粘着摩擦系数的分形几何研究 [1)]

陈大年*　S.T.S. Al-Hassani†　陈建平*　俞宇颖*　尹志华*

*(宁波大学力学与材料科学研究中心，宁波 315211)

†(Dept. of Mechanical Eng, UMIST, Manchester, M60 IQD, U. K.)

摘要 计及作用于接触斑点上的切向力，通过比较作用于接触斑点上的法向弹性载荷与法向塑性载荷，确定了区分弹性接触与塑性接触区域的临界接触斑点面积. 总的粘着摩擦系数被表示为弹性接触区与塑性接触区的粘着摩擦系数的组合. 假设屈服压力及局部粘着摩擦系数不依赖于接触斑点且等于塑性接触区中的平均值，则总的粘着摩擦系数可用简单的表达式描述. 分形几何参数及归一接触面积对于粘着摩擦系数的效应已通过算例表明，研究中，分别考虑了忽略与计及接触斑点的微粒间的相互作用，两种情况的结果完全不同.

关键词 粘着摩擦系数，分形几何，弹性变形，塑性变形

引　言

名义干燥滑移的摩擦是由于各种因素的组合引起的，其中包括接触斑点粘着效应、斑点微粒间的相互作用与变形、碎屑的作用与犁沟. Heilmann 和 Rigney[1] 发展了一种基于能量观点的摩擦模型，并得到了摩擦系数的方程，这种方程适用于估计不变形单微粒体在可发生塑性变形的阻块上滑移时所产生的摩擦系数 μ

$$\mu = \frac{A_c}{W}\tau' f\left(\frac{\tau_s}{\tau'}\right) \tag{1}$$

其中 W 为法向力，A_c 为真实的接触面积，τ' 为最终剪切应力，τ_s 为表面上的平均剪切应力. 令 $t = \frac{\tau_s}{\tau'}$，$f\left(\frac{\tau_s}{\tau'}\right) = f(t)$ 为

$$f(t) = \begin{cases} 1 - 2\cdot\dfrac{\ln(1+t) - t}{\ln(1-t^2)}, & t < 1 \\ 1, & t = 1 \end{cases} \tag{2}$$

对于一个摩擦体系的摩擦系数 μ, Zhang 等 [2] 提出了一般的方程

$$\mu = \sum_{i=1}^{N_1}\left(\frac{A_{i1}}{W}\right)\tau_1' f\left(\frac{\tau_{i1}}{\tau_1'}\right) + \sum_{i=1}^{N_2}\left(\frac{A_{i2}}{W}\right)\tau_2' f\left(\frac{\tau_{i2}}{\tau_2'}\right) \tag{3}$$

其中 "1" 和 "2" 表示两种材料，"i" 表示各别接触面积上的量. 为了确定平均的剪切应力 τ_{i1} 及 τ_{i2}，人们需要确定各别的表面剪切应力，包括由表面粘着、微粒相互制动、碎屑犁沟等引起的剪切应力. 显然，为了从机理上研究摩擦系数，各因素所起的作用应该分别考虑. 本文主要研究表面粘着效应所引起的摩擦系数. 应该看到的是，如果仅考虑表面粘着因素且令平均剪切应力 τ_s 趋于最终剪切应力 τ'，方程 (1) 及 (3) 分别简化为

$$\mu_A = \frac{A_c}{W}\tau_s \tag{4}$$

及

$$\mu_A = \sum_{i=1}^{N_1}\frac{A_{i1}}{W}\tau_1' + \sum_{i=1}^{N_2}\frac{A_{i2}}{W}\tau_2' \tag{5}$$

方程 (4) 和 (5) 与 Bowden 和 Tabor[3] 的原始处理是一致的.

另一方面，分形几何作为一种工具用于表征表面构形已引起注意 [4~6]，Majumdar 和 Bhushan[6] 建立了粗糙表面间弹塑性接触的分形模型. 此模型对于低载荷情况是有效的，对于高载荷情况并不适用，因为此模型忽略了接触斑点间的相互作用.

本文按 Bowden 和 Tabor 的原始处理，采用分形几何方法研究粘着摩擦系数. 总的粘着摩擦系数被表示为弹性及塑性区中的粘着摩擦系数之组合. 计及作用于接触斑点上的切向力，通过比较法向弹性载荷与法向塑性载荷，确定区分弹性与塑性接触区的临界接触斑点面积. 假设屈服压力及局部粘着

2001–12–29 收到第一稿，2002–07–12 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (19972028) 和浙江省自然科学基金资助项目 (101007).

