

泥沙起动临界切应力研究¹⁾

何文社 曹叔尤* 刘兴年* 杨具瑞* 方 铎*

(兰州铁道学院, 兰州 730072) * (四川大学高速水力学国家重点实验室, 成都 610065)

摘要 泥沙起动是河流动力学基础理论中最基本的问题之一。从非均匀沙起动的特点出发, 研究了泥沙颗粒起动的内在机理及水力、泥沙因素在泥沙起动中的作用。通过对瞬时作用流速及起动标准、泥沙颗粒在床面的相对暴露度、附加质量力等问题的分析及其表达式的引入, 使泥沙起动在理论上进一步完善。采用泥沙颗粒沿床面滚动的模式, 推得了非均匀沙起动临界无因次切应力公式。该公式包含了与水流脉动及泥沙颗粒相对暴露度相关的系数。对公式中的系数进行了理论分析, 并采用实测资料进行了检验, 证明了公式的合理性。

关键词 非均匀沙, 泥沙起动, 相对暴露度, 水流脉动, 附加质量力

引 言

有关泥沙起动规律问题, 国内外已有许多研究。对泥沙起动最早的研究可以追溯到 17 世纪^[1]。到目前为止一百多年来, 所提出的无黏性颗粒的起动流速公式已在 100 个左右。尽管各家公式基本上都通过了理论分析及实测资料的验证, 但公式在形式及计算结果上相差较大, 与此同时, 对有些问题不能作出合理的解释。出现这种现象的原因, 主要是对泥沙起动的机理还不完全清楚, 在对泥沙起动标准等问题的认识上还存在一定分歧所导致的。

非均匀沙的起动是一种非恒定的随机过程。现有公式多数是对随机变量采用其均值而建立的, 公式中的待定系数大多通过试验来率定。而判别起动的标准则大多采用 Kramer^[2]。关于按照床沙颗粒进入运动不同强弱程度的分级标准。以往在研究泥沙起动时大多只考虑水流平均底速, 没有考虑其脉动, 这显然是不合理的, 因为最大瞬时流速可达平均流速的 2 倍。有些学者考虑了河床表面颗粒相对暴露度的影响, 但未将其引入起动公式。有的引入了暴露度, 但认为均匀沙相对暴露度为零。而同时考虑流速脉动和暴露度的影响并引入公式的, 目前还比较少见。

1 泥沙起动机理

1.1 泥沙起动中存在的问题

2001-06-18 收到第一稿, 2003-03-27 收到修改稿。

1) 国家自然科学基金和水利部联合资助重大项目 (59890200), 水利部九五课题资助项目 (95-5-4) 及兰州铁道学院“青蓝”工程基金资助项目。

最早将起动作为一个随机事件进行研究的是 Einstein^[3], 在此之前, 通常以临界起动条件作为判别床面泥沙运动的标准, 并将起动现象作为一个确定性的问题来研究。实际上床面泥沙起动现象是一个随机现象。水流中泥沙颗粒的运动具有必然性与随机性两个方面^[4,5]。一方面, 造成泥沙运动随机性的原因是颗粒处于床面的位置是随机的, 且作用在颗粒上的流速也有着随机性的一面。另一方面, 泥沙颗粒运动又具有必然性, 当某一泥沙颗粒的运动初始状况 (如处于床面的位置, 水流底速等) 是已知确定值时, 该颗粒的运动应是确定的。

对粒状非黏性物质, 如果其级配曲线已经给出, 则粒状物质的绝对尺寸就完全可以由选作典型的任何单一粒径的绝对值确定出来。此时, 在水力条件一定时, 只要作用在泥沙颗粒上的合力 $\Sigma F > 0$ 或合力矩 $\Sigma M > 0$, 泥沙颗粒便可起动。其关键问题是颗粒上受哪些力的作用? 其大小如何计算? 以往研究者一般仅考虑拖曳力、上举力及水下重力这 3 种基本力, 但也有忽略上举或拖曳力的^[6]。有些学者虽然考虑了附加力^[7], 但认为附加力对相对较粗泥沙颗粒为动力, 而对相对较细泥沙颗粒则是阻力。

