

# 三维编织 CMC 的弯曲断裂研究

陶亮 矫桂琼 王波 张立同  
(西北工业大学工程力学系, 西安 710072)

**摘要** 从界面断裂的角度出发, 对三维编织 CMC 的断裂作了理论研究和数值分析。对于三点弯曲试件, 通过数值拟合修正了能量释放率  $G$  的理论表达式中的自由常数  $A$ , 同时也研究了材料的各个参变量对于断裂韧性的影响, 由此得出了一个基本完善的三点弯曲试件断裂韧性  $G$  的理论公式, 该能量释放率方法可以应用于单试件的试验计算。与断裂韧性的柔度标定方法相比, 该方法一方面可以减少试件数量; 另一方面, 试验结果显示在试件切口尺寸处于  $0.4 \leq a/W \leq 0.5$  时, 可以获得比较稳定的断裂韧性值。

**关键词** 三维编织 CMC, 断裂韧性, 能量释放率, 界面断裂, 三点弯曲断裂

## 引言

三维编织陶瓷基复合材料(简称编织 CMC)是一种新型的结构材料。由于具有卓越的高温力学性能, 使得它在航空航天领域中有着广泛的应用前景<sup>[1]</sup>。同时在材料结构上, 由于纤维的编织结构能够增韧脆性的陶瓷基体, 因此编织陶瓷基复合材料具有良好的抗裂纹扩展能力, 可以防止灾难性的破坏发生<sup>[2]</sup>。

目前还没有定义编织 CMC 裂纹产生和扩展的参数标准<sup>[1]</sup>, 一部分研究人员仍然沿用传统的金属材料断裂参数来表征编织 CMC 的断裂韧性, 认为只要裂纹扩展是在横向劈裂之前发生, 就可以把线弹性断裂力学模型移植到编织复合材料上。另一些研究者考虑到编织陶瓷基复合材料独特的破坏机理, 即裂纹非自相似的扩展模式, 提出用断裂功参数来表征编织 CMC 的断裂韧性, 但是应用结果都不令人满意。

在实验观察的基础上, 考虑到编织 CMC 的断裂韧性受多种因素影响, 本文由双材料界面断裂理论推导了编织 CMC 三点弯曲断裂试件的能量释放率表达式<sup>[2]</sup>, 并且作了修正和补充。在试验中, 又与柔度标定的能量释放率进行了比较, 结果非常一致。

## 1 三维编织复合材料断裂理论

观察三维编织陶瓷基复合材料(CMC)断裂韧

性, 发现材料断裂的裂纹在切口尖端沿着碳纤维束和碳化硅基体之间的编织界面穿插扩展, 裂纹形态十分复杂, 使得认识断裂韧性的理论工作有了一定的挑战性。

在文献[2]中, 断裂韧性的研究是以三点弯曲试件为对象, 推导了三维编织 CMC 断裂韧性的理论计算方法, 其中涉及的参数和变量还没有讨论和修正, 如: 自由常数项的修正函数; 编织角以及界面上的应力振荡指数对于材料断裂的能量释放率的影响等等。在这里, 首先应用数值方法的分析结果, 与理论值进行比较分析, 来完善三维编织 CMC 的断裂韧性的表征工作。最后, 通过试验比较的方法, 来验证理论的正确性。

实验表明, 三维编织 CMC 的弯曲断裂是一个界面断裂问题。对于图 1 倾斜侵入界面的裂纹尖端, Comninou 和 Dundurs<sup>[3]</sup> 推导了裂纹沿界面扩展( $\theta = 0$ )的裂纹尖端的周向应力和剪应力的表达

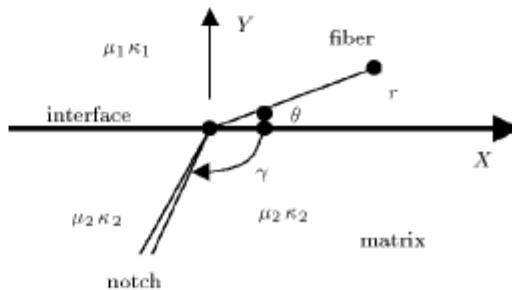


图 1 倾斜侵入界面的裂纹尖端

Fig.1 Crack tip at the interface by an invasive angle

式.