摩擦系数不依赖于接触斑点，并且等于塑性接触区域的平均值，则总的粘着摩擦系数可用简单的表达式描述. 分形几何参数和归一接触面积对于粘着摩擦系数的效应已通过算例表明. 研究中，分别考虑了忽略与计及接触斑点的微粒间的相互作用，两种情况的结果完全不同.

1　粘着摩擦理论与弹塑性的接触斑点区

按 Bowden 和 Tabor 原始处理，粘着摩擦系数 μ_A 被定义为

$$\mu_A = \frac{A_c s}{W} \tag{6}$$

其中 s 为表面粘着的剪切应力，W 为作用于表面的法向载荷，真实接触面积 A_c 为

$$A_c = W/p \tag{7}$$

其中 p 为法向应力.

表面变形的模式通常涉及弹性和塑性效应的组合，总的真实接触面积 A_c 可使为弹性接触面积 A_{ce} 与塑性接触面积 A_{cp} 之和

$$A_c = A_{ce} + A_{cp} \tag{8}$$

首先，我们考虑弹性接触区，A_{ce} 为各别弹性接触斑点面积 a 之累加，即

$$A_{ce} = \int_{a_{e1}}^{a_{e2}} n(a) a \mathrm{d}a \tag{9}$$

其中 $n(a)$ 为接触斑点的面积分布，a_{e2}, a_{e1} 分别为弹性接触区域最大与最小的斑点面积. 在接触斑点 a 表面上的剪切应力分布 $\tau_{ae}(r)$ 可用 Hertzian 理论给出

$$\tau_{ae}(r) = \frac{1}{2}\left|\sigma_r - \sigma_\theta\right| = \frac{3W_{ae}(a)}{2\pi r_m^2}\left\{\frac{(1-2\nu)}{3}(r_m^2/r^2)\cdot\right.$$
$$\left[1-\left(1-\frac{r^2}{r_m^2}\right)^{3/2}\right] - \frac{1}{2}\left(1-\frac{r^2}{r_m^2}\right)^{1/2} +$$
$$\left.\nu\left(1-\frac{r^2}{r_m^2}\right)^{1/2}\right\} \tag{10}$$

其中 $W_{ae}(a)$ 为作用于弹性接触斑点 a 上的法向载荷，ν 为泊松比，σ_r 及 σ_θ 分别为接触表面区域 $r \le r_m$ 上，r 方向及 θ 方向的正应力，在此，我们对弹性接触斑点 a，选择一种代表性的剪切应力 $\tau_e(a)$，它是接触斑点边缘上的剪切应力.

$$\tau_e(a) = \frac{1-2\nu}{2a} W_{ae}(a) \tag{11}$$

如果各别弹性接触斑点的泊松比 ν 均一样，则弹性接触区域的粘着摩擦系数 μ_{Ae} 能被表示为

$$\mu_{Ae} = \frac{1-2\nu}{2} \tag{12}$$

事实上，Cattaneo[7] 已经指出，对于 Hertzian 接触，完全的粘着解意味着在接触面边缘上的奇异粘着力. Ciavarella[8] 假设在接触面的边缘上，发生滑移，并寻求具有有限摩擦的接触问题解. 最近，Jäger[9] 发表了有关 Cattaneo-Mindlin 通则的评论，提出了弹性摩擦的 Jäger 理论. 在此，我们对于 Cattaneo 问题不作讨论.

现在，我们考虑塑性接触区域. 接触面积 A_{cp} 同样是各别塑性接触斑点面积 a 的累积

$$A_{cp} = \int_{a_{p1}}^{a_{p2}} n(a) a \mathrm{d}a \tag{13}$$

其中 a_{p2}, a_{p1} 分别为塑性接触区域最大与最小的斑点面积.

按照 Tabor[10] 假设，当法向应力 p 和剪切应力 s 满足如下关系时，塑性流动将发生

$$p^2 + \gamma s^2 = p_m^2 \tag{14}$$

其中 p_m 为屈服压力，也就是发生塑性接触的平均正应力，与屈服应力的关系下文将提到. γ 为实验确定的常数，其值介于 3 与 25 之间.