笔者认为就光滑床面上的单个颗粒而言, 只考虑 3 种基本力即可。对天然河床或砾卵石粗糙床面, 不论泥沙颗粒大小, 起动时均较光滑床面上的同粒径单颗粒困难。故认为还应考虑以下两方面的影响:

河床表面颗粒相对暴露度的影响; 水流底速脉动性

的影响。

1.2 泥沙起动标准

河床瞬时流速 u_b 这个随机变量与瞬时平均底速 $\bar{u}_b$ 及瞬时底速均方差 σ_{u_b} 有如下关系

$$u_b = \bar{u}_b + \beta \sigma_{u_b} \quad (1)$$

根据对实测脉动流速资料的分析, 瞬时流速具有正态分布, 由文献 [8] 可知, $\sigma_{u_b} = 0.37\bar{u}_b$ 。从正态分布的特性可知, u_b 的不同取值与相应概率 P 存在表 1 所述关系。参考 Kramer^[2] 和窦国仁^[9] 的作法, 按表 1 的关系分别定义了 4 种起动状态。

表 1 运动状态与流速及起动概率的关系

Table 1 The relationship of movement state, velocity of flow and probability of incipient velocity

Incipient lever	Sediment incipient states	Instantaneous velocity of flow u_b	Probability P
1	seldom	$u_b \geq \bar{u}_b + 3\sigma_{u_b}$	0.0014
2	middle	$u_b \geq \bar{u}_b + 2\sigma_{u_b}$	0.0228
3	general	$u_b \geq \bar{u}_b + \sigma_{u_b}$	0.1585
4	intense	$u_b \geq \bar{u}_b$	0.5000

2 泥沙颗粒受力分析及起动模式

2.1 起动受力分析

泥沙颗粒所受的力一般有水流拖曳力 F_D 、上举力 F_L 及水下重力 W , 其表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} F_D &= C_D \alpha_D d_i^2 \frac{\rho u_b^2}{2} \\ F_L &= C_L \alpha_L d_i^2 \frac{\rho u_b^2}{2} \\ W &= \alpha_W (\gamma_S - \gamma) d_i^3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $\alpha_D, \alpha_L, \alpha_W$ 分别为与水流拖曳力、上举力及水下重力相应的面积系数, 对球体颗粒一般取 $\alpha_D = \pi/4, \alpha_L = \pi/4, \alpha_W = \pi/6$ ^[5]; C_D, C_L 为拖曳力及上举力系数^[1,5], 对位于床面上的单个颗粒, 即暴露程度最大时而言 $C_D = 0.4, C_L = 0.1$ ^[1]; u_b 为水流作用在床面沙粒上的瞬时流速; γ_s, γ 分别为泥沙颗粒及水的容重; ρ 为水的密度; d_i 为所研究的起动泥沙颗粒粒径。

除考虑上述作用力外, 还需考虑由于非均匀沙颗粒的组成及相对暴露度产生的附加质量力 F_M , 其表达式定义为

$$F_M = \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \xi \alpha_M (\gamma_S - \gamma) d_i^3 \left(\frac{d_j}{d_i} \right) f(d_j) d(d_j) = \xi \alpha_M (\gamma_S - \gamma) d_i^3 \left(\frac{d_m}{d_i} \right) \quad (3)$$

式中 $d_{\max}, d_{\min}, d_m$ 分别为床沙级配中的最大、最小及平均粒径; α_M 为与附加质量力相应的面积系数; ξ 为与相对暴露度有关的系数, 取值范围为 0~1; d_i 为所研究的第 i 级颗粒粒径; d_j 为与所研究颗粒相邻的泥沙颗粒; $f(d_j)$ 为河床表面混合物以重量计 d_j 颗粒分布函数。

