

安装固定气动翼板的大跨桥梁抖振分析¹⁾

刘 高 林家浩

王秀伟

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024) (石家庄铁道学院桥梁工程系, 石家庄 050043)

摘要 建立了安装固定气动翼板的大跨桥梁多模态耦合抖振分析框架, 推演了作用在整个桥梁-气动翼板系统上的抖振力和自激力的显式表达式, 考虑了多模态耦合效应. 基于有限元法, 作用在主梁-气动翼板系统上的抖振力转化为节点力, 进一步得到作用在整个桥梁上的抖振力并导出了其功率谱密度矩阵; 作用在主梁-气动翼板系统上的气弹自激力转化为节点力, 并将其表达为气弹刚度矩阵和气弹阻尼矩阵. 通过组集得到系统的运动方程, 然后运用虚拟激励法在频域计算系统的抖振响应. 以某大跨斜拉桥为例进行研究, 结果表明: 在主梁下方安装一对固定气动翼板后, 主梁的扭转角位移、角加速度以及侧向加速度响应能够得到有效控制.

关键词 大跨桥梁, 抖振, 气动翼板, 多模态耦合, 虚拟激励法

引 言

自 1940 年美国旧 Tacoma 桥因颤振失稳倒塌以来, 利用控制措施改善桥梁风致振动的研究已引起工程界广泛关注. 因气流主要通过主梁将能量输入振荡的桥梁结构, 所以通过改变主梁气动外形或在主梁上安装气动装置的气动措施, 是桥梁风振控制研究的一项重要课题^[1].

气动翼板是一种新型桥梁气动装置. 关于气动翼板的实验和理论研究在国内外已受到广泛关注^[1~3], 其有效性已得到风洞试验验证^[1,2]. 目前关于气动翼板的研究主要是针对桥梁颤振控制问题,

关于气动翼板对桥梁抖振控制问题的研究还有待进一步发展. 本文在研究固定气动翼板抑制桥梁颤振的基础上^[3], 进一步研究气动翼板对大跨桥梁抖振的影响.

1 作用在整个主梁单位长度上的抖振力

作用在整个主梁(含原主梁和气动翼板)上的气动力包括由脉动风激发的抖振力和由气弹相互作用产生的自激力, 如图 1 所示. 图 1 中, 下标“b”和“ae”分别表示抖振力和气弹自激力. 文献^[3]中已推演出了整个主梁单位长度上自激力的显式表达

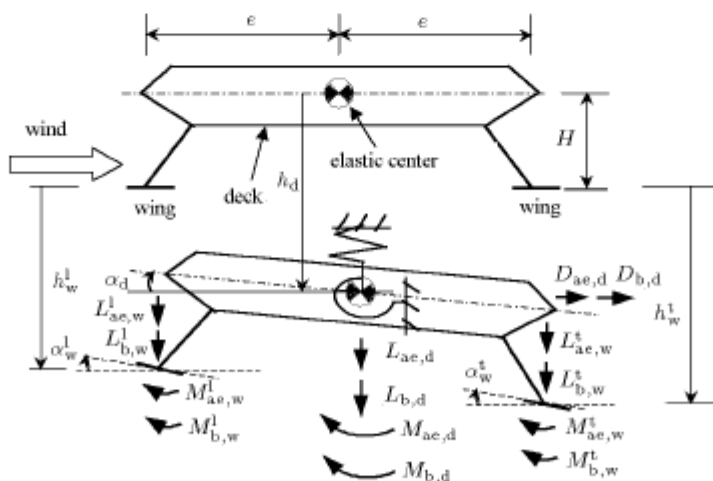


图 1 作用在整个气动截面上的自激力与抖振力

Fig.1 Aerodynamic forces on the cross section of the deck-wings system

2002-06-10 收到第一稿, 2003-06-16 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10072015) 和国家重点基础研究专项经费资助项目 (G1999032805).