把方程 (14) 代入相应的方程 (6)，得到塑性接触区域中的粘着摩擦系数 μ_{Ap}

$$\mu_{Ap} = \frac{k}{\sqrt{p_m^2 - \gamma k^2}} \tag{15}$$

其中 k 和 p_m 分别为塑性接触区域中的平均剪切流动应力和平均屈服压力.

因此，总的粘着摩擦系数 μ_A 可以被表示为

$$\mu_A = \left(\mu_{Ae}\int_{a_{e1}}^{a_{e2}} W_{ae}(a) n(a) \mathrm{d}a + \right.$$
$$\left.\mu_{Ap}\int_{a_{p1}}^{a_{p2}} W_{ap}(a) n(a) \mathrm{d}a\right) \Big/$$
$$\left(\int_{a_{e1}}^{a_{e2}} W_{ae}(a) n(a) \mathrm{d}a + \right.$$
$$\left.\int_{a_{p1}}^{a_{p2}} W_{ap}(a) n(a) \mathrm{d}a\right) \tag{16}$$

其中 $W_{ap}(a)$ 为作用于塑性接触斑点 a 上的法向载荷.

2 用分形几何描述的粘着摩擦系数

我们假设，Tabor 的微粒作用与接合点增长模型能够被应用于单个塑性接触斑点，并且定义 μ_{ap} 为局部粘着摩擦系数

$$\mu_{ap}=\Big(\frac{k}{\sqrt{p_m^2-\gamma k^2}}\Big)_a \tag{17}$$

在此与以后表达式中的下标 "a" 表示对塑性接触斑点 a 而言．已经发现，屈服压力 p_m 是表面以下深度的函数．这意味着，p_m 和 μ_{ap} 都是接触斑点的函数．

按粘着摩擦理论，有如下关系

$$(s)_a=\mu_{ap}(p)_a \tag{18}$$

把方程 (18) 代入相应的方程 (14)，得到

$$(p)_a=\frac{(p_m)_a}{(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}} \tag{19}$$

当接触斑点处于弹性变形时，接触斑点上的法向弹性载荷 $W_{ae}(a)$ 由 Hertizian 理论给定

$$W_{ae}(a)=\frac{4Ea^{3/2}}{3\pi^{3/2}R} \tag{20}$$

其中 E 为 Hertzian 分析的组合弹性模量，R 为接触斑点微粒顶部的曲率半径．

Majumdar 和 Bhushan[6] 已给出如下的曲率半径 R 的表达式

$$R=\frac{a^{D/2}}{\pi^2G^{D-1}} \tag{21}$$

其中 D 为分形维数，G 为表面的一种特征长度．

方程 (21) 代入方程 (20) 得到

$$W_{ae}(a)=\frac{4\sqrt{\pi}EG^{D-1}a^{(3-D)/2}}{3} \tag{22}$$

这样，如果接触斑点处于弹性变形，则

$$\frac{4\sqrt{\pi}EG^{D-1}a^{(1-D)/2}}{3}<\frac{(p_m)_a}{(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}} \tag{23}$$

由方程 (23) 可以确定处于塑性接触的接触斑点的范围．区分弹性与塑性区域的临界面积 a_c，由此求出

$$a_c=\frac{G^2}{\Big[\dfrac{3(p_m)_a}{4\sqrt{\pi}E(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}}\Big]^{2/(D-1)}} \tag{24}$$

如果 $a>a_c$，接触斑点处于弹性变形状态，此时接触斑点上的弹性载荷 $W_{ae}(a)$ 由方程 (22) 确定．

如果 $a<a_c$，那么接触斑点处于塑性变形状态，接触斑点上的载荷为

$$W_{ap}(a)=\frac{(p_m)_a a}{(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}} \tag{25}$$

因此，方程 (16) 能被写为

$$\mu_A=\Big[\frac{1-2\nu}{2}\int_{a_c}^{a_l}\frac{4\sqrt{\pi}EG^{D-1}a^{(3-D)/2}}{3}n(a)\mathrm{d}a+\mu_{Ap}\int_{a_s}^{a_c}\frac{(p_m)_a}{(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}}\cdot an(a)\mathrm{d}a\Big]\Big/W \tag{26}$$