2.2 起动模式

采用滚动模式, 可得非黏性颗粒 d_i 绕某支点滚动的平衡方程

$$F_D L_D + F_L L_L = W L_W + F_M L_M \quad (4)$$

式中 L_D, L_L, L_W, L_M 分别为 F_D, F_L, W, F_M 的力臂。

将式 (2)、(3) 代入式 (4), 整理得

$$u_b = \sqrt{\frac{2(\gamma_S - \gamma) d_i \left(\alpha_W L_W + \alpha_M L_M \xi \left(\frac{d_m}{d_i} \right) \right)}{\rho (C_D \alpha_D L_D + C_L \alpha_L L_L)}} \quad (5)$$

3 非均匀沙的起动

3.1 无因次切应力起动公式

根据窦国仁^[10] 提出的水流平均底速 $\bar{u}$ 与摩阻流速 u_* 的关系, 得

$$\bar{u} = 7.84 u_* \quad (6)$$

按照文献 [1] 中提到的 Никитин(1963) 的试验结果在床面颗粒的顶端, 水流平均底速为

$$\bar{u} = 5.6 u_* \quad (7)$$

在文献 [9,11] 中, 起动底速与摩阻流速的关系采用如下形式的对数流速分布

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5.75 \lg \left(30.2 \frac{y\chi}{K_S} \right) \quad (8)$$

式中, K_S 为河床糙度, 一般取 $K_S = d$, χ 为校正参数, 在床面粗糙区 $\chi = 1$, y 为距床面的距离, 一般取 $y = K_S = d$ 。则在床面颗粒的顶端, 其水流平均底速为

$$\bar{u} = 8.51 u_* \quad (9)$$

考虑水流作用在颗粒上的作用点, 认为距床面 αd 处较为恰当, 以该处流速作为起动时代表流速, 则有

$$\bar{u}_b = \alpha u_* \tag{10}$$

式中, α 为系数, 取 $\alpha = 2/3^{[1,12]}$, $\bar{u}_b$ 为水流作用在床面沙粒上的平均流速. 将式 (10), 式 (1) 代入式 (5), 并令 $\alpha_w = \alpha_M$, $L_M = L_W$, 化简可得非均匀沙起动临界切应力关系式为

$$\frac{\tau}{(\gamma_S - \gamma)d_i} = \left(\frac{2.11}{1 + 0.37\beta}\right)^2 A \left(1 + \xi \left(\frac{d_m}{d_i}\right)\right) \tag{11}$$

式中 τ 为水流切应力, $A = (2\alpha_W L_W) / [\eta^2 \alpha^2 (1 + \beta \sigma_{ub})^2 (C_D \alpha_D L_D + C_L \alpha_L L_L)]$ 为综合影响系数, 一般由实测资料率定, 本文根据有关研究^[1,5] 的取值对此系数进行了数值计算, 结果列于表 2. 从表 2 可知, A 的取值是一个区间, 而并非为一个常量. η 为床面起动底速与切应力间的关系系数, 根据式 (6), 式 (7), 式 (9), 可知 $\eta = 5.6 \sim 8.51$.

表 2 有关参数取值及综合影响系数 A 计算值
Table 2 Calculation the value of coefficient a some parameters values

Coefficient	Value	Coefficient	Value	Coefficient	Value
α_D	$\pi/4$	L_D	$2/3$	C_D	0.4
α_L	$\pi/4$	L_L	$1/2$	C_L	0.1
α_W	$\pi/6$	L_W	$1/2$	β	3
α	$2/3$	σ_{ub}	0.37	A	0.015~0.034
η	5.6~8.51			$A(\text{median})$	0.0245

彭凯^[13] 和刘兴年^[14] 分别在长 16 m, 宽 0.3 m, 可调节坡度的水槽中进行实验. 床沙粒径级配连续, 范围为 0.2~30 mm, 刘兴年比降为 $0.4\text{‰} \sim 2\text{‰}$; 彭凯试验中比降为 $1\text{‰} \sim 12\text{‰}$, 进行清水冲

