERHANGING FREEWAYS<sup>1)</sup>

Dai Shiqiang\*   Lei Li\*,<sup>†</sup>   Dong Liyun\*

<sup>\*</sup>(*Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

<sup>†</sup>(*School of Energy and Power Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China*)

**Abstract** Traffic flow at the intersections near the ramps of overhanging freeways was analyzed in this paper. A modified 1-D pipe-flow model was established by introducing a relaxation term in the motion equation. Based on the model, a case study was conducted for the traffic flow at the crossing near the Wuning Road off-ramp of the Inner Ring Freeway in Shanghai City. Numerical simulation was performed with special attention to the disturbing effect of right-turning vehicles from the intersecting main road, the Wuning Road in this case. The obtained results agree quite well with observed data. The analysis shows that the “pin” effect of right-turning vehicles from the intersecting road is the principal cause of congested traffic at certain intersections, and the inappropriate design and construction of ramps in front of busy crossings enhances the congestion.

**Key words** urban traffic flow, relaxation term, intersection, right-turning vehicles, “pin” effect

---

Received 3 December 2002, revised 9 July 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19932020).