式, 本文进一步推演安装固定气动翼板后整个主梁单位长度上抖振力的表达式. 作如下假定: 1) 两块翼板对称地安装在主梁截面的下方, 其沿桥轴线水平设置; 2) 翼板为宽度、厚度和质量均很小的刚性板 (例如翼板宽度通常取为主梁宽度的 1/10), 因此忽略其对桥梁动力特性的影响; 3) 翼板与主梁之间保持一定的距离 (这一距离主要与主梁绕流形态有关), 保证主梁与翼板的流场互不干扰; 4) 作用在翼板与主梁上的抖振力可以叠加, 均作用到主梁的弹性中心上. 安装固定气动翼板后, 作用在主梁和翼板单位长度上的抖振力 (如图 1 所示) 可描述为

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{b,d} \\ D_{b,d} \\ M_{b,d} \end{array} \right\} = E_d \left\{ \begin{array}{l} u_d(t) \\ w_d(t) \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$E_d = \frac{\rho U B_d}{2} \left[\begin{array}{cc} 2C_{L,d} \chi_{L,d}^u & \left(C'_{L,d} + \left(\frac{A_d}{B_d} \right) C_{D,d} \right) \chi_{L,d}^w \\ 2 \left(\frac{A_d}{B_d} \right) C_{D,d} \chi_{D,d}^u & 0 \\ 2B_d C_{M,d} \chi_{M,d}^u & B_d C'_{M,d} \chi_{M,d}^w \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{b,w}^1 \\ D_{b,w}^1 \\ M_{b,w}^1 \end{array} \right\} = E_w \left\{ \begin{array}{l} u_w^1(t) \\ w_w^1(t) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{b,w}^t \\ D_{b,w}^t \\ M_{b,w}^t \end{array} \right\} = E_w \left\{ \begin{array}{l} u_w^t(t) \\ w_w^t(t) \end{array} \right\}$$

$$E_w = \frac{\rho U B_w}{2} \left[\begin{array}{cc} 2C_{L,w} \chi_{L,w}^u & C'_{L,w} \chi_{L,w}^w \\ 0 & 0 \\ 2B_w C_{M,w} \chi_{M,w}^u & B_w C'_{M,w} \chi_{M,w}^w \end{array} \right] \quad (2)$$

式中, $L_{b,d}$, $D_{b,d}$ 和 $M_{b,d}$; $L_{b,w}^1$, $D_{b,w}^1$ 和 $M_{b,w}^1$; $L_{b,w}^t$, $D_{b,w}^t$ 和 $M_{b,w}^t$ 分别为作用在主梁、迎风侧翼板和背风侧翼板单位长度上的抖振力; $u_d(t)$ 和 $w_d(t)$; $u_w^1(t)$ 和 $w_w^1(t)$; $u_w^t(t)$ 和 $w_w^t(t)$ 分别为作用在主梁、迎风侧翼板和背风侧翼板上的水平顺风向和竖向脉动风速; ρ 为空气密度; B_d 为主梁宽度; B_w 为翼板宽度; U 为整个主梁高度处来流的平均风速; A_d 为与风速 U 垂直方向上的单位长度主梁投影面积; $C_{L,d}(\alpha)$,

$C_{D,d}(\alpha)$ 和 $C_{M,d}(\alpha)$; $C_{L,w}(\alpha)$, $C_{D,w}(\alpha)$ 和 $C_{M,w}(\alpha)$ 分别为主梁和翼板的空气静力系数; $(\gamma = d(\)/d\alpha)$, α 为平均风速 U 对主梁的攻角; $\chi_{L,d}^u$, $\chi_{L,d}^w$, $\chi_{D,d}^u$, $\chi_{D,d}^w$, $\chi_{M,d}^u$, $\chi_{M,d}^w$, $\chi_{L,w}^u$, $\chi_{L,w}^w$, $\chi_{M,w}^u$, $\chi_{M,w}^w$ 表示脉动风速与抖振力之间的气动传递函数, 其模的平方通常称为气动导纳函数^[4]; 下标“d”和“w”分别表示与主梁和翼板有关的参数; 上标“1”和“t”分别表示与迎风侧翼板和背风侧翼板有关的参数.