刷试验, 床沙为部分可动. 整理彭凯实验数据 75 组, 刘兴年实验数据 16 组推移质级配资料中最大一组泥沙粒径及文献 [1] 中所采用的 46 组 (实验工况为长 10 m, 宽 0.5 m, 比降为 $0.4\text{‰} \sim 2\text{‰}$ 的变坡水槽, 粒径级配范围为 0.05~25 mm, 起动颗粒为颜色沙) 非均匀沙试验资料, 经曲线拟合 (见图 1) 得到参数 A 为 0.023, ξ 为 0.59. 因为这 137 组数据中的起动粒径, 基本上是根据清水冲刷实测推移质级配资料中最大一组粒径整理而得到的, 我们将其起动理解为弱动, 则式 (11) 可表示为非均匀沙处于弱动状态时的临界无量纲起动切应力 Θ_c .

$$\Theta_c = \frac{\tau}{(\gamma_S - \gamma)d_i} = 0.023 \left(1 + \xi \frac{d_m}{d_i}\right) \tag{12}$$

由式 (12) 可知, 对均匀沙, 若 ξ 取值 0~1, 则其临界无量纲起动切应力 Θ_c 为 0.023~0.046. 说明对确定的 A 值, Θ_c 随 ξ 取值而变, 并非一个常量.

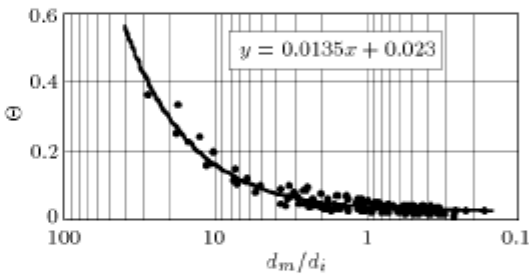


图 1 d_m/d_i 与无量纲切应力 Θ 的关系
Fig.1 Relationship between d_m/d_i and Θ

取 $\xi = 0 \sim 1$, 将弱动状态时的 A 值代入式 (11), 可得均匀沙起动临界无量纲切应力 Θ_c 取值范围为 0.015~0.068. 从表 3 可知, 该范围基本上涵盖了各家公式.

表 3 无黏性均匀沙 Θ_c 的取值^[15]
Table 3 The value of Θ_c about non-viscosity uniform sediment

Researcher	Θ_c	Researcher	Θ_c
Ramette (1962) ^[16]	0.016	В. Н. Гончаров (1954)	0.0357
R.K. Fahnestoch (1963) ^[17]	0.020	И. Лени (1957)	0.0371
Г. Шамонов (1954)	0.0231	N. Qian (1983)	0.0300~0.0600
В. Кюрозов (1958)	0.0262	C. Li (1983)	0.0400
G. Dou (1977)	0.0266	C. Tang (1963)	0.0413
J. Xie (1982)	0.0273	Q. Han (1984)	0.0449~0.0691
P. Ackers (1973)	0.0289	Meyer-Petre (1948)	0.0470
R. Qing (1980)	0.0291	J. Gessler (1971)	0.0470
R.L. Misri (1983) ^[9]	0.0230~0.0303	A. Shields (1936)	0.0400~0.0600
R. Zhang (1961)	0.0323	F. Engrlund (1967)	0.0600
Y. Sha (1965)	0.0335~0.0474	И. Ензэаров (1965)	0.0611
S. Zhang (1976)	0.0336	Z. Zheng (1963)	0.0625
G. Hua (1965)	0.0343~0.0357	A. Einstein (1950)	0.0715

在清水冲刷过程中, ξ 随颗粒在床面的位置而变化。故对均匀沙而言, 其起动临界条件在水沙相互作用过程中并非为常量, 而是在一个区间变化。故作为泥沙起动的临界条件, 公式中应能反映这一物理现象。

3.2 起动流速公式

垂线平均流速 V 与摩阻流速 u_* 之间有下列关系^[1]

$$V \approx 6.5u_* \left(\frac{h}{d_{90}} \right)^{1/6} \quad (13)$$

$$u_*^2 = \frac{\tau}{\rho} \quad (14)$$

由式 (11), 式 (13), 式 (14), 得非均匀沙散粒体泥沙的临界起动流速公式为

$$V_C = \frac{2.11}{1 + \beta\sigma_{us}} \sqrt{6.5^2 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d_i A \left(1 + \xi \frac{d_m}{d_i} \right)} \cdot \left(\frac{h}{d_{90}} \right)^{1/6} \quad (15)$$