其中

$$W=\int_{a_c}^{a_l}\frac{4\sqrt{\pi}EG^{D-1}a^{(3-D)/2}}{3}n(a)\mathrm{d}a+\int_{a_s}^{a_c}\frac{(p_m)_a}{(1+\gamma_a\mu_{ap}^2)^{1/2}}\cdot an(a)\mathrm{d}a \tag{27}$$

a_l 和 a_s 分别为最大和最小接触斑点的面积．

接触斑点的面积分布函数 $n(a)$ 可给定为 [6]

$$n(a)=\frac{D}{2}\frac{a_l^{D/2}}{a^{(D/2+1)}} \tag{28}$$

真实接触面积 A_c 为

$$A_c=\int_0^{a_l}n(a)a\mathrm{d}a=\frac{D}{2-D}a_l \tag{29}$$

如果已知接触斑点区的 $(p_m)_a$，γ_a 及 μ_{ap} 随斑点而改变的函数关系，那么容易代入方程 (26) 及 (27)，估算总的粘着摩擦系数 μ_A．为简单计，让我们来考虑 $(p_m)_a$，γ_a 及 μ_{ap} 不依赖于接触斑点且等于塑性接触区中相应平均值的情况，此时，可以用简单的表达式给出粘着摩擦系数．

$$\mu_A=\begin{cases}\Big(\dfrac{1-2\nu}{2}W_e+\dfrac{k}{p_m}W_p\Big)\Big/\Big(W_e+\dfrac{(p_m^2-\gamma k^2)^{1/2}}{p_m}W_p\Big), & a_l>a_c\\ \dfrac{k}{(p_m^2-\gamma k^2)^{1/2}}, & a_l<a_c\end{cases} \tag{30}$$

其中

$$W_e=A_aE\cdot\frac{4\sqrt{\pi}}{3}(G^*)^{D-1}\frac{D}{(3-2D)}\Big(\frac{2-D}{D}\Big)^{D/2}\cdot(A_c^*)^{D/2}\Big[\Big(\frac{(2-D)A_c^*}{D}\Big)^{(3-2D)/2}-(a_c^*)^{(3-2D)/2}\Big] \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned} W_p &= p_m\Big(\frac{D}{2-D}\Big)^{(2-D)/2}\cdot(A_c^*)^{D/2}\cdot \\ &\quad (a_c^*)^{(2-D)/2}\cdot A_a \\ A_c^* &= A_c/A_a\,, \qquad a_c^* = a_c/A_a \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

$$G^* = G/\sqrt{A_a} = G\big[(2-D)A_c^*/Da_l\big]^{1/2} \tag{33}$$

A_a 为名义的接触面积，载荷 W_e 和 W_p 的表达式采用文献 [6] 的形式.

3　分形几何参数及归一接触面积对于粘着摩擦系数的效应

如果采用 Tresca 屈服条件，剪切流动应力 k 为

$$k = 0.5\sigma_y \tag{34}$$

其中 σ_y 为简单拉伸或压缩的屈服应力.

在忽略接触斑点相互作用的情况下，屈服压力 p_m 与屈服应力 σ_y 的关系为

$$p_m = K\sigma_y \tag{35}$$

对于刚塑性材料，在发生完全塑性变形的条件下

$$K = 2.8 \sim 3.0 \tag{36}$$

Pullen 和 Williamson[11] 研究了接触斑点的微粒间的相互作用，发现屈服压力 p_m 按如下关系变化

$$p_m = \frac{\sigma_y}{1-A_c^*} \tag{37}$$

如果最大的接触斑点面积 a_l 大于临界面积 a_c ，那么方程 (37) 应以下式替代

$$p_m = \frac{\sigma_y}{1-A_{cp}^*} \tag{38}$$

其中 A_{cp}^* 可以如下估算

$$A_{cp}^* = \frac{D}{2-D}(a_l^*)^{D/2}(a_c^*)^{(2-D)/2} \tag{39}$$

其中 $a_l^* = a_l/A_a$.