将作用在主梁与翼板上的抖振力叠加, 得作用在整个主梁上的合抖振力

$$\left\{ \begin{array}{l} L_b \\ D_b \\ M_b \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} L_{b,d} \\ D_{b,d} \\ M_{b,d} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} L_{b,w}^1 \\ D_{b,w}^1 \\ M_{b,w}^1 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} L_{b,w}^t \\ D_{b,w}^t \\ M_{b,w}^t \end{array} \right\} \quad (3)$$

2 作用在整个主梁上的等效节点抖振力及其谱密度矩阵

应用有限元法对整个桥梁进行有限元离散, 其中每个主梁单元包含原主梁、迎风侧翼板和背风侧翼板三个部分, 将作用在每个主梁单元上的抖振力集中到单元两端的节点上, 形成单元等效节点抖振力.

按图 2 所示坐标系, 通过组集可形成作用在整个主梁上的抖振力列向量

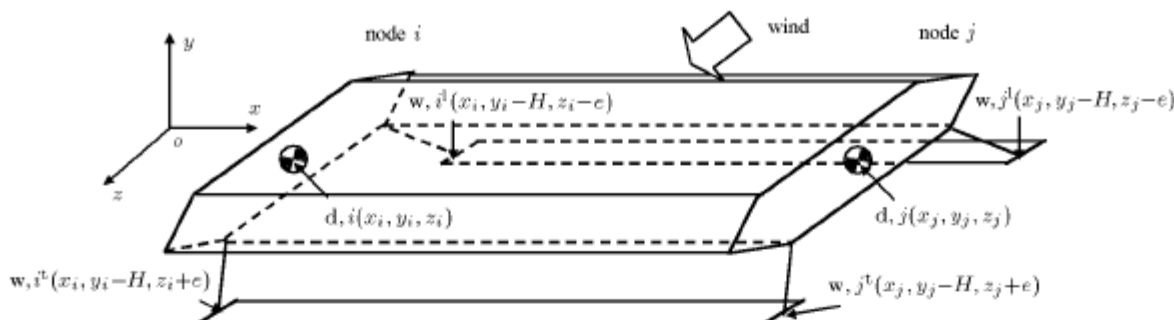
$$\mathbf{F}_{b,d}(t) = \{L_{b,1}(t) \ D_{b,1}(t) \ M_{b,1}(t) \dots L_{b,N_d}(t) \ D_{b,N_d}(t) \ M_{b,N_d}(t)\}^T \quad (4)$$

式中, $\{L_{b,i} \ D_{b,i} \ M_{b,i}\}$ 为作用在整个主梁第 i 节点上的抖振力; N_d 为主梁的节点总数. $\{L_{b,i} \ D_{b,i} \ M_{b,i}\}$ 的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{b,i} \\ D_{b,i} \\ M_{b,i} \end{array} \right\} = \mathbf{Q}_{d,i} \left\{ \begin{array}{l} u_{d,i}(t) \\ w_{d,i}(t) \end{array} \right\} + \mathbf{Q}_{w,i} \left(\left\{ \begin{array}{l} u_{w,i}^1(t) \\ w_{w,i}^1(t) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} u_{w,i}^t(t) \\ w_{w,i}^t(t) \end{array} \right\} \right) \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}_{d,i} = l_i \mathbf{E}_{d,i}, \quad \mathbf{Q}_{w,i} = l_i \mathbf{E}_{w,i} \quad (6)$$

式中, l_i 为与节点 i 相邻两主梁单元长度和的一半.

图 2 节点 i, j 处的整个主梁气动截面上主梁弹性中心与翼板形心坐标图示Fig.2 Coordinates of the elastic center of the deck and the wings at the node i and j

经推导, 得作用在整个主梁上抖振力的谱密度矩阵

$$S_{F_b, d F_b, d}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \cdots & S_{1N_d}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N_d 1}(\omega) & \cdots & S_{N_d N_d}(\omega) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, S_{ij} 表示节点 i, j 处整个主梁截面上主梁、迎风侧翼板和背风侧翼板弹性中心处 (见图 2) 脉动风速的互谱。考虑脉动风速的空间相关性, 经推演得 S_{ij} 的表达式为