式中, h 为水深, g 为重力加速度, 其余符号同前。

此式较均匀沙多了 $\xi(d_m/d_i)$ 项。该项表明床沙表面组成及相对暴露度对泥沙颗粒起动均有影响。在水流条件一定时, 对某一粒径的泥沙颗粒其起动流速随颗粒相对暴露度或床沙级配的增大而加大, 即同一粒径泥沙, 其起动流速随河床的粗化而增大。在水流条件和相对暴露度不变时, 与同粒径均匀沙相比, 非均匀沙中较粗颗粒容易起动, 而较细颗粒难于起动, 等于平均粒径的颗粒与均匀沙相当。且与起动标准有关, 起动标准越高, 起动流速越大。在床沙级配及相对暴露度一定时, 起动流速随起动的级别而变化。

对天然均匀沙, 按对起动的一般认识, 即弱动标准, 其起动流速公式由式 (15) 可得

$$V_C = kd^{1/3}h^{1/6} \quad (16)$$

式中 k 为系数, 将上述拟合结果 $A = 0.023$ 代入, 得临界起动流速公式 V_C 的表达式为

$$k = 4.0\sqrt{1 + \xi} \quad (17)$$

对均匀沙其暴露度 ξ 并非为 0, 一般取 $\xi = 0 \sim 1$, 由式 (17) 得, $k = 4.0 \sim 5.7$ 。从表 4 可知, 此值基本上包含了各家非黏性均匀沙的起动公式。

表 4 均匀沙流速起动公式系数对比

Table 4 Comparison of incipient velocity coefficients of uniform sediment

Researcher	Coefficient k	Researcher	Coefficient k
Li Rong ^[7]	3.91	Wu X. ^[19]	5.42
Hanson	4.60	Tang Z. ^[20]	3.5 ~ 7.9
Qin R. ^[18]	4.90	Eq.(16)	4.0~5.7
Xie J. ^[5]	5.39	Eq.(16) median	4.9

3.3 公式的验证

采用唐造造^[20] 的床沙部分可动试验结果, 用本文公式及陈媛儿等^[21], 李荣等^[7] 及吴宪生^[19] 的非均匀沙起动流速公式进行比较。由表 5 可以看出, 本文公式与实测值吻合较好。

表 5 非均匀沙起动流速实测与公式计算对比

Table 5 Comparison of incipient velocity of uniform sediment between calculation and factual data

Run	Diameter (mm)	Incipient velocity (cm/s)				
		Experi- ment	Calculation with Eq.(15)	Chen Y. ^[21]	Li R. ^[7]	Wu X. ^[19]
NC1-0	4.67	47.9	43.6	31.4	31.1	51.4
NC1-1	4.67	43.1	43.9	31.9	33.5	53.7
NC1-2	4.98	48.2	47.1	33.2	35.3	55.5
NC1-3	5.77	54.4	50.0	34.5	36.1	58.1
NC1-4	6.16	58.7	52.6	36.9	38.4	61.1

4 结 论

通过上述研究, 可得如下结论:

(1) 泥沙起动主要受水力及泥沙因素的影响。将水流脉动、相对暴露度、床沙组成及起动标准同时引入起动公式, 并将统计理论与力学规律相结合, 推得了能反映非均匀散粒体泥沙颗粒起动随其位置随机性而变化的公式, 对其系数进行了理论计算, 并采用实测资料进行了验证。

(2) 在水力条件一定的情况下, 泥沙起动随床沙组成及颗粒相对暴露度的变化而变, 故对某级粒径的泥沙颗粒而言, 其起动临界条件并非常量, 而是在一个区间变化。在水力条件、相对暴露度及床沙组成一定时, 起动临界条件随起动级别的增大而增大。

(3) 非均匀沙颗粒起动时, 除考虑拖曳力、上举力和水下重力外, 还应考虑由于颗粒大小之间的相互影响而产生的附加质量力。在起动标准、水力条

件及相对暴露度一定时, 非均匀沙泥沙颗粒与同粒径均匀沙相比, 较粗的颗粒易起动, 较细颗粒恰好相反, 同粒径颗粒则相当. 验算表明, 本文提出的附加质量力的概念及其表达式是合理的.