为了研究粘着摩擦系数 μ_A 如何受分形几何参数及归一的接触面积的影响，一些参数被选取，对于钢材料，$E = 115\,\mathrm{GPa}$, $\sigma_y = 0.3\,\mathrm{GPa}$, $k = 0.15\,\mathrm{GPa}$, $\nu = 0.3$. 我们首先考虑忽略接触斑点的微粒间的相互作用的情况. K, γ 及 a_l 分别选为 3.0, 9.0 及 0.001 cm. 图 1～ 图 3 表示了对于不同的 D ，当 $G^* = 10^{-5}$ 时， A_{ce}/A_{cp}, W_e/W_p 以及 μ_A 随 A_c^* 的变化. 可以看到，对于 $D = 1.2 \sim 1.5$ ，不存在弹性接触区域， μ_A 为一常值. 对于 $D = 1.6 \sim 1.9$, μ_A 随 A_c^* 增大而增大，不同的 D 值对应于不同的 μ_A-A_c^* 曲线. 对于 $D = 1.6$ 及 1.7 ， A_{ce}/A_{cp}, W_e/W_p 及 μ_A 随 A_c^* 增大而增大很明显. 图 4 表示了当 $G^* = 10^{-9}$ 时，对于不同 D 值， μ_A 随 A_c^* 增大而增大. 由图 4 可以看到，从 $D = 1.3$ 开始就存在弹 - 塑性接触的

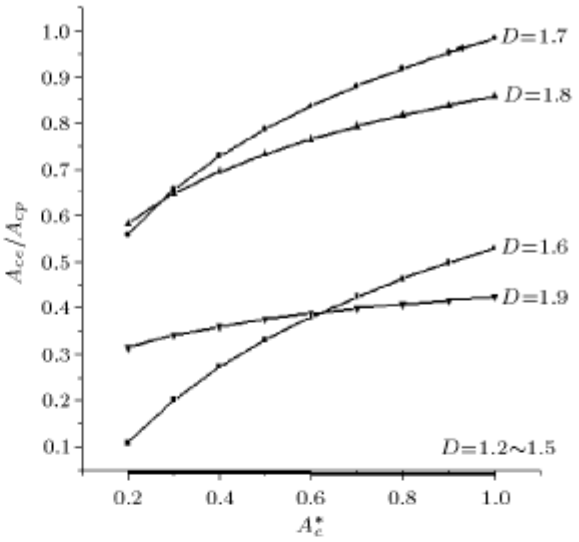

图 1　忽略接触斑点的微粒间的相互作用情况下，当 $G^* = 10^{-5}$ 时，对于 $D = 1.2 \sim 1.9$, A_{ce}/A_{cp} 随 A_c^* 的变化

Fig.1　The A_{ce}/A_{cp}-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^* = 10^{-5}$ calculated neglecting the interaction between asperities

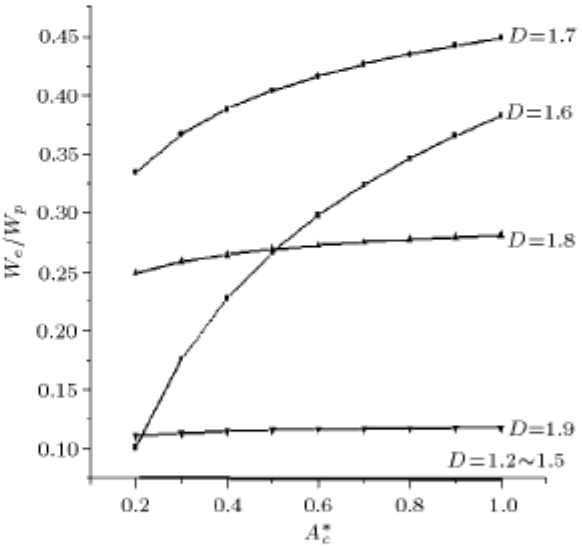

图 2　忽略接触斑点的微粒间的相互作用情况下，当 $G^* = 10^{-5}$ 时，对于 $D = 1.2 \sim 1.9$, W_e/W_p 随 A_c^* 的变化

Fig.2　The W_e/W_p-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^* = 10^{-5}$ calculated neglecting the interaction between asperities

组合区域. 这是有道理的, 因为 G^* 的增大意味着接触斑点微粒变形的增大, 要求较高的载荷, 因此 G^* 从 10^{-9} 增大到 10^{-5} 时, 弹性接触面积减少. 图 4 也表明, 对于不同的 D 值, μ_A-A_c^* 曲线是不同的. $D=1.3$ 时, μ_A 随 A_c^* 增大明显地增大. 我们也可以联想, 图 3 中 $D=1.6$ 时也是这种情况, 对应于弹性接触区开始出现时的临界 D 值.