$$\sigma_\theta(r, \gamma) = Ar^{-\lambda} f_1(\lambda, \gamma) \quad (1)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \gamma) = Ar^{-\lambda} f_2(\lambda, \gamma) \quad (2)$$

上两式中自由常数  $A$  是与侵入角  $\gamma$  无关的, 其中:  
 $r$  是极坐标变量,  $f_1(\lambda, \gamma)$  和  $f_2(\lambda, \gamma)$  表示如下

$$f_1(\lambda, \gamma) = -(1-\lambda)\{(1+\beta)(2-\lambda)\sin[2\gamma + \lambda(\pi - \gamma)] + [2\beta - (1+\beta)(2-\lambda)]\sin\lambda(\pi - \gamma)\} \quad (3)$$

$$f_2(\lambda, \gamma) = (1-\lambda)\{(1+\beta)(2-\lambda)\cos[2\gamma + \lambda(\pi - \gamma)] + [2 - (1+\beta)(2-\lambda)]\cos\lambda(\pi - \gamma)\} \quad (4)$$

式中,  $\beta$  是 Dundurs 参数,  $\lambda$  是裂纹尖端的界面奇异性指数. 引入界面应力振荡指数  $\varepsilon$  这个参量后, 那么沿着界面扩展的裂尖前沿(即  $\theta = 0$ ) 应力场存在的关系为

$$\sigma_\theta + i\tau_{r\theta} = Kr^{i\varepsilon}/\sqrt{2\pi r} \quad (5)$$

这里的  $K$  是应力强度因子的复函数,  $r$  是裂尖半径.

由于裂纹沿着编织 CMC 界面扩展, 存在裂纹尖端应力的振荡特性和位移相互贯穿的病态特征, 界面同时存在着 I 型断裂和 II 型断裂, 用应力强度因子  $K$  来表征这种断裂行为已经不合适, 用能量释放率  $G$  较为合适. 对于厚度为  $b$  的三点弯曲断裂试件, 考虑断裂路径的变化, 理论上的断裂韧性可以表示为

$$G = \frac{2n\pi|A|^2}{b\cosh^2(\pi\varepsilon)} \left[ \frac{1}{E_{bm}^*} \int_0^{\frac{b-nd}{n}} F(\lambda, \gamma) dz + \frac{d}{E_{ft}^*} F(\lambda, \gamma_0) \right] \quad (6)$$

式中:  $d$  是纤维束直径,  $n$  是厚度方向上的纤维束个数,  $\gamma_0$  是固定侵入角, 侵入角  $\gamma$  是路径相关的  $z$  函数, 函数  $F(\lambda, \gamma) = [f_1(\lambda, \gamma) + if_2(\lambda, \gamma)] \cdot [f_1(\lambda, \gamma) + if_2(\lambda, \gamma)]$ ,  $E_{xx}^*$  是双材料等应力假设条件下的等效模量, 其中, 角标 bm 和 ft 分别代表纤维束与基体和纤维与界面相, 其表达式为

$$\frac{2}{E_{bm}^*} = \frac{1}{E_b} + \frac{1}{E_m}, \quad \frac{2}{E_{ft}^*} = \frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_t} \quad (7)$$

自由常数  $A$  的确定, 对于研究编织复合材料界面断裂韧性有着重要意义.  $A$  与侵入角无关, 只是与结构、约束以及加载方式有关. 确定常数  $A$  的方

法一般有两种: 数值模拟方法和解析方法. 用解析方法<sup>[4]</sup>推导常数  $A$  的解析表达式表示成

$$A = \frac{3\sqrt{2}P}{2W} \cdot \frac{a^{(1/2-i\varepsilon)}(1+2i\varepsilon)}{f_1(\lambda, -\pi) + if_2(\lambda, -\pi)}, \\ g(a/W)p(t) \quad (8)$$

式中,  $g(a/w)$  是常数  $A$  关于切口深度的修正函数,  $p(t)$  是常数  $A$  关于陶瓷基体厚度  $t$  的修正函数.