$$S_{ij}(\omega) = (Q_{d,i} S_{\Delta} Q_{d,j}^T + Q_{w,i} S_{\Delta} Q_{w,j}^T + Q_{w,j} S_{\Delta} Q_{w,i}^T \exp(-f_1) + (Q_{d,i} S_{\Delta} Q_{w,i}^T + Q_{d,i} S_{\Delta} Q_{w,j}^T + Q_{w,i} S_{\Delta} Q_{d,j}^T + Q_{w,j} S_{\Delta} Q_{d,j}^T) \exp(-f_2) + (Q_{w,i} S_{\Delta} Q_{w,j}^T + Q_{w,j} S_{\Delta} Q_{w,i}^T) \exp(-f_3)) \quad (8)$$

$$S_{\Delta}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{uu}(\omega) & S_{uw}(\omega) \\ S_{wu}(\omega) & S_{ww}(\omega) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$f_1 = \{n[C_X|x_i - x_j| + C_Y|y_i - y_j| + C_Z|z_i - z_j|]\} / \{0.5[U(y_i) + U(y_j)]\} \quad (10a)$$

$$f_2 = \{n[C_X|x_i - x_j| + C_Y|y_i - y_j + H| + C_Z|z_i - z_j + e|]\} / \{0.5[U(y_i) + U(y_j)]\} \quad (10b)$$

$$f_3 = \{n[C_X|x_i - x_j| + C_Y|y_i - y_j| + C_Z|z_i - z_j + 2e|]\} / \{0.5[U(y_i) + U(y_j)]\} \quad (10c)$$

式中, S_{Δ} 为水平顺风向和竖向脉动风速的互谱矩阵; $\exp(-f_k)$ ($k = 1, 2, 3$) 为相干系数, 其中

$n = \omega/2\pi$ 为频率 (Hz); C_X , C_Y 和 C_Z 为衰减系数; H 和 e 的物理意义见图 1。

3 桥梁抖振分析

基于有限元法, 桥梁抖振运动方程可表达为

$$M_s \ddot{Y}(t) + C_s \dot{Y}(t) + K_s Y(t) = F_b(t) + F_{se}(t) \quad (11)$$

式中, M_s , C_s 和 K_s 分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵; $\ddot{Y}(t)$, $\dot{Y}(t)$ 和 $Y(t)$ 分别为结构节点的加速度、速度和位移列向量; $F_b(t)$ 和 $F_{se}(t)$ 分别为作用在整个桥梁上的抖振力和气弹自激力列向量, 其表达式分别为

$$F_b(t) = R_{bu} F_{b,d}(t) \quad (12a)$$

$$F_{se}(t) = K_{ae}(\omega, t) Y(t) + C_{ae}(\omega, t) \dot{Y}(t) \quad (12b)$$

式中, R_{bu} 是 $N \times 3N_d$ 阶转换矩阵, N 为整个结构的自由度总数; $C_{ae}(\omega, t)$ 和 $K_{ae}(\omega, t)$ 分别为气弹阻尼矩阵和气弹刚度矩阵, 其推导过程见文献 [3]。

将方程 (11) 投影到模态空间, 并将气弹自激力 $F_{se}(t)$ 移到方程左边, 经整理得

$$\bar{M} \ddot{Q}(t) + \bar{C} \dot{Q}(t) + \bar{K} Q(t) = \bar{F}_b(t) \quad (13)$$

式中, $\bar{M} = \Phi^T M_s \Phi$; $\bar{C} = \Phi^T (C_s - C_{ae}) \Phi$; $\bar{K} = \Phi^T (K_s - K_{ae}) \Phi$; Φ 为 $m \times m$ 阶桥梁结构模态振型矩阵, m 为参与计算的模态振型的阶数 ($m \ll N$); $Q(t)$ 为模态广义坐标列向量, $Q(t) = \{q_1(t) \cdots q_m(t)\}^T$; $\bar{F}_b(t) = \Phi^T F_b(t)$ 为广义抖振力列向量。

虚拟激励法是结构随机振动分析的高效算法 [5]。该方法能够自动考虑结构多模态耦合影响, 不但计算速度快, 而且理论上是精确的算法。将虚拟激励法应用于桥梁抖振响应 [6], 过程如下:

首先, 计算广义抖振力的谱密度矩阵

$$S_{F_b F_b}(\omega) = \Phi^T S_{F_b F_b}(\omega) \Phi \quad (14)$$

采用 Cholesky 法对抖振力谱矩阵进行分解, 得

$$\tilde{S}_{\tilde{F}_b \tilde{F}_b}(\omega) = \tilde{L}(\omega) \tilde{L}(\omega)^T \quad (15)$$

然后, 构造虚拟激励矩阵

$$\tilde{F}_b(\omega, t) = \tilde{L}(\omega) e^{i\omega t} \quad (16)$$

式中, 矩阵 $\tilde{F}_b(\omega, t)$ 由 m 个列向量组成, 其中每个列向量相当于一个确定性的简谐激励。

用 $\tilde{F}_b(\omega, t)$ 代替方程 (13) 右端的 $\tilde{F}_b(t)$, 求解结构的虚拟抖振位移响应矩阵

$$\tilde{Y}(\omega, t) = \Phi \bar{H}(i\omega) \tilde{L}(\omega) e^{i\omega t} \quad (17)$$

式中, $\bar{H}(i\omega)$ 为方程 (13) 的频响传递矩阵。

结构的抖振位移响应谱矩阵为

$$S_{YY}(\omega) = \tilde{Y}(\omega, t)^* \tilde{Y}(\omega, t)^T \quad (18)$$

式中, $(\cdot)^*$ 表示求共轭算子。

则结构抖振位移和加速度响应的均方根列向量分别为

$$\sigma_Y(t) = \sqrt{\int_0^\infty S_{YY}(\omega, t) d\omega} \quad (19a)$$

$$\sigma_{\ddot{Y}}(t) = \sqrt{\int_0^\infty \omega^4 S_{YY}(\omega, t) d\omega} \quad (19b)$$

式中, $S_Y(\omega)$ 是由 $S_{YY}(\omega)$ 的对角线元素组成的单边自谱密度列向量。

4 算 例

本文以南京第二长江大桥南汊桥为例进行研究。该桥为双塔五跨斜拉桥, 全长 1238 m, 跨径布置 (58.5+246.5+628+246.5+58.5) m。主梁为钢箱梁, 桥

面宽 37.2 m, 梁高 3.5 m; 桥塔为混凝土结构, 塔高 195.41 m; 每一个索面由 20 对索组成。桥面索距外跨为 12 m, 其余为 15 m。

本文研究主梁上安装和不安装固定气动翼板两种工况。安装固定气动翼板时, 翼板的布置见图 1, 翼板参数取为: $B_w = B_d/10 = 3.75$ m, $H = 7.5$ m, $e = B_d/2 = 18.6$ m。抖振分析中, 平均风速选用该桥的设计基准风速 $U = 40$ m/s, 风攻角取为 $\alpha = 0^\circ$ 。主梁的颤振导数、空气静力系数采用风洞试验实测结果 [7]; 翼板的颤振导数选用 Theodorsen 理论解, 翼板的空气静力系数 [8] 取为 $C_{L,w} = C_{M,w} = 0.0$, $C'_{L,w} = 2\pi$, $C'_{M,w} = \pi/2$ 。主梁和翼板的气动导纳函数均选用 Sear 函数, 抖振力谱矩阵中反映空间相关性的衰减系数取为 [8,9]: $C_X = 7$, $C_Y = 8$, $C_Z = 6.5$ 。选取结构前 40 阶模态, 各阶模态阻尼比均取为 0.5%。频率的有效积分范围取为 $\omega \in [1.02, 16.02]$ rad/s, 积分步长 $d\omega = 0.005$ rad/s。