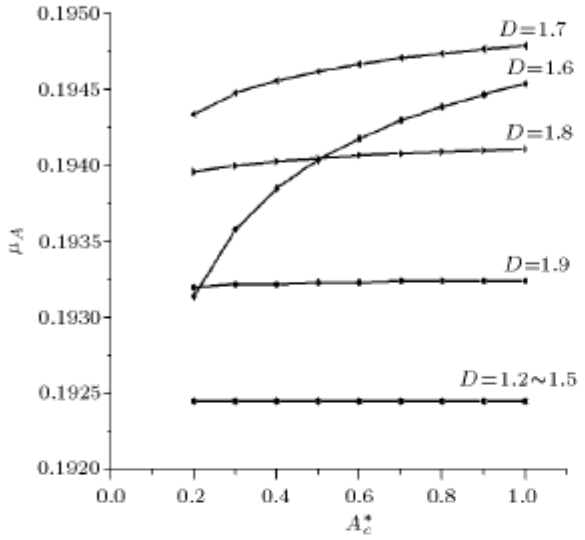

图 3 忽略接触斑点的微粒间的相互作用情况下, 当 $G^*=10^{-5}$ 时, 对于 $D=1.2\sim1.9$, μ_A 随 A_c^* 的变化

Fig.3 The μ_A-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^*=10^{-5}$ calculated neglecting the interaction between asperities

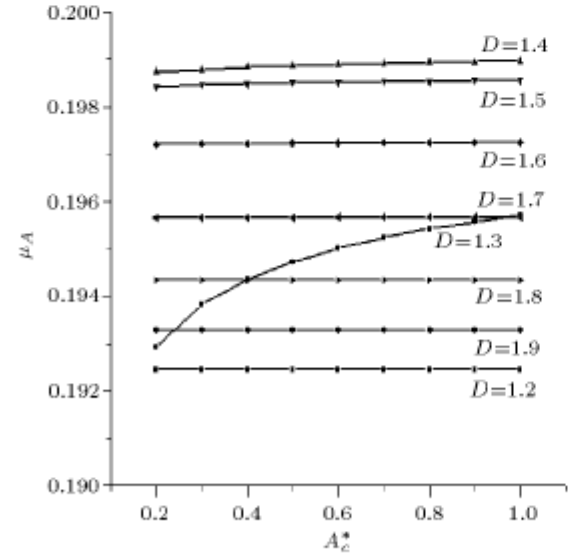

图 4 忽略接触斑点的微粒间的相互作用情况下, 当 $G^*=10^{-9}$ 时, 对于 $D=1.2\sim1.9$, μ_A 随 A_c^* 的变化

Fig.4 The μ_A-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^*=10^{-9}$ calculated neglecting the interaction between asperities

现在我们来考虑接触斑点微粒间相互作用对于粘着摩擦系数 μ_A 的影响. 并采用方程 (37) 及 (38). 图 5 及图 6 分别表示了当 $G^*=10^{-5}$ 时, 对于不同 D 值, W_e/W_p 及 μ_A 随 A_c^* 增大而急剧下降的规律. 可以看到, 对于 $D=1.2\sim1.5$ 并不存在弹性接

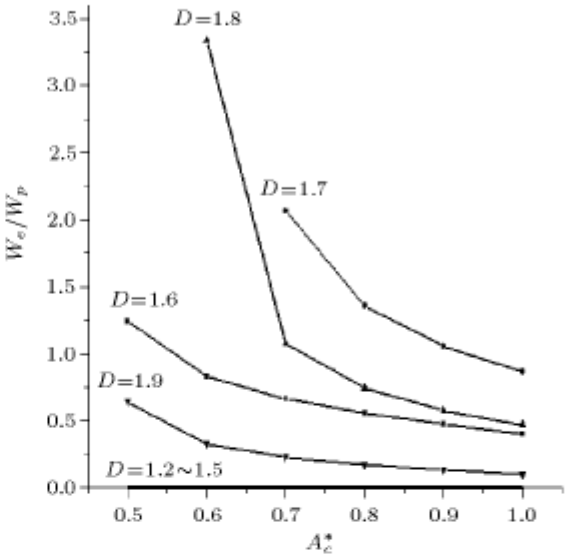

图 5 考虑接触斑点的微粒间的相互作用情况下, 当 $G^*=10^{-5}$ 时, 对于 $D=1.2\sim1.9$, W_e/W_p 随 A_c^* 的变化