参 考 文 献

- 1 韩其为, 何明民. 泥沙起动规律及起动流速. 北京: 科学出版社, 1999 (Han Qiwei, He Mingmin. Incipient Principles and Incipient Velocity of Sediment. Beijing: Science Press, 1999 (in Chinese))
- 2 Kramer H. Sand mixtures and sand movement in fluvial model. Trans, ASCE, 1935, 100: 798~838
- 3 Einstein HA. The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. US Dept Agri, Tech Bull, 1950, 1026: 71
- 4 胡春宏, 惠遇甲. 明渠挟沙水流运动的力学和统计分析. 北京: 科学出版社, 1995. 193~202 (Hu Chunhong, Hui Yujia. Mechanics and Statistic Analysis for Carrying-sand Flow in Open River. Beijing: Science Press, 1995. 193~202 (in Chinese))
- 5 武汉水利电力学院. 河流泥沙工程 (上册). 北京: 水利出版社, 1981 (Wuhan University of Hydraulic and Electronic Engineer. Sediment Engineer of River Flow, Beijing: Water Press, 1981 (in Chinese))
- 6 Reizes JA. Numerical study of continuous saltation. *Proc ASCE, J Hydr Div*, 1978, 104(9): 1305~1321
- 7 李荣, 李义天, 王迎春. 非均匀沙起动规律研究. 泥沙研究, 1999, 1: 27~32 (Li Rong, Li Yitian, Wang Yingchun. Study on laws of threshold motion for non-uniform sediment. *Journal of Sediment Research*, 1999(1): 27~32 (in Chinese))
- 8 韩其为, 何明民. 泥沙运动统计理论. 北京: 科学出版社, 1984 (Han Qiwei, He Mingmin. Statistic Theory of Sediment Movement. Beijing: Science Press, 1984 (in Chinese))
- 9 钱宁, 万兆惠. 泥沙运动力学. 北京: 科学出版社, 1983 (Qian Ning, Wan Zhaohui. Mechanics of Sediment Transport. Beijing: Science Press, 1983 (in Chinese))
- 10 窦国仁. 再论泥沙起动流速. 泥沙研究, 1999(6): 1~9 (Dou Guoren. Incipient motion of coarse and fine sediment. *Journal of Sediment Research*, 1999(6): 1~9 (in Chinese))
- 11 雅林著. 孙振东译. 输沙力学. 北京: 科学出版社, 1983 (Yalin MS. Mechanics of Sediment Transport. Beijing: Science Press, 1983 (in Chinese))
- 12 倪晋仁, 王光谦, 张红武. 固液两相流基本理论及其最新应用. 北京: 科学出版社, 1991 (Ni Jinren, Wang Guangjian, Zhang Hongwu. Basic Theories of Solid-Liquid Two-phase Flow and Their Recent Application. Beijing: Science Press, 1991 (in Chinese))
- 13 彭凯. 非均匀沙起动规律. [硕士论文]. 成都: 成都科技大学, 1984 (Peng Kai. Incipient principles of sediment. [M S Thesis]. Chengdu: University of Science and Technology of Chengdu, 1984, (in Chinese))
- 14 刘兴年. 非均匀沙推移质输沙率及其粗化稳定. [硕士论文]. 成都科技大学, 1986 (Liu Xingnian. Bedload transport rate of non-uniform bed material and its stability of armored bed. [M S Thesis], Chengdu: University of Science and Technology of Chengdu, 1986 (in Chinese))
- 15 褚君达. 无黏性均匀泥沙的起动条件. 水科学进展, 1993 (1): 37~43 (Chu Junda. Condition of incipient motion of non-cohesive sediment. *Journal of Advances in Water Science*, 1993 (1): 37~43 (in Chinese))
- 16 冷魁. 非均匀沙卵石起动流速及输沙率的试验研究. [博士论文]. 武汉: 武汉水利电力大学, 1993 (Leng Kui. An experimental study on the threshold motion velocity and bed-load discharge of non-uniform gravel. [M S Thesis]. Wuhan: Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 1993 (in Chinese))
- 17 Church M. Palehydrological Reconstructions from a Holocene Valley. In: Miall A D, ed. Fluvial Sedimentology: Canadian Society of Petroleum Geologists Memoirs, 1978. 743~772
- 18 秦崇昱, 王崇浩. 河流推移质运动理论及应用. 北京: 中国铁道出版社, 1996 (Qin Rongyu, Wang Chonghao. Theory and Apply of Bed Load Motion of River Flow. Beijing: China railway Press, 1996 (in Chinese))
- 19 吴宪生. 宽级配非均匀沙床沙双峰型的形成条件及起动规律. [硕士论文]. 成都: 成都科技大学, 1984 (Wu Xiansheng. Formation condition of bimodal size distribution and incipient law. [M S Thesis]. Chengdu: University of Science and Technology of Chengdu, 1984 (in Chinese))
- 20 唐造造. 宽级配非均匀沙输移规律的试验研究. [博士论文]. 成都: 四川联合大学, 1996 (Tang Zaozao. Experiment study on transport characteristics of nonuniform sediment with wide size distribution. [M S Thesis]. Chengdu: Sichuan Union University, 1996 (in Chinese))
- 21 陈媛儿, 谢鉴衡. 非均匀沙起动规律初探. 武汉水利电力学院学报, 1988 (3): 28~37 (Chen Yuaner, Xie Jianheng. Preliminary research on the laws of threshold motion for non-uniform sediments. *J of Wu Han University of Hydraulic and Electronic Engineer*. 1988 (3): 28~37 (in Chinese))