在上述两种工况下, 运用本文方法计算南京二桥主梁的抖振响应。图 3 显示了在两种工况下, 主梁竖向、侧向线位移和扭转角位移均方根沿桥跨的分布。可以看出: 安装固定气动翼板后, 主梁竖向位移响应在主跨略有增加, 其中在主跨跨中处增加最大为 7.0% ($(\sigma_{\text{安装翼板}} - \sigma_{\text{不安装翼板}}) / \sigma_{\text{不安装翼板}}$), 在边跨变化不大; 主梁扭转角位移响应在主跨显著减小, 其中在主跨跨中处减小最大达 37.1%, 在边跨略有减小; 而主梁侧向位移除在边跨略有减小外, 其余部位变化不大。图 4 则显示了在两种工况下, 主梁竖向、侧向线加速度和扭转角加速度均方根沿桥跨的分布。可以看出: 安装固定气动翼板后, 主梁竖向加速度响应得到一定程度的控制, 但效果不很明显; 主梁侧向加速度和扭转角加速度响应在主跨均得到显著控制, 其中在主跨跨中处分别减小达 38.2% 和 60%。

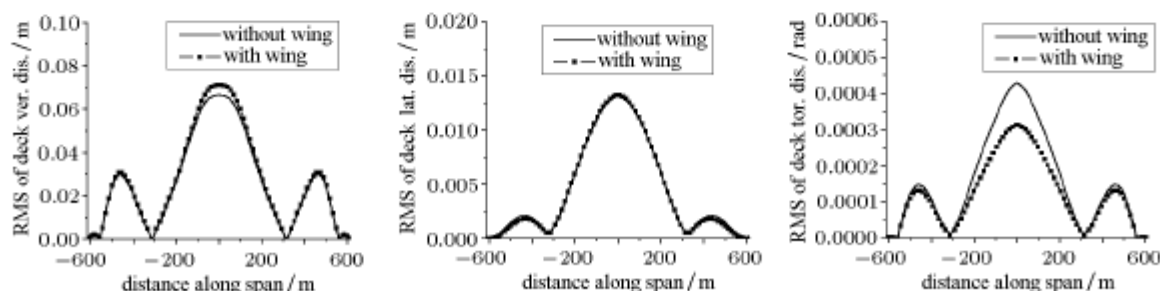


图 3 主梁竖向、侧向线位移和扭转角位移的标准差沿桥跨的分布

Fig.3 Variations of deck vertical, lateral, and torsional displacement responses along span

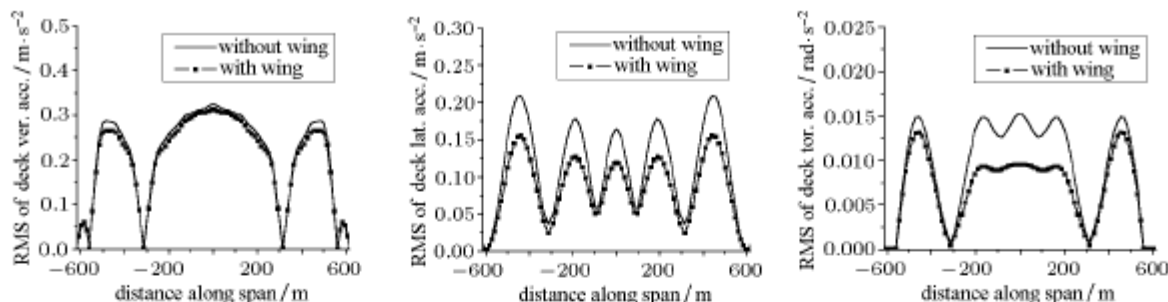


图4 主梁竖向、侧向线加速度和扭转角加速度的标准差沿桥跨的分布

Fig.4 Variations of vertical, lateral, and torsional acceleration responses of bridge deck along span

产生上述结果的原因在于：安装固定翼板后，作用在翼板上的气弹自激力能够为系统扭转和竖向运动提供气动阻尼，该气动阻尼将会抑制系统的扭转和竖向抖振响应^[3]。由于斜拉桥主梁侧弯模态与扭转模态存在强烈的耦合，因此安装固定翼板后，与主梁侧向运动有关的抖振响应也将得到一定程度的抑制。另一方面，因作用在翼板上的抖振力与作用在主梁上的抖振力同向，所以作用在翼板上的抖振力有使系统抖振响应增大的趋势。关于气动翼板抑制桥梁抖振的详细机理，还有待进一步深入研究。