Fig.5 The W_e/W_p-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^*=10^{-5}$ calculated considering the interaction between asperities

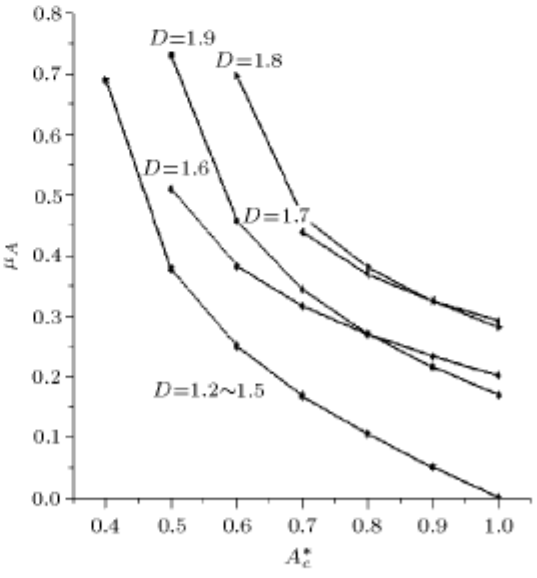

图 6 考虑接触斑点的微粒间的相互作用情况下, 当 $G^*=10^{-5}$ 时, 对于 $D=1.2\sim1.9$, μ_A 随 A_c^* 的变化

Fig.6 The μ_A-A_c^* relation for D values: 1.2~1.9 and $G^*=10^{-5}$ calculated considering the interaction between asperities

触区，对于 $D = 1.6 \sim 1.9$，不同的 D 值有不同的 W_e/W_p-A_c^* 及 μ_A-A_c^* 曲线．这些曲线完全不同于图 2～图 4 中的曲线，而且并非每一对 D, A_c^* 值均有 W_e/W_p, μ_A 的对应值．这是因为方程 (15), (37) 及 (38) 的缘故．图 7 给出了 $G^* = 10^{-9}$ 时，对于 $D = 1.2$ 及 $D = 1.3$ 的 μ_A-A_c^* 曲线，它们分别对应于仅存在塑性接触区及存在弹塑性接触混合区的情况．

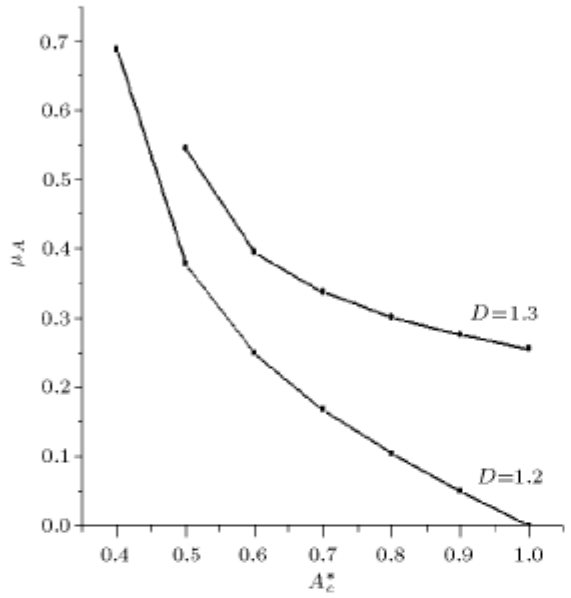

图 7　考虑接触斑点的微粒间的相互作用情况下，当 $G^* = 10^{-9}$ 时，对于 $D = 1.2 \sim 1.3$, μ_A 随 A_c^* 的变化

Fig.7　The μ_A-A_c^* relation for D values: 1.2~1.3 and $G^* = 10^{-9}$ calculated considering the interaction between asperities

由此可见，如果忽略接触斑点微粒间的相互作用，对于每一分形维数，总的粘着摩擦系数随归一接触面积的增大而增大，这种增大规律对于不同的分形维数是不同的．如果考虑接触斑点微粒间的相互作用，对于一定的分形维数，总的粘着摩擦系数随归一接触面积的增大急剧减小，然而，并非每一对分形维数及归一接触面积均存在总的粘着摩擦系数与之对应．