## 2 自由常数 $A$ 的修正函数

在研究裂纹沿着界面扩展的应力场问题时, 理论上考虑的是两个半无限平面的双材料界面问题. 实际上碳纤维和碳化硅的厚度都是微米级的, 界面上的应力场应该属于两个有限平面之间的界面问题, 因此无限平面的界面理论表达式在向有限平面理论过渡时, 有必要就半平面尺寸的变化进行修正.

### 2.1 切口深度修正

切口深度对常数  $A$  的影响十分显著, 因此这里需要通过数值方法进行修正. 下面取 20 mm × 5 mm × 3 mm 的三点弯曲断裂试件, 切口  $a$  从 0.5 mm 到 4.0 mm, 施加  $P = 100$  N 的载荷. 考虑一种侵入角等于零的特殊情况, 如图 2 所示的两个半平面的计算模型, 用有限元方法求裂纹沿界面扩展状态下的自由常数  $A_{FEM}$ . 其数值解的表达式是

$$A_{FEM} = \frac{r^{1/2-i\varepsilon}}{f_1(\lambda, -\pi) + if_2(\lambda, -\pi)} (\sigma_\theta + i\tau_{r\theta}) \quad (9)$$

其中  $\sigma_\theta$  和  $\tau_{r\theta}$  是裂纹前端界面上周向应力和剪应力,  $r$  是裂纹尖端到取值点的距离.

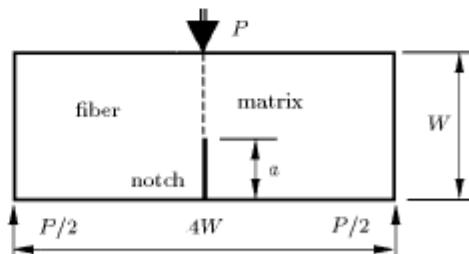


图 2 界面断裂三点弯曲示意图

Fig.2 The TPB sketch map of interfacial fracture

充分细化裂纹尖端单元, 根据裂纹长度  $a$  取  $r$  值为 0.10 mm 至 0.20 mm 附近的单元应力. 这里不考虑纤维和基体的夹杂影响, 仅仅研究两个半无限平面之间的界面断裂韧性与试件切口深度的关系  $g(a/W)$ , 用不包含修正函数的式 (8) 的理论算法来

对比数值结果, 计算结果表明, 常数  $A$  模值的数值结果与式(8)中的解析解之比  $|A_{\text{FEM}}/A_{\text{TCM}}|$ , 随着切口深度  $a/W$  变化而变化(如图3所示). 用指数函数拟合的曲线表达式写成

$$g\left(\frac{a}{W}\right) = 0.851 + 0.031e^{5.00a/W} \quad (10)$$

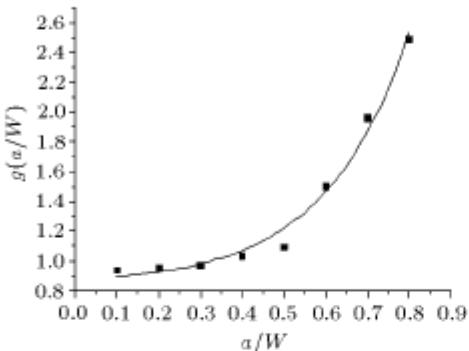


图3 指数拟合的修正函数  $g(a/W)$

Fig.3 Function  $g(a/W)$  corrected by exponent

## 2.2 基体厚度修正

纤维(T300)的直径是一个定值, 约为  $7\mu\text{m}$ . 在气相沉积碳化硅基体的工艺中, 基体的厚度是时间控制的参量, 因此研究  $7\mu\text{m}$  的纤维半平面相对  $10\mu\text{m}$  到  $200\mu\text{m}$  的基体半平面的界面应力场问题, 就需要一个修正自由常数  $A$  的函数  $p(t)$ . 在研究切口深度  $a/W = 0.5$  时, 这个关于陶瓷基复合材料(C/SiC)的函数可以利用数值模拟的结果拟合出来, 其形态如图4所示.