5 结 论

基于有限元法，同时考虑作用在整个桥梁主梁上的非定常抖振力和自激力，建立了计入气动翼板效应的大跨桥梁抖振运动方程。然后，基于随机振动分析的高效算法——虚拟激励法，给出了计算桥梁抖振响应的分析过程。以某大跨斜拉桥为例进行了抖振研究，计算结果表明：安装固定翼板后：(1)主梁竖向位移响应略有增加，主梁侧向位移略有减小，而主梁扭转角位移响应得到显著抑制；(2)主梁竖向加速度响应得到一定程度的控制，主梁侧向加速度和扭转角加速度响应均得到显著抑制。上述结论是关于某一具体桥梁得出的，关于其它桥梁，尤其是大跨径悬索桥的研究需进一步开展。此外，关于主动气动翼板对大跨径桥梁抖振抑制的研究，也是今后需进一步开展的研究方向。

参 考 文 献

- 1 Fujino Y. Vibration, control and monitoring of long-span bridges-recent research, developments and practice in Japan. *Journal of Constructional Steel Research*, 2002, 58: 71~97
- 2 Zasso A, Cigada A, Negri S. Flutter derivatives identification through full bridge aeroelastic model transfer function analysis. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 1996, 60: 17~33
- 3 刘高. 主梁上方安装固定风板抑制悬索桥颤振的研究. 振动工程学报, 2001, 14(2): 140~144 (Liu Gao. The study of suppressing the flutter of a suspension bridge with stationary airfoils attached above the leading and trailing edges of the bridge deck. *Journal of Vibration Engineering*, 2001, 14(2): 140~144 (in Chinese))
- 4 Davenport AG. Buffeting of a suspension bridge by storm winds. *J Struct Division*, ASCE, 1962, 88(3): 233~268
- 5 Lin JH, Zhang WS, Li JJ. Structural responses to arbitrarily coherent stationary random excitations. *Computers & Structures*, 1994, 50: 629~633
- 6 Sun DK, Xu YL, Ko JM, Lin JH. Fully coupled buffeting analysis of long-span cable-supported bridges: Formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 228(3): 569~588
- 7 曹丰产, 项海帆, 陈艾荣. 桥梁断面的气动导数和颤振临界风速的数值计算. 空气动力学学报, 2000, 18(1): 26~33 (Cao Fengchan, Xiang Haifan, Chen Airong. Numerical assessment of aerodynamic derivatives and critical wind speed of flutter of bridge decks. *Acta Aerodynamic Sinica*, 2000, 18(1): 26~33 (in Chinese))
- 8 Dyrbye C, Hansen SO. *Wind Loads on Structures*. New York: John Wiley & Sons, 1996
- 9 Simiu E, Scanlan RH. *Wind Effects on Structures*. Third Edition. New York: John Wiley & Sons, 1996

COUPLED BUFFETING ANALYSIS OF LONG SPAN BRIDGES WITH STATIONARY AERODYNAMIC WINGS¹⁾

Liu Gao* Lin Jiahao* Wang Xiuwei**

**(State Key Laboratory of Structure Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)*

***(Department of Bridge Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China)*

Abstract A framework for coupled buffeting analysis of long span bridges with stationary aerodynamic wings is presented, in which the buffeting and aeroelastic forces on the whole deck-wings system are derived and both given in explicit forms, and the dynamic coupling between modes of vibration are taken into consideration. Based on the finite element method, the buffeting forces on the whole deck-wings system are converted into nodal forces to obtain a load vector on the entire bridge and the power spectral density matrix of the buffeting force vector is derived, the aeroelastic forces on the whole deck-wings system are converted into nodal forces and further expressed in terms of aeroelastic stiffness and damping matrices. After the system equation of motion is assembled, the pseudo excitation method is applied to execute the buffeting analysis of the system in the frequency domain. A long span cable-stayed bridge is taken as a case study, the results show that: the torsional buffeting displacement, the torsional and lateral acceleration responses can be controlled efficiently with a pair of stationary aerodynamic wings attached beneath both edges of the bridge deck.

Key words long span bridge, buffeting, aerodynamic wing, multi-mode coupling, pseudo-excitation method

Received 10 June 2002, revised 16 June 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10072015) and the National Special Fund for Key Basic Research (G1999032805).