4　结　论

(1) 总的粘着摩擦系数被表示为弹性接触区及塑性接触区中粘着摩擦系数的组合．Hertzian 理论及 Tabor 规则对于确定弹性接触区及塑性接触区的粘着摩擦系数是起决定性作用的．

(2) 计及作用于接触斑点上的切向力，通过比较作用于接触斑点上的法向弹性载荷与法向塑性载荷，确定了区分弹性接触与塑性接触区域的临界接触斑点面积．在导出临界接触斑点面积的过程中，局部的粘着摩擦系数被定义．

(3) 提出了一种粘着摩擦系数的分形几何模型．假设屈服压力及局部粘着摩擦系数不依赖于接触斑点且等于塑性接触区域的平均值，则总的粘着摩擦系数可用简单的表达式描述．

(4) 分形几何参数及归一接触面积对于粘着摩擦系数的效应已通过算例表明．如果忽略接触斑点微粒的相互作用，对每一分形维数，总的粘着摩擦系数随归一接触面积的增大而增大，这种增大规律对于不同的分形维数是不同的．如果考虑接触斑点微粒间的相互作用，对于一定的分形维数，总的粘着摩擦系数随归一接触面积的增大急剧减少，然而，并非每一对分形维数及归一接触面积均存在总的粘着摩擦系数与之对应．

参　考　文　献

1 Heilmann P, Rigney DA. An energy-based model of friction and its application to coated systems. *Wear*, 1981, 72: 195~217

2 Zhang J, Moslehy FA, Rice SL. A model for friction in quasi-steady-state sliding Part I. *Derivation Wear*, 1991, 149: 1~12

3 Bowden FP, Tabor D. Friction and lubrication of solids. Oxford: Clarendon Press, 1964

4 Ling FF. Fractals, engineering surfaces and tribology. *Wear*, 1990, 136: 141~156

5 Majumdar A, Bhushan B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces. *ASME, J Tribol*, 1990, 112: 205~216

6 Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. *ASME J Tribol*, 1991, 113: 1~11

7 Cattaneo C. Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi. Rendiconti dell. *Accademia Nazionale dei Lincei*, 1938, 27: 342~348, 434~436, 474~478

8 Ciavarella M. The generalized cattaneo partial slip plane contact problem. 1. Theory. *Int J Solids Structures*, 1998, 35(18): 2349~2362

9 Jäger J. Some comments on recent generalizations of Cattaneo-Mindlin. *Int J Solids Structures*, 2001, 38(14): 2453~2457

10 Tabor D. Junction growth in metallic friction: the role of combined stresses and surface contamination. *Proc R Soc London*, Ser A, 1959, 251: 378~389

11 Pullen J, Williamson JBP. On the plastic contact of rough surfaces. *Proc R Soc Lond*, Ser A, 1972, 327: 159~173

ON ADHESIVE FRICTION COEFFICIENT WITH FRACTAL GEOMETRY [1)]

Chen Danian* S.T.S.Al-Hassani† Chen Jianping* Yu Yuying* Yin Zhihua*
*(*Mechanics & Materials Science Res. Centre, Ningbo University, Ningbo* 315211, *China*)
†(*Dept. of Mechanical Eng, UMIST, Manchester, M60 IQD, U. K.*)

Abstract Considering the tangential force applied on a contact spot, the critical area demarcating the elastic and plastic regimes is obtained by comparing the normal elastic load with the normal plastic load. The total adhesive friction coefficient is expressed as a combination of adhesive friction coefficients in elastic and plastic contact regime. Assuming that the yield pressure and the local adhesive friction coefficient are independent on the contact spot and equal to the average values in the plastic contact regimes, the total adhesive friction coefficient is given by simple formulae. Effects of fractal geometry parameters and normalized contact area on the adhesive friction coefficient are given by some calculated examples. Neglecting and considering the interaction between asperities are both involved in calculations, respectively, and different results are obtained.

Key words friction coefficient, adhesive, fractal geometry, elastic deformation, plastic deformation

Received 29 December 2001, revised 12 July 2002.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19972028) and Provincial Nature Science Foundation of Zhejiang (101007).