$$p(t) = 2.32 - 2.78t + 15.32t^2 \quad (11)$$

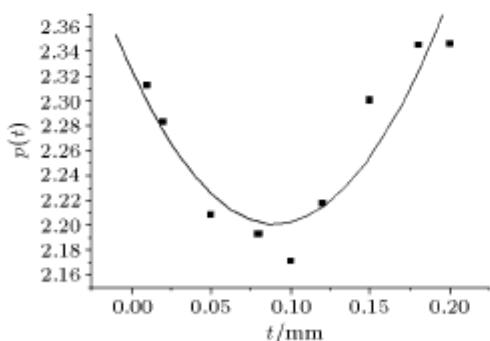


图4 二次函数拟合的修正函数  $p(t)$

Fig.4 Function corrected by power

## 3 能量释放率与参变量

### 3.1 编织角

编织角度对于能量释放率的影响非常显著. 由

于编织角和侵入角是线性关系, 可以参见图5的能量释放率与侵入角的理论算法结果.

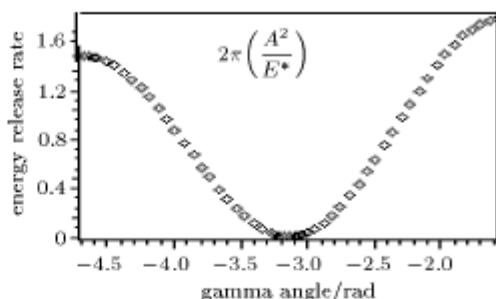


图5 能量释放率与侵入角  $\gamma$  的关系

Fig.5 The correlation between energy release rate and the invasive angle  $\gamma$

### 3.2 振荡指数 $\varepsilon$

经过数值分析发现, 振荡指数  $\varepsilon$  对于能量释放率影响微乎其微. 它只是影响常数  $A$  的虚部分量和实部分量, 常数  $A$  的模值不变. 这也说明界面断裂的复合材料适于用能量释放率  $G$  表征断裂韧性, 而不适于用应力强度因子  $K$ .

### 3.3 切口位置

切口的位置不同, 将会导致断裂路径的周期变化. 在平面编织角等于  $21.5^\circ$  的状况下, 用数值方法分析周期从  $1T$  到  $4T$  的能量释放率  $G$  时发现其结果是相同的. 这说明在不考虑编织 CMC 的空洞问题时, 断裂路径的周期不会影响能量释放率.

## 4 断裂韧性 $G$ 的试验结果与分析

三维编织 CMC 材料的三点弯曲试件断裂主要是剪应力和正应力的作用结果, 这种复合型断裂分别用两种方法计算和比较, 即: 由双材料界面断裂理论推导的能量释放率  $G_{\text{int}}$ (参见式(6))以及柔度法定法的能量释放率  $G_c$ , 其表达式如下

$$G_c = \frac{1}{2b} P_c^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (12)$$

式中,  $P_c$  是临界断裂载荷,  $C$  是试件的柔度.

### 4.1 试验结果的比较与分析

图6是用柔度法和理论计算法对实验数据处理的结果, 从图中可以看出, 两种计算方法处理得到的能量释放率  $G$  非常接近. 当切口较浅, 即切口深度与高度的比值  $a/W < 0.40$  时, 两种试验数据处理的结果都体现出边界效应对断裂韧性的影响, 即裂纹较短时测得的能量释放率偏高; 当  $a/W > 0.4$