CRITICAL SHEAR STRESS OF INCIPIENT MOTION OF SEDIMENT¹⁾

He Wenshe Cao Shuyou* Liu Xingnian* Yang Jurui* Fang Duo*

(Lanzhou Railway University, Lanzhou 730070, China)

*(State Key Hydraulics Laboratory of High Speed Flow, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract Incipient motion of sediment is one of the most fundamental problems in the theory of river dynamics and remains a challenge due to its unsteady and random characteristics in the process. In this paper, the mechanism of initial motion, the effects of flow and sediment factors are studied for non-uniform sediment. The theory of threshold status of sediment is analyzed carefully by considering incipient criterion, instantaneous velocity, relative exposure degree of bed material on the surface of river bed, as well as, virtual mass force, etc. The formula for critical shear stress of non-cohesive sediment is obtained by rolling model, as: $\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma)d_i} = A \left(1 + \xi \left(\frac{d_m}{d_i} \right) \right)$. The coefficient of relative degree of exposure ξ , and a synthesized influence coefficient A correlated with flow fluctuation, drag, lift, and submerged gravity and their arm etc. are included. The coefficient of A is calculated by using related data available in existing research findings. The critical shear stress is not a constant even for uniform sediment and depends on the relative exposure degree of sand. For non-uniform bed material, sediment particle with diameter larger than equilibrium one, may move easily. The situation is on the contrary for the sediment particle with diameter less than the equilibrium one. And the sediment particle with diameter equal to equilibrium one have the same incipient velocity with uniform sediment of equilibrium diameter. The formula is verified with flume data, showing that the calculated results agree well with experiments and may reflect the characteristic of the incipient motion of non-uniform bed material.

Key words non-uniform sediment, incipient velocity, relative degree of exposure, flow fluctuation, additional mass force

Received 18 June 2001, revised 27 March 2003.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China and the Ministry of Water Conservancy of China (59890200), and the Foundation from the Ministry of Water Conservancy of China (MWCC95-5-4), and the Foundation from the "Qing Lan" Engineering of Lanzhou Railway University of China.