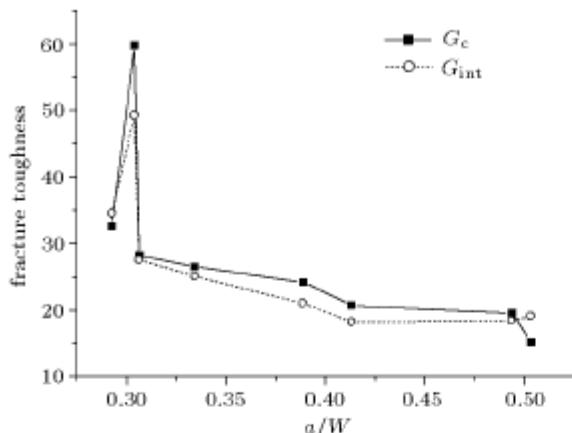


图6 两种方法计算的断裂韧性对比图

Fig.6 The material fracture toughness calculated by two kinds of method

而 $<0.5$ 时,两种试验数据处理的结果趋于稳定,因此,测量断裂韧性的三点弯曲试件的切口深度不宜过浅,建议取 $a/W$ 的值0.5到0.45之间。当实验数据较为分散时,柔度法得到的能量释放率就不能准确反映材料的宏观性能。例如图6中 $a/W=0.5$ 的点, $G_{int}$ 没有显示出该试件具有偏差,而 $G_c$ 却出现较大幅度的下降。另外,式(6)可以用于处理单试件的试验结果,与柔度方法相比,可以大大减少试件数量。至于能量释放率 $G_{int}$ 比 $G_c$ 的平均值偏低约10%左右的原因,可能是在公式(6)中没有考虑陶瓷基体中的微孔洞具有增韧效果的缘故。

#### 4.2 试件制备的影响

利用一个使裂纹尖端尖锐化的制备工艺,可以消除试验数据的分散性。以往的试件,切口是靠电火花切割而成,其裂纹尖端是一个较小的圆弧段,结果试验数据的分散性非常大,即使对于相同切口深度的一组试件,试验数据分散性也达到50%~100%,根本无法标定柔度曲线。因此,我们曾经一度怀疑过三维编织CMC力学性能的稳定性。经过试件的特殊制备工艺后,在切口深度相近的一组试件中,试验数据的分散性下降到20%。这说明,试件制备

工艺对于三维编织CMC的断裂试验结果的影响效果也是非常显著的。

## 5 结论

对于三维编织CMC,断裂韧性与试验研究的结果可以得到以下的结论:

- (1) 能量释放率 $G$ 是表征三维编织CMC断裂韧性的理想参量;
- (2) 两种不同的试验处理结果表明细观断裂理论推导的表达式的正确性;
- (3) 三点弯曲断裂韧性与切口深度有关,存在边界效应问题;
- (4) 切口制备工艺对于三维编织CMC断裂试验结果的影响非常显著;
- (5) 采用理论表达式计算能量释放率 $G$ 可用于单试件试验,与通常的柔度标定法相比,不但能减少试件数量,而且可以避免试验数据分散性对柔度标定结果的不利影响。

## 参考文献

- 1 庞宝君,杜善义,韩杰才.三维四向编织复合材料细观组织及分析模型.复合材料学报,1999,16(3):135~139(Pang Baojun, Du Shanyi, Han Jiecai. Meso-structure and modeling of three-dimensional multi-directional composites. *Acta Materialia Compositae Sinica*, 1999, 16(3): 135~139 (in Chinese))
- 2 陶亮,矫桂琼等.三维编织陶瓷基复合材料的断裂韧性.机械科学与技术,2001,20(增刊):23~26(Tao Liang, Jiao Guiqiong, et al. Fracture toughness of 3D braided ceramic matrix composites. *Mechanical Science and Technology*, 2001, 20(Supplement): 23~26 (in Chinese))
- 3 Comninou M, Dundurs J. A closed crack tip terminating at an interface. *Journal of Applied Mechanics*, 1979, 46: 97~100
- 4 Shi Junping, Liu Xiehui, Chen Yiheng. A complex variable boundary element method for solving interface crack problem. *International Journal of Fracture*, 1999, 96: 167~178
- 5 Rice JR. Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55: 98~103

## A STUDY ON FRACTURE TOUGHNESS AND TEST OF CERAMIC MATRIX COMPOSITES

Tao Liang Jiao Guiqiong Wang Bo Zhang Litong

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract** The works of theoretic studies and numerical simulation are done on the base of interfacial fracture theory in this paper. To TPB, The free constant  $A$  in the theoretic expression of energy release rate  $G$  is revised by numerical simulation, and the influence of material parameters on energy release rate also is investigated. Hence, a basically integrated theoretic formulation of the fracture toughness is deduced for the TPB test, and is available to tests of single specimen. In one hand, comparing with the test method of marking compliance, this theoretic formulation of the fracture toughness needs lesser specimens of TPB; and in the other hand, the results of tests show that a more steady value of fracture toughness can be obtained by the formulation when rates of specimens notch length  $a$  to specimens height  $W$  are interval of 0.4 and 0.5.

**Key words** 3D braided CMC, fracture toughness, energy release rate, interfacial fracture, TPB fracture